Hugo Marquerie 25/01/2025

Espacio vectorial

Definición 1 (Espacio vectorial). Sea $(K, +, \cdot)$ un cuerpo, $\left(V, \vec{+}, \vec{\cdot}\right)$ es un espacio vectorial sobre K (o K-espacio vectorial) $\iff$

(i) $V \neq \varnothing$

(ii) Suma vectorial: $\vec{+}\colon V \times V \longrightarrow V$ es una operación binaria cerrada en V que cumple:

(a) Asociatividad: $\forall u, v, w \in V : u \vec{+} (v \vec{+} w) = (u \vec{+} v) \vec{+} w$

(b) Conmutatividad: $\forall u, v \in V : u \vec{+} v = v \vec{+} u$

(c) Elemento neutro: $\exists \vec{0} \in V : \forall v \in V : v \vec{+} \vec{0} = v$

(d) Elemento opuesto: $\forall v \in V : \exists v' \in V : v \vec{+} v' = \vec{0}$

(iii) Producto por escalares: $\vec{\cdot} : K \times V \longrightarrow V$ es una operación cerrada que cumple:

(a) Asociatividad: $\forall a, b \in K, v \in V : a \vec{\cdot} (b \vec{\cdot} v) = (a \cdot b) \vec{\cdot} v$

(b) Elemento neutro escalar: $\forall v \in V : 1 \vec{\cdot} v = v$

(c) Distributividad escalar: $\forall a, b \in K, v \in V : (a + b) \vec{\cdot} v = (a \vec{\cdot} v) \vec{+} (b \vec{\cdot} v)$

(d) Distributividad vectorial: $\forall a \in K, u, v \in V : a \vec{\cdot} (u \vec{+} v) = (a \vec{\cdot} u) \vec{+} (a \vec{\cdot} v)$

Referenciado en

- `Esp-hilbert`
- `Esp-euclideo`
- `Norma-inducida`
- `Prod-interno`
- `Aplicacion-lineal`
- `Isomorfismo-esp-vec`
- `Prod-hermitico`

- `Esp-hermitico`
- `Forma-cuadratica`
- `Num-complejos`
- `Serie-formal-potencias`
- `Forma-sesquilineal`
- `Esp-banach`
- `Esp-secuencial`
- `Norma`
- `Esp-proyectivo`
- `Esp-proyectivo-real`
- `Convergencia-serie`
- `Forma-bilineal`
- `Prod-escalar`
- `Lem-esp-lp-vectorial`
- `Esp-afin`