Практична робота № 6

Тема: Закони розподілу функцій випадкових величин. Композиція законів розподілу. Розподіл екстремальних значень.

Мета: набути практичних навичок розв'язання задач з обчислення функцій від випадкових величин, їх законів розподілу та числових характеристик.

Хід Роботи

Завдання 7

Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. X~N(a;σ^2) Y ~ E(λ).

За формулою згортки
fz (z)=$\int_{-\infty}^{\infty}$ (1/(sqrt(2πσ^2)))·exp(-((x−a)^2/(2σ^2)))·λexp(−λ(z−x))dx

Завдання 8

Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. X∼N(a1 ,σ1^2) Y∼N(a2 ,σ2^2)

Щільність розподілу

fz (z)= (1/(sqrt(2π(σ1^2+ σ2^2))))·exp(-((z−(a1 +a2)^2))/(2(σ1^2+ σ2^2)))

Відповідь: Z∼N(a1 +a2 ,σ1^2 +σ2^2).

Завдання 9

Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. X∼N(a,σ^2), Y∼U(a,b).

За формулою згортки
fz (z)= $\int_{a}^{b}$ (1/(sqrt(2πσ^2)))·exp(-((x−a)^2/(2σ^2)))·(1/(b-a))dx

Завдання 10

Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. X∼U(a,b) Y∼U(a,b)

Дві рівномірно розподілені випадкові величини, трапецієподібний розподіл

$$f_z(z) \begin{cases} \frac{z-2a}{|b-a|^2} & 2a \le z \le a+b \\ \frac{2b-z}{|b-a|^2} & a+b < z \le 2b \\ 0, & z < 2a,\ z > 2b \end{cases}$$

Завдання 11

Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. X~U(-a,a) Y~U(-a/2,a/2)

За формулою згортки, трикутний розподіл

$$f_z(z) = \begin{cases} \frac{z+a}{2a^2}, & -a \le z < 0 \\ \frac{a-z}{2a^2}, & 0 \le z \le a \\ 0, & z < -a,\ z > a \end{cases}$$

Контрольні питання

1. Дозволяє прогнозувати можливі перевантаження, вибір оптимальних параметрів для планування потужностей і розподілу ресурсів, а також забезпечення високої якості обслуговування. Якщо ми знаємо розподіл пікових навантажень, можна передбачити ймовірність того, що певні частини мережі будуть перевантажені, а також спланувати заходи для їхнього оптимального використання або розширення.
2. Для неперервної випадкової величини: математичне сподівання знаходиться через інтеграл функції g(x) по всій області можливих значень X.

Для дискретної випадкової величини: математичне сподівання — це сума значень функції g(x), помножених на ймовірність відповідного значення X.

3. Для неперервної випадкової величини дисперсія обчислюється як різниця між математичним сподіванням квадрата функції g(x) та квадратом математичного сподівання функції g(x)
   Для дискретної випадкової величини це буде сума квадратів значень функції, помножених на їх ймовірності, мінус квадрат математичного сподівання функції.
4. зрозуміти, як змінюється функція на різних інтервалах. Якщо функція монотонна, це дозволяє спростити обчислення ймовірностей і інтегралів, а також визначити області, де функція змінюється стабільно. Монотонність допомагає також визначити, чи буде функція обертаючоюся, або чи можуть бути особливі точки, де потрібно більш ретельно оцінювати її поведінку.
5. Моделювання загальних витрат, аналіз ризиків, погода та екологічні моделі, обчислення загальної кількості дефектів, черг і тд.

Роботу підготував
Гладкий Іван