目录

[行列式 1](#_Toc26000944)

[矩阵 2](#_Toc26000945)

[初等变换与线性方程组 2](#_Toc26000946)

[三种初等变换（以行为例，对列同样使用） 2](#_Toc26000947)

[矩阵的秩 3](#_Toc26000948)

[解线性方程组 3](#_Toc26000949)

[向量组 3](#_Toc26000950)

[二次型 4](#_Toc26000951)

[求特征值和特征向量 5](#_Toc26000952)

[对称矩阵的对角化 5](#_Toc26000953)

[线性空间与线性变换 5](#_Toc26000954)

# 行列式

行列式的应用：克拉默法则

假设标准序是从小到大，那么一个逆序就是两个元素的先后次序与标准序不同，所有逆序的总和称为排列的逆序数

逆序数公式： 或

一个排列中的任意两个元素对换，排列改变奇偶性

行列式的定义：，不同行不同列的元素的乘积的代数和，一共有n!项，每项有n个元素。

行列式的性质对行和列同等适用，即行列式的行和列是等价的，下面6大性质以行为基础来说，对列同样适用。D=determinant

行列式6大性质：

1. 互换两行, ，D中有两行相等，则
2. 某一行所有元素乘以k，，注意这里与矩阵的区别，
3. 某两行成比例，
4. 某行元素都可以拆成两数之和，则
5. 某行乘以k倍加到另一行上，D不变

余子式：也是个行列式，把所在的那一行一列去掉，记，只与的位置有关，与是什么无关，因此每个元素对应一个余子式和代数余子式。

代数余子式：，记

代数余子式的应用：行列式的按行（列）展开，计算方便

方阵才有行列式

# 矩阵

同型阵：m和n相同的两个矩阵

对角阵：记

转置：

伴随阵：A中每个元素的代数余子式凑成的矩阵，记

反对称阵：

逆阵：相互性，即若A是B的逆阵，B肯定也是A的逆阵

求逆阵的方法：

克拉默法则：1. A必须是方阵 2

分块矩阵：转置：外面转置完，内部也要转

# 初等变换与线性方程组

## 三种初等变换（以行为例，对列同样使用）

1. 对调两行
2. 某一行所有元素进行缩放
3. 某一行所有元素缩放后加到另一行上去

每种初等变换对应一个初等矩阵，所以初等矩阵也是3个，A左乘初等矩阵等于对A作初等行变换，A右乘初等矩阵等于对A作初等列变换。

如果A和B经过有限次初等变换相等，则说他们等价，记作

行最简形矩阵：非零行首非零元都是1，同一列其它元素都是0

## 矩阵的秩

子式：mxn的矩阵A，任意取k行k列，他们交叉的地方的元素拎出来形成一个新的k阶矩阵，这个矩阵的行列式|A|叫做k阶子式。所以，子式是个数。

秩的定义：

秩的一些性质：

求秩的方法一般就是初等变换法，用子式的方法来判断也ok，但是子式感觉比较复杂和麻烦。

## 解线性方程组

正儿八经做几道线性方程组的求解题，不要那种带参数的

# 向量组

一个向量组的线性组合是

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 线性相关 | 线性无关 |
| 定义 | 存在一组不全为0的数使得 | 不存在不全为0的数，即只有 |
| 充要条件 | 齐次线性方程组 | 只有零解 |
| 矩阵A是降秩的 | 矩阵A是满秩的 |
|  |  |

一些重要的其它性质：

极大无关组：一个向量组里面有r个向量线性无关，但是任意r+1个向量都线性相关，则。

一个向量组的极大无关组可能不是唯一的，但是每个极大无关组的向量个数都是相同的。

向量组的秩：向量组的极大无关组的向量个数

线性方程组解的结构和向量空间暂时先不看

# 二次型

定义：含有n个变量的二次齐次函数称为二次型，向量形式为，其中A是系数矩阵。

二次型和对称矩阵一一对应，二次型的秩也是对称矩阵的秩

正定矩阵（正定二次型）：

负定，半正定，半负定同理

正定矩阵的判定：各阶主子式都>0，特征值都>0

主子式是个行列式，即在原矩阵中取行号和列号都相同的元素组成的新矩阵的行列式，所以主子式是个数。主对角线元素就是一阶主子式

只含平方项，不含1+1的二次项的二次型，叫做标准型，就是只有，没有这种的

如果标准型的系数只有三种取值，则称为规范型。视觉上看系数为0这项就没了，所以显示出来的项只用看系数是否为

### 求特征值和特征向量

施瓦茨不等式：

标准正交基：基，两两正交，单位向量

施密特正交化：非标准正交基标准正交基的一种方法。基不一定是两两正交的，所以要先正交化，再单位化

N阶矩阵最多有n个特征值，这些特征值可能全部相同，可能部分相同，也可能都一样。

不同特征值对应的特征向量线性无关。如果某个特征值是k重的，则对应于线性无关的特征向量最多有k个。

正定矩阵，不同特征值的特征向量相互正交

### 对称矩阵的对角化

# 线性空间与线性变换