PERTEMUAN 13

TEKNIK NUMERIK UNTUK PENYELESAIAN INTEGRASI DAN TURUNAN NUMERIK

TUJUAN PRAKTIKU

Mahasiswa mampu menerapkan teknik-teknik penyelesaian integrasi dan turunan numerik menggunakan Program R.

TUGAS PRAKTIKUM

Lakukan penghitungan manual dan program R.

1. Hitunglah

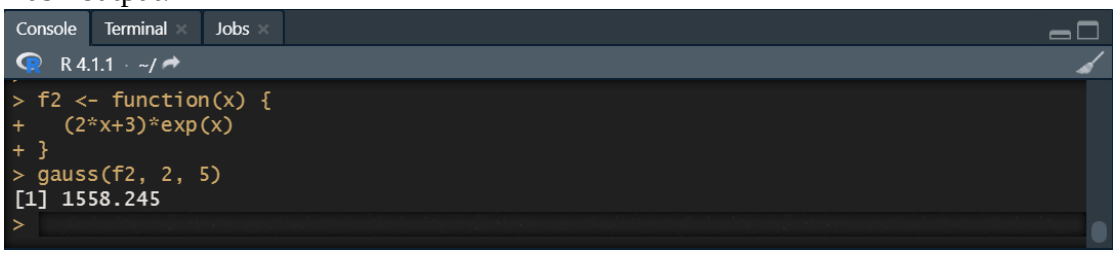
$$\int_2^5 (2x+3)\, e^x$$

Gunakan kaidah Gauss-Legendre 2-titik untuk menghitung nilai integral diatas.

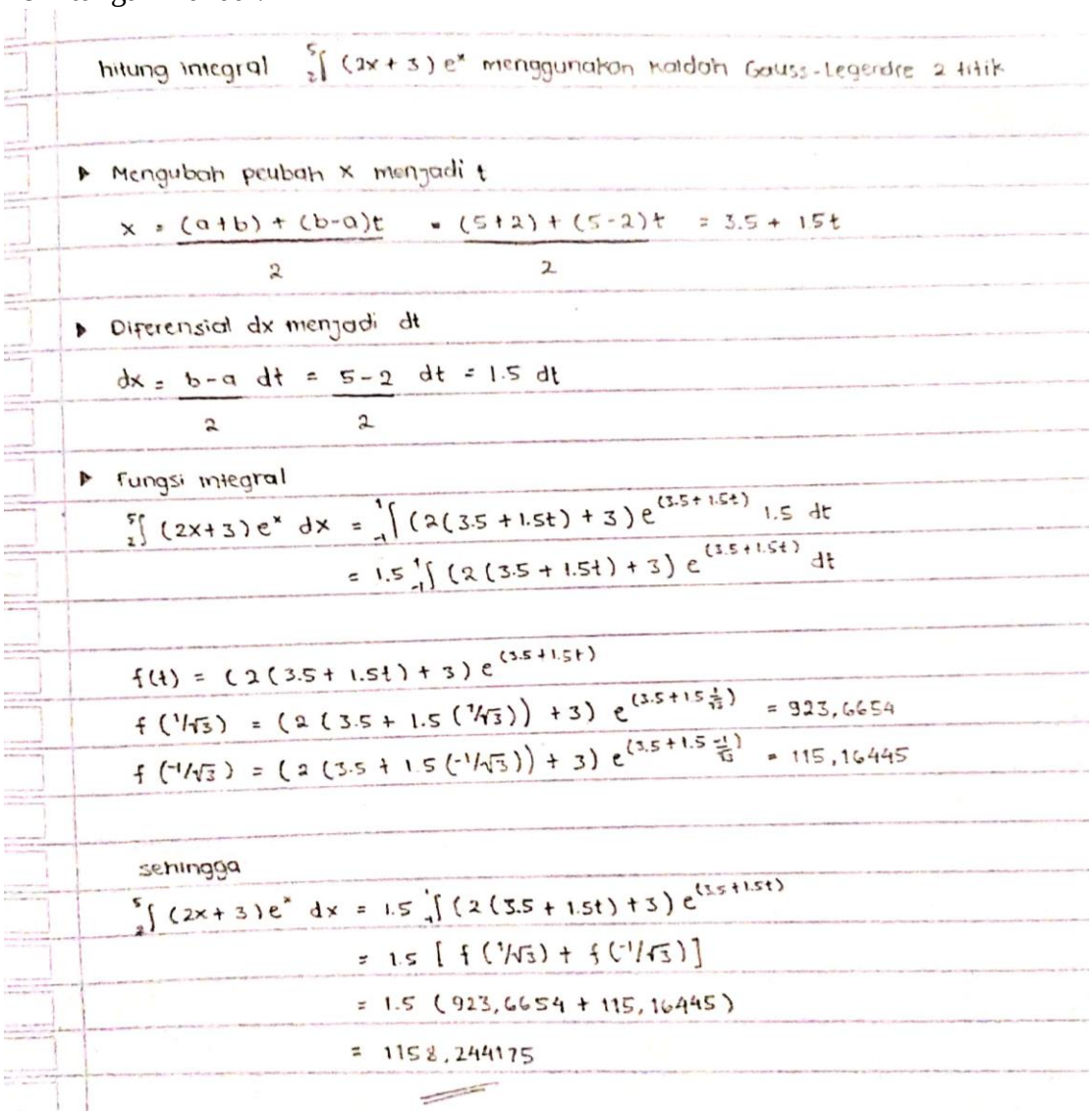
Syntax program R:

```
gauss <- function(f, a, b) {
  x <- function(u) {
    ((u+1)*(b-a)+2*a)/2
  }
  t1 <- x(1/sqrt(3))
  t2 <- x(-1/sqrt(3))
  hasil <- ((b-a)/2)*(f(t1)+f(t2))
  return(hasil)
}

f2 <- function(x) {
  (2*x+3)*exp(x)
}

gauss(f2, 2, 5)
```

Hasil output:



Perhitungan manual:



2. Misalkan $f(x) = \ln(x^3 - x + 1)$

n	x
-1	0.99
0	1.00
1	1.01

Hitunglah hampiran f'(1) dengan menggunakan rumus selisih maju, rumus selisih mundur, dan rumus selisih bedda pusat untuk nilai-nilai h = 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001. Bandingkan galat untuk tiap rumusnya.

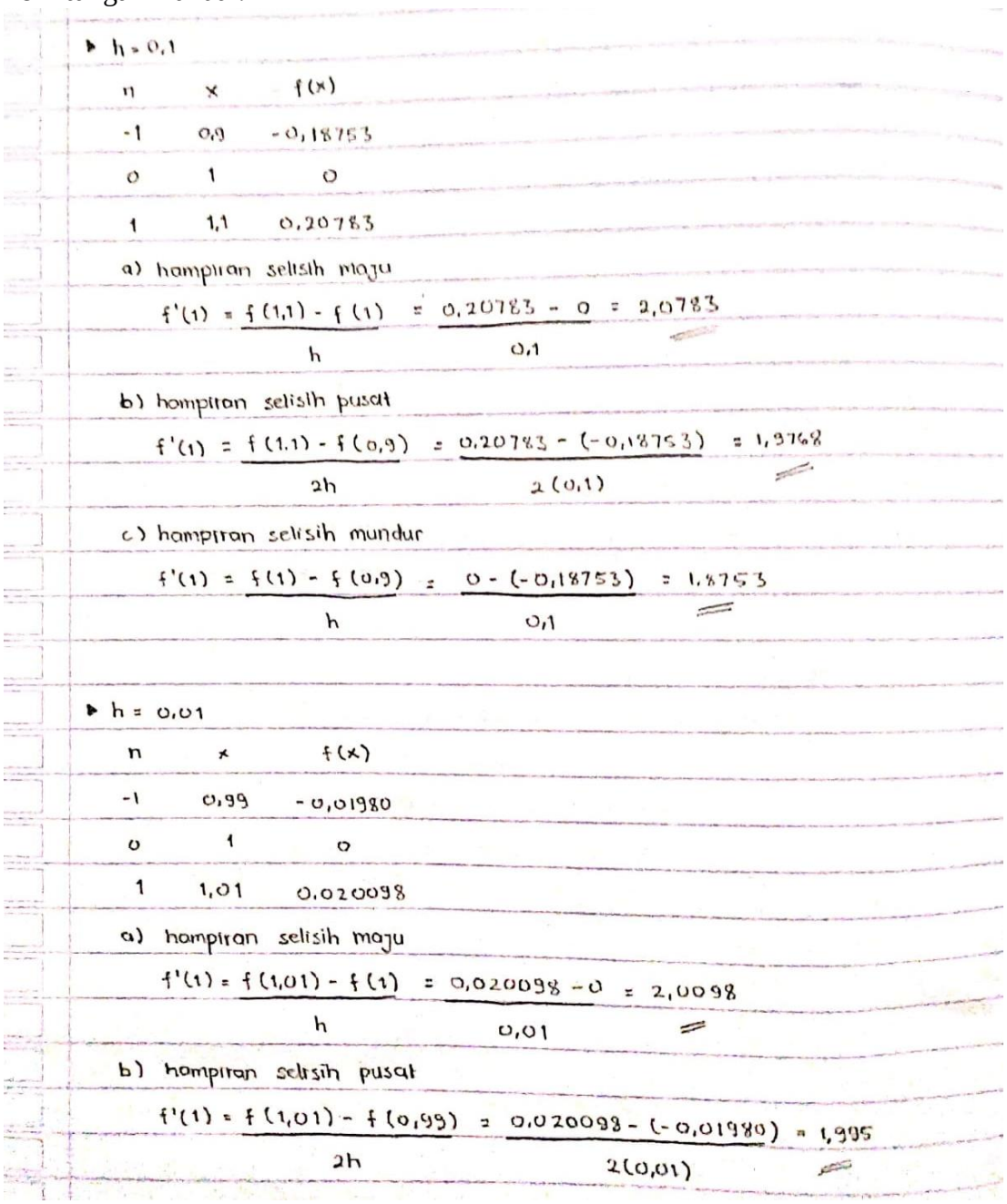
Syntax Program R:

```
turunan <- function(f, x, h) {
  mb = NULL
  mc = NULL
  md = NULL
  me = NULL
  mf = NULL
  mg = NULL
  mh = NULL

  x0 = x-h
  x1 = x
  x2 = x+h

  dx <- genD(func = f, x = x)$D[1]

  maju <- (f(x2)-f(x1))/h
  pusat <- (f(x2)-f(x0))/2*h
  mundur <- (f(x1)-f(x0))/h

  galat1 <- abs (maju-dx)
  galat2 <- abs (pusat-dx)
  galat3 <- abs (mundur-dx)

  mb[1] = h
  mc[1] = maju
  md[1] = pusat
  me[1] = mundur
  mf[1] = galat1
  mg[1] = galat2
  mh[1] = galat3

  matriks <- matrix(c(mb, mc, md, me, mf, mg, mh), ncol=7,
                    dimnames = list(NULL, c("h", "selisih
maju", "selisih pusat", "selisih mundur", "galat maju",
"galat pusat", "galat mundur" )))
  return(matriks)
}

f3 <- function(x) {
  log(x^3-x+1)
}

turunan(f3, 1, 0.1)
turunan(f3, 1, 0.01)
turunan(f3, 1, 0.001)
turunan(f3, 1, 0.0001)
```

Hasil output:

```
Console  Terminal  Jobs
R 4.1.1 · ~/
> turunan(f3, 1, 0.1)
       h selisih maju selisih pusat selisih mundur galat maju galat pusat galat mundur
[1,] 0.1     2.078268     0.0197681       1.875351 0.07826847    1.980232    0.1246488
> turunan(f3, 1, 0.01)
        h selisih maju selisih pusat selisih mundur galat maju galat pusat galat mundur
[1,] 0.01     2.009768  0.0001999767       1.989765 0.00976818      1.9998   0.01023482
> turunan(f3, 1, 0.001)
         h selisih maju selisih pusat selisih mundur   galat maju galat pusat galat mundur
[1,] 0.001     2.000998  1.999998e-06       1.998998 0.0009976682    1.999998  0.001002335
> turunan(f3, 1, 0.0001)
         h selisih maju selisih pusat selisih mundur   galat maju galat pusat galat mundur
[1,] 1e-04       2.0001         2e-08         1.9999 9.997668e-05           2 0.0001000233
>
```

Perhitungan manual:



c) hampiran selisih mundur

$$f'(1) = \frac{f(1) - f(0,99)}{h} = \frac{0 - (-0,01980)}{0,01} = 1,980$$

▶ h = 0,001

n	x	f(x)
-1	0,999	-0,001999
0	1	0
1	1,001	0,002001

a) hampiran selisih maju

$$f'(1) = \frac{f(1,001) - f(1)}{h} = \frac{0,002001 - 0}{0,001} = 2,001$$

b) hampiran selisih pusat

$$f'(1) = \frac{f(1,001) - f(0,999)}{2h} = \frac{0,002001 - (-0,001999)}{2(0,001)} = 2$$

c) hampiran selisih mundur

$$f'(1) = \frac{f(1) - f(0,999)}{h} = \frac{0 - (-0,001999)}{0,001} = 1,999$$

▶ h = 0,0001

n	x	f(x)
-1	0,9999	-0,0001999
0	1	0
1	1,0001	0,00020001

a) hampiran selisih maju

$$f'(1) = \frac{f(1,0001) - f(1)}{h} = \frac{0,00020001 - 0}{0,0001} = 2,0001$$

b) hampiran selisih pusat

$$f'(1) = \frac{f(1,0001) - f(0,9999)}{2h} = \frac{0,00020001 - (-0,0001999)}{2(0,0001)} = 1,99955$$

DATE :

c) hampiran selisih mundur

$$f'(1) = \frac{f(1) - f(0,9999)}{h} = \frac{0 - (-0,0001999)}{0,0001} = 1,999$$

Perbandingan nilai galat

h	Selisih maju	Selisih pusat	Selisih mundur
0.1	.078268	.02319	.124649
0.01	.009768	.000233	.010235
0.001	.000998	.000002	.001002
0.0001	.0001	0	.0001

* Galat = Nilai turunan asli – Nilai selisih