

Hari/ Tanggal : Jumat, 22 Oktober 2021

Nama : Athifah Muflihah

### TUGAS PRAKTIKUM

1. Diberikan fungsi

$$g(t) = \frac{t^3 + 10t}{\sqrt{t^2 + 4}}$$

- a. Buatlah fungsi pertama tersebut ke dalam R dengan nama “g”.

```
g <- expression((t^3+10*t)/(sqrt(t^2+4)))
```

- b. Lalu, buatlah fungsi turunan pertama dan kedua dari fungsi tersebut dalam R dengan nama “dg” dan “ddg”.

```
dg <- D(g, 't')  
ddg <- D(dg, 't')
```

- c. Nilai sebenarnya untuk turunan pertama dan turunan kedua dari fungsi tersebut untuk  $t = 0.17$  adalah 4.9893887507511465 dan -0.12220126555306014. Hitunglah nilai pendekatan, galat absolut dan galat relatif dari turunan pertama dan turunan kedua  $g(t)$  dengan R. Bandingkan nilai sebenarnya dan nilai pendekatannya dengan membuat tabel.

Mencari nilai pendekatan menggunakan R

```
t <- 0.17  
eval(dg)  
eval(ddg)
```

Menghitung galat absolut

- Fungsi dg  
Nilai sebenarnya = 4.9893887507511465  
Nilai pendekatan = 4.989389  
 $E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$   
 $E_t = |4.9893887507511465 - 4.989389|$   
 $E_t = |-0.000000249488535|$   
 **$E_t = 0.000000249488535$**
- Fungsi ddg  
Nilai sebenarnya = -0.12220126555306014

Nilai pendekatan = -0.1222013

$$E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$$

$$E_t = |-0.12220126555306014 - (-0.1222013)|$$

$$E_t = |0.00000003444693986|$$

$$E_t = \mathbf{0.00000003444693986}$$

Menghitung galat relatif

- Fungsi dg

Nilai sebenarnya = 4.9893887507511465

Nilai pendekatan = 4.989389

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{4.9893887507511465 - 4.989389}{4.9893887507511465} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| -\frac{4.98497707}{9978775015022930} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \frac{4.98497707}{9978775015022930} \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{4,99558 \times 10^{-14}}$$

- Fungsi ddg

Nilai sebenarnya = -0.12220126555306014

Nilai pendekatan = -0.1222013

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{-0.12220126555306014 - (-0.1222013)}{-0.12220126555306014} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| -\frac{1722346993}{6110063277653007} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \frac{1722346993}{6110063277653007} \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{2.81887 \times 10^{-5}}$$

Tabel perbandingan nilai sebenarnya dan nilai pendekatan

Fungsi	Nilai sebenarnya	Nilai Pendekatan
dg	4.9893887507511465	4.989389
ddg	-0.12220126555306014	-0.1222013

- d. Jelaskan penyebab galat dari 1c.

Penyebab galat pada fungsi ini adalah error mesin dimana terjadi ketika mengkalkulasikan menggunakan pemrograman R akan dilakukan rounding pada 6 digit desimal dibelakang koma. Hal ini dapat terjadi karena keterbatasan mantissa sehingga bilangan perlu dipendekkan dengan cara melakukan *rounding*.

2. Diberikan fungsi berikut

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2x}, x \neq 0$$

a. Buatlah fungsi f(x) dalam R. Beri nama “f1” pada fungsi tersebut.

```
f1 <- function(x) {
  (exp(x) - exp(-x)) / (2*x)
}

x <- 0.1
for (i in 1:6) {
  print(f1(x))
  x = x * 0.1
}
```

b. Lengkapi tabel di bawah dengan menggunakan fungsi f1.

x	Nilai sebenarnya	Nilai pendekatan
0.1	1.001667500198441	1.001668
0.01	1.0000166667499921	1.000017
0.001	1.0000001666666813	1
0.0001	1.0000000016668897	1
0.00001	1.00000000000121023	1
0.000001	0.9999999999732445	1

c. Hitunglah galat absolut dan galat relatif absolut untuk hasil yang diperoleh dari 2b.

- $x = 0.1$

Nilai sebenarnya = 1.001667500198441

Nilai pendekatan = 1.001668

Galat absolut

$$E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$$

$$E_t = |1.001667500198441 - 1.001668|$$

$$E_t = \mathbf{0.000000499801559}$$

Galat relatif

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{1.001667500198441 - 1.001668}{1.001667500198441} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{4.9897 \times 10^{-5}}$$

- $x = 0.01$

Nilai sebenarnya = 1.0000166667499921

Nilai pendekatan = 1.000017

Galat absolut

$$E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$$

$$E_t = |1.0000166667499921 - 1.000017|$$

$$E_t = \mathbf{0.0000003332500079}$$

Galat relatif

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{1.0000166667499921 - 1.000017}{1.0000166667499921} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{3.33245 \times 10^{-5}}$$

- $x = 0.001$

Nilai sebenarnya = 1.0000001666666813

Nilai pendekatan = 1

Galat absolut

$$E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$$

$$E_t = |1.0000001666666813 - 1|$$

$$E_t = \mathbf{0.0000001666666813}$$

Galat relatif

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{1.0000001666666813 - 1}{1.0000001666666813} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{1.66667 \times 10^{-5}}$$

- $x = 0.0001$

Nilai sebenarnya = 1.0000000016668897

Nilai pendekatan = 1

Galat absolut

$$E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$$

$$E_t = |1.0000000016668897 - 1|$$

$$E_t = \mathbf{0.0000000016668897}$$

Galat relatif

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{1.0000000016668897 - 1}{1.0000000016668897} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{1,66689 \times 10^{-7}}$$

- $x = 0.00001$

Nilai sebenarnya = 1.0000000000121023

Nilai pendekatan = 1

Galat absolut

$$E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$$

$$E_t = |1.0000000000121023 - 1|$$

$$\mathbf{E_t = 0.000000000121023}$$

Galat relatif

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{1.0000000000121023 - 1}{1.0000000000121023} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{1.21023 \times 10^{-9}}$$

- $x = 0.000001$

Nilai sebenarnya = 0.999999999732445

Nilai pendekatan = 1

Galat absolut

$$E_t = |\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}|$$

$$E_t = |0.999999999732445 - 1|$$

$$\mathbf{E_t = 0.000000000267555}$$

Galat relatif

$$\varepsilon_t = \left| \frac{\text{nilai sebenarnya} - \text{nilai pendekatan}}{\text{nilai sebenarnya}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t = \left| \frac{0.999999999732445 - 1}{0.999999999732445} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_t \approx \mathbf{2.67555 \times 10^{-9}}$$

- d. Jelaskan secara singkat penyebab galat *loss-of-significance* dalam perhitungan ini.

Galat *Loss-of-significance* disebabkan karena keterbatasan mantisssa yang tidak sesuai dengan n bit yang tersedia pada komputer yaitu pada pemrograman R. Fungsi tersebut akan dievaluasi di pemrograman r dengan 6 digit desimal yang menggunakan sistem aritmatika pembulatan atau *rounding*.