

Tentamen – Mekanik F del 2 (FFM520)

Tid och plats:	Onsdagen den 12 januari 2011 klockan 08.30-12.30 i V.
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Lexikon, typgodkänd miniräknare samt en egenhändigt skriven A4 med valfritt innehåll.
Examinator:	Christian Forssén.
Jourhavande lärare:	Christian Forssén, 031-772 3261 (omkoppling aktiverad).

Betygsgränser: Tentamen består av sex uppgifter och varje uppgift kan ge maximalt 6 poäng (om ej annat anges). För att bli godkänd krävs minst 12 poäng på uppgifterna 1-4 (inklusive eventuella bonuspoäng från inlämningsuppgift 1).

För dem som har klarat föregående krav bestäms slutbetyget av poängsumman från uppgifterna 1-6 plus eventuella bonuspoäng från inlämningsuppgifterna enligt följande gränser:

12-23 poäng ger betyg 3, 24-29 poäng ger betyg 4, 30+ poäng ger betyg 5.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras (uppgift 1 undantagen i förekommande fall), införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt!

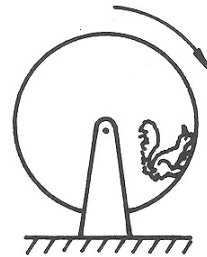
Vid tentamensrättning gäller följande allmänna principer:

- För full (6) poäng krävs fullständigt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag. Gäller även mindre brister i presentationen.
- Allvarliga fel (t.ex. dimensionsfel eller andra fel som leder till orimliga resultat) ger 3-4 poängs avdrag, om orimligheten pekas ut; annars 5-6 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 5-6 poängs avdrag.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

Lycka till!

Obligatorisk del

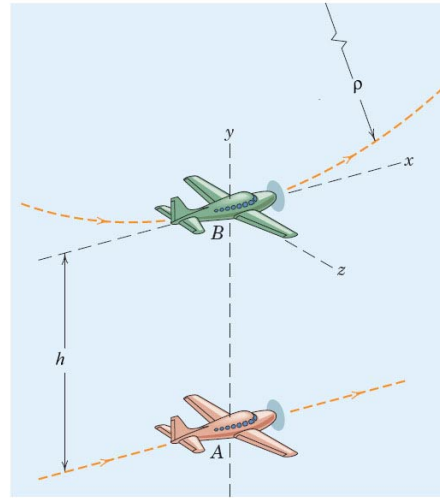
- Besvara följande korta frågor. Presentera dina lösningar/motiveringar. *(6 poäng, 2 för varje korrekt lösning.)*
 - Ett svänghjul med massan M roterar med vinkelfrekvensen ω_0 . Hjulet har formen av en homogen skiva med radien R och uniform tjocklek d . Vilken tid T tar det att stoppa svänghjulet om man applicerar ett konstant vridmoment τ som är motriktat rotationsriktningen. Kontrollera dimension och rimlighet för ditt svar.
 - Fyra massor, vardera med massan m , är förbundna med masslösa stavar och utgör tillsammans en stel kropp. Massorna är placerade i xy -planet enligt: $(x, y) = (a, 0), (-a, 0), (0, 2a), (0, -2a)$. Använd xyz -axlarna som referenssystem och ange tröghetsmatrisen.
 - Härled uttrycket $T = \frac{m\bar{v}^2}{2} + \frac{\bar{I}\omega^2}{2}$ för en stel kropps totala kinetiska energi vid allmän rörelse i planet. Förklara/definiera de olika storheterna i uttrycket.
- En ekorre med massa m springer med konstant fart v_0 relativt ett snurrande ekorrhjul med radie R (se figur). Ekorren kan sägas vara liten jämfört med dimensionen på ekorrhjulet. Hjulet har ett tröghetsmoment I_0 m.a.p. en axel genom mittpunkten och utsätts för ett dämpande vridmoment som är proportionellt mot dess rotationshastighet.



Antag att hjulet startar från stillastående med ekorren springandes längst ner. Det sker ingen impulsöverföring vid startögonblicket. Finn ekorrens rörelse i ett fixt koordinatsystem. Antag små vinklar och en svag dämpning.

3. Flygplanet B har en konstant fart v_B när det når botten på en cirkulär loop med radien ρ . Ett annat flygplan A flyger horisontellt rakt fram med konstant fart v_A , i samma plan som den cirkulära loopen men höjden h längre ner (se figur).

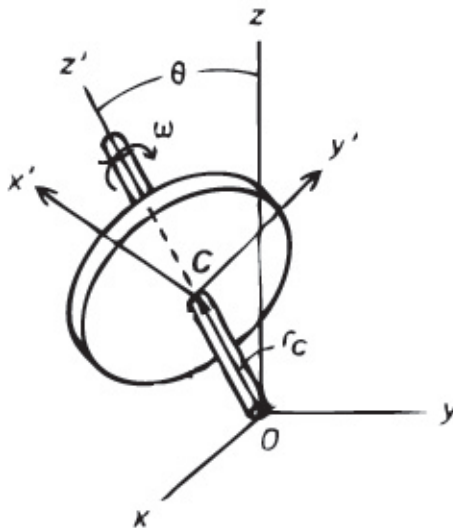
Vilken hastighet och acceleration har planet A relativt piloten i planet B ?



4. En ihålig cylinder med massan M_1 och radien R_1 rullar, utan glidning, på insidan av en större ihålig cylinder med massan M_2 och radien R_2 . Antag att $R_1 \ll R_2$ och att tjocklekarna på cylinderskalen är försumbart små. Bägge cylinderaxlarna är horisontella och den större cylinder är upphängd så att den kan rotera fritt runt sin symmetriaxel. Vad blir frekvensen för små svängningar?

Överbetygsuppgifter

5. En enkel snurra består av en tunn skiva med massa M och radie R monterad på mitten av en viktlös, cylindrisk stav med längd l och radie a (se figur). Snurran spinner med en stor vinkelhastighet $\omega(t)$ (i positiv, kroppsfix z' -riktning) och lutar en vinkel θ relativt vertikalen. Snurran rör sig på en horisontell bordsyta med en liten friktionskoefficient μ . Vi kan försumma nutation och vi kan anta att $\omega(t)$ minskar sakta jämfört med periodtiden för snurrans precessionsrörelse.
- (a) Vad blir vinkelhastigheten för snurrans precessionssrörelse? (2p)
- (b) Förklara kvalitativt varför snurran kommer att resa sig upp så att spinnaxeln närmar sig vertikalen. (1p)
- (c) Uppskatta tiden det tar för snurrans spinnaxel att resa sig vertikalt. (3p)



6. Betrakta två partiklar (med massor m_1 och m_2) som växelverkar via en central kraft (dvs en potential $V(r)$, där r är det relativa avståndet mellan partiklarna). Teckna Lagrangianen i masscentrumssystemet och visa med Lagranges ekvationer att både systemets totala energi samt rörelsemängdsmoment m.a.p. masscentrum är rörelsekonstanter.