

PERTEMUAN 1

FUNGSI DAN GRAFIK, PENGENALAN “R”

TUJUAN PRAKTIKUM

Mahasiswa mampu memahami dan menjelaskan beberapa contoh fungsi riil dan bentuk grafiknya, baik berupa penghitungan manual atau representasinya pada program R.

TEORI PENUNJANG

Fungsi

Seperti halnya himpunan konsep fungsi memegang peranan yang penting dan digunakan secara ekstensif dalam matematika dan komputasi. Secara umum fungsi adalah suatu aturan yang menghubungkan unsur-unsur atau item di dua himpunan. Definisi formalnya adalah sebagai berikut

Misalkan A dan B adalah dua himpunan tak kosong. Suatu fungsi dari A ke B adalah suatu aturan yang memasangkan setiap item di A dengan tepat satu item di B. Bila fungsi ini dilambangkan dengan f , maka item y di B yang merupakan pasangan item x di A di beri lambang $y = f(x)$, jadi kita mempunyai fungsi:

$$f : A \rightarrow B, y = f(x),$$

dalam kasus ini $y = f(x)$ dinamakan persamaan fungsi f dengan x sebagai variabel bebas dan y sebagai variabel tak bebas.

Selanjutnya himpunan A dinamakan **daerah definisi** (daerah asal / domain) dari fungsi f , yang dinotasikan dengan D_f yaitu himpunan elemen-elemen sehingga fungsi f mempunyai nilai riil. Kemudian himpunan semua nilai-nilai y di B yang mempunyai pasangan di A dinamakan **daerah nilai** (daerah hasil / range) dari fungsi f yang dinotasikan dengan R_f , dengan kata lain domain dan range dapat di tuliskan dalam bentuk: Jika $f : A \rightarrow B$, maka :

$$D_f = A \text{ atau } D_f = \{x \mid f(x) \in R\} \text{ dan } R_f = \{f(x) \mid x \in D_f\}$$

Contoh 1:

Carilah daerah definisi dan daerah nilai untuk fungsi $f(x) = \frac{1}{x-3}$

Penyelesaian:

Untuk menghindari pembagian dengan nol, maka kita mengecualikan 3 pada fungsi f . sehingga domain dari fungsi f adalah $D_f = \{x \in R \mid x \neq 3\}$. Untuk menentukan range dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut :

Misalkan $y = f(x)$, maka $y = \frac{1}{x-3}$ atau $xy = 1 + 3y$, sehingga $x = \frac{1+3y}{y}$, $y \neq 0$. Jadi range dari f adalah $R_f = \{f(x) \in R \mid f(x) \neq 0\}$.

Menggambar Grafik Fungsi dalam Koordinat Cartesian.

Secara umum cara yang digunakan untuk menggambarkan sebuah grafik fungsi dalam koordinat Kartesian adalah sebagai berikut:

- a. Berdasarkan interval yang diberikan, tentukan titik-titik yang dilalui fungsi ybs dalam sebuah table sbb :

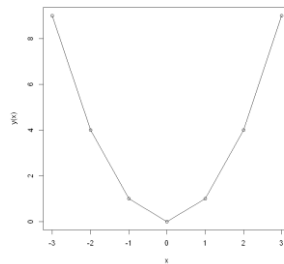
x
y

- b. Gambarkan koordinat masing-masing titik dalam table pada bidang Cartesian. Hubungkan dengan busur masing-masing titik (koordinat) pada (b)

Contoh 2 :

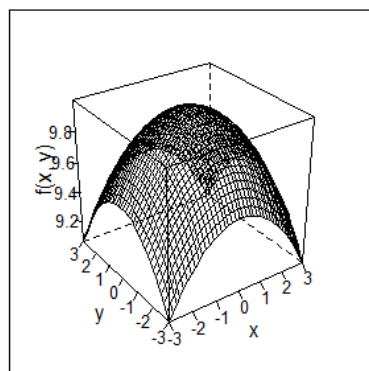
Grafik hanya pada interval tertentu : Gambar grafik $y = x^2$, pada $-1 \leq x \leq 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9



Latihan : Gambarkan grafik $z = f(x, y) = \sqrt{100 - x^2 - y^2}$

x	-3	-2	-1	0	1	2		3
y								



Pengenalan R

R adalah salah satu paket analisis data, yang merupakan paket open source yang dapat diperoleh secara cuma-cuma di situs <http://www.r-project.org/> atau <http://cran.rproject.org/>. Paket program R ini sudah dilengkapi banyak kemampuan internal untuk menganalisis data dan menampilkan grafik sehingga R bisa dikategorikan sebagai paket pengolahan data (paket statistika). Selain itu telah pula dikembangkan modul khusus untuk metode analisis tertentu oleh banyak orang yang disebut library atau pustaka. Dewasa ini R populer dipergunakan baik di bidang akademik maupun industri. R termasuk pemrograman yang berorientasi pada objek (*object oriented programming*). Semua hasil, baik berupa variabel, konstanta maupun fungsi, oleh R disimpan dalam bentuk objek. Keuntungannya adalah apabila apa yang telah dikerjakan R saat ini dikemudian hari diperlukan, maka R dapat mengambilnya tanpa harus melakukan perhitungan ulang dari awal. Dengan demikian proses untuk objek yang sama menjadi lebih cepat. Dalam mencari objek yang diperlukan, mula-mula R akan melihat daftar objek yang masih ada di memori, apabila tidak ditemukan, maka R akan melanjutkan pencariannya ke hardisk yang semuanya dilakukan secara otomatis tanpa dirasakan oleh penggunanya.

R termasuk pemrograman yang berorientasi pada objek (*object oriented programming*). Semua hasil, baik berupa variabel, konstanta maupun fungsi, oleh R disimpan dalam bentuk objek. Keuntungannya adalah apabila apa yang telah dikerjakan R saat ini dikemudian hari diperlukan, maka R dapat mengambilnya tanpa harus melakukan perhitungan ulang dari awal. Dengan demikian proses untuk objek yang sama menjadi lebih cepat. Dalam mencari objek yang diperlukan, mula-mula R akan melihat daftar objek yang masih ada di memori, apabila tidak ditemukan, maka R akan melanjutkan pencariannya ke hardisk yang semuanya dilakukan secara otomatis tanpa dirasakan oleh penggunanya.

Kemampuan analisis R pada dasarnya didefinisikan dalam fungsi-fungsi yang dikemas dalam bentuk paket atau pustaka. Beberapa pustaka telah menjadi bagian integral dari paket R yang secara otomatis diinstal ketika kita menginstal R. Sebagian besar pustaka harus diinstal secara khusus sesuai kebutuhan. Di samping itu, pengguna R masih mungkin mendefinisikan sendiri fungsi-fungsi R, baik dengan menggabungkan definisi yang telah ada, maupun mendefinisikan fungsi yang sama sekali baru.

Untuk melihat beberapa contoh Demo Paket pustaka yang tersedia di R, pada RConsole tuliskan

```
demo ( )
```

maka kita melihat daftar demo yang dimiliki R diantaranya adalah seperti berikut ini:

```
emos in package 'base':

is.things      Explore some properties of R objects
               and is.FOO() functions.
               Not for newbies!
recursion      Using recursion for adaptive
               integration
scoping        An illustration of lexical scoping.

Demos in package 'graphics':
...
image          The image-like graphics builtins of R
persp          Extended persp() examples
plotmath       Examples of the use of mathematics
               annotation
...
```

Selanjutnya demo dapat dipanggil dengan menggunakan perintah

```
library>NamaPustaka)
demo>NamaDemo)
```

Library/pustaka yang dibutuhkan untuk menampilkan grafik pada R adalah: *plotrix*, *plotmath*

Beberapa Perintah/operasi Penting dalam R

Contoh:

1. Fungsi/perintah dasar misalkan kita ingin membentuk barisan dengan nilai awal 0, nilai akhir 10 dan banyaknya unsur 10, maka perintah dan hasilnya adalah sebagai berikut.

```
> x<-seq(0,10,length=8)
> rep(c("A","B","C"),5)
> rep(1:3,each=5)
> rep(1:3,5)
> rep(1:3,each=2,5)
```

2. Beberapa cara pembulatan pecahan desimal dapat dilakukan dengan berbagai perintah berikut:

```
> round(x)
> ceiling(x)
> signif(x,4)
```

3. Operasi Vektor dan Matriks

```
> x<-matrix(c(4,5,3,6),4,1)
> y<-matrix(c(2,4,3,6),4,1)
> x*y
> x/y
```

4. Tabel beberapa fungsi matematika yang penting:

No	Nama Fungsi	Notasi Matematika	Fungsi R
1	harga mutlak	$ $	<code>abs()</code>
2	goniometri	\sin, \cos, \tan	<code>sin(), cos(), tan()</code>
3	invers goniometri	$\sin^{-1}, \cos^{-1}, \tan^{-1}$	<code>asin(), acos(), atan()</code>
4	hiperbolikus	\sinh, \cosh, \tanh	<code>sinh(), cosh(), tanh()</code>
5	exponensial dan log	\exp, \ln	<code>exp(), log()</code>
6	logaritma 10	$\ln^{10} \log$	<code>log10()</code>
7	gamma	$\Gamma()$	<code>gamma()</code>
8	bilangan bulat terkecil yang tidak kurang dari bilangan tertentu	$\lceil x \rceil$	<code>ceiling()</code>
9	bilangan bulat terbesar yang tidak lebih dari	$\lfloor x \rfloor$	<code>floor()</code>
10	bagian bulat suatu bilangan		<code>trunc()</code>
11	bilangan bulat terdekat		<code>round()</code>
12	pembulatan kedesimal tertentu		<code>signif</code>

5. Tabel statistika dasar pada R

No	Nama Fungsi	Notasi Statistika	Fungsi perintah dalam R
1	minimum. maximum	min, max	min(), max()
2	range	range	range()
3	mean, median,	\bar{x} , median	mean(), median()
4	variance	S^2	var()
5	correlation	ρ_{xy}	cor(x,y)
6	ringkasan data		summary()
7	contoh/ sampling data		sample()

6. Mendefinisikan program dalam R

Program adalah sekumpulan perintah yang menjadi suatu kesatuan yang harus dikerjakan oleh komputer. Program biasanya ditulis untuk mengerjakan pekerjaan sejenis untuk keperluan jangka panjang dan bisa dimanfaatkan oleh orang lain yang tidak terlibat dalam pembuatan program tersebut. Karena itu penulisan program ini harus memenuhi beberapa persyaratan. Naskah dari suatu pemrograman biasa disebut listing atau script dari program tersebut. Komponen- komponen pemrograman yang besar sebaiknya memuat hal berikut.

Seting Umum. Bagian ini mengatur hal yang sangat mendasar dari komputer, seperti: alokasi memori, jumlah digit dari keluaran, namafile dan sebagainya. Dalam R perintah ini biasanya dikerjakan dengan perintah opsi. Untuk jelasnya dapat dilihat dari dokumentasi perintah options ini.

```
options(argumen1, argument2,...,.....);
```

Beberapa pilihan yang dapat diatur adalah:

- `echo=` T atau F, jika T berarti setiap ekspresi yang dieksekusi atau dievaluasi akan ditulis dulu (echoed) sebelum dievaluasi.
- `digits=` angka. yang menunjukkan banyaknya angka penting yang akan dicetak di *print out*.
- `object.size=` 1e+08 atau lebih yang diperlukan untuk program yang memerlukan memori atau objek yang cukup banyak (misalnya dalam simulasi)

Definisi fungsi. Apabila dalam program itu diperlukan fungsi yang didefinisikan sendiri, sebaiknya fungsi ini dikelompokkan dan didefinisikan pada bagian awal;

```
fungsi1<-function(){}
fungsi2<-function(){}

```

Data dan Inisiasi. Bagian berikut skrip biasanya berisi pengambilan data, baik yang dilakukan secara simulasi maupun dengan menggunakan data riil yang dimpor dari berbagai program yang tersedia. Data riil harus diaktifkan atau diset sebelum dianalisis. Untuk data

simulasi sebelum variabel dan konstanta bisa dipergunakan harus ditetapkan nilai- nilai awalnya. Nilai awal (inisiasi) dari variabel-variabel ini juga sebaiknya diberikan pada bagian tersendiri secara mengelompok untuk memudahkan pemeriksaan atau perubahan.

Program inti. Bagian ini memuat inti dari pemrograman (looping, perhitungan-perhitungan matematika/ statistika dan lain -lainnya).

Penutup. Bagian penutup bisa berisi rangkuman dari hasil- hasil yang diperoleh dalam pemrograman tersebut. Biasanya bagian ini berisi perintah menyimpan file, mentabulasi hasil, atau membuat grafik.

Contoh ilustrasi pemrograman yang lengkap beserta komponen-komponennya.

```
# namafile
options(echo=F,digits=4)
#fungsi
f1<-function(p1,p2){
  ekspresi1
  ekspresi2
  hasil akhir
}
#inisiasi
p1<-5
p2<-15 #Program utama
#loop luar
for(i in 1:n){
  while(kon1){
    #loop dalam
    tugas1
  }
}
#Penutup Print(hasil.akhir)
write(t(x),file="x.byrows",ncol=ncol(x))
```

6. Mendefinisikan fungsi Matematika dalam R

Perintah panjang (terutama terkait dengan rumus-rumus matematika) dan sering dievaluasi dengan nilai berbeda dapat ditulis sebagai fungsi di dalam R. Strukturnya adalah sebagai berikut:

```
nama.fungsi<-function(parameter1, parameter2){
  ekspresi1,
  ....
  fungsi1
  ....
  hasil akhir (returned value)
}
```

Selain variabel atau konstanta yang didefinisikan secara internal (seperti $\pi = 3.1415 \dots$), maka semua variabel atau konstanta yang dipergunakan dalam definisi harus diperlakukan sebagai parameter. Dalam suatu fungsi kita dibenarkan memanggil fungsi yang lain. Di antar sekian banyak perhitungan yang dilakukan dalam suatu fungsi, maka harus ditegaskan hasil

mana yang akan ditampilkan sebagai hasil akhir dari eksekusi fungsi. Hasil ini disebut sebagai returned value yang dilakukan dengan memanggil kembali hasil yang telah dihitung. Pada dasarnya fungsi R adalah translasi dari fungsi matematika ke dalam bahasa R. Hal ini akan terlihat jelas dari beberapa contoh yang diberikan.

```
fungsi.f<-function(x){x*sin(x)}
fungsi.g<-function(x,y){
  log(x)+fungsi.f(x)+exp(y)
```

LAPORAN PENDAHULUAN

1. Apa yang dimaksud dengan Fungsi?
2. Carilah daerah definisi dan daerah nilai untuk fungsi $g(x) = \sqrt{9-x^2}$
3. Gambar grafik $x=1-y^2$, pada selang $[0,4]$
4. Gambar grafik $f(x,y) = \sin(2\pi \frac{x}{10})e^{-0.2x}$

Dengan perintah/syntax R:

```
library(mosaic) # jika belum ada install.packages('mosaic')
f<-funtion(x,y){**definisikan fungsinya**}
plotFun(f(x,y) ~ x & y, x.lim(0,20), y.lim(0,10), surface = T)
```

5. Sebutkan beberapa jenis fungsi Rill yang anda ketahui, dan jelaskan salah satu peranannya di bidang komputasi?

MATERI PRAKTIKUM

1. Pendefinisian Fungsi Dasar, dan penjelasan beberapa contoh fungsi Rill yang sering dipakai dalam teknik komputasi (Polinom, Logaritmik, Eksponensial, Hiperbolik, trigonometri)
2. Mencobakan Demo library pada R
3. Mencobakan perintah-perintah dasar pada R (Mencari secara online untuk perintah-perintah dasar lainnya)
4. Membuat Program yang dapat mengilustrasikan hubungan antara mean populasi dengan rata-rata sampel berdasarkan ukuran sampel
 - a. Mendefinisikan matriks yang terdiri atas 2 kolom dan 10 baris, untuk menampung mean sampel dari 10 macam ukuran sampel. Kolom pertama bisa diisi ukuran sampel dan kolom kedua berisi besarnya mean masing- masing sampel. Untuk awal kita bisa mendefinisikan seluruh elemen matriks sama dengan 0.

```
m<-matrix(0,10,2)
```

- b. Membuat looping yang membuat pembangkitan data diulang mulai dari ukuran sampel 10 sampai dengan 100. Untuk ini ada beberapa alternatif.
 - i. Dengan menggunakan indeks $m = 1 \dots 10$ ditentukan ukuran sampelnya adalah $m \times 10$

```
for(i in 1:10){ n.sampel<-i*10 }
```

- ii. Dengan menggunakan batasan maximum 100, sedangkan n.sampel mengalami kenaikan 10 mulai dari 10

```
n.sampel<-10
while(n.sample<100){
  n.sampel<-n.sampel+10 }
```

- c. Selanjutnya pada loop tadi dapat disisipkan perintah membangkitkan data normal dengan mean 50 dan varians 10, $X \sim N(50, 10)$. Hal ini bisa juga dilakukan dengan membangkitkan data $Z \sim N(0, 1)$ selanjutnya ditransformasi dengan $X = \sigma Z + \mu$. Pada bagian/ tahap yang sama kita menghitung mean dari X serta menaruh hasilnya pada matriks m pada baris dan kolom yang bersesuaian.

```
Z<-rnorm(n.sample)
X<-sqrt(10)*Z+50
m[i,1]<-n.sampel
m[i,2]<-mean(X)
```

- d. Selanjutnya, setelah loop berakhir pada bagian akhir kita bisa mencetak grafiknya.

```
plot(m[,1],m[,2],type='l',xlab='Sumbu X',ylab='Sumbu Y',
      main='Judul Grafik')
```

5. Membuat fungsi untuk menghitung nilai fungsi kuadrat ax^2+bx+c . Tampilkan grafik untuk fungsi tersebut jika $a=2$, $b=6$, $c=43$.
6. Membuat fungsi dan menampilkan grafik untuk fungsi Rill Trigonometri, Eksponensial dan Logaritma

TUGAS PRAKTIKUM

Dikerjakan pada saat Pertemuan Praktikum!

DAFTAR PUSTAKA

1. Victor A. Bloomfield. 2014. *Using R for Numerical Analysis in Science and Engineering*. 1 edition. Chapman and Hall/CRC
2. Steven C. 2011. *Applied Numerical Methods W/MATLAB: for Engineers & Scientists*. 3 edition. McGraw-Hill