Звіт до практичної роботи №5

Тема: Закони розподілу та числові характеристики випадкових величин

Мета: набути практичних навичок у розв’язанні задач щодо знаходження законів розподілу та числових характеристик дискретних та неперервних випадкових величин, зокрема нормального закону, та розв’язання типових задач до цієї теми.

Хід Роботи

(завдання 7,8,9,10,11)

Номер 7

НВВ X має рівномірний розподіл з параметрами a, b. Функція щільності рівномірного розподілу $f(x)$ = 1 $b-a$, $a \leq x \leq b$. Вивести формулу функції рівномірного розподілу $F(x)$, формулу для математичного сподівання $M(x)$, дисперсії $D(x)$, асиметрії As, ексцесу Ek, імовірності події $\alpha \leq X \leq b$.

F(x) = {0 (x<a), (x-a)/(b-a) (a<=x<b), 1 (x=>b}

M(x) = (a + b) / 2

D(x) = ((b-a)^2)/12

As = 0

Ek = −6/5

P(a≤X≤b)=F(a)−F(b)

Номер 8

НВВ X має експоненціальний розподіл з параметром λ. Функція щільності експоненціального розподілу $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$. Вивести формулу функції рівномірного розподілу $F(x)$, формулу для математичного сподівання $M(x)$, дисперсії $D(x)$, імовірності події $\alpha \leq X \leq b$.

$F(x) = \{1-e^{-\lambda x}\ (x=>0)\ ,\ 0\ (x<0)\ \}$

$E[X] = 1/\lambda$

$D(x) = \lambda^{-2}$

$P(a<=X<=b) = F(b) - F(a) = (1-e^{-\lambda b}) - (1-e^{-\lambda a}) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$

Номер 9

НВВ X має розподіл Коші. Функція щільності розподілу Коші задана у вигляді $f(x) = c / 1+x^2$, де c – деяка константа. Знайти константу c, функцію розподілу Коші $F(x)$ та ймовірність події $-1 \leq X \leq 1$.

$c= 1/\pi$

$F(x) = 1/\pi * \tan^{-1}(x) + 1/2$

$P(-1<=X<=1) = ½$

Номер 10

НВВ X задана функцією щільності розподілу: $f(x)$ = { $c \cdot cos\ x$, $-\pi\ 2 \le x \le \pi\ 2$, 0, $|x|$ > $\pi\ 2$, де c – деяка константа. Знайти константу c, функцію розподілу $F(x)$, імовірність події $|X| \le \pi\ 4$.

c= ½

F(x) = {0 (x< -π/2), 1/2(sin(x)+1) (-π/2 <= x <= π/2), 1 (x>π/2)}

P(-π/4 <= X <= π/4) = sqrt(2)/2

Номер 11

Часовий інтервал між надходженнями пакетів даних у комп’ютерній мережі зі швидкістю передавання даних 10 Мбіт/сек підприємства має експоненціальний розподіл з параметром λ = 15 мкс. Знайти: □ середню довжину інтервалу; □ дисперсію довжини інтервалу; □ СКВ довжини інтервалу; □ імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів перевищить 20 мкс; □ імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів буде у межах 10 < X < 15 мкс.

M(X)≈0.0667Мкс

D(X)≈0.00444 мкс^2

σ(X)≈0.0667 мкс

P(X>20)≈0

P(10<X<15)≈0

Контрольні питання

1. Кількість разів, коли випадає "орел" при підкиданні монети. Кількість товарів, куплених клієнтом за один візит.
2. Час, що витрачається на виконання завдання, Температура повітря в певний момент часу,
3. Ні, не для всіх. Розподіл Коші не має визначених математичного сподівання і дисперсії.
4. Використання математичного сподівання може бути виправдане через відносну стабільність, альтернативні характеристики (медіана, мода), контекст застосування і сходження середніх у великих вибірках, навіть якщо воно не є скінченним.
5. Розподіл із параметрами.
6. Медіана, мода, дисперсія, СКВ, асиметрія, ексцес та квартили.
7. Ймовірнісний сенс: в його інтерпретації як "середнє" значення випадкової величини в довгостроковій перспективі. Статистичний сенс : відображає його використання для оцінки центральної тенденції даних у вибірці.
8. Асиметрію для оцінки напрямку і зміщення розподілу, а ексцес — для визначення товщини хвостів і ризику крайніх значень.
9. Інтеграл (або сума) для обчислення математичного сподівання не є скінченним, а дисперсія, асиметрія і ексцес визначаються математичним сподіванням.
10. Через центральну граничну теорему, що стверджує, що суми незалежних величин з будь-яким розподілом наближаються до нормального, а також через його симетрію, універсальність застосування і простоту статистичних властивостей.

Доповідь підготував Гладкий Іван