Tentamen – Mekanik F del 2 (FFM520)

Tid och plats:	Tisdagen den 25 maj 2010 klockan 08.30-12.30 i V.
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Lexikon, typgodkänd miniräknare samt en egenhändigt skriven A4 med valfritt innehåll.
Examinator:	Christian Forssén.
Jourhavande lärare:	Christian Forssén, 031–772 3261.

Betygsgränser: Tentamen består av sex uppgifter och varje uppgift kan ge maximalt 6 poäng (om ej annat anges). För att bli godkänd krävs minst 12 poäng på uppgifterna 1-4 (inklusive eventuella bonuspoäng från inlämningsuppgift 1).
För dem som har klarat föregående krav bestäms slutbetyget av poängsumman från uppgifterna 1-6 plus eventuella bonuspoäng från inlämningsuppgifterna enligt följande gränser:
12-23 poäng ger betyg 3, 24-29 poäng ger betyg 4, 30+ poäng ger betyg 5.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras (uppgift 1 undantagen i förekommande fall) , införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt!

Vid tentamensrättning gäller följande allmänna principer:

- För full (6) poäng krävs fullständigt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag. Gäller även mindre brister i presentationen.
- Allvarliga fel (t.ex. dimensionsfel eller andra fel som leder till orimliga resultat) ger 3-4 poängs avdrag, om orimligheten pekas ut; annars 5-6 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 5-6 poängs avdrag.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

Lycka till!

Obligatorisk del

1. *(6 poäng. 1 poäng för 1 rätt svar, 2p för 2 rätta, 4p för 3 rätta, 6p för 4 rätta. Endast svar skall ges.)*

   (i) Fyra olika cylindrar rullar nedför samma lutande plan. Vilken eller vilka cylindrar rullar ner snabbast. Bortse från luftmotstånd.

   (a) Homogen cylinder med radie R och massa M.
   (b) Homogen cylinder med radie $2R$ och massa M.
   (c) Homogen cylinder med radie R och massa $2M$.
   (d) Ihålig cylinder (enbart tunt skal) med radie R och massa M.

   (ii) Hur stor rotationsenergi motsvarar jordens rotationsrörelse runt sin egen axel (betrakta jordklotet som en perfekt sfär med massa $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg, radie $r = 6.4 \cdot 10^{6}$ m)? Hur stor rotationsenergi motsvarar jordklotets rörelse i sin planetbana runt solen (approximera denna som en cirkelrörelse med radien $R = 1.5 \cdot 10^{11}$ m)?

   (iii) Tänk er ett lod som hänger ned längs med en skyskrapefasad på Manhattan. Tänk er vidare förlängningen av denna lodlinje genom jordklotet. Skulle denna förlängda lodlinje passera

   (a) Strax söder om jordens tyngdpunkt.
   (b) Rakt genom jordens tyngdpunkt.
   (c) Strax norr om jordens tyngdpunkt.
   (d) Strax öster om jordens tyngdpunkt

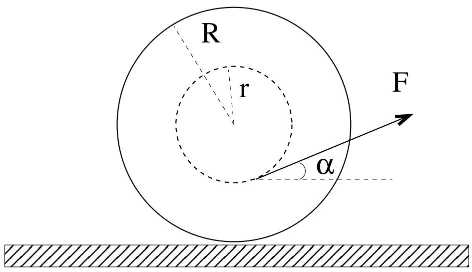
   (iv) Vilken eller vilka av nedanstående situationer (som alla beskriver en stel kropps rotation kring en fix punkt i rummet) uppfyller att rörelsemängdsmomentsvektorn m.a.p. denna fixa punkt ständigt kommer att vara parallell med rotationsvektorn?
   I samtliga fall gäller att xyz är de relevanta koordinataxlarna och dessa axlar är valda så att alla deviationsmoment är lika med noll.

   (a) Allmän rotation kring fix punkt. Dvs rotationsvektorn har en tidsberoende riktning.
   (b) Rotationen sker kring en fix axel (som ej nödvändigtvis sammanfaller med en huvudtröghetsaxel).

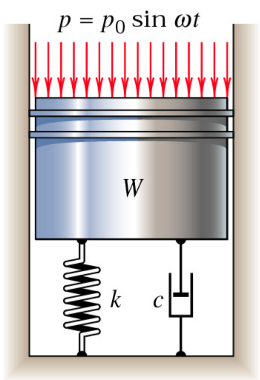
(c) Alla huvudtröghetsmoment är lika stora. Rotationen sker kring en fix axel (som ej nödvändigtvis sammanfaller med en huvudtröghetsaxel).

(d) Alla huvudtröghetsmoment är lika stora. Rotationsvektorn har dock en tidsberoende riktning.

2. En trådrulle vilar på en horisontell, sträv yta. Tråden är upprullad på en inre trissa med radien r medan rullens ytterradie är R. Trådrullens massa är M och dess tröghetsmoment runt symmetriaxeln är $\bar{I}$. Någon drar försiktigt i tråden på det sätt som figuren visar (kraft F riktad vinkeln α snett uppåt höger). Åt vilket håll rullar trådrullen när den startar från vila? Förutsätt att friktionen är tillräckligt stor för att förhindra glidning.



3. En kolv med massan $m = 45$ kg kan röra sig vertikalt under inverkan av ett fluktuerande lufttryck $p = p_0 \sin \omega t$. Rörelsen motverkas av en fjäderkraft ($k = 35$ kN/m) samt en dämpning ($c = 1250$ Ns/m). Vid vilken frekvens ω blir kolvens svängningsamplitud som störst?



4. En partikel med massa m kan röra sig fritt (utan friktion) i ett vertikalplan som spänns upp av axlarna x (horisontell) och y (vertikal). Detta plan roterar i sin tur kring den vertikala y-axeln med konstant

vinkelhastighet Ω (positiv riktning uppåt). Finn partikelns rörelse-ekvationer i x och y koordinaterna. Lös dessa och beskriv möjliga rörelsemönster beroende på begynnelsevillkor.

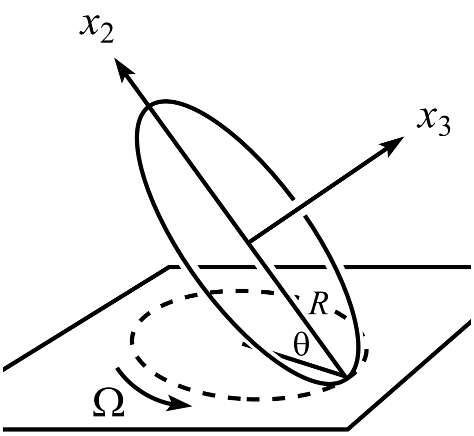
Överbetygsuppgifter

---

5. Ett mynt som spinner kring en vertikal axel kommer snart att förlora energi och börja wobbla på bordsytan (se figur). Vinkeln θ kommer gradvis att minska tills myntet slutligen faller. Antag att denna process är långsam och betrakta en period då vinkeln θ är konstant. Vi kan också anta att masscentrum är stillastående. Myntets radie är R. Myntet rullar utan att glida och kontaktpunkten rör sig med frekvensen Ω runt bordsytan.

   (a) Vad är myntets vinkelhastighet uttryckt i det kroppsfixa $x_1x_2x_3$-systemet?

   (b) Hur stor är periodtiden för kontaktpunktens cirkelrörelse och vad händer då vinkeln θ går mot noll?



vg vänd

6. En homogen cylinder med massan $2m$ samt radien R ligger på en horisontell bordsskiva så att ena ändytan precis sticker ut. I centrum på denna cirkulära ändyta sitter en homogen smal stav (massa m och längd $2R$) fritt ledad i sin ena ände. Den är alltså upphängd så att den kan pendla i ett vertikalplan vinkelrätt mot cylinderaxeln (se figur). Bestäm periodtiden för denna pendelrörelse (små svängningar) under antagandet att cylindern rullar utan att glida.