平衡步兵功率限制

根据上交模型，我们可以将左右轮的力矩分解为三项：$T_l = M_l + U_{speed} + U_{yaw}(1.1) \quad T_r = M_r + U_{speed} - U_{yaw}(1.2)$

其中$M_l = U_{leg}^l + U_{pitch}^l, M_r = U_{leg}^r + U_{pitch}^r, U_{leg}$ 是经过K矩阵输出的与控制腿摆角θ有关的力矩控制分量，U_{pitch}是经过K矩阵输出与机体pitch角ϕ 有关的力矩控制分量。

U_{speed} 是经过K矩阵输出的机体位移s 与速度 $\frac{ds}{dt}$ 力矩控制分量的线性叠加，U_{yaw} 是经过K矩阵输出的机体yaw角度力矩控制项。

功率限制思路：

- 不试图限制M_l 和M_r来控制功率，因为这两项关乎到平衡步兵的姿态平衡
- 当检测到当前**指令预期功率**$P_{cmd} > P_{max}$时，我们尽可能地约束$U_{speed} \to U'_{speed} \quad U_{yaw} \to U'_{yaw}$来限制功率，使得$P'_{cmd} \to P_{max}$
- 引入约束条件$U'_{speed} = kU'_{yaw}(2.1), \quad k = \frac{U_{speed}}{U_{yaw}}$并试图解出$U'_{speed} \quad U'_{yaw}$
- 计算衰减因子$k_{speed} = \frac{U'_{speed}}{U_{speed}}$，$k_{yaw} = \frac{U'_{yaw}}{U_{yaw}}$，并等比缩放腿电机相关力矩控制项

电机模型

我们可以通过以下电机模型来预测底盘功率

$$P = \tau\Omega + k_1|\Omega| + k_2\tau^2 + k_3 \quad (3.1)$$

其中τ为电机的实际输出力矩，Ω为电机的实际角速度，k_1, k_2, k_3为常数。k_3可认为为底盘系统中非电机线圈上的常态损耗。

一些假设

- 我们可以认为电机的力矩闭环速度是很快的($f > 1000Hz$)。因此，我们可以假设力矩指令等于反馈力矩，即$\tau_{cur} = \tau_{feedback}$。为了方便表述，简称这两项为$\tau$。以下有关力矩的符号统一认为是指令力矩。
- 在一个控制周期内($f = 1000Hz$)，电机的实际角速度Ω_{cur}相对于实际力矩的变化是很小的。以下有关角速度的符号统一认为是实际电机角速度Ω_{cur} 而不是期望电机角速度。

公式推导

将公式$(1.1), (1.2), (2.1)$代入到电机预测模型(3.1)中

$$P_{max} = \Omega_l M_l + \Omega_l(k+1)U'_{yaw} + k_1(|\Omega_l| + |\Omega_r|) + \Omega_r M_r + \Omega_r(k-1)U'_{yaw} + k_2\left[M_l^2 + 2(k+1)M_l U'_{yaw} + (k+1)^2 U\right.$$

令 $U_{yaw} = x$, 化简整理为标准一元二次方程的形式:

$$k_2(2k^2+2)x^2 + [2k_2(k+1)M_l + 2k_2(k-1)M_r + \Omega_l(k+1) + \Omega_r(k-1)]x + \Omega_l M_l + \Omega_r M_r + k_1(|\Omega_l| + |\Omega_r|) + k_2($$

其中

$$A = k_2(2k^2+2) \quad B = 2k_2(k+1)M_l + 2k_2(k-1)M_r + \Omega_l(k+1) + \Omega_r(k-1)$$
$$C = \Omega_l M_l + \Omega_r M_r + k_1(|\Omega_l| + |\Omega_r|) + k_2(M_r^2 + M_l^2) + k_3 - P_{max}$$

根据$\Delta = B^2 - 4AC$ 来讨论根的取值

- 如果$\Delta > 0$,我们可以解得两个根$x_1 = \frac{-B+\sqrt{\Delta}}{2A}, x_2 = \frac{-B-\sqrt{\Delta}}{2A}$
  - 选取与原U_{yaw} 符号相同的有效解
  - 如果有多个解满足方程，尽可能选取绝对值最大的解
  - 如果没有有效解满足方程，直接取$U'_{yaw} = x = 0$ 作为解
- 如果 $\Delta \leq 0$, 我们选取在实域上最接近的解 $U'_{yaw} = x = \frac{-B}{2A}$
  - 选取与原U_{yaw} 符号相同的有效解
  - 如果没有有效解满足方程，直接取$U'_{yaw} = x = 0$ 作为解

最终我们分别计算出U_{yaw}和U_{speed}的衰减系数$k_{speed} = \frac{U'_{speed}}{U_{speed}} \quad k_{yaw} = \frac{U'_{yaw}}{U_{yaw}}$。为了不影响控制效果，我们应该将衰减系数限制在$[0, 1]$，从而得到最终的衰减系数。将衰减系数等比缩放作用于腿电机相关项与轮电机相关项，即可达到限制功率的效果。

功率环与能量环

以上功率限制方法可以认为是某种功率环，将底盘实际功率控制在当前最大允许功率附近。当底盘环路中接入了超级电容后，通过合理利用电容剩余能量E_c的方式，我们可以进一步显著地提升平衡步兵的底盘运动效果。

这个赛季，我们简单地利用P控制器或者PD控制器(防止超调)对电容剩余能量进行闭环。我们定义了两种模式“开电容”与“关电容”，其本质区别为电容剩余期望能量。假设电容总电量为C,我们规定在开电容条件下电容剩余期望能量为$E_{on} = 0.4 \times C$,在关电容的模式下电容剩余期望能量为$E_{off} = 0.8 \times C$。请注意，不论如何，电容里应该留起码30%左右的剩余电量以在起身、打滑等关键时刻维持平衡步兵的平衡姿态，同时防止出现超功率的情况。

假设当前的裁判系统最大允许功率为P_r，则设计P或者PD控制器如下。

$$e(t) = E_{target} - E_c \quad P_{max} = P_r + K_p e(t) + K_d \frac{e(t) - e(t-1)}{dt}$$

此外，为了不显著影响平衡步兵的运动控制效果，我们应当将P_{max}限制在某个最小功率P_0以上。经过不断地调试，我们最终选定了$P_0 = 35W$。