**PERTEMUAN 12**

**TEKNIK NUMERIK UNTUK PENYELESAIAN INTEGRAL (INTEGRASI NUMERIK) (2)**

Nama : Ismy Fana Fillah

NIM : G6401211001 – Paralel 1

## TUJUAN PRAKTIKUM

Mahasiswa mampu menerapkan teknik-teknik penyelesaian integral menggunakan Program R.

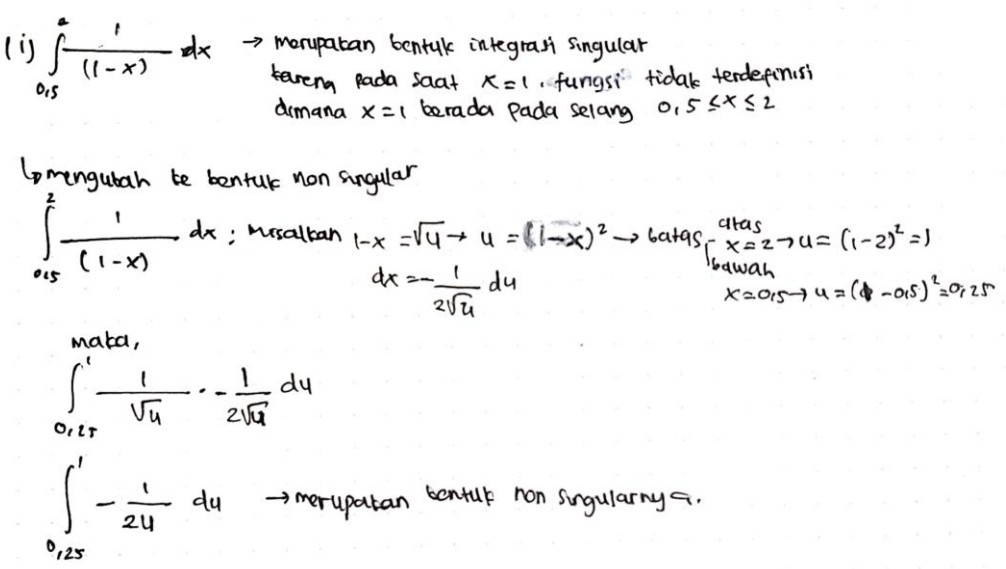
## TUGAS PRAKTIKUM

Nomor 1 dikerjakan manual, ditulis di kertas kemudian di*scan* atau difoto kemudian gambarnya dimasukkan kedalam dokumen jawaban LKP.

1. Apakah bentuk integrasi berikut singular? Mengapa? Jika ya, ubahlah agar tidak singular lagi!

   (i) $\int_{0.5}^{2} \frac{1}{(1-x)} dx$

   **Jawab :**



(ii) $\int_{-1}^{2} \frac{3x^2-2x}{x^3-x^2+2}\,dx$

**Jawab :**

(ii) $\int_{-1}^{2} \frac{3x^2-2x}{x^3-x+2}\,dx = \int_{-1}^{2} \frac{x(3x-2)}{(x+1)(x^2-2x+2)}$ → bentuk integrasi singular,
karena pada saat $x=-1$, fungsi tidak terdefinisi
yang mana $x=-1$ berada pada selang $-1 \le x \le 2$

↳ mengubah ke bentuk non singular

$\int_{-1}^{2} \frac{x(3x-2)}{(x+1)(x^2-2x+2)}\,dx$ ; misalkan $(x+1) = u^2 \longrightarrow u = \sqrt{x+1}$ → batas
$dx = 2u\,du$

atas → $x = 2$
$u = \sqrt{x+1} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$
bawah
$x = -1$
$u = \sqrt{x+1} = \sqrt{0} = 0$

maka,

$\int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{(u^2-1)(3(u^2-1)-2)}{u^2((u^2-1)^2-2(u^2-u)+2)} 2u\,du$

$\int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{6u^4-16u^2+10}{u^4-4u^2+5}\,du$ merupakan bentuk non-singular

(iii) $\int_{-1}^{0} cos\,(x)/x^{2/3}\,dx$

**Jawab :**

(iii) $\int_{-1}^{0} \frac{\cos x}{x^{2/3}}\,dx$ → merupakan bentuk integrasi singular,
karena pada saat $x=0$, fungsi tidak terdefinisi
yang mana $x=0$ berada pada selang $-1 \le x \le 0$

↳ mengubah ke bentuk non-singular

$\int_{-1}^{0} \frac{\cos x}{x^{2/3}}\,dx$ ; misalkan $x^{\frac{2}{3}} = u^2 \longrightarrow x = u^3$ → batas
$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}dx = 2u\,du$ $dx = 3u^2\,du$
$3x^{\frac{1}{3}}dx = 3u\,du$
$dx = 3u\,x^{\frac{1}{3}}du$
$dx = 3u^2\,du$

atas
$x = 0 \rightarrow u^3 = 0^3 = 0$
bawah
$x = -1 \rightarrow u^3 = (-1)^3 = -1$

maka,

$\int_{-1}^{0} \frac{\cos(u^3)\,3u^2\,du}{u^2}$

$3\int_{-1}^{0} \cos(u^3)\,du$ merupakan bentuk non-singular

Nomor 2 dilakukan dengan menggunakan program R. Tuliskan program R yang digunakan dan tunjukkan hasilnya.

2. Hitunglah

$$\int_1^3 \int_0^2 x^2y^3 - xy \; dydx$$

Gunakan

a. kaidah Simpson untuk kedua arah, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

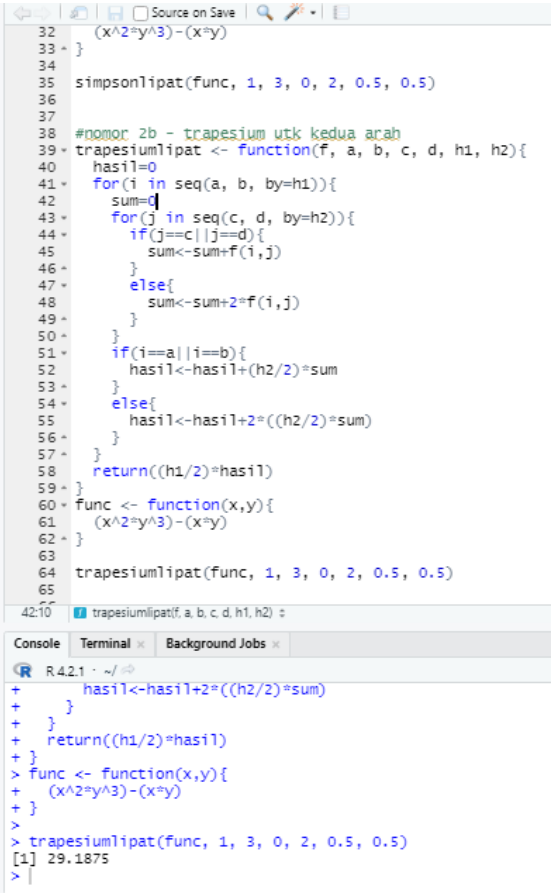
**Jawab :**

```
#nomor 2a - simpson utk kedua arah
simpsonlipat <- function(f, a, b, c, d, h1, h2){
  hasil=0
  for (i in seq(a, b, by=h1)){
    sum=0
    for(j in seq(c, d, by=h2)){
      if(j==c||j==d){
        sum<-sum+ f(i,j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2==0){
        sum<-sum+2*f(i,j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2==1){
        sum<-sum+4*f(i,j)
      }
    }
    if(i==a||i==b){
      hasil<-hasil+(h2/3)*sum
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2==1){
      hasil<-hasil+4*((h2/3)*sum)
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2==0){
      hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
    }
  }
  return((h1/3)*hasil)
}
func<-function(x,y){
  (x^2*y^3)-(x*y)
}

simpsonlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
```

```
+       hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
+     }
+   }
+   return((h1/3)*hasil)
+ }
> func<-function(x,y){
+   (x^2*y^3)-(x*y)
+ }
>
> simpsonlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 26.66667
>
```

b. kaidah trapesium untuk kedua arah, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

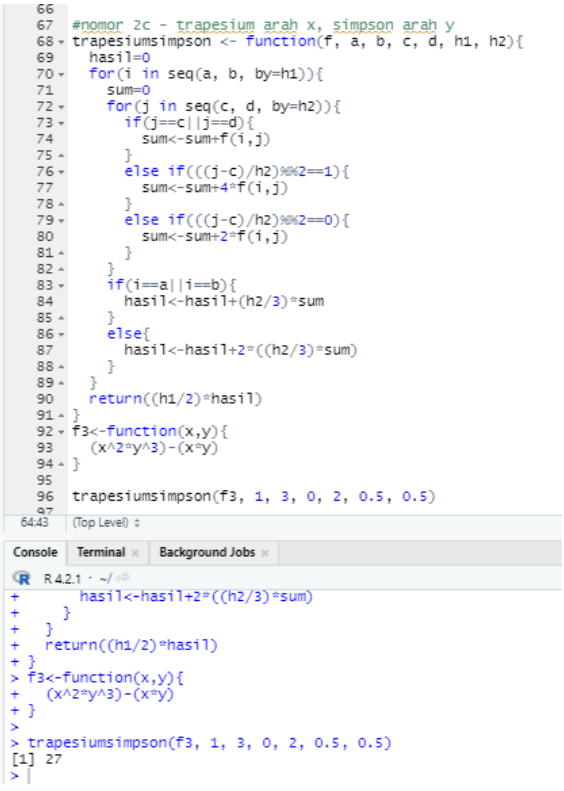
**Jawab :**



```
  (x^2*y^3)-(x*y)
}

simpsonlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)


#nomor 2b - trapesium utk kedua arah
trapesiumlipat <- function(f, a, b, c, d, h1, h2){
  hasil=0
  for(i in seq(a, b, by=h1)){
    sum=0
    for(j in seq(c, d, by=h2)){
      if(j==c||j==d){
        sum<-sum+f(i,j)
      }
      else{
        sum<-sum+2*f(i,j)
      }
    }
    if(i==a||i==b){
      hasil<-hasil+(h2/2)*sum
    }
    else{
      hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
    }
  }
  return((h1/2)*hasil)
}
func <- function(x,y){
  (x^2*y^3)-(x*y)
}

trapesiumlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)

42:10  trapesiumlipat(f, a, b, c, d, h1, h2) :

Console  Terminal  Background Jobs

R 4.2.1 · ~/

+       hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
+     }
+   }
+   return((h1/2)*hasil)
+ }
> func <- function(x,y){
+   (x^2*y^3)-(x*y)
+ }
>
> trapesiumlipat(func, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 29.1875
>
```

c. kaidah trapesium untuk arah $x$, dan kaidah Simpson untuk arah $y$, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

**Jawab :**



```

#nomor 2c - trapesium arah x, simpson arah y
trapesiumsimpson <- function(f, a, b, c, d, h1, h2){
  hasil=0
  for(i in seq(a, b, by=h1)){
    sum=0
    for(j in seq(c, d, by=h2)){
      if(j==c||j==d){
        sum<-sum+f(i,j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2==1){
        sum<-sum+4*f(i,j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2==0){
        sum<-sum+2*f(i,j)
      }
    }
    if(i==a||i==b){
      hasil<-hasil+(h2/3)*sum
    }
    else{
      hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
    }
  }
  return((h1/2)*hasil)
}
f3<-function(x,y){
  (x^2*y^3)-(x*y)
}

trapesiumsimpson(f3, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)

64:43  (Top Level) :

Console  Terminal  Background Jobs

R 4.2.1 · ~/

+       hasil<-hasil+2*((h2/3)*sum)
+     }
+   }
+   return((h1/2)*hasil)
+ }
> f3<-function(x,y){
+   (x^2*y^3)-(x*y)
+ }
>
> trapesiumsimpson(f3, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 27
>
```

d. kaidah Simpson untuk arah $x$, dan kaidah trapesium untuk arah $y$, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

**Jawab :**

```
#nomor 2d - simpson arah x, trapesium arah y
simpsontrapesium<-function(f, a, b, c, d, h1, h2){
  hasil=0
  for(i in seq(a, b, by=h1)){
    sum=0
    for(j in seq(c, d, by=h2)){
      if(j==c||j==d){
        sum<-sum+f(i,j)
      }else{
        sum<-sum+2*f(i,j)
      }
    }
    if(i==a||i==b){
      hasil<-hasil+(h2/2)*sum
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2==1){
      hasil<-hasil+4*((h2/2)*sum)
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2==0){
      hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
    }
  }
  return((h1/3)*hasil)
}
f4<-function(x,y){
  (x^2*y^3)-(x*y)
}

simpsontrapesium(f4, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
```

```
96:43  (Top Level) ÷
Console  Terminal ×  Background Jobs ×
R 4.2.1 · ~/
+       hasil<-hasil+2*((h2/2)*sum)
+     }
+   }
+   return((h1/3)*hasil)
+ }
> f4<-function(x,y){
+   (x^2*y^3)-(x*y)
+ }
>
> simpsontrapesium(f4, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 28.83333
>
```