Tentamen – Mekanik F del 2 (FFM521 och 520)

Tid och plats:	Tisdagen den 27 augusti 2013 klockan 14.00-18.00.
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta samt en egenhändigt handskriven A4 med valfritt innehåll (bägge sidor).
Examinator:	Christian Forssén.
Jourhavande lärare:	Christian Forssén (031–772 3261).

Betygsgränser: Tentamen består av sex uppgifter. För att bli godkänd krävs minst 8 poäng på uppgifterna 1–4 (inklusive eventuell bonuspoäng). För de som har klarat föregående krav bestäms slutbetyget av poängsumman från uppgifterna 1–4 samt 6–7 plus eventuell bonuspoäng enligt följande: 8–17 poäng ger betyg 3, 18–25 poäng ger betyg 4, 26+ poäng ger betyg 5.

FFM520: För studenter som skriver FFM520 gäller att de skriver samma tentamen som FFM521 med följande tillägg: Har man inte gjort inlämningsuppgiften 2012 eller 2013 skall man istället lösa en extra uppgift (uppgift 5, 4p). För dessa studenter är kravet för godkänt 10p på uppgifterna 1–5 inklusive eventuell bonuspoäng.
Betygsgränser: 10–19 (betyg 3), 20–27 (betyg 4), 28+ (betyg 5).

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Vid tentamensrättning gäller följande allmänna principer:

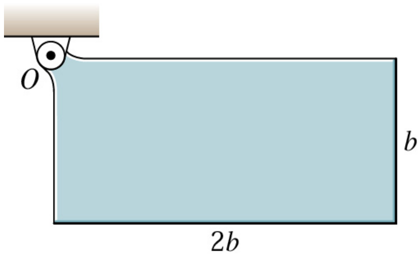
- För full (4 eller 6) poäng krävs fullständigt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag. Gäller även mindre brister i presentationen.
- Allvarliga fel (t.ex. dimensionsfel eller andra fel som leder till orimliga resultat) ger 3-4 poängs avdrag om orimligheten pekas ut; annars fullt poängavdrag.
- Allvarliga principiella fel ger fullt poängavdrag.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

Lösningsförslag som är ofullständiga eller innehåller felaktigheter, men där en tydlig lösningsstrategi har presenterats, genererar i allmänhet det lägre av poängavdragen ovan.

Lycka till!

Obligatorisk del

1. En homogen, rektangulär platta med massa m släpps från vila i det illustrerade läget. Bestäm den maximala vinkelhastigheten som plattan har under den efterföljande rörelsen. Försumma friktion i leden. *(4 poäng)*



2. Besvara följande flervalsfrågor. Svaren behöver ej motiveras. Ett poäng för varje rätt svar utöver två. Dvs: 0–2 rätt = 0p, 3 rätt = 1p, 4 rätt = 2p, osv. *(4 poäng)*

   (a) Hur många frihetsgrader har en stel kropp som kan röra sig i planet och vars masscentrum är tvingat att röra sig längs en cirkulär bana?

   1: 1 X: 2 2: 3

   (b) En partikel rör sig med konstant hastighet i ett plan. Partikelns läge beskrivs med polära koordinater (r, φ). Vid ett visst ögonblick är $r = 4.00$ m, $\dot{r} = 4.00$ m/s, $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = 0.750$ rad/s. Hur stor är partikelns fart?

   1: 4.75 m/s X: 5.0 m/s 2: 7.0 m/s

   (c) En bil med massan 1.0 ton kör rakt norrut med farten 100 km/h på 30° sydlig bredd. Åt vilket håll är corioliskraften riktad?

   1: västerut X: österut 2: ingenstans, den är noll

   (d) Ett hjul som rullar utan att glida på ett plant underlag påverkas i allmänhet av

   1: en friktionskraft, som dock inte utför något arbete. X: ingen friktionskraft. 2: en friktionskraft, som utför ett negativt arbete.

(e) Betrakta ett roterande koordinatsystem $\xi\eta\zeta$ (högersystem) som roterar med vinkelhastigheten $\vec{\Omega} = \Omega\hat{\zeta}$. Vad blir tidsderivatan av enhetsvektorn i ξ-riktningen?

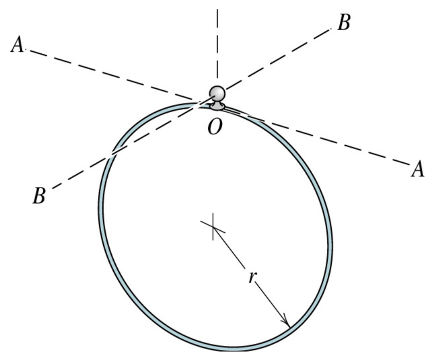
1: $\dot{\hat{\xi}} = \Omega\hat{\zeta}$ X: $\dot{\hat{\xi}} = \Omega\hat{\eta}$ 2: $\dot{\hat{\xi}} = 0$

(f) Resonansfrekvensen för en driven svängningsrörelse med svag dämpning är

1: större X: lika stor 2: mindre

än resonansfrekvensen för motsvarande system utan dämpning.

3. En cirkulär ring med massa m och radie r är upphängd så att den kan rotera helt fritt kring punkten O. Försumma storlek, massa och friktion hos denna infästning. Betrakta små svängningar runt axeln $A-A$, respektive runt axeln $B-B$. Vad blir kvoten mellan vinkelfrekvenserna för dessa två svängningsrörelser? *(6 poäng.)*



4. Tyngdaccelerationen som uppmäts i ett jordfixt koordinatsystem betecknas med $\mathbf{g}$. Pga jordens rotation skiljer sig $\mathbf{g}$ från den *verkliga* gravitationsaccelerationen $\mathbf{g}_0$ som hade uppmätts om jorden inte hade roterat. Antag (något förenklat och felaktigt) att jorden är ett perfekt klot och räkna ut

(a) Skillnaden i storlek $g - g_0$ som en funktion av latituden ϕ;

(b) Den maximala vinkeln mellan $\mathbf{g}$ och $\mathbf{g}_0$ samt vid vilken latitud denna inträffar.

(6 poäng.)

Extrauppgift

- Studenter på FFM521 (dvs inskrivna fr.o.m ht 2012) skall **inte** göra denna uppgift.
- Studenter på FFM520 som har gjort inlämningsuppgiften på stelkroppsrörelse i rummet år 2012 eller 2013 skall **inte** lösa denna uppgift. Men ange gärna på ett tentamensblad, med uppgiftens nummer, vilket år du har gjort inlämningsuppgiften.
- Studenter på FFM520 som inte har blivit godkända på uppgiften 2012 eller 2013, kan göra denna uppgift som en del av den grundläggande delen på tentamen.

5. Betrakta en boll med radie R och massa m som glider (helt utan att rulla) med farten v_0 på en horisontell yta. Bollen har tröghetsmomentet $\beta m R^2$ runt en axel genom masscentrum ($\beta < 1$). Friktionen gör att bollen börjar rulla. Härled bollens fart i det läge då den rullar utan att glida. Härled också hur mycket kinetisk energi den har förlorat fram till det läget. *(4 poäng.)*

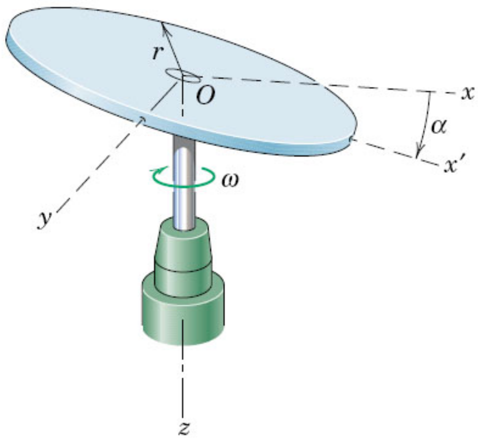
Överbetygsuppgifter

6. En homogen skiva (massa m och radie r) är monterad på en vertikal axel med en vinkel α mellan skivans plan och rotationsplanet (se figur).

   (a) Ge ett uttryck för skivans rörelsemängdsmoment m.a.p. punkten O. (4p)

   (b) Beräkna vinkeln mellan den vertikala axeln och rörelsemängdsmomentsvektorn då $\alpha = 45°$. (2p)

   (6 poäng.)



7. En tunn stav med längden $2l$ rör sig i rummet. Vi väljer fem generaliserade koordinater enligt följande: kartesiska koordinater (x, y, z) för masscentrums läge samt sfäriska vinkelkoordinater (θ, ϕ) för stavens riktning. Detta betyder alltså att stavens ena ände har de sfäriska koordinaterna (l, θ, ϕ) relativt masscentrum.

   En kraft $\vec{F} = F_x\hat{x} + F_y\hat{y} + F_z\hat{z}$ verkar på just denna ände. Härled ett uttryck för denna krafts generaliserade kraftkomponenter och tolka dessa i termer av krafter och vridmoment. *(6 poäng.)*