Tentamen i **Mekanik 2 för F**, FFM521 (gäller även för FFM520)

Torsdagen 27 augusti 2015, 8.30-12.30

Examinator: Martin Cederwall

Jour: Martin Cederwall, ankn. 3181, besöker tentamenssalarna c:a kl. 9.30 och 11.30.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd kalkylator.

Tentamen består av en obligatorisk del (uppg. 1-4) och en överbetygsdel (uppg. 5 och 6). Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. För godkänt (betyg 3) krävs 16 poäng på den obligatoriska delen. Om betyg 3 uppnåtts rättas även överbetygsdelen. Gränser för betyg 4 och 5 är 36 resp. 48 poäng.

Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

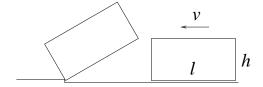
Lycka till!

Obligatorisk del

- 1. Om en massa kan glida friktionsfritt på jordytan, kommer den inte att röra sig rakt i förhållande till jorden, utan i en krökt bana. Antag att utsträckningen för partikelns bana är mycket mindre än jordradien. Banan kommer då att bli en cirkel. Hur stor är radien och periodtiden för cirkelrörelsen (beroende på hastighet och latitud)? Gör någon numerisk uppskattning.
- 2. En sfärisk kropp med massan 10 g och radien 8.0 mm är utsatt för en återförande kraft som är proportionell mot förflyttningen från jämviktsläget med proportionalitetskonstanten 0.50 N/m. Massan svänger i vatten, och utsätts därför för en bromsande kraft från vattnet (se nedan). Visa att den resulterande svängningsrörelsen kommer att vara svagt dämpad om amplituden är tillräckligt liten för att strömningen skall kunna betraktas som laminär. Ungefär hur stor får amplituden vara om detta skall gälla?

Vattenmotståndet beter sig olika för laminärt och för turbulent flöde. Vilket som gäller bestäms av Reynoldstalet, $Re = \rho dv/\eta$, där ρ är vattnets densitet, d föremålets typiska diameter, v dess fart och $\eta \approx 1.5 \times 10^{-3} \ \mathrm{kg/(ms)}$ vattnets viskositet. För Reynoldstal mindre än c:a 30 har man laminär strömning, och vattenmotståndet är proportionellt mot farten enligt $F \approx 6\pi \eta r v$ där r är sfärens radie. För Reynoldstal från c:a 10^3 och uppåt har man turbulent strömning, och vattenmotståndet är proportionellt mot farten i kvadrat enligt $F \approx \frac{1}{2} \rho C_d A v^2$, där A är föremålets tvärsnittsarea och C_d en formfaktor som för en sfär är ungefär 0.5.

3. Ett homogent rätblock (se figuren) glider med farten v på ett horisontellt underlag, då det stöter på en kant, så att det främre nedra hörnet stannar. Det kan antagas stanna där under den fortsatta rörelsen. Hur stor skall v minst vara för att rätblocket skall kunna tippa över (dvs. för att dess masscentrum skall passera förbi hacket)?



4. När man spelar brännboll eller baseboll är det lämpligt att minimera kraften som slagträt utövar på händerna. Detta kan åstadkommas om man väljer den punkt där bollen träffar slagträt så att impulsen från bollen ger slagträt en ren rotationsrörelse runt den "punkt" där man håller i trät. Låt slagträt ha massan m, och kalla avståndet från händerna till träffpunkten d, från händerna till masscentrum \bar{r} och slagträts tröghetsmoment runt masscentrum \bar{I} . Hur skall d väljas uttryckt i de övriga parametrarna? Var ligger denna träffpunkt om slagträt är en smal homogen stav som man håller i ena änden?

Överbetygsdel

- 5. En liten pärla med massan m är friktionsfritt rörlig på en cirkelformad tråd med radien a. Trådens massa är M. Tråden befinner sig i ett horisontellt plan, och kan rotera fritt runt en vertikal axel som går genom en punkt på tråden. Inför lämpliga generaliserade koordinater, och skriv ned Lagrangianen och Lagranges ekvationer. Finns det någon konserverad storhet? Finns det något stabilt jämviktsläge för pärlans position på tråden? Isåfall, bestäm vinkelfrekvensen för små svängningar kring det.
- 6. En rymdstation har massan M och kan betraktas som en rak homogen cylinder med radien r och längden $a = \sqrt{3}r$. Den roterar runt sin symmetriaxel med vinkelhastighet ω_0 . Vid en viss tidpunkt träffas den av en partikel. Under mycket kort tid påverkas rymdstationen av en impuls med beloppet p. Impulsen verkar nära stationens ena ände och är radiellt riktad (dvs. in mot symmetriaxeln, och vinkelrätt mot denna). Beskriv i detalj rymdstationens rörelse efter stöten.