

# Compte rendu de stage de Master 1

---

## Navigation d'un robot mobile non-holonome

---

SHULGA Evgeny

19 juillet 2017

M1 EEA ISTR-RODECO

Université Paul Sabatier Toulouse III

---

## 1 Introduction

Le but de ce travail est de planifier une trajectoire pour un robot mobile dans un verger. Étant donné qu'on ne dispose pas d'un robot holonome il faut planifier son chemin adéquat en fonction de paramètres donnés  $r_{min}$  - le rayon maximal de virage du robot et  $d$  - la distance entre les rangs. En se basant sur l'article de "Biosystems Engineering" on distingue différents types de manœuvre.

$$\begin{cases} \text{Si } r_{min} = \frac{d}{2} \text{ on effectue un demi-cercle} \\ \text{Si } r_{min} > \frac{d}{2} \text{ on effectue un omega-turn} \end{cases} \quad (1.0.1)$$

La trajectoire du robot doit avoir la forme d'une spirale et on souhaite connaître le maximum d'information avant de commencer la tracer. Dans la suite on va étudier la manœuvre "Omega-turn".

## 2 Omega-turn

La trajectoire de cette forme est une trajectoire complexe qui se compose de 4 morceaux de spirales et d'un demi-cercle.

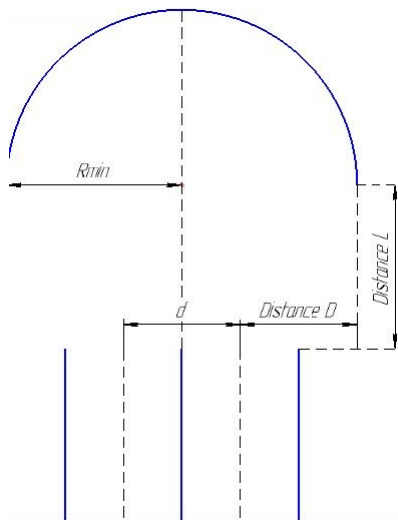


FIGURE 1 – Le schéma pour Omega-turn (repère du robot)

Le problème est de trouver deux spirales entrantes et deux spirales sortantes de ce demi-cercle. Comme on veut optimiser toute la trajectoire on va chercher d'abord deux spirales symétriques qui vont se placer sur la surface de dimension  $D$  et  $L$  (sur la Figure 1). On peut déjà exprimer la valeur de la distance  $D = r_{min} - \frac{d}{2}$ . Cela nous ramène au schéma suivant

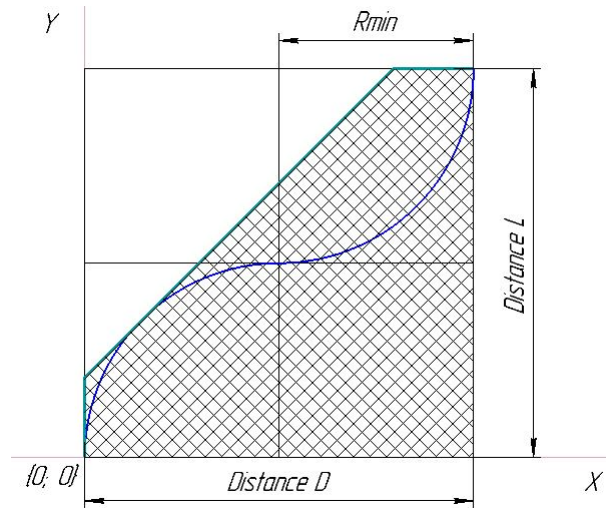


FIGURE 2 – La limite pour toutes les trajectoires possibles, ici les distances  $D$  et  $L$  sont les distances maximales (repère du robot)

Ce schéma décrit la situation quand robot doit arriver au final au rang à sa gauche. En prenant la fin du rang et son milieu comme origine de la Figure 2 on limite toutes les trajectoires que le robot peut effectuer.

L'hypothèse est suivante : on veut que le robot arrive au demi-cercle sous l'angle droit pour pouvoir tourner au maximum à gauche facilement. En plus, pour des questions d'optimisation on veut que les deux trajectoires soient symétriques comme les deux arcs de cercle sur la Figure 2.

Cette hypothèse nous donne la limite présentée comme la ligne verte sur la Figure 2 en dessous de laquelle le robot est incapable de rentrer dans le demi-cercle sous l'angle droit (la zone barrée). Cette ligne est en fait la tangente à l'arc de cercle.

Effectivement, si  $r_{min} = \frac{d}{2}$  alors  $D = 0$  et le robot n'a pas à tourner à droite, il peut tourner à gauche en effectuant le demi-cercle une fois qu'il a quitté le rang. Sinon il devra effectuer un "Omega-turn". Il est possible maintenant d'exprimer l'équation de cette droite verte :

$$y = x + r_{min}(\sqrt{2} - 1) \quad (2.0.1)$$

On passe aux valeurs  $L$  et  $D$

$$L = D + r_{min}(\sqrt{2} - 1) = r_{min} - \frac{d}{2} + r_{min}(\sqrt{2} - 1) \quad (2.0.2)$$

$$L = \sqrt{2}r_{min} - \frac{d}{2} \quad (2.0.3)$$

Imaginons que le robot doit effectuer un "omega-turn". Il sort d'abord du rang et commence à tourner à droite en effectuant une spirale qui est en fait la queue d'une spirale divergente. On peut le voir sur la figure suivante

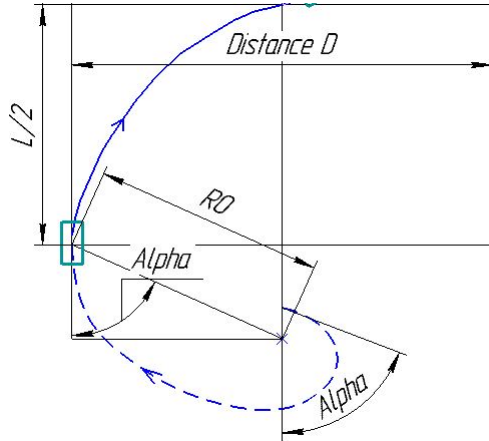


FIGURE 3 – Le début de trajectoire, ici la distance  $D$  est une distance quelconque (repère du robot)

On voit que

$$r_0 = \frac{1}{2} \frac{D}{\sin(\alpha)} \quad (2.0.4)$$

En sachant que le robot effectuera ensuite une spirale symétrique à celle-là la distance verticale qu'il parcourt sur la spirale divergente est égale  $\frac{L}{2}$ . On va se servir d'équation de spirale logarithmique suivante pour trouver l'angle  $\alpha$  correspondant

$$r(\theta) = r_0 e^{\cot(\alpha)(\theta_0 - \theta)} \quad (2.0.5)$$

La distance  $r(\theta)$  de spirale qu'elle passera au moment d'arrivée du robot au point de changement du sens de rotation est égale

$$r(2\pi) = \frac{D}{2} \frac{1}{\sin(\alpha)} e^{\cot(\pi - \alpha)(\pi - \alpha - 2\pi)} \quad (2.0.6)$$

Autrement cette distance est égale

$$\frac{D}{2} \cot(\alpha) + \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \frac{D}{\sin(\alpha)} e^{\cot(\pi - \alpha)(\pi - \alpha - 2\pi)} \quad (2.0.7)$$

On détermine l'angle  $\alpha$  en résolvant cette équation

avec le solveur de Matlab.

Pour la spirale convergente que notre robot va effectuer ensuite, le schéma est suivant

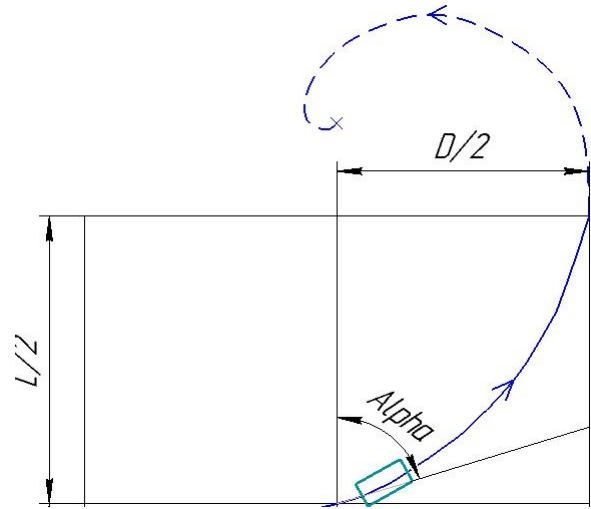


FIGURE 4 – La trajectoire avant de rentrer au demi-cercle (repère du robot)

Le centre de la première spirale est déterminé après avoir calculé l'angle  $\alpha$ . Ses coordonnées sont  $[\frac{D}{2}; \frac{D}{2} \cot(\alpha)]$

Par symétrie on retrouve le centre de deuxième spirale. Ses coordonnées sont  $[\frac{D}{2}; |\frac{D}{2} \cot(\alpha)| + 2L]$ . Comme on a vu sur la Figure 1 le centre de demi-cercle dont le rayon est égal  $r_{min}$  se trouve entre les rangs. Comme on sait que le robot commence à l'effectuer une fois qu'il a fini la deuxième spirale on peut facilement déduire les coordonnées de centre. Ces coordonnées sont  $[\frac{d}{2}; 2L]$

On sait que le robot va parcourir la même distance verticale et horizontale qu'au départ après avoir effectué le demi-cercle. On est capable alors de trouver les 2 centres de deux spirales (une divergente d'abord et finalement une convergente) qu'il lui reste à faire. Ils vont être symétriques par rapport à la ligne entre les rangs aux deux premiers centres.

Les coordonnées du centre de la troisième spirale sont  $[-d - \frac{D}{2}; |\frac{D}{2} \cot(\alpha)| + 2L]$

Les coordonnées du centre de la quatrième spirale sont  $[-d - \frac{D}{2}; \frac{D}{2} \cot(\alpha)]$

## 2.1 Simulation

En disposant de toute cette information on peut passer au Matlab pour tracer toutes les trajectoires. Pour tracer dans le repère du robot on a dû faire certaines manipulations dans le code telles que rajouter(enlèvement) d'angles  $\pi/2$  dans les formules et/ou boucles pour obtenir les résultats suivants

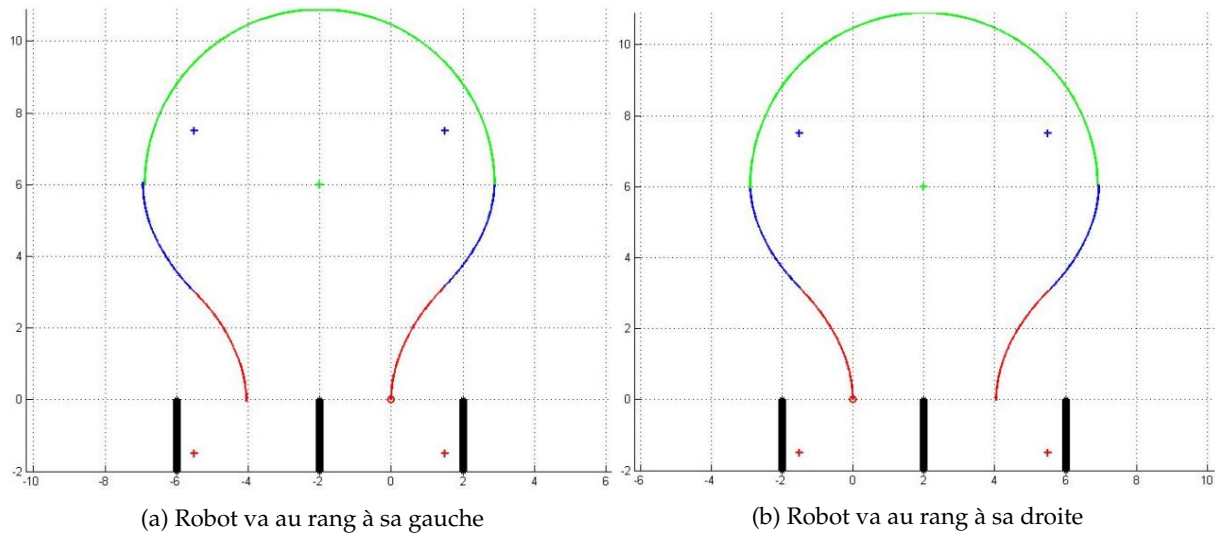


FIGURE 5 – La trajectoire entière dans Matlab,  $d = 4$  mètres,  $r_{min} = 5$  mètres (repère du robot)

Sur la Figure 5 on voit les centres pour chaque morceau de la trajectoire qui changent en fonction de  $d$  et  $r_{min}$  qu'on pose. De cette manière on peut trouver la trajectoire entière juste en posant ces deux paramètres.

Si on veut par exemple que le robot parte de son rang et y retourne après il suffit juste mettre  $d = 0$

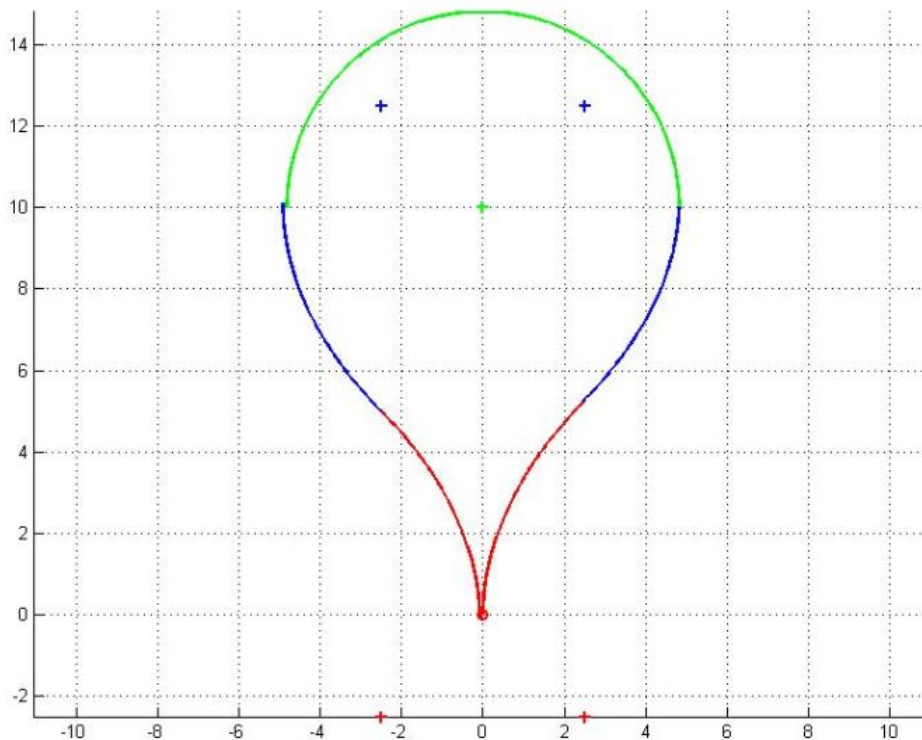


FIGURE 6 – Robot revient au même point d'où il est parti (repère du robot)

En fonction de la distance entre les rangs  $d$  le robot parcourt différents trajets. Plus  $d$  est proche de  $2r_{min}$  plus la trajectoire ressemble au demi-cercle et la distance  $L$  se raccourcit. Inversement, si  $2r_{min}$  est bien

plus grande que  $d$ , la distance  $L$  s'augmente. On peut le voir sur la Figure 7

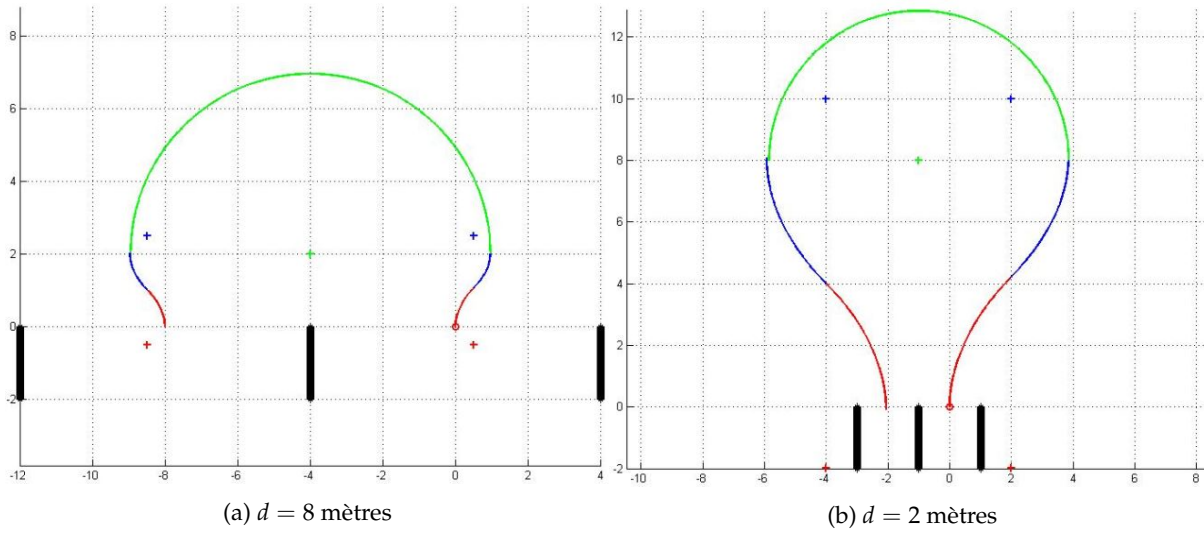


FIGURE 7 – Différents trajets pour  $r_{min} = 5$  mètres (repère du robot)

Le changement de  $r_{min}$  aussi fait l'effet sur la distance  $L$  comme on peut observer sur la Figure 8

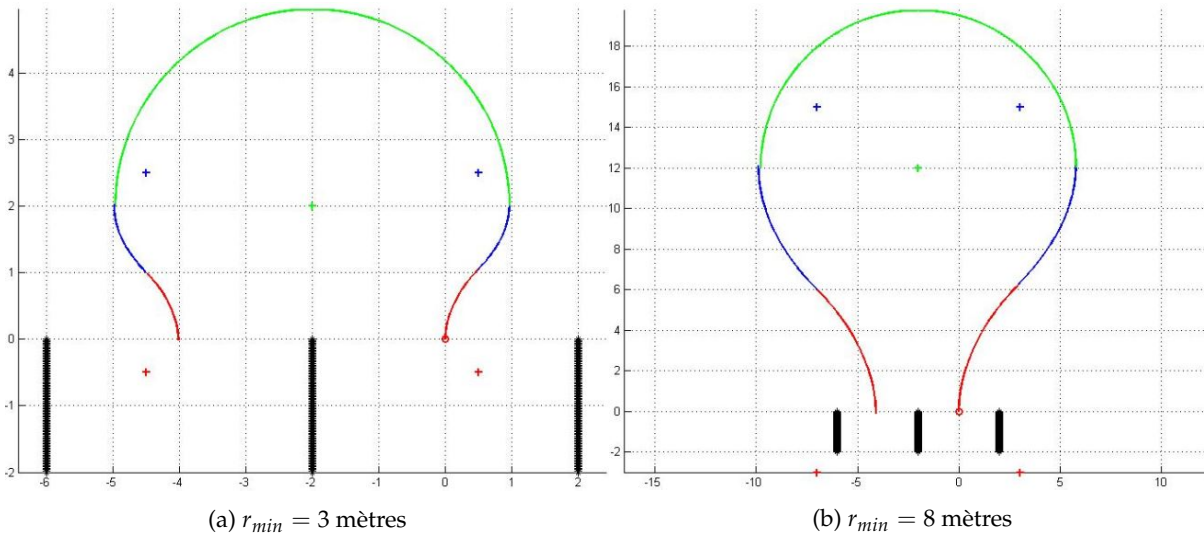


FIGURE 8 – Différents trajets pour  $d = 4$  mètres (repère du robot)



### 3 T-turn (Queue de poisson)

On va appliquer la même hypothèse que pour Omega-turn et calculer  $\alpha$  pour deux spirales symétriques en utilisant la formule (2.0.7). La seule différence est le déplacement de leurs centres sur l'axe X.

Le centre de la première spirale est  $[-\frac{D}{2}; \frac{D}{2} \cot(\alpha)]$

Le centre de la seconde spirale est  $[-d + \frac{D}{2}; \frac{D}{2} \cot(\alpha)]$

On a fait ce choix des centres comme on veut que le robot après avoir sorti de rang tourne de suite à gauche pour aller au rang à sa gauche.

### 4 Simulation

Pendant la simulation de T-turn on a vu la différence entre des queues de poisson faites avec les spirales et celles faites avec les arcs de cercle

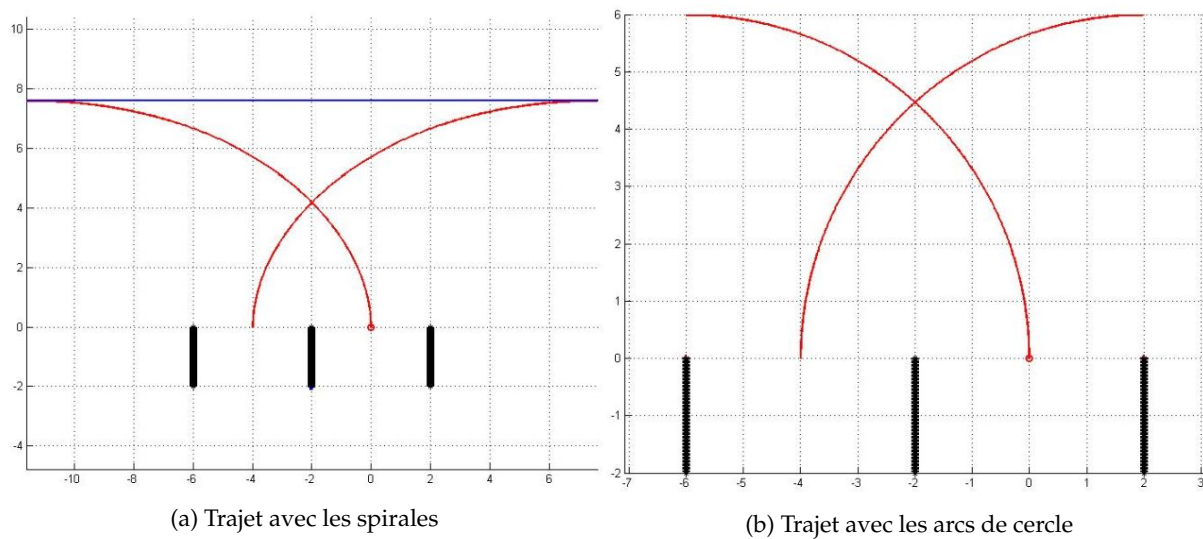


FIGURE 9 – Différents trajets pour  $D = d = 4$  mètres et  $r_{min} = 6$  mètres (repère du robot)

La distance que le robot doit parcourir en reculant pour deux trajectoires n'est pas la même. Pour le T-turn avec les arcs de cercle il est facile de la calculer. Le robot doit parcourir la distance en marche arrière égale à  $2r_{min} - d$ .

Pour le T-turn avec les spirales on peut trouver cette distance en analysant le trapèze suivant :

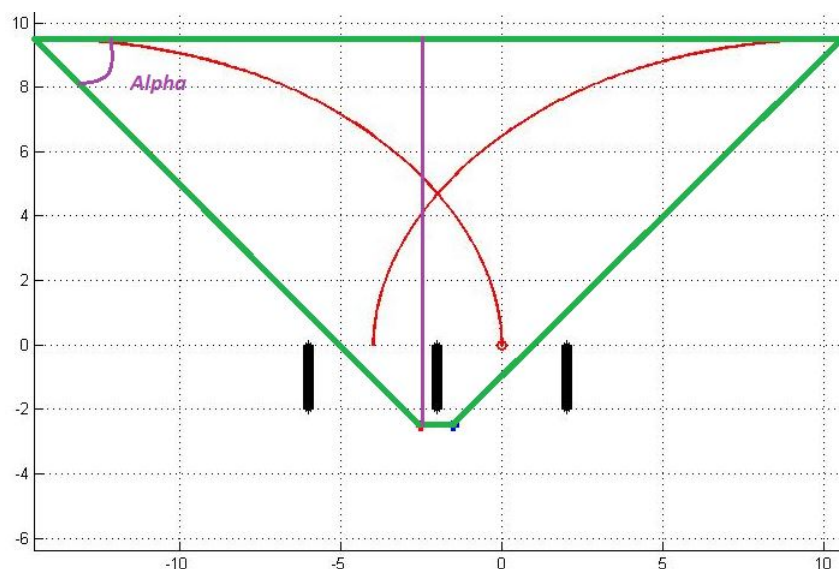


FIGURE 10 – Schéma pour calculer la grande base du trapèze isocèle

La petite base du trapèze relie les centres de deux spirales dont la position est déjà connue. La hauteur du trapèze relie la distance verticale (dans le repère de la Figure 10) que le robot parcourt à partir de la fin du rang et la distance jusqu'au centre de spirale. Il est facile alors de trouver la grande base du trapèze en le découpant en deux triangles et un rectangle.

Néanmoins après analyse des trajectoires on voit que la queue de poisson faite par les arcs de cercle est plus optimale et facile à effectuer dans le cas où la distance  $D = r_{min} - \frac{d}{2}$  est supérieure ou égale à distance  $d$  entre les rangs. On peut le voir déjà sur la Figure 9 où le robot part loin des rangs s'il effectue les spirales et reste à l'intérieur s'il effectue les arcs de cercle.

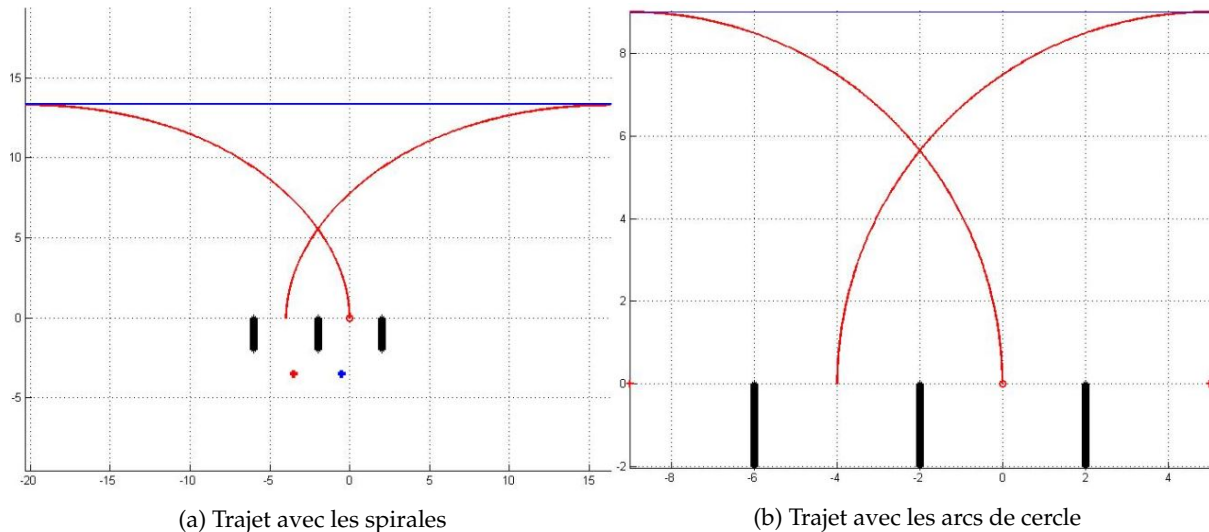


FIGURE 11 – Différents trajets pour  $d = 4$  mètres,  $D = 7$  mètres et  $r_{min} = 9$  mètres (repère du robot)

Sur la Figure 11 on voit que si on pose  $r_{min}$  bien plus grand que  $d$ , la distance  $D$  devient plus grande que la distance  $d$  et la trajectoire avec les spirales s'élargit énormément alors qu'avec les arcs de cercle ce n'est pas le cas.

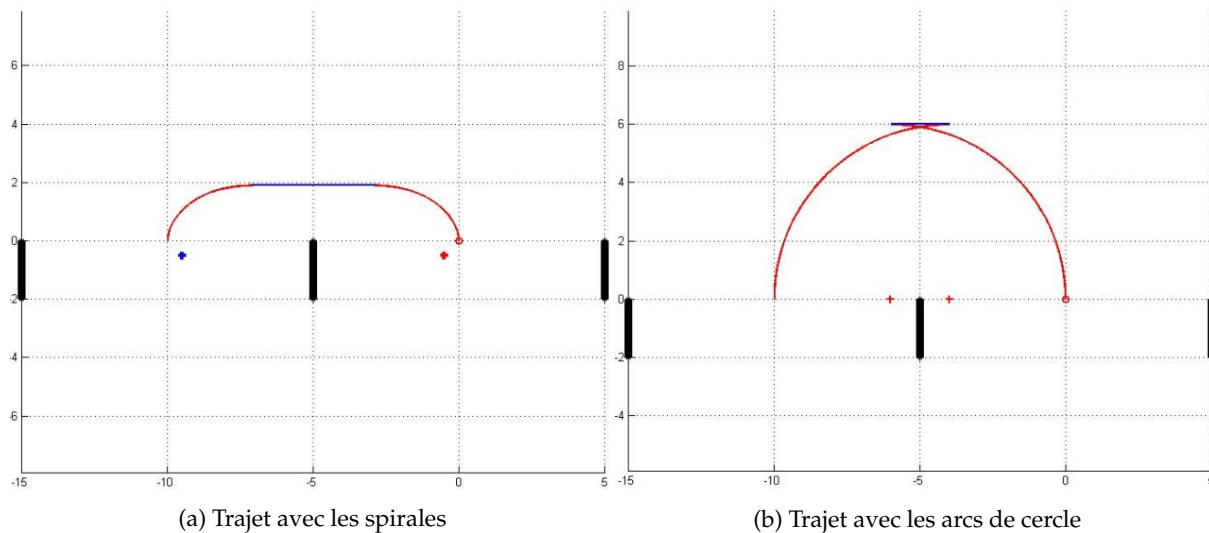


FIGURE 12 – Différents trajets pour  $d = 10$  mètres,  $D = 1$  mètre et  $r_{min} = 6$  mètres (repère du robot)

La Figure 12 montre la seule situation où la trajectoire avec les spirales est préférable. C'est le cas où  $D < d$ . On peut remarquer que  $r_{min} > \frac{d}{2}$  mais la forme de trajectoire avec les spirales n'est plus en queue de poisson.

## 5 Conclusion

Les deux types de manœuvres que l'on a étudié nécessitent plus d'informations qu'on dispose dans la vraie vie. Le but était de montrer qu'il est possible d'effectuer ces trajectoires en utilisant les spirales équiangulaires mais leur faisabilité pour le vrai robot reste encore à clarifier. Comme on souhaite de contrôler le robot en utilisant seulement ses données sensorielles il faudra probablement chercher un autre concept de trajectoire type spirale, par exemple, une spirale non-équiangulaire.