

Tentamen – Mekanik F del 2 (FFM520)

Tid och plats:	Tisdagen den 26 maj 2009 klockan 08.30-12.30 i V.
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Lexikon, typgodkänd miniräknare samt en egenhändigt skriven A4 med valfritt innehåll.
Examinator:	Christian Forssén.
Jourhavande lärare:	Christian Forssén, 031-772 3261.

Betygsgränser: Tentamen består av sex uppgifter och varje uppgift kan ge maximalt 6 poäng (om ej annat anges). För att bli godkänd krävs minst 12 poäng på uppgifterna 1-4. För dem som har klarat föregående krav bestäms slutbetyget av poängsumman från uppgifterna 1-6 plus eventuella bonuspoäng enligt följande gränser:
12-23 poäng ger betyg 3, 24-29 poäng ger betyg 4, 30+ poäng ger betyg 5.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras (uppgift 1 undantagen i förekommande fall) , införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt!

Vid tentamensrättning gäller följande allmänna principer:

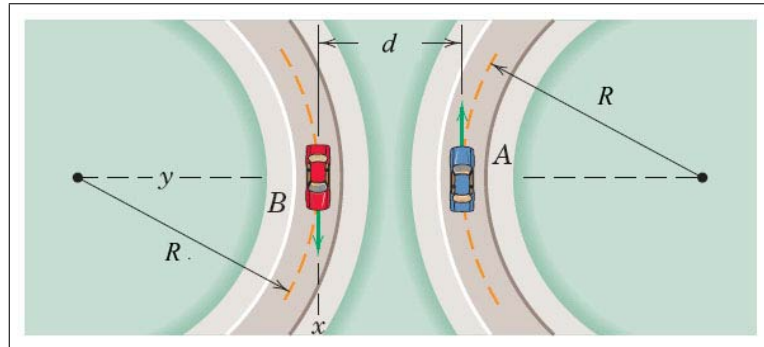
- För full (6) poäng krävs fullständigt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag.
- Allvarliga fel (t.ex. dimensionsfel eller andra fel som leder till orimliga resultat) ger 3-4 poängs avdrag, om orimligheten pekas ut; annars 5-6 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 5-6 poängs avdrag.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng.

Obligatorisk del

1. En svärm med knott består av 1000 individer, vardera med en vikt av 2 mg. Knotten flyger i en klotformad formation, med konstanta inbördes avstånd. Klotets massfördelning är homogen och dess radie $r \approx 1$ m.
 - (a) Svärmens mittpunkt rör sig med konstant fart 0.4 m/s västerut samtidigt som svärmen roterar långsamt kring rörelseriktningen med ett varv på 20 timmar. Ange svärmens totala rörelsemängd, rörelseenergi och rörelsemängdsmoment med avseende på masscentrum. Bortse från jordens rotation.
 - (b) Svärmen flyger genom LHC-tunneln på CERN. Tunneln har en omkrets på 27 km. Det tar 20 timmar att flyga ett varv och vi kan anta att svärmens masscentrum rör sig med konstant fart. Svärmen roterar med rörelsen så att den hela tiden vänder samma sida mot mitten. Ange svärmens totala rörelsemängd, rörelseenergi och rörelsemängdsmoment med avseende på LHC-cirkelns mittpunkt. Bortse från jordens rotation.

(6 poäng. 1 poäng för varje rätt svar. Endast svar skall ges.)

2. Bilarna A och B kör genom en kurva (krökningsradie R) med lika stor fart v .
- (a) Bestäm *hastigheten* för bil A uppmätt av en observatör i bil B , vars koordinatsystem är kroppsfixt och därmed roterar med rörelsen, vid ögonblicket som visas i figuren (då avståndet mellan bilarna är d). (2 poäng)
- (b) Bestäm *accelerationen* för bil A uppmätt av en observatör i bil B vid ögonblicket som visas i figuren. (4 poäng)



3. Åkattraktionen Uppswinget på Liseberg är en gunga som kan beskrivas som en sammansatt stel kropp bestående av en stav med längden R och massan m samt en punkt-massa M längst ut. Enligt Lisebergs hemsida är längden på gungan 20 m och maxvinkeln relativt lodlinjen är $\theta_{\max} = 120^\circ$.



Teckna ett uttryck för en passagerares acceleration i negativ z -led (dvs mot marken) som en funktion av vinkeln θ relativt lodlinjen och kvoten $x \equiv m/M$. Visa att denna acceleration är större än tyngdaccelerationen g under en del av färderna. (6 poäng)

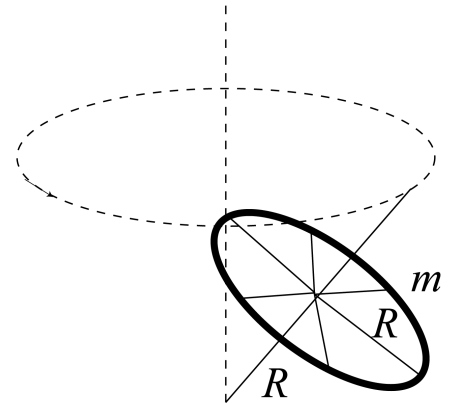
4. En punktmassa fäst i en fjäder släpps från vila avståndet x_0 från jämviktsläget. Systemet karakteriseras av en naturlig vinkelfrekvens ω_n . Under rörelsen uppmäts massans fart som en funktion av tiden.

Experimentet upprepas, men denna gång med systemet nedsänkt i vatten som leder till att svängningsrörelsen blir kritiskt dämpad.

- (a) Använd dimensionsanalys för att motivera att den maximala farten i det första experimentet är en numerisk faktor gånger den maximala farten i det andra experimentet. (2 poäng)
- (b) Finn storleken på denna numeriska faktor. (4 poäng)

Överbetygsuppgifter

5. En snurra består av en axel med försumbar massa samt ett cirkulärt hjul (radie R) vars massa m kan betraktas vara jämnt fördelad utefter periferin. Axelns nedre ända är fäst i en friktionsfri universalled på avståndet R från hjulets masscentrum (se figur). Snurran spinner kring sin symmetriaxeln med den konstanta vinkelhastigheten ν och precesserar med den konstanta vinkelhastigheten Ω så att axelns rörelse spänner upp en kon med toppvinkeln $\theta = 45^\circ$.



Härled ett uttryck för ν som funktion av Ω och ange riktningen på snurrans spinn om precessionsrörelsen sker moturs enligt figuren. (6 poäng)

6. Betrakta storheten

$$E \equiv \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right) - L,$$

där $L = L(q, \dot{q}, t)$ är Lagrangianen för ett system med N frihetsgrader och q_i , \dot{q}_i är generaliserade koordinater och hastigheter.

(a) Ovanstående storhet motsvarar (i de flesta fall) ett systems totala mekaniska energi. Visa explicit att detta påstående är sant för en partikel i rummet som beskrivs med cartesiska koordinater xyz och en allmän potentiell energi $V(x, y, z)$. (2 poäng)

(b) Visa nu att Lagranges ekvationer ger att E (enligt definitionen ovan) är en konserverad storhet om Lagrangianen ej har något explicit tidsberoende (dvs $\partial L / \partial t = 0$). (4 poäng)

Lycka till!