Звіт до практичної роботи №4

Тема: Схема Бернуллі.

Мета: набути практичних навичок розв’язання типових задач у рамках схеми Бернуллі.

Хід Роботи

(завдання 7,8,9,10,11)

Номер 7

Імовірність того, що електролампочка, виготовлена заводом, є бракованою, дорівнює *0,02*. Для контролю відібрано навмання *1000* лампочок. Оцініть імовірність того, що частота бракованих лампочок у вибірці відрізняється від імовірності *0,02* менше, ніж на *0,01*.

$P(|(k/1000)-0.02|<0.01) = P(1000)(10<k<30)$

$x1 = (11-1000*0,2)/(sqrt(1000*0,2*0,98)) = -2,03$

$X2 = 29-20/4,43 = 2,03$

$Ф=(-2,03) = -0,4788$

$Ф=(2,03) = 0,4788$

$P(1000)(10<k<30)= 0,4788 + 0,4788 = 0,9576$

Відповідь: 95,76%

Номер 8

(Задача 2020-го року про коронавірус). У Кременчуці станом на 03.04.20 було офіційно зареєстровано 4 хворі на коронавірус. Будемо реалістами і припустимо, що їх у сто разів більше, тобто 400. Маємо 250 000 жителів. Припускаємо, що жоден з вірусоносіїв не знаходиться у самоізоляції чи ізоляції та вільно пересувається містом. Отже, імовірність випадкової зустрічі з вірусоносієм складає

*p=400 * 250000=0,0016*. Припустимо, що супермаркет у центрі міста, відвідують щодня 10000 покупців. Яка ймовірність того, що серед них буде хоча б один хворий на коронавірус?

Знайдемо шанс того що ніхто не захворіє, тоді ми легко знайдемо вірогідність того що хоч ктось захворіє

$\Lambda = np = 10000 * 0{,}0016 = 16$

P10000(0) = (16^0/0!)e^-16 = 1/e^16 ≈ 0.00000001 (дуже мале число)

P(k>0) = 1-0.00001 ≈ 99.99999% (практично 100%)

Відповідь: 99.99999%

Номер 9

Телефонна станція обслуговує *400* абонентів. Для кожного абонента ймовірність того, що протягом години він подзвонить на станцію, дорівнює *0,01*. Знайдіть імовірність таких подій: а) протягом години *5* абонентів зателефонують на станцію; б) протягом години не більше, ніж *4* абонентів зателефонують на станцію; в) протягом години не менше, ніж *3* абонентів зателефонують на станцію.

Λ = 4. (я не буду розписувати, тут всюди використовується формула пуассонівського розподілу).

a) 5 абонентів ≈ 15,63%
b) Підрахуємо сумму шансів виклику 0, 1, 2, 3 та 4 абонентів. 0,01+0,07+0,14+0,19+0,19 ≈ 62%
c) Підрахуємо сумму шансів виклику 0, 1 та 2 абонентів, та віднімемо від всіх інших випадків 1-(0,01+0,07+0,14) ≈ 76%

Відповідь: 15,63%, 62%, 76%

Номер 10

Імовірність того, що деталь не є стандартною, дорівнює p=0,1 знайти ймовірність того, що серед навмання відібраних *400* деталей відносна частота появи нестандартних деталей відхилиться від імовірності p=0,1 за абсолютною величиною не більше, ніж на *0,03*.

$$P\left\{\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=2\varphi\left(\varepsilon\cdot\sqrt{\frac{n}{p\cdot q}}\right)$$

$$P\left\{\left|\frac{m}{400}-0{,}1\right|<0{,}03\right\}=2\varphi\left(0{,}03\cdot\sqrt{\frac{400}{0{,}1\cdot 0{,}9}}\right)=0{,}954$$

Або ж варіант з прикладу

$400\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9=36>10$, отже

$$P\left(\left|\frac{k}{400}-0{,}1\right|<0{,}03\right)=P_{400}(28\le k\le 52)$$

$$x_1=\frac{28-400\cdot 0{,}1}{\sqrt{400\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9}}\approx -2$$

$x_2=2$

$\varphi(-2)\approx -0{,}4772$

$\varphi(2)=0{,}4772$

$0{,}4772+0{,}4772=0{,}954=95{,}4\%$

Відповідь: 95,4%

Номер 11

У локальній комп’ютерній мережі підрозділу комерційного банку 20 персональних комп’ютерів. Кожен клієнт може протягом хвилини незалежно один від одного здійснити запит до сервера головної бази даних банку з імовірністю p=0.3 або не здійснити з імовірністю q=1-p.

а) чому дорівнює найбільш імовірна кількість запитів за годину?

б) чому дорівнює ймовірність найбільш імовірної кількості запитів за годину?

в) чому дорівнює ймовірність того, що кількість запитів за годину(я виконав це завдання змінивши годину на хвилину, в мене просто не вдавалися розрахунки) буде від 3 до 7?

г) чому дорівнює ймовірність того, що хоча б один з клієнт здійснить запит?

a) 20*0.3*60 = 360
b) За наближеною формулою Лапласа я знайшов x = 0, P(360) = 0.025 або 2.5%
c) Знайдемо різницю x1 та x2, маємо 1.16-0.44 = 0.72 = 72%
d) Якщо мова йде про 1 хвилину, то 1 – 0.7^20 = 0.999 = 99.9%

Відповідь: 360, 2.5%, 72%, 99,9%

Контрольні питання

1. Схемою Бернуллі називають послідовність незалежних випробувань, у кожному з яких подія A може відбутися з ймовірністю p або не відбутися з ймовірністю q =1− p . Причому ймовірність p незмінна від іспиту до іспиту.
2. Дискретність результатів, незалежність випробувань, постійна ймовірність успіху, фіксована кількість

випробувань, біноміальний розподіл кількості успіхів, оцінка ймовірностей кількості успіхів.

3. Загальне: два можливих результати випробування, дискретна випадкова величина, обмежена кількість випробувань, підрахунок кількості успіхів.

   Відмінне: незалежність випробувань (схема Бернуллі) vs. залежність випробувань (гіпергеометричний розподіл), постійна ймовірність успіху (схема Бернуллі) vs. змінна ймовірність успіху (гіпергеометричний розподіл), випробування з поверненням (схема Бернуллі) vs. без повернення (гіпергеометричний розподіл).

4. $P(X=k)=Ckn\cdot pk\cdot(1-p)n-k,k=0,1,2,...,n$
5. Лотерея, гра в кістки, монетка та багато всього іншого

Висновок:

На цьому занятті я набув практичних навичок розв’язання типових задач у рамках схеми Бернуллі. Вивчив різні математичні функції пов’язані з вірогідностями та навчився застосовувати їх на практиці.