

Tentamen – Mekanik F del 2 (FFM521 och 520)

Tid och plats:	Måndagen den 27 maj 2013 klockan 14.00-18.00 i M.
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta samt en egenhändigt handskriven A4 med valfritt innehåll (bägge sidor).
Examinator:	Christian Forssén.
Jourhavande lärare:	Christian Forssén (031-772 3261) samt Emil Ryberg.

Betygsgränser: Tentamen består av sex uppgifter. För att bli godkänd krävs minst 8 poäng på uppgifterna 1-4 (inklusive eventuell bonuspoäng). För de som har klarat föregående krav bestäms slutbetyget av poängsumman från uppgifterna 1-6 plus eventuella bonuspoäng från inlämningsuppgifterna enligt följande gränser:
8-17 poäng ger betyg 3, 18-25 poäng ger betyg 4, 26+ poäng ger betyg 5.

FFM520: För studenter som skriver FFM520 gäller att de skriver samma tentamen som FFM521 med följande tillägg: Har man inte gjort inlämningsuppgiften 2012 eller 2013 gäller dessutom att man skall göra en extra uppgift (4p). Isf krävs totalt 10p på uppgifterna 1-4 + extrauppgift (inklusive eventuell bonuspoäng) för godkänt, annars samma betygsgränser som ovan.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Vid tentamensrättning gäller följande allmänna principer:

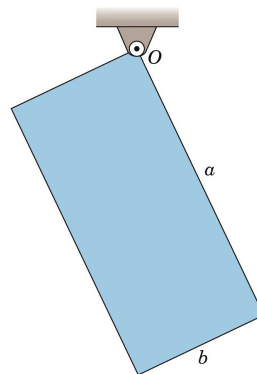
- För full (4 eller 6) poäng krävs fullständigt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag. Gäller även mindre brister i presentationen.
- Allvarliga fel (t.ex. dimensionsfel eller andra fel som leder till orimliga resultat) ger 3-4 poängs avdrag om orimligheten pekas ut; annars fullt poängavdrag.
- Allvarliga principiella fel ger fullt poängavdrag.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

Lösningsförslag som är ofullständiga eller innehåller felaktigheter, men där en tydlig lösningsstrategi har presenterats, genererar i allmänhet det lägre av poängavdragen ovan.

Lycka till!

Obligatorisk del

1. En homogen rektangel med sidlängderna a och b samt massa M svänger runt en horisontell axel genom ett av dess hörn (se figur). Beräkna den naturliga vinkelfrekvensen för små svängningar. (4 poäng.)



2. Betrakta en stel kropp med total massa M som har tröghetsmatrisen $\bar{\mathbb{I}}$ med avseende på ett kartesiskt koordinatsystem xyz med origo i masscentrum. Använd beteckningen \mathbb{I}^P för tröghetsmatrisen i samma koordinatsystem, men med avseende på en punkt P . Punkten P är förskjuten med $\vec{r}_P = x_P \hat{\mathbf{i}} + y_P \hat{\mathbf{j}} + z_P \hat{\mathbf{k}}$ relativt masscentrum. Utgå från definitionen på tröghetsmatrisen och härled samband mellan:

- (i) huvudtröghetsmomentet I_{xx}^P och matriselement i $\bar{\mathbb{I}}$,
- (ii) deviationsmomentet I_{xz}^P och matriselement i $\bar{\mathbb{I}}$.

Sådana uttryck utgör en generalisering av parallellaxelteoremet för tredimensionella objekt. (4 poäng)

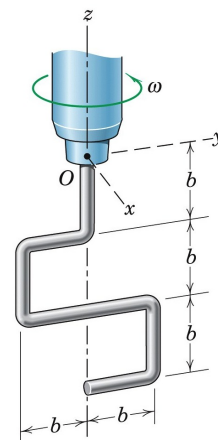
3. En boll med massa m , radie r och tröghetsmoment βmr^2 (med avseende på en horisontell axel genom masscentrum) rullar nerför en fixerad sfär med radien R . Bollen startar från vila på toppen av sfären. Friktionen är tillräckligt stor för att förhindra glidning. Antag att $r \ll R$ och räkna ut för vilken vinkel θ som bollen släpper kontakten med sfärens yta. (6 poäng.)

4. En projektil ges en utgångshastighet v_0 riktad uppåt från jordytan med vinkeln $\theta = 30^\circ$ mot vertikalen, och rör sig därefter i en parabelbana. Dess högsta höjd är mycket mindre än jordradien. Rörelsen betraktas (som vanligt) i ett koordinatsystem som följer med jordens rotation. Antag att rörelsen sker vid ekvatorn och att projektilen rör sig i riktning NV. Ange Corioliskraften, till både storlek och riktning, i de tre lägena: (i) precis efter uppskjutningen, (ii) vid den högsta höjden och (iii) strax före nedslaget. (6 poäng.)

Extrauppgift

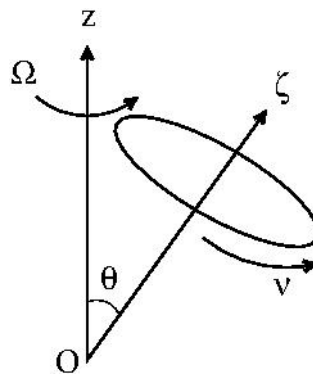
- Studenter på FFM521 (dvs inskrivna ht 2012) skall **inte** göra denna uppgift.
- Studenter på FFM520 som har gjort inlämningsuppgiften på stelkroppsrorelse i rummet år 2012 eller 2013 skall **inte** lösa denna uppgift. Men ange på ett tentamensblad, med uppgiftens nummer, vilket år du har gjort inlämningsuppgiften.
- Studenter på FFM520 som inte har gjort inlämningsuppgiften 2013, eller inte har blivit godkända på uppgiften 2012, kan göra denna uppgift som en del av den grundläggande delen på tentamen.

520. En schweizisk chokladblandare är konstruerad av en böjd stav med total längd $7b$ och linjens densitet ρ (se figur). Innan Rodolphe Lindt doppar den i sin chokladblandning roteras blandaren luften (bortse från luftmotstånd) med en konstant vinkelhastighet $\vec{\omega} = \omega \hat{\mathbf{k}}$, dvs runt z -axeln. Beräkna vridmomentet \vec{M}_O som verkar på staven från basen vid punkten O . (4 poäng.)



Överbetygsuppgifter

5. En tung snurra roterar runt en fix punkt O ett avstånd L från dess tyngdpunkt. Snurran spinner med spinnhastigheten ν runt sin symmetriaxel, som pekar en fix vinkel θ relativt vertikalaxeln, samtidigt som den precesserar runt vertikalaxeln med rotationshastigheten Ω . Tröghetsmomentet runt symmetriaxeln är mindre än det runt de vinkelräta huvudtröghetsaxlarna $I_{\zeta\zeta} \equiv I_{\zeta} < I_{\perp}$. Finn den minimala spinnhastighet ν för vilken denna reguljära precessionsrörelse överhuvudtaget är möjlig. (6 poäng.)



6. En kula med massa m kan röra sig friktionslöst längs en vajer som är böjd till formen av en parabel ($z = k\rho^2$) och som roterar med konstant vinkelhastighet ω runt vertikalaxeln. Använd cylindriska koordinater och teckna Lagrangianen med ρ som generaliserad koordinat. Finn rörelseekvationen och identifiera eventuella jämviktslägen, dvs positioner där kulan varken glider upp eller ner längs vajern. Diskutera huruvida de jämviktslägen du finner är stabila eller inte. (6 poäng.)

