

PERTEMUAN 12

TEKNIK NUMERIK UNTUK PENYELESAIAN INTEGRAL (INTEGRASI NUMERIK) (2)

Nama : Ismy Fana Fillah

NIM : G6401211001 – Paralel 1

TUJUAN PRAKTIKUM

Mahasiswa mampu menerapkan teknik-teknik penyelesaian integral menggunakan Program R.

TUGAS PRAKTIKUM

Nomor 1 dikerjakan manual, ditulis di kertas kemudian discan atau difoto kemudian gambarnya dimasukkan kedalam dokumen jawaban LKP.

1. Apakah bentuk integrasi berikut singular? Mengapa? Jika ya, ubahlah agar tidak singular lagi!

(i) $\int_{0.5}^2 \frac{1}{(1-x)} dx$

Jawab :

(i) $\int_{0.5}^2 \frac{1}{(1-x)} dx$ → merupakan bentuk integrasi singular karena pada saat $x=1$, fungsi tidak terdefinisi dimana $x=1$ berada pada selang $0.5 \leq x \leq 2$

↳ mengubah ke bentuk non singular

$\int_{0.5}^2 \frac{1}{(1-x)} dx$; misalkan $1-x = \sqrt{u} \rightarrow u = (1-x)^2 \rightarrow$ batas $\begin{cases} \text{atas} \\ \text{bawah} \end{cases} \begin{cases} x=2 \rightarrow u = (1-2)^2 = 1 \\ x=0.5 \rightarrow u = (1-0.5)^2 = 0.25 \end{cases}$
 $dx = -\frac{1}{2\sqrt{u}} du$

maka,

$$\int_{0.25}^1 \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot -\frac{1}{2\sqrt{u}} du$$

$$\int_{0.25}^1 -\frac{1}{2u} du \rightarrow \text{merupakan bentuk non singularnya.}$$

(ii) $\int_{-1}^2 \frac{3x^2-2x}{x^3-x^2+2} dx$

Jawab :

(ii) $\int_{-1}^2 \frac{3x^2-2x}{x^3-x^2+2} dx = \int_{-1}^2 \frac{x(3x-2)}{(x+1)(x^2-2x+2)} dx \rightarrow$ bentuk integrasi singular,
 Karena pada saat $x = -1$, fungsi tidak terdefinisi
 yang mana $x = -1$ berada pada selang $-1 \leq x \leq 2$

↳ mengubah ke bentuk non singular

$\int_{-1}^2 \frac{x(3x-2)}{(x+1)(x^2-2x+2)} dx$; misalkan $(x+1) = u^2 \rightarrow u = \sqrt{x+1} \rightarrow$ batas
 atas $x = 2 \rightarrow u = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$
 bawah $x = -1 \rightarrow u = \sqrt{-1+1} = \sqrt{0} = 0$
 $dx = 2u du$

maka,

$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{(u^2-1)(3(u^2-1)-2)}{u^2((u^2-1)^2-2(u^2-1)+2)} 2u du$
 $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{6u^4 - 16u^2 + 10}{u^4 - 4u^2 + 5} du$ merupakan bentuk non-singular

(iii) $\int_{-1}^0 \cos(x)/x^{2/3} dx$

Jawab :

(iii) $\int_{-1}^0 \frac{\cos x}{x^{2/3}} dx \rightarrow$ merupakan bentuk integrasi singular,
 karena pada saat $x = 0$, fungsi tidak terdefinisi
 yang mana $x = 0$ berada pada selang $-1 \leq x \leq 0$

↳ mengubah ke bentuk non-singular

$\int_{-1}^0 \frac{\cos x}{x^{2/3}} dx$; misalkan $x^{2/3} = u^2 \rightarrow x = u^3 \rightarrow$ batas
 atas $x = 0 \rightarrow u^3 = 0^3 = 0$
 bawah $x = -1 \rightarrow u^3 = (-1)^3 = -1$
 $\frac{2}{3}x^{1/3} dx = 2u du \rightarrow dx = 3u^2 du$
 $\frac{3}{2}x^{2/3} dx = 3u du \rightarrow dx = 2u x^{1/3} du$
 $dx = 3u^2 du$

maka,

$\int_{-1}^0 \frac{\cos(u^3)}{u^2} 3u^2 du$
 $\int_{-1}^0 \cos(u^3) du$ merupakan bentuk non-singular

Nomor 2 dilakukan dengan menggunakan program R. Tuliskan program R yang digunakan dan tunjukkan hasilnya.

2. Hitunglah

$$\int_1^3 \int_0^2 x^2 y^3 - xy \, dy dx$$

Gunakan

a. kaidah Simpson untuk kedua arah, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

Jawab :



```

1  #nomor 2a - simpson utk kedua arah
2  simpsonlipat <- function(f, a, b, c, d, h1, h2){
3    hasil=0
4    for (i in seq(a, b, by=h1)){
5      sum=0
6      for(j in seq(c, d, by=h2)){
7        if(j==c||j==d){
8          sum<-sum+ f(i,j)
9        }
10       else if(((j-c)/h2)%2==0){
11         sum<-sum+2*f(i,j)
12       }
13       else if(((j-c)/h2)%2==1){
14         sum<-sum+4*f(i,j)
15       }
16     }
17     if(i==a||i==b){
18       hasil<-hasil+(h2/3)*sum
19     }
20     else if(((i-a)/h2)%2==1){
21       hasil<-hasil+4*((h2/3)*sum)
22     }
23     else if(((i-a)/h2)%2==0){
24       hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
25     }
26   }
27   return((h1/3)*hasil)
28 }
29
30 func<-function(x,y){
31   (x^2*y^3)-(x*y)
32 }
33
34 simpsonlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
35
36

```

```

R 4.2.1 ~|
+      hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
+    }
+  }
+  return((h1/3)*hasil)
+ }
> func<-function(x,y){
+   (x^2*y^3)-(x*y)
+ }
>
> simpsonlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 26.66667
>

```

- b. kaidah trapesium untuk kedua arah, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

Jawab :

```

32 (x^2=y^3)-(x*y)
33 }
34
35 simpsonlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
36
37
38 #nomor 2b - trapesium utk kedua arah
39 trapesiumlipat <- function(f, a, b, c, d, h1, h2){
40   hasil=0
41   for(i in seq(a, b, by=h1)){
42     sum=0
43     for(j in seq(c, d, by=h2)){
44       if(j==c||j==d){
45         sum<-sum+f(1,j)
46       }
47       else{
48         sum<-sum+2*f(1,j)
49       }
50     }
51     if(i==a||i==b){
52       hasil<-hasil+(h2/2)*sum
53     }
54     else{
55       hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
56     }
57   }
58   return((h1/2)*hasil)
59 }
60 func <- function(x,y){
61   (x^2=y^3)-(x*y)
62 }
63
64 trapesiumlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
65
42:10 trapesiumlipat(f, a, b, c, d, h1, h2) :

```

```

R 4.2.1 ~ /
+   hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
+   }
+   }
+   return((h1/2)*hasil)
+ }
> func <- function(x,y){
+   (x^2=y^3)-(x*y)
+ }
>
> trapesiumlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 29.1875
>

```

- c. kaidah trapesium untuk arah x , dan kaidah Simpson untuk arah y , $\Delta x = \Delta y = 0.5$

Jawab :

```

66
67 #nomor 2c - trapesium arah x, simpson arah y
68 trapesiumsimpson <- function(f, a, b, c, d, h1, h2){
69   hasil=0
70   for(i in seq(a, b, by=h1)){
71     sum=0
72     for(j in seq(c, d, by=h2)){
73       if(j==c||j==d){
74         sum<-sum+f(1,j)
75       }
76       else if(((j-c)/h2)%2==1){
77         sum<-sum+4*f(1,j)
78       }
79       else if(((j-c)/h2)%2==0){
80         sum<-sum+2*f(1,j)
81       }
82     }
83     if(i==a||i==b){
84       hasil<-hasil+(h2/3)*sum
85     }
86     else{
87       hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
88     }
89   }
90   return((h1/2)*hasil)
91 }
92 f3<-function(x,y){
93   (x^2=y^3)-(x*y)
94 }
95
96 trapesiumsimpson(f3, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
97
64:43 (Top Level) :

```

```

R 4.2.1 ~ /
+   hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
+   }
+   }
+   return((h1/2)*hasil)
+ }
> f3<-function(x,y){
+   (x^2=y^3)-(x*y)
+ }
>
> trapesiumsimpson(f3, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 27
>

```

- d. kaidah Simpson untuk arah x , dan kaidah trapesium untuk arah y , $\Delta x = \Delta y = 0.5$

Jawab :

```
98
99 #nomor 2d - simpson arah x, trapesium arah y
100 simpsontrapesium<-function(f, a, b, c, d, h1, h2){
101   hasil=0
102   for(i in seq(a, b, by=h1)){
103     sum=0
104     for(j in seq(c, d, by=h2)){
105       if(j==c||j==d){
106         sum<-sum+f(i,j)
107       }else{
108         sum<-sum+2*f(i,j)
109       }
110     }
111     if(i==a||i==b){
112       hasil<-hasil+(h2/2)*sum
113     }
114     else if(((i-a)/h2)%2==1){
115       hasil<-hasil+4*((h2/2)*sum)
116     }
117     else if(((i-a)/h2)%2==0){
118       hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
119     }
120   }
121   return((h1/3)*hasil)
122 }
123 f4<-function(x,y){
124   (x^2*y^3)-(x*y)
125 }
126
127 simpsontrapesium(f4, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
128
96:43 (Top Level) ±
```

Console Terminal × Background Jobs ×

R 4.2.1 · ~ /

```
+   hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
+ }
+ return((h1/3)*hasil)
+ }
> f4<-function(x,y){
+   (x^2*y^3)-(x*y)
+ }
>
> simpsontrapesium(f4, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 28.83333
>
```