1.

（1）

$$B^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$$

$$B^{-1}b'=\begin{bmatrix}-\frac{2}{3}\\ \frac{10}{3}\end{bmatrix}$$

所以原问题的最优基不再是可行的，用对偶单纯形法接着往下做即可

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$B^{-1}b'$
x_5	0	3	-3	-1	1	2
x_1	1	1	2	1	0	2
检验系数	0	-1	-5	-2	0	-4

新问题的最优表如上，最优值是-4，最优解是$x^T=(2,0,0)$

（2）

$$\Delta c=c'+2$$
$$z_1'-c_1'=0$$
$$z_2'-c_2'=-6+(c'+2)*3\le 0$$
$$z_3'-c_3'=0+(c'+2)*0\le 0$$
$$z_4'-c_4'=-\frac{1}{3}+(c'+2)*\frac{1}{3}\le 0$$
$$z_5'-c_5'=-\frac{5}{3}+(c'+2)*\frac{2}{3}\le 0$$

$\therefore$ *当*$c'\le -1$ *时，最优解不变，最优值变为*$-\frac{26}{3}+\frac{14}{3}*(c'+2)$

2.

增加x_4, x_5为松弛变量，选取x_4, x_5为基变量，经过单纯形法，得到最优单纯形表为

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$B^{-1}b$
x_2	-1	1	3	1	0	20
x_5	16	0	-2	-4	1	10
检验系数	0	0	-2	-5	0	-100

最优值为 100，最优解为$x^T = (0,20,0)$

(1)

$$x_3\text{是非基变量，}\Delta c = 8 - 13 = -5$$
$$\therefore z' - c' = -2 + \Delta c = -7$$
因此最优解和最优值不变

(2)

$$B^{-1}b' = \begin{bmatrix} 30 \\ -30 \end{bmatrix}$$

此时，原问题的最优基不再是可行的，但是是对偶可行的，继续用对偶单纯形法求解，得

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$B^{-1}b$
x_4	$-\frac{23}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	$-\frac{10}{3}$	3
x_3	$\frac{6}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	0	$\frac{1}{10}$	9
检验系数	$-\frac{103}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	0	$-\frac{13}{10}$	-117

最优值是 117，最优解为$x^T = (0,0,9)$

(3)

$$B^{-1}b' = \begin{bmatrix} 20 \\ -10 \end{bmatrix}$$

此时，原问题的最优基不再是可行的，但是是对偶可行的，继续用对偶单纯形法求解，得

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$B^{-1}b$
x_2	23	1	0	-5	$\frac{3}{2}$	5
x_3	-8	0	1	2	$-\frac{1}{2}$	5
检验系数	-16	0	0	-1	-1	-90

最优值是 90，最优解为$x^T=(0,5,5)$

(4)

$$C_B B^{-1} P_1' - C_1 = -5 \leq 0$$
所以最优值和最优解不变

(5)

原问题的最优解代入约束条件为 60，不满足约束条件。
将约束条件加入原最优表，增加x_6为松弛变量，再使用对偶单纯形法，得到改变后的最优表

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	$B^{-1}b$
x_2	$\frac{11}{4}$	1	0	$-\frac{5}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{2}$
x_5	$\frac{27}{2}$	0	0	$-\frac{5}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	15
x_3	$-\frac{5}{4}$	0	1	$\frac{3}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$
检验系数	$-\frac{5}{2}$	0	0	$-\frac{7}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-95

最优值为 95，最优解为$x^T=(0,\frac{25}{2},\frac{5}{2})$

3.

对偶问题可表示为

$$\max wb$$
$$s.t. wA \leq c$$

（1）

将 A 按行分块，然后把对偶问题展开，得

$$\max w_1 b_1 + w_2 b_2 + \cdots + w_k u b_k + \cdots + w_m b_m$$
$$s.t. w_1 A_1 + w_2 A_2 + \cdots + w_k u A_k + \cdots + w_m A_m \le c$$

所以，$w = \left(w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \dots, \frac{1}{u} w_k^{(0)}, \dots, w_m^{(0)}\right)$是这个对偶问题的一个可行解，且对偶问题的目标函数值和原问题的目标函数值相等，根据强对偶定理，w 是这个对偶问题的最优解

（2）

与第（1）问类似，将 A 按行分块，然后把对偶问题展开，得

$$\max w_1 b_1 + w_2 b_2 + \cdots + w_r (u b_k + b_r) + \cdots w_m b_m$$
$$s.t.\ w_1 A_1 + w_2 A_2 + \cdots + w_r (u A_k + A_r) + \cdots w_m A_m$$

所以，$w = \left(w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \dots, w_k^{(0)} - u w_r^{(0)}, \dots, w_m^{(0)}\right)$是这个对偶问题的一个可行解，且对偶问题的目标函数值和原问题的目标函数值相等，根据强对偶定理，w 是这个对偶问题的最优解.

4.

因为只有 3 个变量，总共 8 种情况，挨个枚举即可

x_1	x_2	x_3	是	目标函数值
0	0	0	不满足	X
0	0	1	不满足	X
0	1	0	不满足	X
0	1	1	满足	7
1	0	0	满足	2
1	0	1	不满足	X
1	1	0	满足	5
1	1	1	满足	9

所以最优值为 2，最优解为$x^T = (1,0,0)$