# 1

## (1)

在点$\bar{x}$处，目标函数的梯度$\nabla f(\bar{x})=\begin{bmatrix}x_2\\x_1\end{bmatrix}_{\bar{x}}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{2}\\\frac{3}{4}\end{bmatrix},\nabla g(\bar{x})=\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix},g(x)在\bar{x}点是起作用约束$

令$\begin{bmatrix}-\frac{3}{2}\\\frac{3}{4}\end{bmatrix}-w\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix},得w=\frac{3}{4}>0$，$因此\bar{x}是KKT点$

$$令Lagrange函数L(x,w)=x_1x_2-w(-2x_1+x_2+3)$$

$$\nabla^2L(x,w)=\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$$

$$\nabla g(\bar{x})d=[-2,1]\begin{bmatrix}d_1\\d_2\end{bmatrix}=0，则d_2=2d_1$$

$$d^T\nabla_x^2L(x,w)d=4d_1^2>0$$

$$\therefore \bar{x}是满足二阶充分条件，是严格局部最优解，但不是全局最优解$$

$$比如\hat{x}=\begin{bmatrix}-10\\1\end{bmatrix}的函数值就比\bar{x}要小$$

## (2)

$$对于障碍函数G(x,r)=x_1x_2-rln(-2x_1+x_2+3),$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial G(x,r)}{\partial x_1}=x_2+\dfrac{2r}{-2x_1+x_2+3}=0,\\\dfrac{\partial G(x,r)}{\partial x_2}=x_1-\dfrac{r}{-2x_1+x_2+3}=0.\end{cases}$$

$$此方程组的解为\bar{x}(r)=\left(\frac{3+\sqrt{9-16r}}{8},-\frac{3+\sqrt{9-16r}}{4}\right)^T$$

$$令r\to 0,则\bar{x}(r)\to\bar{x}=\left(\frac{3}{4},-\frac{3}{2}\right)^T$$