Hugo Marquerie 08/02/2025

Desigualdad triangular inversa

Teorema 1 (Desigualdad triangular inversa). Sea (X, d) un espacio métrico

$$\implies \forall x, y, z \in X : |d(x, z) - d(y, z)| \le d(x, y)$$

Demostración: Sean $x, y, z \in X$, aplicando la desigualdad triangular obtenemos

$$d(x,z) \le d(x,y) + d(y,z) \iff d(x,z) - d(y,z) \le d(x,y)$$

$$d(y,z) \le d(y,x) + d(x,z) \iff d(y,z) - d(x,z) \le d(x,y)$$

Por lo que $|d(x,z) - d(y,z)| \le d(x,y)$.

Observación 1. La demostración del Teorema 1 es reversible, es decir, la desigualdad triangular inversa es equivalente a la desigualdad triangular.