

2012 年秋季学期最优化考试题

（提醒：不要拿着考试原题去问老师，以示尊重，否者老师怒了，你们就悲剧了）

一：填空判断（30 分）

1. 给出一个 \min 的规划，问某个解是不是基本可行解
2. 共轭梯度法， $p_1 \sim p_n$ 是关于正定矩阵 A 的一组共轭方向，假设 x 可以表示为 $\sum_{i=1}^n a_i p_i$ ，问 a_i 等于多少？
3. 给出一个规划，求牛顿方向，最优步长（参见前几届的）
4. 判断投影矩阵是正定矩阵不？
5. 凸集的并是凸集吗？
6. 给出一个非线性规划，然后给出一个点，问起作用约束是谁？（别忘了 $x_i \geq 0$ ）
7. x_1, x_2 是线性规划的解，问他们的线性组合是线性规划的解不？
8. 给出一个线性规划，给出某一个点和一个方向，问这个方向在此点处是不是可行方向？
9. 忘了，但肯定不难

注：本来说要考目标规划的，结果没考

二：给出一个线性规划（20 分，可以参见往届的），

1. 单纯形求最优解
2. 对偶规划
3. 互补松弛条件求对偶规划的最优解

4. b 变了，问最优基变了没，如果变了求新的最优解（对偶单纯形）

三 给出一个非线性规划 (20 分)

$$\text{Min } x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - x_2$$

$$\text{St. } x_1 - x_2 - k \geq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

- (1) k 取某一值，问 $x^* = (\text{某}, \text{某})$ 是不是最优解（简单）
- (2) 最优解在可行域内部时，求最有解和最优值
- (3) 仅当第一个约束起作用时，求 k 的取值范围
- (4) 对偶规划，约束集 D 取 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

四 证明 (10 分)

第十二章，既约梯度法的证明，和书上一样，

1. d 是下降可行方向
2. $d=0$ 时说明对应的 x 为 KKT 点

五 证明 (10 分)

$$\text{Min } cx$$

$$\text{St } AX \leq b$$

A 为 n 阶可逆矩阵。

求证最优值的表达式 z^* 为：

$$z^* = \begin{cases} cA^{-1}b & \text{if } cA^{-1} \leq 0 \\ -\infty & \text{其他} \end{cases}$$

提示：利用 KKT 条件证明即可

建议：好好研究下第十周的作业题，那个会做了，这个基本不是问题.

作业题如下：

$$\text{Min} \quad c^T x$$

$$\text{St} \quad Ax=0$$

$$x^T x \leq \gamma^2$$

六 证明（10 分）

凸函数的证明，注意一点，一般都是需要用定义的，因为不会说可微

题目见：练习题的第一题

1. 设 D 为 n 维欧氏空间中的凸集，证明：函数 $f(x)$ 在 D 上是凸函数当且仅当对任意的 $x, y \in D$ ($x \neq y$)，函数 $\varphi(a) = f(ax + (1-a)y)$ 是 $0 \leq a \leq 1$ 的凸函数。