PERTEMUAN 12

TEKNIK NUMERIK UNTUK PENYELESAIAN INTEGRAL (INTEGRASI NUMERIK) (2)

TUJUAN PRAKTIKUM

Mahasiswa mampu menerapkan teknik-teknik penyelesaian integral menggunakan Program R.

TUGAS PRAKTIKUM

Nomor 1 dikerjakan manual, ditulis di kertas kemudian di*scan* atau difoto kemudian gambarnya dimasukkan kedalam dokumen jawaban LKP.

1. Apakah bentuk integrasi berikut singular? Mengapa? Jika ya, ubahlah agar tidak singular lagi!

   (i) $\int_{0.5}^{2} \frac{1}{(1-x)} dx$

   (ii) $\int_{-1}^{2} \frac{3x^2-2x}{x^3-x^2+2} dx$

   (iii) $\int_{-1}^{0} cos\,(x)/x^{2/3}\, dx$

Nama : Athifah Muflihah

NIM : G6401201033

Apakah bentuk singular ?

i

$$\int_{0.5}^{2} \frac{1}{1-x}\,dx$$ merupakan bentuk singular

karena fungsi tidak terdefinisi di $x = 1$, $0.5 < x < 2$

▶ Mengubah menjadi bentuk non-singular

$$\int_{0.5}^{2} \frac{1}{1-x}\,dx \quad ; \text{ misal } (1-x) = \sqrt{u}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{u}}\,du = -dx \rightarrow \frac{-1}{2\sqrt{u}}\,du = dx \quad \begin{cases} 1 \\ 0.25 \end{cases}$$

$$\rightarrow \int_{0.25}^{1} \frac{1}{\cancel{1}-(\cancel{1}-\sqrt{u})} \cdot \frac{-1}{2\sqrt{u}}\,du$$

$$\rightarrow \int_{0.25}^{1} \frac{-1}{2u}\,du \text{ (bentuk non-singular)}$$

ii

$$\int_{-1}^{2} \frac{3x^2-2x}{x^3-x^2+2}\,dx$$ merupakan bentuk singular

karena fungsi tidak terdefinisi di $x = -1$, $-1 < x < 2$

▶ Mengubah menjadi bentuk non-singular

$$\int_{-1}^{2} \frac{3x^2-2x}{x^3-x^2+2}\,dx = \int_{-1}^{2} \frac{x(3x-2)}{(x+1)(x^2-2x+2)} \quad ; \text{ misal } (x+1) = u^2$$

$$2u \cdot du = dx \quad \begin{cases} \sqrt{3} \\ 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{(u^2-1)(3(u^2-1)-2)}{\cancel{u^2}((u^2-1)^2-2(u^2-1)+2)} \cdot 2\cancel{u} \cdot du$$

$$\rightarrow \int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{6u^4-16u^2+10}{u^4-4u^2+5} \cdot du \text{ (bentuk non-singular)}$$

DATE :

iii $\int_{-1}^{0} \frac{\cos x}{x^{\frac{2}{3}}} dx$ merupakan bentuk singular karena fungsi tidak terdefinisi di $x = 0$, $-1 < x < 0$

▸ Mengubah menjadi bentuk non-singular

$\int_{-1}^{0} \frac{\cos x}{x^{\frac{2}{3}}}$; misal $x = u^3$

$3u^2 \, du = dx$ $\begin{cases} 0 \\ -1 \end{cases}$

$\rightarrow \int_{-1}^{0} \frac{\cos(u^3) \, . \, 3u^2 \, du}{(u^3)^{2/3}}$

$\rightarrow \int_{-1}^{0} \frac{\cos(u^3) \, . \, 3\cancel{u^2} \, du}{\cancel{u^2}}$

$\rightarrow \int_{-1}^{0} 3 \cos(u^3) \, du$ (bentuk non-singular)

Nomor 2 dilakukan dengan menggunakan program R. Tuliskan program R yang digunakan dan tunjukkan hasilnya.

2. Hitunglah

$$\int_1^3 \int_0^2 x^2y^3 - xy \; dydx$$

Gunakan

a. kaidah Simpson untuk kedua arah, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

Program R:

```
integralganda1 <- function(f, a, b, c, d, h1, h2) {
  hasil = 0
  for (i in seq(a, b, by = h1)) {
    sum = 0
    for (j in seq (c, d, by = h2)) {
      if(j==c || j==d) {
        sum <- sum + f(i, j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2 == 1) {
        sum <- sum + 4*f(i, j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2 == 0) {
        sum <- sum + 2*f(i, j)
      }
    }
    if(i==a || i==b) {
      hasil <- hasil + (h2/3)*sum
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2 == 1) {
```

```
      hasil <- hasil + 4*((h2/3)*sum)
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2 == 0) {
      hasil <- hasil + 2*((h2/3)*sum)
    }
  }
  return((h1/3)*hasil)
}

f2 <- function(x, y) {
  (x^2*y^3) - (x*y)
}

integralganda1(f2, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
```

Hasil ouput:

```
Console  Terminal  Jobs
R 4.1.1 · ~/
+     }
+     else if(((i-a)/h2)%%2 == 0) {
+       hasil <- hasil + 2*((h2/3)*sum)
+     }
+   }
+   return((h1/3)*hasil)
+ }
> f2 <- function(x, y) {
+   (x^2*y^3) - (x*y)
+ }
> integralganda1(f2, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 26.66667
>
```

b. kaidah trapesium untuk kedua arah, $\Delta x = \Delta y = 0.5$
Program R:

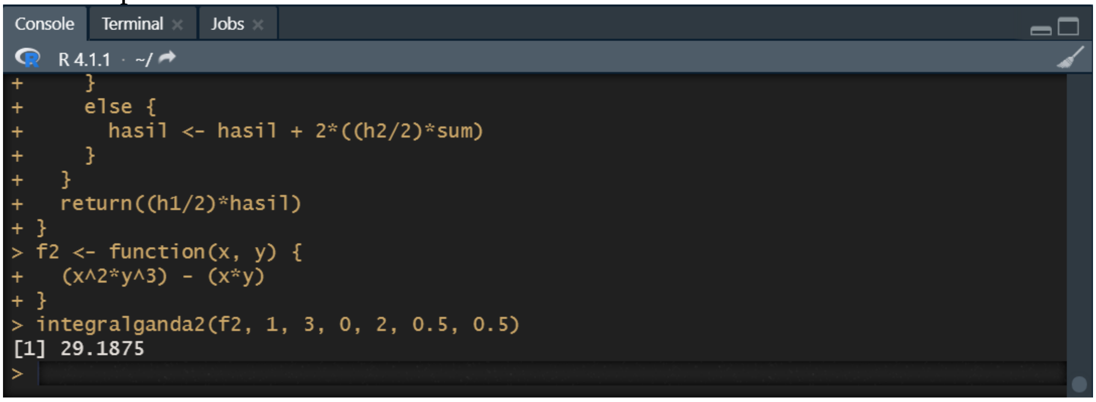
```
integralganda2 <- function(f, a, b, c, d, h1, h2) {
  hasil = 0
  for (i in seq(a, b, by = h1)) {
    sum = 0
    for(j in seq(c, d, by = h2)) {
      if(j==c || j==d) {
        sum <- sum + f(i, j)
      }
      else {
        sum <- sum + 2*f(i, j)
      }
    }
    if(i==a || i==b) {
      hasil <- hasil + (h2/2)*sum
    }
    else {
      hasil <- hasil + 2*((h2/2)*sum)
    }
  }
  return((h1/2)*hasil)
}

f2 <- function(x, y) {
```

```
    (x^2*y^3) - (x*y)
}

integralganda2(f2, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
```

Hasil output:



c. kaidah trapesium untuk arah *x*, dan kaidah Simpson untuk arah *y*, $\Delta x = \Delta y = 0.5$
Program R:

```
integralganda3 <- function(f, a, b, c, d, h1, h2) {
  hasil = 0
  for (i in seq(a, b, by = h1)) {
    sum = 0
    for(j in seq(c, d, by = h2)) {
      if(j==c||j==d) {
        sum <- sum + f(i, j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2 == 1) {
        sum <- sum + 4*f(i, j)
      }
      else if(((j-c)/h2)%%2 == 0) {
        sum <- sum + 2*f(i, j)
      }
    }
    if (i==a || i==b) {
      hasil <- hasil + (h2/3)*sum
    }
    else {
      hasil <- hasil + 2*((h2/3)*sum)
    }
  }
  return((h1/2)*hasil)
}

f2 <- function(x, y) {
  (x^2*y^3) - (x*y)
}

integralganda3(f2, 1, 3, 0,  2, 0.5, 0.5)
```

Hasil ouput:

```
Console  Terminal ×  Jobs ×
R 4.1.1 · ~/
+     }
+     else {
+       hasil <- hasil + 2*((h2/3)*sum)
+     }
+   }
+   return((h1/2)*hasil)
+ }
> f2 <- function(x, y) {
+   (x^2*y^3) - (x*y)
+ }
> integralganda3(f2, 1, 3, 0,  2, 0.5, 0.5)
[1] 27
>
```

d. kaidah Simpson untuk arah *x*, dan kaidah trapesium untuk arah *y*, $\Delta x = \Delta y = 0.5$

Program R:

```
integralganda4 <- function(f, a, b, c, d, h1, h2) {
  hasil = 0
  for (i in seq(a, b, by = h1)) {
    sum = 0
    for (j in seq(c, d, by = h2)) {
      if (j==c || j==d) {
        sum <- sum + f(i, j)
      }
      else {
        sum <- sum + 2*f(i, j)
      }
    }
    if(i==a || i==b) {
      hasil <- hasil + (h2/2)*sum
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2 == 1) {
      hasil <- hasil + 4*((h2/2)*sum)
    }
    else if(((i-a)/h2)%%2 == 0) {
      hasil <- hasil + 2*((h2/2)*sum)
    }
  }
  return((h1/3)*hasil)
}

f2 <- function(x, y) {
  (x^2*y^3) - (x*y)
}

integralganda4(f2, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
```

Hasil output:

```
Console   Terminal ×   Jobs ×
R 4.1.1 · ~/
+     }
+     else if(((i-a)/h2)%%2 == 0) {
+       hasil <- hasil + 2*((h2/2)*sum)
+     }
+   }
+   return((h1/3)*hasil)
+ }
> f2 <- function(x, y) {
+   (x^2*y^3) - (x*y)
+ }
> integralganda4(f2, 1, 3, 0, 2, 0.5, 0.5)
[1] 28.83333
>
```