

Практична робота № 7

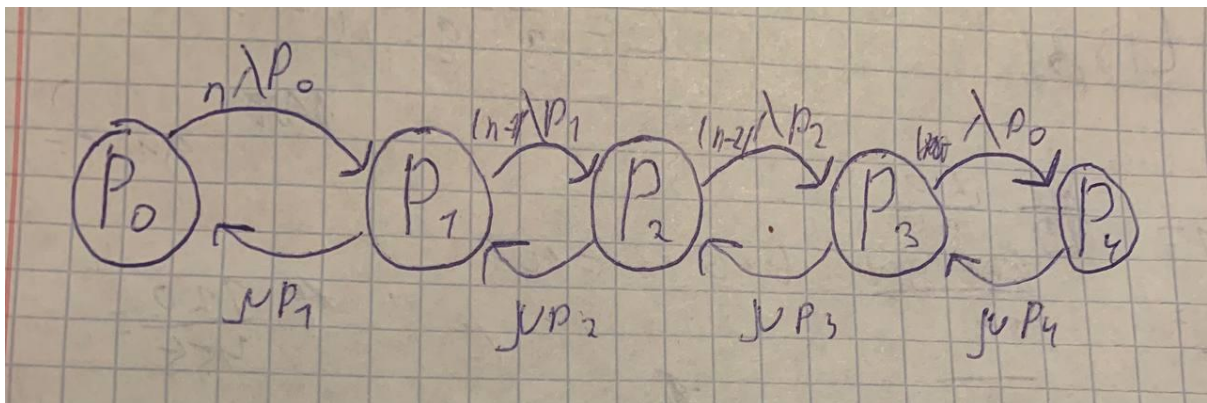
Тема: Найпростіший потік подій. Елементи теорії СМО. Ланцюги Маркова

Мета: набути практичних навичок розв'язання задач щодо випадкових процесів, СМО та ланцюгів Маркова.

Хід Роботи

Завдання 7

Побудувати граф станів СМО « n -клієнтів –Web-сервер» (система M/M/1) і систему рівнянь Колмогорова для $n = 4$, $\lambda = 1$, $\mu = 2$. Розв'язати, знайти P_0 , A , w , $T_{обс}$, $T_{відг}$.



$$P_0: \lambda P_0 = \mu P_1$$

$$P_1: \lambda P_0 + \mu P_2 = (\lambda + \mu) P_1$$

$$P_2: \lambda P_1 + \mu P_3 = (\lambda + \mu) P_2$$

$$P_3: \lambda P_2 + \mu P_4 = (\lambda + \mu) P_3$$

$$P_4: \lambda P_3 = \mu P_4$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$$

$$P_4 = 0.032$$

$$P_3 = 0.064$$

$$P_2 = 0.129$$

$$P_1 = 0.258$$

$$P_0 = 0.516$$

$$P_{\text{зан}} = 0.484$$

$$A = 0.968$$

$$w = 3.032$$

$$T_{\text{обс}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$T_{\text{відг}} = 1.516$$

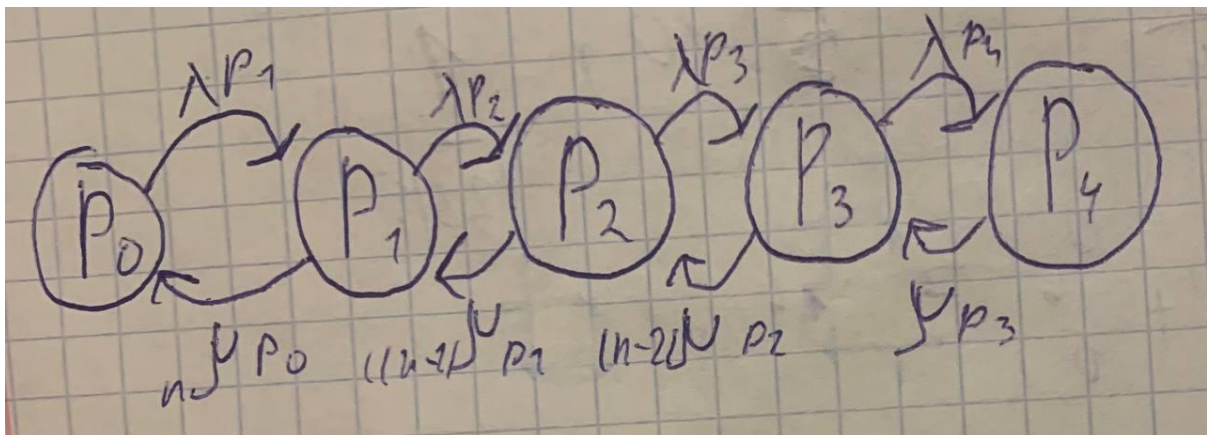
Завдання 8

Задано матрицю переходу $P_1 = (0.3 \ 0.7 \ 0.5 \ 0.5)$. Знайти матрицю переходу P_2 .

$$P_2 = (0.44 \ 0.56 \ 0.4 \ 0.6)$$

Завдання 9

Побудувати граф станів СМО « n -клієнтів – Web-сервер» (система М/М/1) і систему рівнянь Колмогорова для $n = 4$, $\lambda = 2$, $\mu = 1$. Знайти $P_{\text{зан}}$, P_0 , A , w , $T_{\text{обс}}$, $T_{\text{відг}}$.



$$P_4 = 16/31$$

$$P_3 = 8/31$$

$$P_2 = 4/31$$

$$P_1 = 2/31$$

$$P_0 = 1/31$$

$$P_{\text{зан}} = 30/31$$

$$A = 30/31$$

$$w = 3.516$$

$$T_{\text{обс}} = 1$$

$$T_{\text{від}} = 3.516$$

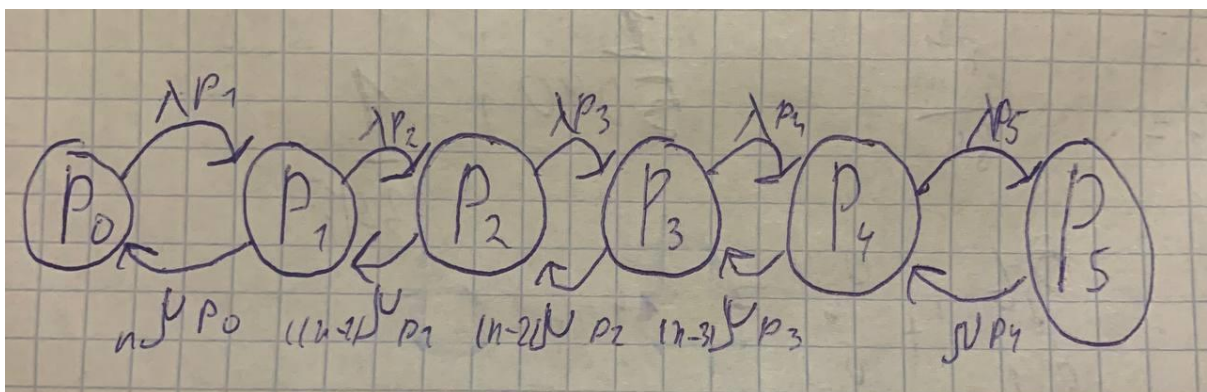
Завдання 10

Задано матрицю переходу $P1 = (0.6 \ 0.4 \ 0.1 \ 0.9)$. Знайти матрицю переходу $P2$.

$$P2 = (0.4 \ 0.6 \ 0.15 \ 0.85)$$

Завдання 11

Побудувати граф станів СМО « n -клієнтів – Web-сервер» (система M/M/1) і систему рівнянь Колмогорова для $n = 5$, $\lambda = 2$, $\mu = 1$. Знайти $P_{\text{зан}}$, P_0 , A , w , $T_{\text{обс}}$, $T_{\text{відг}}$.



$$P_0 = 1/63$$

$$P_5 = 32/63$$

$$P_4 = 16/63$$

$$P_3 = 8/63$$

$$P_2 = 4/63$$

$$P_1 = 2/63$$

$$P_{\text{зан}} = 62/63$$

$$A = 62/63$$

$$w = 4.507$$

$$T_{\text{обс}} = 1$$

$$T_{\text{від}} = 4.507$$

Контрольні питання

1. СМО — це математична модель, яка описує процес обслуговування клієнтів у системах, де є обмеження на кількість обслуговуючих каналів. У такій системі клієнти можуть перебувати за певним законом, бути обслугованими одним або кількома каналами і покидати систему після обслуговування. Основні елементи клієнти, канали, черга потік клієнтів, правила обслуговування
2. Найпростіший потік подій в СМО може бути описаний потоком Пуау, який є випадковим процесом, де події (прибуття клієнтів) відбуваються незалежно одна від одної з постійною інтенсивністю. $P_{\text{зан}}$, A , w , $T_{\text{обс}}$, $T_{\text{від}}$.
3. Середні час очікування клієнта в черзі, час обслуговування, кількість клієнтів в черзі та коеф використання обслуговуючого каналу
4. Тип потоку прибуття клієнтів, часові коливання, зовнішні фактори та попит.
5. Середня кількість клієнтів, яких обслуговує один канал за одиницю часу.
6. Без пам'яті — ймовірність переходу з одного стану в інший залежить тільки від поточного стану.
Тимчасова стаціонарність — ймовірності переходів не змінюються з часом.
Для моделювання процесів, де стан системи можна описати числом клієнтів, які знаходяться в черзі або у процесі обслуговування. Вони допомагають у аналізі ймовірності станів системи і визначенні характеристик обслуговування.

7. Стан роботи СМО, при якому статистичні характеристики системи не змінюються з часом. Це означає, що система знаходиться в рівновазі, і потоки прибуття та обслуговування стали сталими. Стаціонарний режим важливий для аналізу, оскільки дозволяє оцінити довгострокові показники продуктивності та ефективності системи. Відсутність стаціонарного режиму ускладнює прогнозування і планування ресурсів, оскільки змінні фактори можуть істотно впливати на систему.
8. Ймовірність того, що заявка не буде обслугована через те, що система не в змозі прийняти нову заявку. Ймовірність утрати заявки визначається як ймовірність того, що система вже заповнена і новий клієнт не зможе потрапити в чергу, тобто ймовірність того, що система перебуває в максимальному стані.
9. Коефіцієнт використання обслуговуючих каналів (ρ) — це частка часу, протягом якого канали обслуговують клієнтів (зайнятість каналів).
$$\rho = \lambda / \mu * n$$
10. λ / μ , Коефіцієнт завантаження допомагає оцінити, наскільки навантажена система. Якщо ρ наближається до 1 або перевищує його, це означає, що система працює на межі своїх можливостей, що може призвести до великого часу очікування або утрати заявок, якщо менше то система не ефективна.

*Роботу підготував
Гладкий Іван*