

PERTEMUAN 14

TEKNIK NUMERIK UNTUK PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA

TUGAS PRAKTIKUM

1. Tentukan bentuk baku dari masing-masing bentuk PDB di bawah ini, dan hitung nilai untuk $y(0) = 1$ untuk masing-masing PDB
 - a) $y'' + 5y' + 6y = 0$
 - b) $2yy' = x + 1$
 - c) $y' + y/x = x + 5$
 - d) $y' + 2y/x = 0$

Nama : Athifah Muflihah

NIM : 66401201033

① Tentukan bentuk PDB, nilai $y(0) = 1$

a) $y'' + 5y' + 6y = 0$

utk nilai $y(0) = 1$

misal : $y = e^{rx}$

$C_1 e^0 + C_2 e^0 = 1$

$y' = r e^{rx}$

$C_1 + C_2 = 1$

$y'' = r^2 e^{rx}$

$C_1 = 1 - C_2$

$y'' + 5y' + 6y = 0$

$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$

$r^2 e^{rx} + 5 r e^{rx} + 6 e^{rx} = 0$

$y = (1 - C_2) e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$

$(r^2 + 5r + 6) e^{rx} = 0$

$y = e^{-2x} - C_2 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$

$(r+2)(r+3) e^{rx} = 0$

$y = e^{-2x} + C_2 e^{-3x} (1 - e^x)$

$r_1 = -2, r_2 = -3$

$y = e^{-3x} (e^x + C_2 (1 - e^x))$

Maka bentuk baku :

$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$

$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$

b) $2y y' = x + 1$

utk nilai $y(0) = 1$

$2y \frac{dy}{dx} = x + 1$

$y^2 = \frac{1}{2} x^2 + x + C$

$2y dy = (x+1) dx$

$1 = \frac{1}{2} 0^2 + 0 + C$

$\int 2y dy = \int (x+1) dx$

$C = 1$

$y^2 = \frac{1}{2} x^2 + x + C$

$y^2 = \frac{1}{2} x^2 + x + 1$

$y = \sqrt{\frac{1}{2} x^2 + x + 1}$

DATE :

c) $y' + \frac{y}{x} = x + 5$ $\int 1 d(xy) = \int (x^2 + 5x) dx$

$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x + 5$ $xy = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C$

$x \frac{dy}{dx} + y = (x+5)x$ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{C}{x}$

$\frac{d(xy)}{dx} = x^2 + 5x$ utk nilai $y(0) = 1$

$\int d(xy) = \int (x^2 + 5x) dx$ $1 = \frac{0^3}{3} + \frac{5(0)}{2} = \frac{C}{0}$

$\frac{d(xy)}{dx} = x^2 + 5x$ undefined

d) $y' + \frac{2y}{x} = 0$ utk nilai $y(0) = 1$

$x^2 y' + 2xy = 0$ $y = \frac{C}{x^2}$

$(x^2 y)' = 0$ $0 = \frac{C}{x^2}$ undefined

$\int (x^2 y)' = \int 0$

$x^2 y = C$

$y = \frac{C}{x^2}$

2. Pilih 2 soal dari pertanyaan nomor 1 untuk diselesaikan dengan menggunakan metode Euler dan Heun. Gunakan nilai $y(0) = 1$ yang sudah didapatkan dan secara iterative dan rekursif untuk mendapatkan nilai $y=f(0.1)$ dengan ukuran langkah $h = 0.05$.

Selanjutnya bandingkan dengan hasil perhitungan yang **didapat secara manual**.

$$2yy' = x + 1$$

$$y' = \frac{x+1}{2y} \rightarrow f(x,y) = \frac{x+1}{2y}, \quad y(0) = 1, \quad h = 0,05$$

Metode Euler (sampai $x = 0,1$)

$$\bullet x_0 = 0 \rightarrow y_0 = 1$$

$$\bullet x_1 = 0,05 \rightarrow y_1 = y_0 + 0,05 \left(\frac{x_0 + 1}{2y_0} \right) = 1 + 0,05 \left(\frac{0 + 1}{2(1)} \right) = 1,025$$

$$\bullet x_2 = 0,1 \rightarrow y_2 = y_1 + 0,05 \left(\frac{x_1 + 1}{2y_1} \right) = 1,025 + 0,05 \left(\frac{0,05 + 1}{2(1,025)} \right) = 1,05060$$

Metode Heun (sampai $x = 0,1$)

$$\bullet x_0 = 0 \rightarrow y_0 = 1$$

$$\bullet x_1 = 0,05 \rightarrow y_1^0 = 1 + 0,05 \left(\frac{0 + 1}{2(1)} \right) = 1,025$$

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2} [f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1^0)]$$

$$y_1 = 1 + \frac{0,05}{2} \left[\left(\frac{0 + 1}{2(1)} \right) + \left(\frac{0,05 + 1}{2(1,025)} \right) \right] = 1,0253$$

$$\bullet x_2 = 0,1 \rightarrow y_2^0 = 1,0253 + 0,05 \left(\frac{0,05 + 1}{2(1,0253)} \right) = 1,0509$$

$$y_2 = y_1 + \frac{h}{2} [f(x_1, y_1) + f(x_2, y_2^0)]$$

$$= 1,0253 + \frac{0,05}{2} \left[\left(\frac{0,05 + 1}{2(1,0253)} \right) + \left(\frac{0,1 + 1}{2(1,0509)} \right) \right] = 1,05119$$

hasil metode Euler = 1,05060 \rightarrow berbeda 0,00059

hasil metode Heun = 1,05119

DATE :

Analisis perbandingan

$$y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + x + 1}, \text{ utk } x = 0,1$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}(0,1)^2 + 0,1 + 1}$$

$$= 1,05119$$

Hasil sebenarnya	Metode Euler	Metode heun
1,05119	1,05060	1,05119

Metode heun lebih akurat dibandingkan metode euler