Hugo Marquerie 24/02/2025

La propiedad de segundo numerable es hereditaria

Proposición 1. Sea (X, \mathcal{T}) un espacio topológico segundo numerable y $A \subseteq X$ con la topología del subespacio $\mathcal{T}_A \Longrightarrow (A, \mathcal{T}_A)$ es segundo numerable.

Demostración: Como (X, \mathcal{T}) es segundo numerable, $\exists \mathcal{B} = \{B_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathcal{T} : \mathcal{B}$ es base de \mathcal{T} . Como sabemos que $\{B \cap A : B \in \mathcal{B}\}$ es base de \mathcal{T}_A , tenemos que $\{B_n \cap A\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una base numerable de \mathcal{T}_A . Por tanto, (A, \mathcal{T}_A) es segundo numerable.