Hugo Marquerie 27/02/2025

Desigualdad de Chebyshev

Proposición 1 (Desigualdad de Chebyshev). *Sea X una v.a. y $\varphi \colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ medible y no negativa, definimos* $\forall A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}) : i_A := \inf_{t \in A} \varphi(t)$

$$\implies i_A \cdot \mathbb{P}\left(X \in A\right) \leq \mathbb{E}\left[\mathbb{1}_{\{X \in A\}} \cdot \varphi(X)\right].$$

***Demostración*:** Sea $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$, entonces $\forall \omega \in \Omega : X(\omega) \in A : i_A \leq \varphi(t) \leq \varphi(X(\omega))$

$$\implies i_A \mathbb{1}_{\{X \in A\}}(\omega) \leq \mathbb{1}_{\{X \in A\}}(\omega) \cdot \varphi(X(\omega))$$

$$\text{integrando } i_A \cdot \mathbb{P}\left(X \in A\right) \leq \mathbb{E}\left[i_A \cdot \mathbb{1}_{\{X \in A\}}\right] \leq \mathbb{E}\left[\mathbb{1}_{\{X \in A\}} \cdot \varphi(X)\right].$$

■

Referenciado en

- `Convergencia-lp-imp-probabilidad`