

最优化第二次作业

1.(3)

将目标函数乘以-1 化为极小模型，增加 x_4, x_5, x_6 为松弛变量， x_7 为人工变量，则目标函数变为 $\min g = x_7$

约束条件变为

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 &= 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 &= 5 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_6 + x_7 &= 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 &\geq 0 \end{aligned}$$

取 x_4, x_5, x_7 为基变量，得到初始矩阵为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	b
x_4	-1	2	4	1	0	0	0	4
x_5	1	1	2	0	1	0	0	5
x_7	-1	2	1	0	0	-1	1	1
检验系数	-1	2	1	0	0	-1	0	1

经过变换后可得第二阶段的最后矩阵为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	2
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1
x_3	0	0	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	1
检验系数	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{10}{3}$	-1

所以，最优解为 $x^T = (2,1,1)$ ，最优值为 1

1.(4)

增加 x_4, x_5 为松弛变量， x_6 为人工变量，则目标函数变为 $\min g = x_6$

约束条件变为

$$\begin{aligned}
 2x_1 - x_2 + x_3 &= 8 \\
 2x_1 + x_2 - x_4 + x_6 &= 2 \\
 x_1 + 2x_2 + x_5 &= 10 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0
 \end{aligned}$$

取 x_3, x_6, x_5 为基变量, 得到初始矩阵为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_3	2	-1	1	0	0	0	8
x_6	2	1	0	-1	0	1	2
x_5	1	2	0	0	1	0	10
检验系数	2	1	0	-1	0	0	2

经过变换后可得第二阶段的最后矩阵为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_3	$\frac{5}{2}$	0	1	0	$\frac{1}{2}$	13
x_2	$\frac{3}{2}$	1	0	0	$\frac{1}{2}$	5
x_4	$-\frac{3}{2}$	0	0	1	$\frac{1}{2}$	3
检验系数	0	0	0	0	-1	-2

所以, 最优解为 $x^T = (0, 5, 13)$, 最优值为-2

2.(5)

将目标函数乘以-1 化为极小化模型, 增加 x_4, x_5 为松弛变量, x_6, x_7 为人工变量

约束条件变为

$$\begin{aligned}
 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 5 \\
 4x_1 + 3x_2 + x_3 - x_5 + x_6 &= 3 \\
 -x_1 + x_2 + x_3 + x_7 &= 2 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 &\geq 0
 \end{aligned}$$

取 x_4, x_6, x_7 为基变量, 得初始矩阵为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	b
x_4	2	1	-1	1	0	0	0	5
x_6	4	3	1	0	-1	1	0	3
x_7	-1	1	1	0	0	0	1	2
检验系数	3M-3	4M+2	2M-1	0	-M	0	0	5M

经过变换后, 得最后的矩阵为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	b
x_4	3	0	-2	1	0	0	-1	3
x_2	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	0	0	1	2
x_5	-7	0	2	0	1	-1	3	3
检验系数	-1	0	-3	0	0	-M	-2-M	-4

所以，最优解为 $x^T = (0, 2, 0)$ ，最优值为 4

2.(7)

增加 x_4 为松弛变量， x_5 为人工变量，则约束条件变为

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

取 x_3, x_5 为基变量，得初始矩阵

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_3	2	-3	1	0	0	1
x_5	2	3	0	-1	1	8
检验系数	2M-1	3M-1	0	-M	0	8M+1

经过变换后得最后的矩阵为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_3	4	0	1	-1	1	9
x_2	$\frac{2}{3}$	1	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$
检验系数	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-M + \frac{1}{3}$	$\frac{11}{3}$

所以，最优解为 $x^T = (0, \frac{8}{3}, 9)$ ，最优值为 $\frac{11}{3}$