Une présentation du formalisme Bond Graph

Atilla YAZMAN - Patrick CHEVRIER

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Le formalisme Bond Graph se situe comme intermédiaire entre le système physique et les modèles mathématiques qui lui sont associés.

Il est utilisé comme outil de modélisation de bureaux d'études pour l'analyse et la simulation en vue de la conception des systèmes physiques pluridisciplinaires (mécanique, électricité, automatique, hydraulique, thermique).

Il a été inventé par H.Paynter en 1961 au MIT.

INTRODUCTION

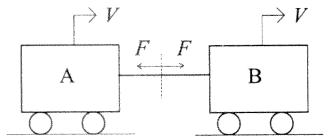
Il est largement enseigné aux États-Unis. En France, les enseignements sont pour l'instant limités aux écoles suivantes :

- Écoles Centrales Paris, Lille
- INSA Lyon, Toulouse
- Université LYON I (UER Mécanique)

Il est utilisé dans l'industrie américaine et commence à pénétrer l'industrie en France (ex. PSA, RVI).

Les outils de modélisation, d'analyse et de simulation à caractère industriel et utilisant le formalisme Bond Graph commencent à être disponibles sur le marché (ex. 20-SIM).

TRANSFERTS DE PUISSANCE



Le flux d 'énergie entre A et B représenté par le symbole :

appelé "Bond" (lien) du Bond Graph

La **puissance instantanée** échangée entre A et B : P
P = F.V

$$A \xrightarrow[V]{F} B$$

Sens de la demi-flèche : P > 0

VARIABLES BOND GRAPHS

VARIABLES DE PUISSANCE :

e = effort généralisé

f = flux généralisé

P= e.f

VARIABLES D'ENERGIE :

p = moment généralisé $p(t) = \int_0^t e(\tau)d\tau$

q = déplacement généralisé $q(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau$

VARIABLES BOND GRAPHS

Domaines	effort e	flux f	moment p	déplacement q
mécanique translation	force F	vitesse V	quantité de mouvement p	déplacement x
mécanique rotation	couple C	vitesse angulaire ω	moment angulaire H	angle θ
électrique	tension U	courant i	flux magnétique Φ	charge q
hydraulique	pression P	débit volumique Q	impulsion Pp	volume V
thermique	température T	flux d'entropie s		entropie S

ELEMENTS BOND GRAPHS

Les éléments Bond Graphs sont classés en :

- éléments passifs :
  R, I, C

- éléments actifs :
  Se, Sf

- éléments de jonction :
  0, 1, TF, GY

ELEMENTS PASSIFS : ELEMENT R

L'élément R est utilisé pour modéliser tout phénomène physique liant l'effort et le flux

Sa relation constitutive est :

$\Phi_R(e,f)=0$: cas non-linéaire

$e=R.f$: cas linéaire

Sa représentation est :

$\xrightarrow[f]{e}$ R

R EST UN ELEMENT DISSIPATIF D'ENERGIE

Exemples :
amortisseur, résistance électrique, diode, perte de charge hydraulique, tout phénomène de frottement

ELEMENTS PASSIFS : ELEMENT C

L'élément C est utilisé pour modéliser tout phénomène physique liant l'effort et le déplacement

Sa relation constitutive est :

$\Phi_C(e,q)=0$: cas non-linéaire

$e=\frac{q}{C}$: cas linéaire

Sa représentation est :

$\xrightarrow[f=\frac{dq}{dt}]{e}$ C

C EST UN ELEMENT DE STOCKAGE D'ENERGIE POTENTIELLE

L'énergie stockée dans un élément C est : $E(q)=\int_{q_0}^{q_1} e(q)dq$

$e = k\int f$ $f=\frac{dx}{dt}$

Exemples :
condensateur, ressort, compressibilité de fluide $F = k x$

ELEMENTS PASSIFS : ELEMENT I

L'élément I est utilisé pour modéliser tout phénomène physique liant le moment et le flux

Sa relation constitutive est :

$\Phi_I(p,f)=0$: cas non-linéaire

$\boxed{f=\frac{p}{I}}$: cas linéaire $\longrightarrow v=\frac{p}{m}$

Sa représentation est :

$\xrightarrow[f]{e=\frac{dp}{dt}}$ I

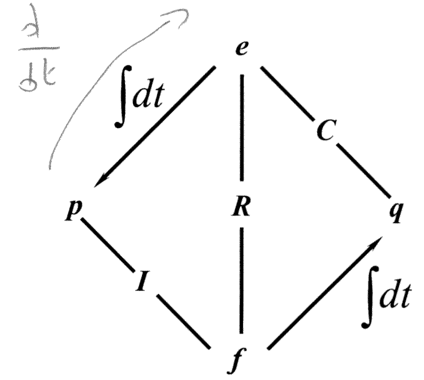
I EST UN ELEMENT DE STOCKAGE D'ENERGIE CINETIQUE

L'énergie stockée dans un élément I est : $E(p)=\int_{p_0}^{p_1} f(p)dp$ $\frac{dp}{dt}=\Sigma F$

Exemples : $e=\frac{dp}{dt}$
masse, moment d'inertie, self, inertie de fluide $p = m v \Rightarrow$

f $p=\int^t e\,dt$

TETRAEDRE DE PAYNTER



ELEMENTS ACTIFS : ELEMENT Se

L'élément Se est utilisé pour modéliser tout phénomène physique où un effort est imposé indépendamment du flux

Sa relation constitutive est :

$$e = g(t)$$

Sa représentation est :

$$\text{Se} \;\overset{e}{\underset{f}{\rightharpoonup}}$$

<u>Se EST UN ELEMENT SOURCE D'ENERGIE</u>

Exemples :
force de gravité, générateur de tension

ELEMENTS ACTIFS : ELEMENT Sf

L'élément Sf est utilisé pour modéliser tout phénomène physique où un flux est imposé indépendamment de l'effort

Sa relation constitutive est :

$$f = h(t)$$

Sa représentation est :

$$\text{Sf} \;\overset{e}{\underset{f}{\rightharpoonup}}$$

<u>Sf EST UN ELEMENT SOURCE D'ENERGIE</u>

Exemples :
vitesse appliquée, générateur de courant

ELEMENTS DE JONCTIONS

Ces éléments sont :
- 0 (zéro) : connexion parallèle
- 1 (un) : connexion série
- TF, GY : interconnexion de domaine

Ils sont utilisés pour interconnecter les éléments actifs (Se, Sf) et passifs (R, C, I)

Ils décrivent l'architecture (la topologie) du système étudié

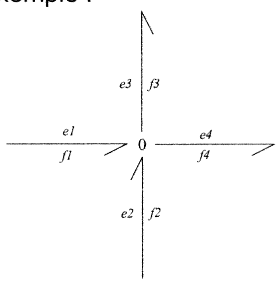
Ils sont conservatifs de puissance

ELEMENTS DE JONCTION : ELEMENT 0

La jonction 0 est utilisée pour coupler les éléments soumis au même effort

Ses relations constitutives sont :
égalité des efforts (1)
somme algébrique des flux = 0 (2)

Exemple :



conservation de puissance (0) :
$e_1.f_1 + e_2.f_2 - e_3.f_3 - e_4.f_4 = 0$

définition de la jonction (1)
$e_1 = e_2 = e_3 = e_4$

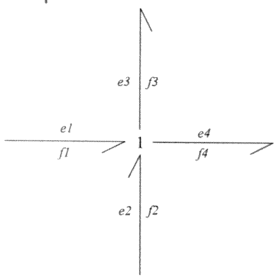
(0) + (1) $\Rightarrow f_1 + f_2 - f_3 - f_4 = 0$
somme algébrique des flux = 0 (2)

ELEMENTS DE JONCTION : ELEMENT 1

La jonction 1 est utilisée pour coupler les éléments soumis au même flux

Ses relations constitutives sont :
- égalité des flux (1)
- somme algébrique des efforts = 0 (2)

Exemple :



conservation de puissance (0) :

$$e_1.f_1 + e_2.f_2 - e_3.f_3 - e_4.f_4 = 0$$

définition de la jonction (1)

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4$$

(0) + (1) $\Rightarrow e_1 + e_2 - e_3 - e_4 = 0$

somme algébrique des efforts = 0 (2)

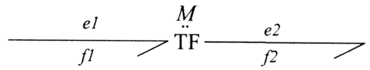
ELEMENTS DE JONCTION : ELEMENT TF

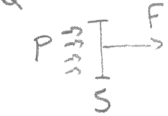
La jonction TF est utilisée pour coupler les variables de même type dans des domaines différents.

Ses relations constitutives sont (dans le cas 2-ports) :
- flux sortant = M x flux entrant (1)
- effort entrant = M x effort sortant (2)

$e = P$
$f = Q$

$e = F$
$f = v$
$F = P.S$





conservation de puissance (0) : $e_1.f_1 - e_2.f_2 = 0$

définition de l'élément (1) : $f_2 = M.f_1$

(0) + (1) $\Rightarrow e_1 = M.e_2$ (2)

$P.Q = F.v$ (0)

$\frac{Q}{S} = v$ (1) ok

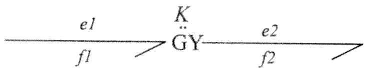
Exemples :
transformateur électrique, systèmes de poulies, systèmes d'engrenages, bras de levier

$P = \frac{F}{S}$ (2) ok

ELEMENTS DE JONCTION : ELEMENT GY

La jonction GY est utilisée pour coupler des variables de type opposé (effort – flux) dans des domaines différents.

Ses relations constitutives sont (dans le cas 2-ports) :
- effort sortant = K x flux entrant (1)
- effort entrant = K x flux sortant (2)



conservation de puissance (0) : $e_1.f_1 - e_2.f_2 = 0$

définition de l'élément (1) : $e_2 = K.f_1$

(0) + (1) $\Rightarrow e_1 = K.f_2$ (2)

Exemples :
Moteur électrique, gyroscope, capteur à effet Hall

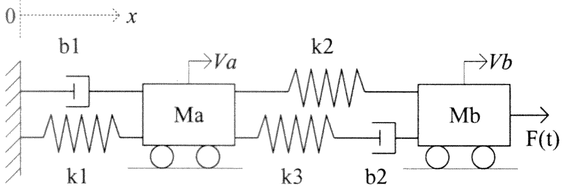
ELEMENTS DE JONCTION : ELEMENTS TF ET GY

Remarques sur les éléments TF et GY:

Elément TF:
Si M n'est pas constant, on dit que le transformateur est modulé et il est noté MTF. Cet élément est utilisé en mécanique.
Exemples :
Transformation de coordonnées, cinématiques de mécanismes

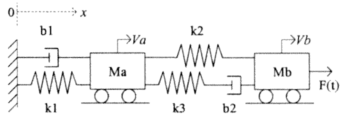
Elément GY :
Si K n'est pas constant, on dit que le gyrateur est modulé et il est noté MGY. Cet élément est utilisé en mécanique pour modéliser la dynamique d'un solide dans l'espace.

SYSTEMES MECANIQUES MONODIMENSIONNELS



1. Choisir un repère (axe x) et un origine (O)

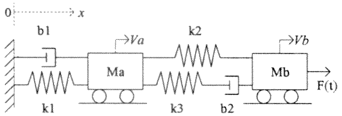
SYSTEMES MECANIQUES MONODIMENSIONNELS



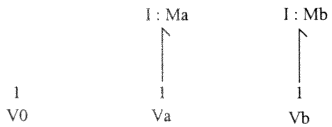
2. Identifier les éléments I, R et C du système physique :

- Ma, Mb = I
- k1, k2, k3 = C
- b1, b2 = R

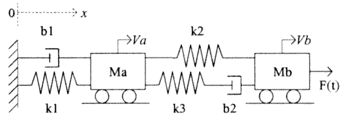
SYSTEMES MECANIQUES MONODIMENSIONNELS



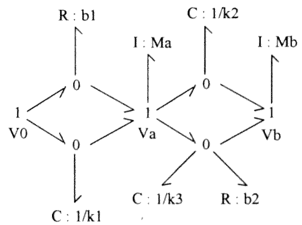
3. Pour chaque vitesse absolue que l'on souhaite utiliser, mettre une jonction 1. Y connecter les éléments I correspondants :



SYSTEMES MECANIQUES MONODIMENSIONNELS

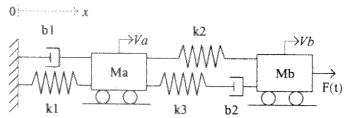


4. Placer des jonctions 0 entre les jonctions 1, ces jonctions servant à représenter les vitesses relatives. Y connecter les éléments R et C correspondants.

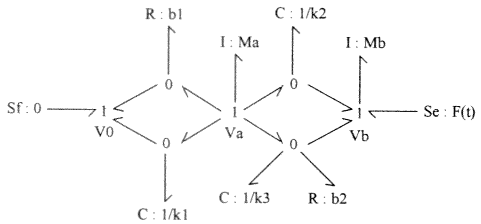


PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES MECANIQUES MONODIMENSIONNELS

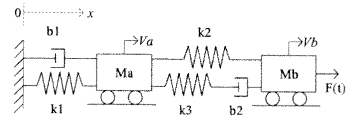


5. Placer les sources.

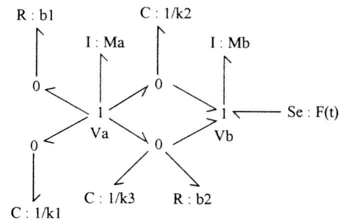


PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES MECANIQUES MONODIMENSIONNELS

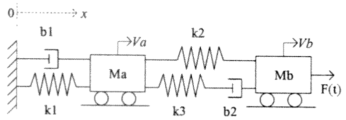


6. Simplifier le Bond Graph si possible :
   - Les nœuds de vitesse nulle sont éliminés ainsi que tous les liens qui leur sont attachés

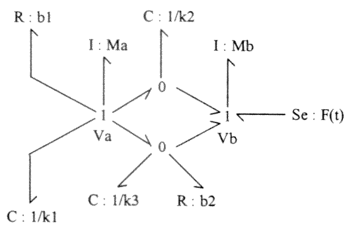


PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES MECANIQUES MONODIMENSIONNELS

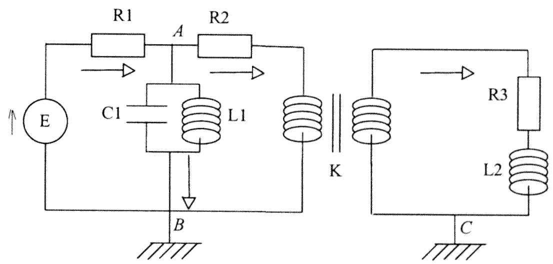


- deux liens attachés à une jonction sans élément peuvent être unifiés en un seul quand l'un des lien est entrant et l'autre et sortant.



PROCEDURES DE CONSTRUCTION

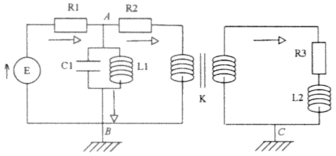
SYSTEMES ELECTRIQUES



1. Choisir dans chaque maille un sens de circulation des courants

PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES ELECTRIQUES

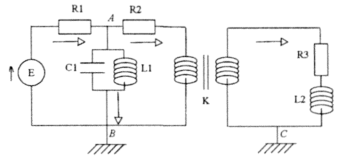


2. Identifier les éléments I, R, C et TF du système physique :

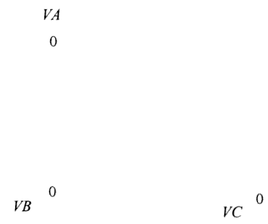
- L1, L2 = I
- C1 = C
- R1, R2, R3= R
- K = TF

PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES ELECTRIQUES

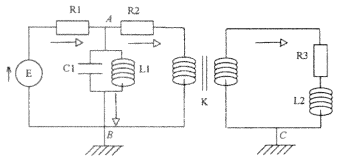


3. A chaque nœud du circuit de tension différente, mettre une jonction 0.

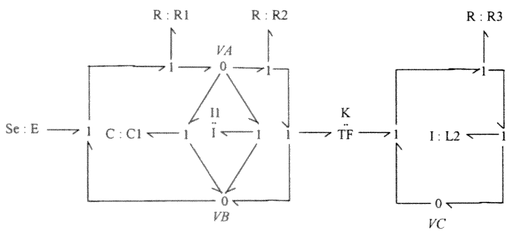


PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES ELECTRIQUES

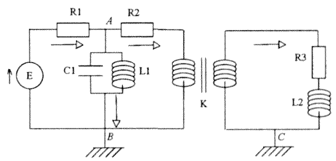


4. Insérer sur des jonctions 1 placées entre les jonctions 0, les éléments R, C, I, Se, Sf, TF et GY.



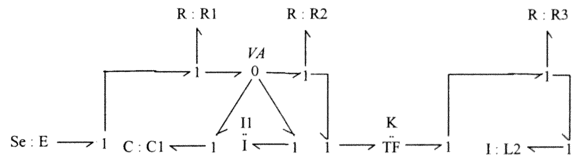
PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES ELECTRIQUES



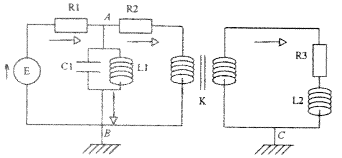
5. Simplifier le Bond Graph si possible :

- Choisir un point particulier comme tension de référence : les nœuds de tension de référence sont éliminés ainsi que tous les liens qui leur sont attachés.

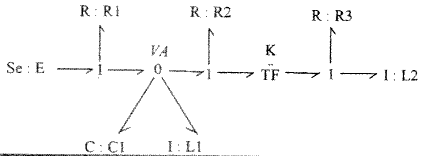


PROCEDURES DE CONSTRUCTION

SYSTEMES ELECTRIQUES



- Deux liens attachés à une jonction sans élément peuvent être unifiés en un seul lien si l'un des lien est entrant et l'autre sortant. De même, deux jonctions de même type liées par un seul lien peuvent être unifiées en une seule jonction.

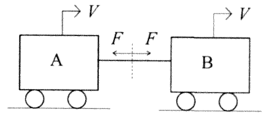


NOTION DE CAUSALITE

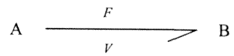
Dans l'approche Bond Graph, la procédure de construction des modèles est indépendante des structures de calcul qui peuvent être associées à ce modèle :

Causalité == structuration locale des équations sous forme entrée - sortie (définition graphique d'une structure de calcul sur le modèle Bond Graph)

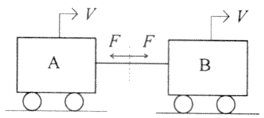
Soient les deux sous systèmes A et B couplés :



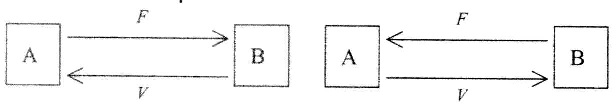
Dont la représentation Bond Graph est :



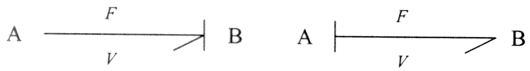
NOTION DE CAUSALITE



Deux situations sont possibles :



Ce qui se traduit en Bond Graph par un trait causal :



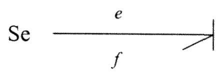
L'affectation de la causalité à un Bond Graph est soumise à certaines règles.

NOTION DE CAUSALITE

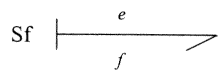
CAUSALITES OBLIGATOIRES

Elles apparaissent sur les sources.

Sources d'effort :



Sources de flux :



NOTION DE CAUSALITE

CAUSALITES PREFERENTIELLES

Elles apparaissent sur les éléments R, I et C.

Elément R :

Cas linéaire :

$e = R * f$ $\qquad$ $f = e / R$

Pas de causalité préférentielle.

Cas non-linéaire :
Attention à l'inversibilité de $\Phi_R(e, f) = 0$ et des contraintes qui en résultent.

NOTION DE CAUSALITE

CAUSALITES PREFERENTIELLES

Eléments C et I :

On dit qu'un élément C ou I possède une causalité intégrale si sa relation constitutive est sous la forme intégrale.

Cas linéaire :

l'élément C $\qquad$ l'élément I

$e = \frac{1}{C}\int f dt$ $\qquad$ $f = \frac{1}{I}\int e dt$

$e = q / C$ $\qquad$ $f = p / I$

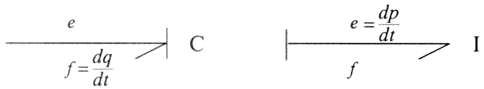
NOTION DE CAUSALITE

CAUSALITES PREFERENTIELLES

On dit qu'un élément C ou I possède une causalité dérivée si sa relation constitutive est sous la forme dérivée.

l'élément C $\qquad$ l'élément I

$f = C * \frac{de}{dt}$ $\qquad$ $e = I * \frac{df}{dt}$



$q = C * e$ $\qquad$ $p = I * f$

Pour des considérations numériques il est plus facile d'intégrer que de dériver. Pour cette raison, on préférera la causalité intégrale pour les éléments C et I.

NOTION DE CAUSALITE

CONTRAINTES DE CAUSALITES

Elles apparaissent sur les éléments de jonction (0, 1, TF et GY)

NOTION DE CAUSALITE

CONTRAINTES DE CAUSALITES

Exemple : jonction 0

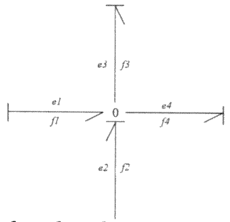
les relations constitutives de cette jonction sont :

$e_1 = e_2 = e_3 = e_4$: définition de la jonction (1)

$f_1 + f_2 - f_3 - f_4 = 0$: bilan des flux (2)

Supposons que ce soit e_2 qui donne sa valeur aux autres. Alors :

$e_1 = e_2$; $e_3 = e_2$; $e_4 = e_2$: définition de la jonction (1)



$f_2 = -f_1 + f_3 + f_4$: bilan des flux (2)

Restriction : un seul trait causal près de la jonction 0.

NOTION DE CAUSALITE

CONTRAINTES DE CAUSALITES

Exemple : jonction 1

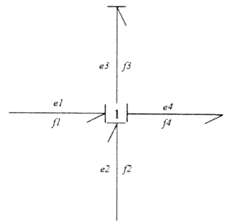
les relations constitutives de cette jonction sont :

$f_1 = f_2 = f_3 = f_4$: définition de la jonction (1)

$e_1 + e_2 - e_3 - e_4 = 0$: bilan des efforts (2)

Supposons que ce soit f_3 qui donne sa valeur aux autres. Alors :

$f_1 = f_3$; $f_2 = f_3$; $f_4 = f_3$: définition de la jonction (1)



$e_3 = e_1 + e_2 - e_4$: bilan des efforts (2)

Restriction : un seul lien sans trait causal près de la jonction 1.

NOTION DE CAUSALITE

CONTRAINTES DE CAUSALITES

Exemple : jonction TF

Il y a deux possibilités d'affectation de la causalité :

1) soit f_1 et e_2 sont connus, alors :

$f_2 = M.f_1$

$e_1 = M.e_2$

ce qui correspond à :

NOTION DE CAUSALITE

CONTRAINTES DE CAUSALITES

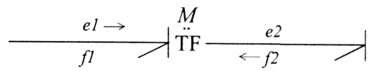
Exemple : jonction TF

2) soit f_2 et e_1 sont connus, alors :

$f_1 = (1/M).f_2$

$e_2 = (1/M).e_1$

ce qui correspond à :



Restriction : un seul trait causal près du transformateur.

CONTRAINTES DE CAUSALITES

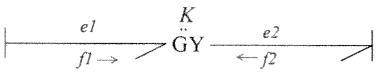
Exemple : jonction GY

Il y a deux possibilités d'affectation de la causalité :

1) soit f_1 et f_2 sont connus, alors :

$e_2 = K.f_1$
$e_1 = K.f_2$

ce qui correspond à :



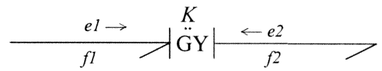
CONTRAINTES DE CAUSALITES

Exemple : jonction GY

2) soit e_1 et e_2 sont connus, alors :

$f_1 = (1/K).e_2$
$f_2 = (1/K).e_1$

ce qui correspond à :

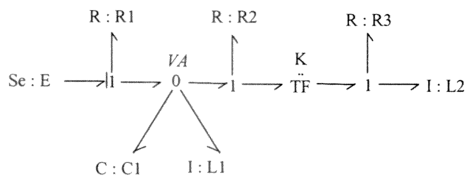


pas 1 seul trait causal près du GY

Restriction : pas de trait causal ou deux traits casaux près du gyrateur.

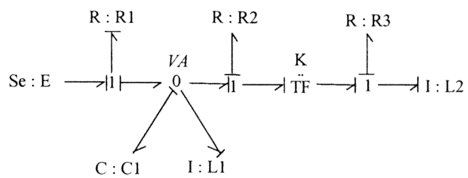
PROCEDURE D'AFFECTATION DE LA CAUSALITE

1. Affecter la causalité aux sources et répercuter sur l'environnement en respectant les restrictions de causalité.



PROCEDURE D'AFFECTATION DE LA CAUSALITE

2. Mettre tous les éléments I et C en causalité intégrale, et affecter la causalité obligatoire sur les éléments R non-linéaire; répercuter sur l'environnement en respectant les restrictions de causalité.



NOTION DE CAUSALITE

PROCEDURE D'AFFECTATION DE LA CAUSALITE

3. Affecter les causalités aux éléments R linéaires en fonction des possibilités restantes.

4. Rechercher les conflits de causalité. En cas de conflit, reprendre en 2 et modifier la causalité sur l'élément I ou C origine du conflit.

CONSTRUCTION DE L'EQUATION D'ETAT

DEFINITION

Le vecteur d'état noté x est composé des variables d'énergie p et q associées respectivement aux éléments I et C

$$x = \begin{bmatrix} p_I \\ q_C \end{bmatrix}$$

CONSTRUCTION DE L'EQUATION D'ETAT

PROPRIETES

Le vecteur d'état n'apparaît pas sur le Bond Graph mais seulement sa dérivée :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} e_I \\ f_C \end{bmatrix}$$

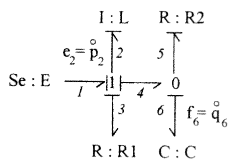
Si tous les éléments I et C sont en causalité intégrale, alors la dimension de x donne l'ordre du modèle.

Si parmi les n éléments I et C, n_1 sont en causalité dérivée, alors l'ordre du modèle est égal à $n-n_1$, et le vecteur x se décompose en x_I et x_d (i pour "intégrale" et d pour "dérivée")

CONSTRUCTION DE L'EQUATION D'ETAT

METHODE SYSTEMATIQUE

Exemple (système linéaire) :



Le vecteur d'état est de dimension 2, et l'ordre du système est aussi de 2 (I et C en causalité intégrale).

METHODE SYSTEMATIQUE

Pour obtenir les équations d'état sous la forme :

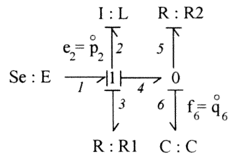
$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Il faut procéder comme suit :

- écrire les lois de structure associées aux jonctions
- écrire les lois constitutives des éléments
- combiner ces différentes lois pour obtenir les équations d'état.

METHODE SYSTEMATIQUE

Ecriture des lois structurelles :



Jonction 1 :

$f_1 = f_2 = f_3 = f_4$ (définition de la jonction 1)

$e_1 - e_2 - e_3 - e_4 = 0$ (bilan des efforts)

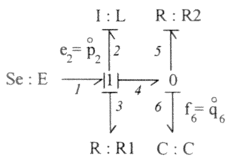
avec la causalité, on a :

$f_1 = f_2$; $f_3 = f_2$; $f_4 = f_2$

$e_2 = e_1 - e_3 - e_4$

METHODE SYSTEMATIQUE

Ecriture des lois structurelles :



Jonction 0 :

$e_4 = e_5 = e_6$ (définition de la jonction 0)

$f_4 - f_5 - f_6 = 0$ (bilan des flux)

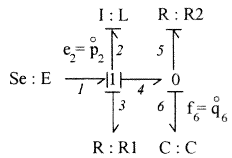
avec la causalité, on a :

$e_{.} = e_6$; $e_5 = e_6$

$f_6 = f_4 - f_5$

METHODE SYSTEMATIQUE

Ecriture des lois constitutives des éléments :



$$f_2 = \frac{1}{L}\int e_2 dt = \frac{p_2}{L}$$

$$e_6 = \frac{1}{C}\int f_6 dt = \frac{q_6}{C}$$

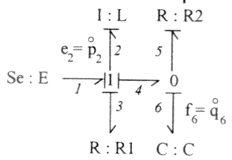
$$e_3 = R_1 f_3$$

$$f_5 = \frac{1}{R_2} e_5$$

$$e_1 = E$$

METHODE SYSTEMATIQUE

Combinaison des lois pour l'obtention des équations :



Equation en p2 :

$$\dot{p}_2 = e_2$$

$$e_2 = e_1 - e_3 - e_4$$

$$e_1 = E$$

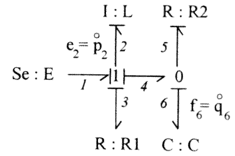
$$e_3 = R_1 f_3 = R_1 f_2 = R_1 \frac{p_2}{L} \; ,$$

$$e_4 = e_6 = \frac{q_6}{C}$$

Finalement :

$$\dot{p}_2 = E - \frac{R_1}{L} p_2 - \frac{q_6}{C}$$

METHODE SYSTEMATIQUE



Equation en q_6 :

$$\dot{q}_6 = f_6$$

$$f_6 = f_4 - f_5$$

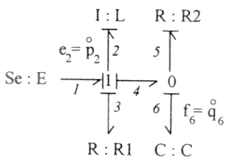
$$f_4 = f_2 = \frac{p_2}{L} \; ,$$

$$f_5 = \frac{e_5}{R_2} = \frac{e_6}{R_2} = \frac{q_6}{R_2 C}$$

Finalement :

$$\dot{q}_6 = \frac{p_2}{L} - \frac{q_6}{R_2 C}$$

METHODE SYSTEMATIQUE

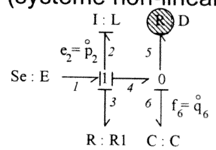


Les équations d'état s'écrivent alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_2 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{R_2 C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E$$

METHODE SYSTEMATIQUE

Exemple (système non-linéaire) :



Ici, on remplace la résistance R_2 par une diode D.

La causalité placée sur l'élément R est correcte, car la tension est une entrée pour la diode.

Pour la mise en équation d'état, la démarche est la même qu'en linéaire. Seule change la loi constitutive associée à la diode :

$$f_5 = \Phi_D(e_5)$$

Ceci donne :

$$\dot{p}_2 = E - \frac{R_1}{L} p_2 - \frac{q_6}{C} \quad \text{(pas de modification)}$$

$$\dot{q}_6 = \frac{p_2}{L} - \Phi_D\left(\frac{q_6}{C}\right)$$

CONCLUSION

Le Bond Graph est un langage de modélisation :
- pluridisciplinaire
- graphique
- structuré

Il permet :
- une modélisation systématique
- une exploitation algorithmique des graphs pour l'analyse et la simulation

C'est un outil pour l'ingénieur : car basé sur des considérations énergétiques.

C'est aussi un outil pour l'automatique (aspect non détaillé ici - voir références -) : car possibilité de développer des algorithmes graphiques sur :
- la détermination des fonctions de transferts
- la réduction d'ordre du modèle
- la commandabilité - observabilité structurelles

REFERENCES

QUELQUES LIVRES A CARACTERE GENERAL

D.C.KARNOPP, R.C.ROSENBERG, ***Systems dynamics : a unified approach***, John Wiley and son, 1975.

R.C.ROSENBERG, D.C.KARNOPP, ***Introduction to physical system dynamics***, Mc Graw Hill, 1983.

J.U.THOMA, ***Simulation by bond-graphs***, Springer Verlag, 1991.

REFERENCES

QUELQUES ARTICLES D'AUTOMATIQUE

F.T.BROWN, "Direct application of the loop rule to bond-graphs", ***J. Dyn. Syst., Meas. and Cont.***, 3, pp.253-261, 1972.

G.DAUPHIN-TANGUY, P.BORNE, M.LEBRUN "Order réduction of multi-time scale systems using bond-graphs, the reciprocal system and the singular perturbation method", ***J.of the Franklin Institute***, 319, pp.157-171, 1985.

C.SUEUR, G.DAUPHIN-TANGUY, "Bond-graph approach for structural analysis of MIMO linear systems", ***J.of the Franklin Institute***, 328,n°1, pp.55-70, 1991.