Звіт до практичної роботи №3

Тема: Геометрична ймовірність. Аксіоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Баєса.

Мета: Набути практичних навичок у розв’язанні задач з підрахунку ймовірностей на підставі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчитися застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Баєса.

Хід Роботи

(кожне 7-е завдання)

Номер 7

Для сигналізації про аварію встановлено два сигналізатори, що працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший сигналізатор, складає 0,95, другий – 0,9. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює:

а) лише один сигналізатор;

б) хоча б один сигналізатор.

$P(A \text{ і не } B)=P(A)\cdot(1-P(B))=0.95\cdot(1-0.9)=0.95\cdot 0.1=0.095$

$P(B \text{ і не } A)=P(B)\cdot(1-P(A))=0.9\cdot(1-0.95)=0.9\cdot 0.05=0.045$

$P(\text{лише один})=P(A \text{ і не } B)+P(B \text{ і не } A)=0.095+0.045=0.14=14\%$

P(A и B)=P(A)·P(B)=0.95·0.9=0.855

P(хоча б один)=P(A)+P(B−P(A∩B) =0.95+0.9−0.855=0.995

Відповідь: 14%, 99.5%

Номер 14

Є коробка з 9 новими тенісними м'ячами. Для гри беруть 3 м'ячі і після гри кладуть їх назад у коробку. Різниці між м'ячами, що використовувалися у грі, і новими м'ячами немає. Знайти ймовірність того, що після трьох ігор у коробці не залишиться жодного м'яча, що не використовувався у грі.

P(A1) = 1*1*1

P(A2/A1) = (6/9)*(5/8)*(4/7)

P(A3/A2A1) = (3/9)*(2/8)*(1/7)

P(A1)* P(A2/A1)* P(A3/A2A1) = 5/1764 = 0.28%

Відповідь: 0.28%

Номер 21

Із сервером комп'ютерної мережі за допомогою комутатора з'єднані дві підмережі з різною кількістю комп'ютерів. Існує ймовірність перевантаження сервера під час обробки запитів від комп'ютерів певної підмережі. Ймовірність того, що в певний момент часу до сервера надійдуть запити від комп'ютерів першої підмережі, дорівнює 0,6, від комп'ютерів другої підмережі – 0,4. Імовірність перевантаження сервера внаслідок обробки потоку запитів від комп'ютерів першої підмережі дорівнює 0.1, від комп'ютерів другої підмережі – 0.2. Знайти:

а) ймовірність перевантаження сервера;

б) імовірність того, що якщо виникло перевантаження, то це було спричинено потоком запитів від комп'ютерів першої підмережі;

в) ймовірність того, що якщо виникло перевантаження, то це було спричинено потоком запитів від комп'ютерів другої підмережі.

a) 0,6*0,1 + 0,4 *0,2 = 14%
b) 0,6*0,1/0,6*0,1 + 0,4 *0,2 = 42,86%
c) 100- 42,86% = 57,14%

Відповідь: 14%, 42,86%, 57,14%

Номер 6

На стелажі бібліотеки у випадковому порядку розставлено 15 підручників, причому 5 з них переплетені. Бібліотекар бере наугад 3 підручники. Знайти ймовірність того, що хоча б один з підручників, що взятий, буде переплетений (подія A).

P(не A) = C(3,10)/C(3,15) = 120/455 = 24/91

P(A) = 1-24/91 = 67/91 = 0,736 = 73,6%

Відповідь: 73,6%

Номер 13

Зловмиснику відомо, що користувач комп'ютерної мережі має пароль, що складається з 5 символів, і логін, що складається з

6 символів. Алфавіт пароля складається із цифр і маленьких латинських літер, алфавіт логіна – лише з маленьких латинських літер. Символи, і логіну, і пароля можуть повторюватися. На той випадок, коли користувач забув логін, існує цифровий код з 4 знаків, що не повторюються. Цей код є аналогом логіна. Знайти ймовірність того, що зловмисник зможе пройти авторизацію в мережі, якщо для цього необхідно правильно ввести логін і пароль.

(1/5040 + 1/(26^6)) * (1/(36^5)) = 0.0000000328%

Відповідь: 0.0000000328%

Контрольні питання

1. Експеримент задовольняє вимогам геометричного визначення ймовірності, якщо його результати можна зобразити точками деякої області Ω у R^m так, що ймовірність попадання точки у $\forall$ частину $A \subset \Omega$ не залежить від форми або розташування A у середині Ω, а залежить лише від міри області A:

$$p(. \in A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

де $\mu(A)$ – міра області A (довжина, площа, об'єм).

2. $0 \le p(A) \le 1$. $p(\Omega) = 1$. $p(\varnothing) = 0$. $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.

   Якщо A та B несумісні, то $p(A + B) = p(A) + p(B)$.

У загальному ж випадку $p(A+B)=p(A)+p(B)-p(A\cdot B)$.

Якщо $A\subset B$, то $p(A)\leq p(B)$.

3. $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$
4. P(AB)=P(A)·P(B|A)
5. P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A · B)
6. P(A∪B)=P(A)+P(B)
7. Нехай $H_1, H_2, \ldots$ – повна група подій. Тоді ймовірність будь-якої події A може бути обчислена за формулою:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{\infty} p(H_i)\cdot p(A/H_i).$$

8. Апріорна ймовірність відображає наші початкові знання або припущення.

Апостеріорна ймовірність відображає оновлену ймовірність гіпотези, з урахуванням нової інформації або даних.

Формула Баєса дозволяє математично поєднати ці ймовірності, коригуючи початкові знання відповідно до нових даних.

Висновок:

На цьому занятті я набув практичних навичок у розв’язанні задач з підрахунку ймовірностей на підставі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчився застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Баєса. Вивчив поняття: геометрична ймовірність, аксіоматичне визначення ймовірності, теореми множення та додавання ймовірностей, формула повної ймовірності та формула Баєса.