

Probabilidad total

Teorema 1 (Probabilidad total). Sea (X, Σ, \mathbb{P}) un espacio de probabilidad y $\{A_i\}_{i \in \mathbb{N}} \subset \Sigma$ una partición de Ω tal que $\forall i \in \mathbb{N} : \mathbb{P}(A_i) \neq 0$

$$\implies \forall B \in \Sigma : \mathbb{P}(B) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(A_i) \cdot \mathbb{P}(B \mid A_i).$$

Demostración: Sea $B \in \Sigma$, entonces $B = \bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} B \cap A_i$, y por la Probabilidad-condicionada/Definición

$$\mathbb{P}(B) \stackrel{\text{aditividad}}{=} \sum_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(B \cap A_i) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(A_i) \cdot \mathbb{P}(B \mid A_i).$$

■