Hugo Marquerie 24/03/2025

Teorema de Cauchy-Hadamard

Teorema 1 (de Cauchy-Hadamard). *Sea* $f(z) = \sum_n a_n(z - z_0)^n \in \mathbb{C}[[x]]$ *una serie formal de potencias con coeficientes en* $\mathbb{C}$ *tal que* $R = \frac{1}{\limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}} \in [0, \infty]$, *entonces*

1. $f(z)$ *converge absolutamente en* $D(z_0, R) = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| < R\}$.
2. $f(z)$ *converge uniformemente en cada disco cerrado* $\overline{D}(z_0, r)$ *con* $0 \leq r < R$.
3. $f(z)$ *diverge en* $\overline{D}(z_0, R)^c$.
4. *El teorema no dice nada acerca de la convergencia en los puntos tales que* $|z - z_0| = R$.