Hugo Marquerie 27/02/2025

Teorema de la función inversa para funciones holomorfas

Teorema 1 (de la función inversa). *Sea* $z_0 \in \Omega \subset \mathbb{C}$ *abierto y* $f\colon \Omega \longrightarrow \mathbb{C}$ *una función holomorfa en* Ω *y* $\mathcal{C}^1(\Omega)$ *con* $f'(z_0) \neq 0$

$$\Longrightarrow \ \exists \mathcal{U} \in \mathcal{V}(z_0) : f\big|_{\mathcal{U}} \textit{ es biyectiva } \wedge\ f^{-1}\colon f(\mathcal{U}) \longrightarrow \mathcal{U} \textit{ es holomorfa en } \mathcal{U}.$$

Además, se tiene que $\left(f^{-1}\right)'(f(w)) = \dfrac{1}{f'(w)}$.

***Demostración*:** Consideramos $f\colon \Omega \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ con $f = (u, v)$ entonces su jacobiano

$$Jf = \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix}$$

■