Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería

Matemática discreta II

Taller 1

Autor:
Haider Andres Mayorga Vela

Profesor:
Francisco Albeiro Gomez Jaramillo

Febrero 2023

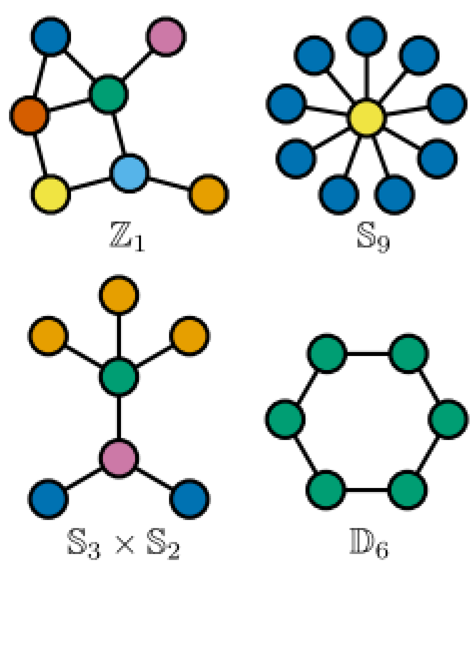
1. ¿Qué es una Autobahn y para qué sirve?

Ellos son redes neuronales de grafos basados en automorfismo, los cuales principalmente busca evitar que la forma en la cual se presenta el input cambie el resultado final, el cual debería ser el mismo en todos los casos y agiliza el proceso a través de tomar un grafo como una neurona la cual se le buscan isomorfismos tal que represente la estructura intacta despues de realizar varias convolusiones sobre el automorfismo del grafo ahorrando recursos de la maquina que corra el algoritmo.

2. ¿por que los autores proponen utilizar los automorfismos de grafos para reflejar simetrías internas?

por que los automorfismos son las formas en la cual el grafo se puede representar en sus distintas permutaciones por tanto se pueden tomar esas simetrías que se encuentran para hacer la red neuronal mas eficiente reconocer y procesar la información de manera mas eficiente que sirva en su ejecución , además de tener una utilidad grande como se mencionaba con la química en el reconocimiento de nuevas partículas y moléculas para hacer materiales nuevos .

3. Pruebe los isomorfismos



1. En este escenario es recalcable que por la forma en que esta no existe alguna permutación tal que se pueda representar la forma en la cual las aristas y los vértices están, por tanto al no haber transformaciones que lo puedan representar, solo se puede dejar estático osea Identidad, por otra parte el grupo cíclico de orden de orden 1 es aquel que puede ser generado por un solo elemento y allí la relación.
   De manera formal La tabla de cayley correspondiente siendo el conjunto G={Id} grupo bajo la operación de composición(f°g) al grafo es la siguiente:

$f * g$	id
id	id

   por otra parte el del grupo cíclico siendo el conjunto G={0} y la operación modulo de 1 la siguiente:

$mod\ 1$	0
0	0

   Siendo la Función que conecte a los dos trivial al igual que la demostración de que son grupo.

2. En el caso del segundo grafo vemos esta conectado tal que todas sus transformaciones son rotaciones sobre el eje haciendo semejanza a las permutaciones de 9 elementos (9!), conectado al concepto del grupo de simetría de orden 9 de la permutaciones de todos los elementos, como ocurre en el grafo.
   la tabla de Cayley seria la abstracción de todas las permutaciones posibles del grafo al rotarla siendo el conjunto G={r0,r1,r2,r3,r4... rn}, por el tamaño no seria posible graficarla puesto que es de tamaño 9! pero como tiene la morfologia de un grupo simétrico de orden 9 es isomorfo

3. el tercer grafo se observa que por su morfología las transformaciones no son posibles excepto en las permutaciones de los vértices del grafo por tanto se realizan de manera independiente el subgrafo superior y el inferior, tal que por su forma se forme el grupo simétrico de orden 3 y 2 de las permutaciones de los elementos correspondientemente(como se explicaba en el anterior inciso por la forma en estrella que están conectadas) ya con esas permutaciones, se puede obtener un producto cartesiano que son las combinaciones de unir pares de estas.
   Para la comprobación de grupo bastara con explicar que existirá las diferentes permutaciones del grafo en sus extremos G1={ r1,r2,r3,r4,r5 r(3)!} y G2={ r1.. r(2)!} con operación de composición y realizar un producto cartesina que conformara el grupo finalmente.

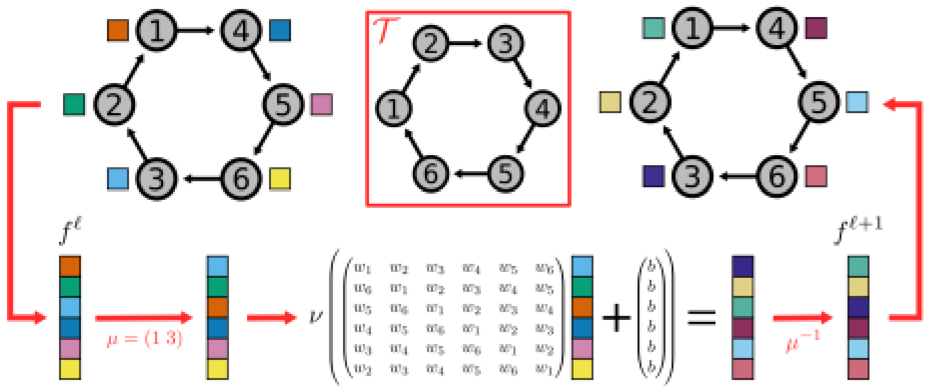
4. el ultimo grafo tiene forma de hexágono regular se puede transformar y lograr la misma forma con 6 rotaciones de 60 grados y tomando la inversa de la figura(reflexión) y rotando 6 veces de a 60 grados, por tanto respecto al grupo diedral, el cual se define como un polígono regular con n lados tiene 2n simetrías diferentes: n simetrías rotacionales y n simetrías de reflexión, definición que encaja con lo las transformaciones posibles sobre el grafo con forma de hexágono.
   La tabla de Cayley para demostración del grupo sera el de las entonces las Rn las rotaciones y rn las reflexiones con rotación

$f \circ g$	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	r_0	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
R_0	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	r_0	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
R_1	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_0	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_0
R_2	R_2	R_3	R_4	R_5	R_0	R_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_0	r_1
R_3	R_3	R_4	R_5	R_0	R_1	R_2	r_3	r_4	r_5	r_0	r_1	r_2
R_4	R_4	R_5	R_0	R_1	R_2	R_3	r_4	r_5	r_0	r_1	r_2	r_3
R_5	R_5	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	r_5	r_0	r_1	r_2	r_3	r_4
r_0	r_0	r_5	r_4	r_3	r_2	r_1	R_0	R_5	R_4	R_3	R_2	R_1
r_1	r_1	r_0	r_5	r_4	r_3	r_2	R_1	R_0	R_5	R_4	R_3	R_2
r_2	r_2	r_1	r_0	r_5	r_4	r_3	R_2	R_1	R_0	R_5	R_4	R_3
r_3	r_3	r_2	r_1	r_0	r_5	r_4	R_3	R_2	R_1	R_0	R_5	R_4
r_4	r_4	r_3	r_2	r_1	r_0	r_5	R_4	R_3	R_2	R_1	R_0	R_5
r_5	r_5	r_4	r_3	r_2	r_1	r_0	R_5	R_4	R_3	R_2	R_1	R_0

Donde R0 es el elemento neutro Y cada elemento tiene su inverso, además a través del siguiente link podemos probar la asociatividad del cuadro de cayley:

Comprobacion de Grupo
tinyurl.com/y3tapskx

4. Explique en que consiste la Figura 2.1 panel b. ¿Cuál es su relación con el grupo de automorfismos de D_6?



El panel muestra como convierte un grafo en una neurona donde entra la activación del conjunto G además de la matriz de G y de adyacencia del grafo, ya con ello se busca una permutación perteneciente al grupo de simetrías la cual se aplica sobre la activación del grafo, posterior a ello con el grupo de automorfismo se convulsiona tal que al final se aplica inversa sobre el automorfismo para la creación de la neurona, la relación con el grupo de automorfismos de D6 es que se da que lo que entra como grafo es uno dirijido por tanto la unica transformacion es la rotacion haciendo que sea un grupo contenido en D6.