

Conjugada armónica

Teorema 1 (Conjugada armónica). Sea $f = u + iv \in \mathcal{H}(\Omega)$ con $u, v \in \mathcal{C}^2(\Omega)$

$\implies u, v$ son funciones armónicas en Ω .

En este caso, v es la **conjugada armónica** de u .

Demostración: Por las ecuaciones de Cauchy-Riemann, tenemos que

$$u_{xx} = (u_x)_x = (v_y)_x \wedge u_{yy} = (u_y)_y = (-v_x)_y \xRightarrow[\substack{\uparrow \\ v \in \mathcal{C}^2(\Omega)}]{\quad} u_{xx} = -u_{yy}.$$

Análogamente, $v_{xx} = -v_{yy}$, luego u, v son armónicas. ■