

Teorema de Bayes

Teorema 1 (de Bayes). Sea (X, Σ, \mathbb{P}) un espacio de probabilidad y $A, B \in \Sigma$

$$\implies \mathbb{P}(A \mid B) = \frac{\mathbb{P}(B \mid A) \cdot \mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}.$$

Demostración: Por la Probabilidad-condicionada/Definición 1:

$$\mathbb{P}(A \mid B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} \quad \wedge \quad \mathbb{P}(B \mid A) = \frac{\mathbb{P}(B \cap A)}{\mathbb{P}(A)}.$$

Luego despejando $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(B \mid A) \cdot \mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \mid B) \cdot \mathbb{P}(B)$

$$\implies \mathbb{P}(A \mid B) = \frac{\mathbb{P}(B \mid A) \cdot \mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}.$$

■