

# Prop-fn-continua-cociente-iff-composicion-continua

**Proposición 1.** Sea  $\sim$  una relación de equivalencia en  $(X, \mathcal{T})$  esp topológico, entonces

$$f: (X/\sim, \mathcal{T}_\pi) \longrightarrow (Y, \mathcal{T}_Y) \text{ es continua} \iff f \circ \pi: (X, \mathcal{T}_X) \longrightarrow (Y, \mathcal{T}_Y) \text{ es continua.}$$

**Demostración:** Por definición,  $f$  es continua  $\iff \forall V \in \mathcal{T}_Y : f^{-1}(V) \in \mathcal{T}_\pi$  que es equivalente (por la definición de  $\mathcal{T}_\pi$ ) a que  $\forall V \in \mathcal{T}_Y : \pi^{-1}(f^{-1}(V)) \in \mathcal{T}_X$ . Luego como  $\pi^{-1} \circ f^{-1} = (f \circ \pi)^{-1}$ , se tiene que  $f$  es continua  $\iff f \circ \pi$  es continua. ■

## Referenciado en

- Esp-proyectivo-real