Mathématiques élémentaires
4ème

Haerearii Metuarea
https://hmetuarea.github.io/

Table des matières

Introduction

Ce cours de mathématiques de 4ème est basé sur la progression des cours de cette même discipline du collège de Paopao. Les notions sont introduites de manière concise pour laisser la place à la résolution d'exercice et de problème. Formellement aux exigences du ministère et des inspecteurs, la recherche est la compétence majeure qui couvre la résolution de problème. Notons qu'une attention particulière est offerte concernant la diversité de leur thème et quant aux exercices et à leur quantité, il ne s'agit rien d'autre que des activités pour appliquer le cours ou les illustrer.

Chapitre 1

Premier trimestre

1.1 Divisibilité

L'étude des entiers enrichie la compréhension du système de numérotation et permet de mobiliser ses propriétés lors de calcul notamment la divisibilité.

1.1.1 Définition

Définition. *Soient a et b deux entiers positifs avec $b \neq 0$. S'il existe un entier k tel que $a = b \times k$ alors*

— *b divise a ou encore b est un diviseur de a.*

— *a est divisible par b ou encore a est un multiple de b.*

Naturellement, 1 divise n'importe quel entier et n'importe quel entier est un multiple de 1. De plus, si a divise b alors a est toujours plus petit que b et si a est un multiple de $b > 0$ alors a est toujours plus grand que b.

Exemple. *On peut citer*

— 2 *divise* 10 *car* $10 = 5 \times 2$

— 5 *divise* 10 *car* $10 = 5 \times 2$

— 3 *divise* 33 *car* $33 = 3 \times 11$

— 4 *divise* 20 *car* $20 = 4 \times 5$

Exemple. *On peut citer*

— *8 est un multiple de 4 ou encore 2.*

— *4 est un multiple de 4 ou encore 2.*

— *20 est un multiple de 4,2, ou encore 5.*

— *100 est un multiple de 2,5, ou encore 10.*

— *120 est un multiple de 2,3,4 ou encore 5.*

Méthode (Montrer que b divise a)**.** *Raisonner par définition.*
Ce qu'il faut faire. *Trouver un entier k vérifiant $a = b \times k$.*

Pour montrer le contraire, il suffit de montrer qu'un tel entier n'existe pas en écrivant proprement tous les diviseurs de a. Naturellement, on peut utiliser cette même méthode pour distinguer lequel est le multiple ou le diviseur.

Exercice. *Déterminer si chaque entier est un multiple de l'autre.*

1. *6 est un multiple de 3.*
2. *6 est un multiple de 2.*
3. *7 est un multiple de 1.*
4. *10 est un multiple de 5.*
5. *22 est un multiple de 11.*
6. *100 est un multiple de 10.*

Exercice. *Déterminer si chaque entier est un diviseur de l'autre.*

1. *3 est un diviseur de 6.*
2. *2 est un diviseur de 6.*
3. *5 est un diviseur de 10.*
4. *100 est un diviseur de 1000.*
5. *4 est un diviseur de 8.*

Lorsqu'un entier n'est pas divisible par un autre, on connaît exactement la raison.

Propriété (division euclidienne)**.** *Soient a, b deux entiers positifs, il existe un unique couple d'entier relatifs (q,r) tel que $a = bq + r$ et $0 \leq r < b$.*
On appelle q et r respectivement le quotient et le reste de la division euclidienne de a par b et on dit qu'on a fait la division euclidienne de a par b.

La condition $0 \leq r < b$ est importante. L'égalité $30 = 7 \times 3 + 9$ correspond bien à la formule mais il ne s'agit pas d'une division euclidienne puisque $r = 9 > 7 = b$. Dans ce cas, on réitère la division euclidienne en faisant la division euclidienne de r par b.

Méthode (Montrer que b ne divise pas a)**.** *Utiliser la division euclidienne.*

Ce qu'il faut faire.

1. *Poser la division euclidienne de a par b.*
2. *Calculer le reste r.*

A partir de là, on distingue deux cas :

— *Si $r = 0$ alors b divise a.*

— *Si $r \neq 0$ alors b ne divise pas a.*

Exercice. *Démontrer que :*

1. *2 ne divise pas 3.*
2. *3 ne divise pas 4.*
3. *4 ne divise pas 5.*
4. *5 ne divise pas 6.*
5. *7 ne divise pas 30.*
6. *4 ne divise pas 30.*
7. *2 ne divise pas 17.*

Exercice. *En utilisant la division euclidienne, étudier la divisibilité entre chaque entier. Est-ce que*

1. *2 divise 3 ?*
2. *2 divise 4 ?*
3. *2 divise 17 ?*
4. *3 divise 31 ?*
5. *8 divise 71 ?*

1.1.2 Critères de divisibilité

On dispose de critère de divisibilité pour les entiers 2,3,5 et 9.

Propriété. *Soit a un entier positif.*

entier	*critère*
a est divisible par 2	*le chiffre des unités de a est* 0, 2, 4, 6 *et* 8.
a est divisible par 3	*la somme des chiffres de a est divisible par* 3.
a est divisible par 5	*le chiffre des unités de a est* 5 *et* 0.
a est divisible par 9	*la somme des chiffres de a est divisible par* 9.
a est divisible par 10	*le chiffre des unités de a est* 0.

Exercice (divisibilité par 2)**.** *Démontrer que chaque entier est divisible par 2.*

1. *2.*
2. *4.*
3. *6.*
4. *8.*
5. *10.*
6. *12.*
7. *14.*
8. *20.*
9. *22.*
10. *32.*
11. *42.*
12. *56.*
13. *10002*
14. *10256.*
15. *123456.*
16. *1457852*
17. *15784528.*
18. *249899992.*
19. *999999998.*
20. *122222222.*

Exercice (divisibilité par 3)**.** *Démontrer que chaque entier est divisible par 3.*

1. *3.*
2. *6.*
3. *12.*
4. *93.*
5. *102.*
6. *111.*
7. *444.*
8. *1002.*
9. *1011.*
10. *1020.*
11. *1110.*
12. *1200.*
13. *129.*
14. *1029.*
15. *1290.*
16. *10101.*
17. *203250.*
18. *200300502.*
19. *400430001.*

1.1.3 Problèmes et exercices

Exercice. *Lister les diviseurs de chaque entier.*

1. 2.
2. 3.
3. 4.
4. 5.
5. 6.
6. 10.
7. 11.
8. 15.
9. 20.
10. 22.
11. 35.
12. 50.
13. 55.
14. 100.

Exercice. *Faire la division euclidienne de :*

1. 16 par 2.
2. 33 par 2.
3. 11 par 2.
4. 152 par 10.
5. 102 par 10.
6. 98 par 10.
7. 121 par 11.
8. 50 par 13.
9. 59 par 20.

Exercice. *Montrer que chaque entier est divisible par 2.*

1. 123456.
2. 100002.
3. 99990.
4. 35123153.
5. 545454.
6. 101010.

Exercice. *Montrer que chaque entier est divisible par 5.*

1. 0.
2. 2225.
3. 99990.
4. 3512315.
5. 54545.
6. 101010.

Problème. *On dispose de 55 oranges et de 23 brocolis. L'exercice consiste à savoir en combien de groupe on peut répartir équitablement les oranges et les brocolis.*

1. *Déterminer les diviseurs de 55 et 23.*
2. *Déterminer les diviseurs communs de 55 et 23.*
3. *Donner le plus grand diviseurs que 55 et 23 ont en commun.*
4. *A partir des questions précédentes, déduire qu'on peut former qu'un seul groupe qui réparti équitablement les oranges et les brocolis.*

Problème (MI 2020, exo.102, p.62)**.** *Un entier est parfait s'il est égale à la moitié de la somme de ses diviseurs. Montrer que 6 et 28 sont parfaits.*

Problème (MI 2020, exo.103, p.62)**.** *Un chat décide de faire un voyage de 14 jours. S'il part le lundi, quel jour sera-t-il à la fin de son voyage. Même question s'il décide de voyager le lundi pour 20, puis pour 80 jours.*

Exercice (nombres abondants)**.** *Un entier n est abondant si $2n$ est strictement inférieure à la somme des diviseurs de n.*

1. *Démontrer que 24 est abondant. Faire pareil pour 30.*
2. *Déterminer les trois entiers abondants compris entre 10 et 20.*

Exercice (nombres composés)**.** *Un entier est composé s'il admet des diviseurs positifs autre que 1 et lui-même.*

1. *Démontrer que 12 et 14 sont composés.*
2. *Déterminer les entiers composés compris entre 1 et 10.*

Devoir maison

Examen

1.2 Triangles rectangles

La géométrie plane exploite très souvent les triangles, tout comme les cercles que l'on verra. C'est pourquoi, leur maîtrise est inévitable et élémentaire, notamment, pour pouvoir modéliser visuellement des situations.

1.2.1 Définition

Définition. *Un triangle ABC est rectangle en B si l'angle $\widehat{ABC}$ vaut* 90 *degré.*
Si tel est le cas, on appelle hypoténuse le côté opposé à B.

Notons que l'hypoténuse dans un triangle rectangle désigne intuitivement « le plus grand » côté parmi les deux autres. Une représentation possible d'une telle figure se réalise aussi bien avec « la corde à noeuds ».

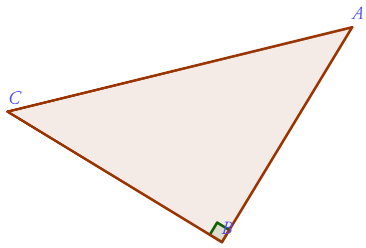
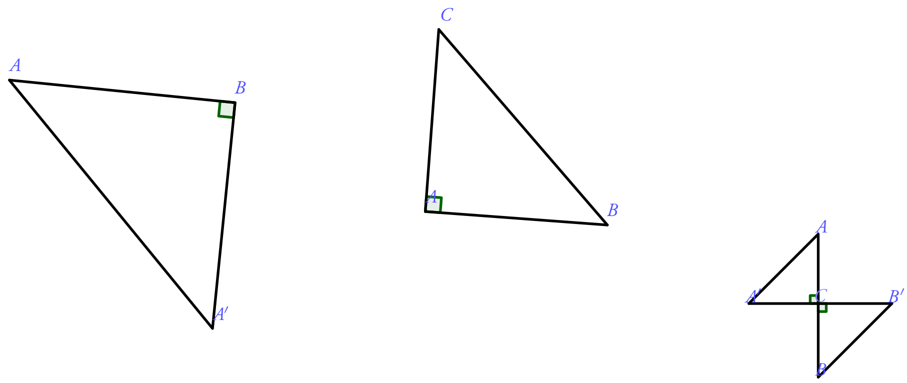
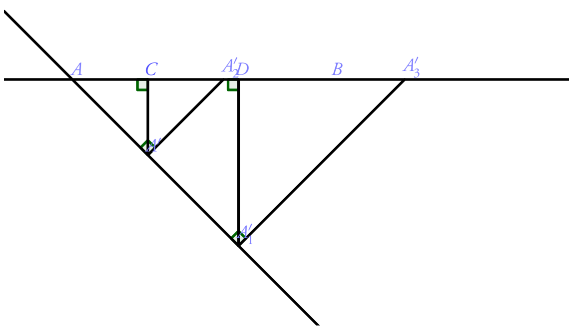


Figure. Triangle ABC rectangle en B.

Exemple. *On peut citer les triangles suivants*



Exercice. *Donner tous les triangles rectangles dans cette figure.*



1.2.2 Théorème de Pythagore

Compte tenu de l'omniprésence de ces objets, il est aussi intéressant de déterminer la longueur de ses côtés.

Théorème (Pythagore)**.** *Soit ABC un triangle quelconque du plan affine. Si ABC est un triangle rectangle en B alors ses longueurs vérifient la relation suivante*

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Le calcul des longueurs avec une telle formule fait intervenir les nombres qualifiés de « parfait ».

Définition. *Soit a un nombre quelconque. Un nombre a est un carré parfait si c'est le carré d'un entier.*

En d'autre terme, un nombre a est un carré parfait s'il existe un entier n tel que $a = n^2$. De ce fait, calculer la racine d'un tel entier a est exactement égale à n. En particulier, on obtient directement une expression explicite sans avoir recourt à une approximation de cette quantité.

Exemple. *On peut citer 25 et le calcul de sa racine vaut exactement* $\sqrt{25} = 5$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196

Tableau. Exemples de carré parfait.

Méthode (Calculer la longueur d'un triangle rectangle)**.** *L'idée consiste à repérer la longueur à calculer sur le triangle de celles qu'on connaît. Puis, d'appliquer l'égalité que présente le théorème de Pythagore. On se place dans le cas où on a un triangle ABC rectangle en B.*

Ce qu'il faut avoir. *Un triangle ABC rectangle en B.*

Ce qu'il faut faire.

1. *Repérer sur le triangle la longueur à calculer.*
2. *Deux cas se présentent, soit le côté à calculer est l'hypoténuse, soit il ne l'est pas.*
3. *Si on doit calculer AC (l'hypoténuse) alors on résout $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$*
4. *Si on doit calculer BC alors on résout $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$*

Exercice. *Soit ABC un triangle du plan rectangle en A*

1. *Si $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm. Déterminer la longueur BC.*
2. *Si $BC = 13$ cm et $AC = 5$ cm. Déterminer la longueur AB.*
3. *Si $BC = 17$ cm et $AC = 15$ cm. Déterminer la longueur AB.*
4. *Si $BC = 25$ cm et $AC = 24$ cm. Déterminer la longueur AB.*

Exercice. *Soit ABC un triangle du plan rectangle en A*

1. *Si $AB = 1$ cm et $AC = 1$ cm. Déterminer la longueur BC arrondi au centième près.*
2. *Si $BC = 5$ cm et $AC = 1$ cm. Déterminer la longueur AB arrondi au centième près.*
3. *Si $BC = 10$ cm et $AC = 1$ cm. Déterminer la longueur AB arrondi au centième près.*
4. *Si $BC = 5$ cm et $AC = 4$ cm. Déterminer la longueur AB arrondi au centième près.*

1.2.3 Problèmes et exercices

Problème (Sésamath 4e, exo.7, p99). *Sur un gradin de 4 mètres de hauteur, Méo et Yao se dirige vers le gradin :*

- *Méo monte le gradin.*
- *Yao ne le monte pas et continue à marcher sur le sol en restant au niveau de Méo.*

Une fois que Méo arrive au bout du gradin, Yao a parcourut 10 mètres.

1. *Représenter la situation avec un dessin en précisant les distances.*
2. *Déterminer la distance que Méo à parcourt entre le bas du gradin et jusqu'en haut.*

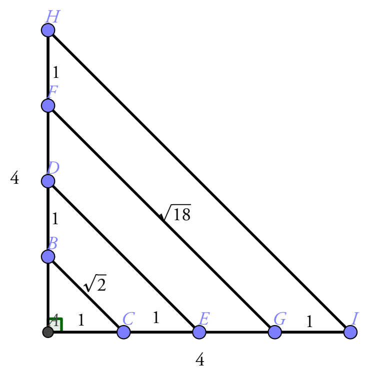
Exercice. *Soit ABC un triangle rectangle en B avec $AB = 3$ et $BC = 4$.*

1. Calculer $AB^2 + BC^2$.
2. Appliquer le théorème de Pythagore pour calculer AC^2.
3. Déduire la valeur de AC.
4. Démontrer que 5 divise l'hypoténuse de ABC.
5. Donner une représentation géométrique du triangle.

Problème. *Pa'i se plaça sur la colline de Tataa (actuel Hotel Intercontinental Faa'a) et lança sa lance, appelé Rufautumu, en direction de Moorea est perça une montagne de 830 mètres d'altitude. Sachant que la distance entre la colline de Tataa et la montagne vaut 20.16 km.*

1. *Représenter la situation avec un dessin en précisant les distances.*
2. *Déterminer la distance de vol de la lance.*

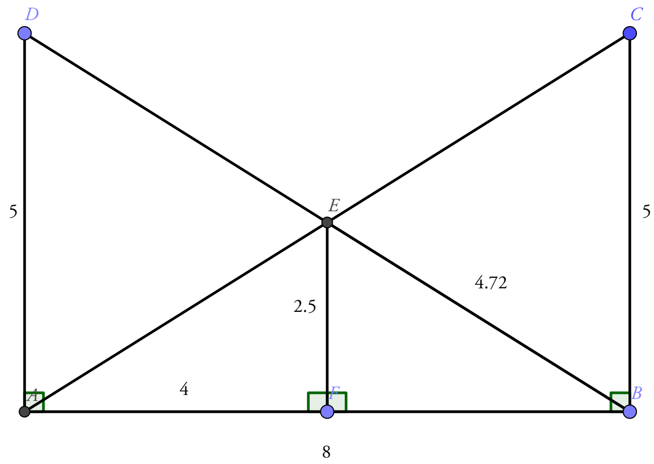
Problème. *Le schéma suivant illustre un escalier qu'on désire construire, mais des longueurs manquent. Déterminer les longueurs manquantes.*



Problème. *Soit ABC un triangle rectangle en A avec $AB = 1$ et $AC = 1$.*

1. Calculer la valeur de BC^2 et déduire la valeur de BC.
2. Donner une représentation géométrique de la figure où les longueurs sont en centimètres.

Exercice. *Déterminer les valeurs de AE, FB, DB et AC.*



1.2.4 Activités informatiques

Sujet (Prise en main Géogebra)**.** *Le but de ce sujet est de maîtriser les commandes élémentaires de Géogebra.*

1. *Placer* $A = (0,0)$*,* $B = (5,0)$ *et* $C = (5,4)$*.*
2. *Tracer le polygone* ABC*.*
3. *Tracer les angles de* $\widehat{ABC}$*,* $\widehat{ACB}$ *et* $\widehat{BAC}$*.*

Donner la valeur des angles.

Sujet. *Le but de ce sujet est de résoudre un problème avec Géogébra.*

1. *Placer* $A = (0,0)$*,* $B = (3,0)$ *et* $C = (0,2)$
2. *Tracer les segments* AB*,* AC *et* BC*.*
3. *Mesurer les angles de* $\widehat{BAC}$*,* $\widehat{ACB}$ *et* $\widehat{CBA}$*.*
4. *Mesurer les distances de* AB*,* AC *et* BC*.*
5. *Pour* $AC = 2$ *et* $AB = 3$*, avec le théorème de Pythagore, montrer que* $BC = 3.61$*.*

Dans une course, un coureur se trouve au point C *pour atteindre le point* B*. Le chemin s'ouvre à* 56.31^o *et se sépare en deux parties. Le triangle* ABC *modélise ses chemins, le coureur a donc deux itinéraires :*

— *itinéraire 1 :* $C \to A \to B$

— *itinéraire 2 :* $C \to B$

A partir des mesures, donner le chemin le plus avantageux pour le coureur.

Devoir maison

Examen

1.3 Nombres relatifs

Les entiers naturels, i.e. les entiers positifs, constituent la base de la numération pour représenter des quantités. Il est aussi possible d'obtenir de nouveaux entiers à partir d'eux rien qu'en regardant leur opposé. Cette nouvelle collection d'entier est appelée les nombres relatifs.

1.3.1 Introduction

Les nombres relatifs apparaissent dans énormément de situation : météorologie, mesure, etc. Citons quelques-unes les plus pertinentes dans notre contexte.

Température. Considérons la température ambiante polynésienne. En moyenne, la température est de 26 degrés en journée et 19 degrés de nuit. Entre le jour et la nuit, la température a baissé de 7 degré.

Altitude et profondeur. Considérons deux appareils : un avion et un sous-marin (type SNLE pour sous marin nucléaire lanceur d'engin). En Polynésie, comme à peu près partout dans le monde, un avion vole entre 5 000 et 12 000 mètres d'altitude. Un SNLE navigue dans une profondeur d'au moins 300 mètres dans les océans.

La température en hiver, le niveau de profondeur lors d'une plongée sous-marine ou encore les dates pour la chronologie dans l'histoire font intervenir les entiers de signe négatifs. Dans un contexte concret, les nombres relatifs représentent toujours deux choses :

— l'un représente un **état** : il fait $-3C^o$ ou le parking se situe au niveau -2 du bâtiment.

— l'autre représente une **variation** : la température a baissé de $2C^o$ ou j'ai perdu 400 cfp aujourd'hui.

Tandis que dans un contexte de repérage, les nombres relatifs représentent une position sur une droite graduée.

De ces faits, une raison d'être de ces objets est la représentation des états, des variations et des positions.

1.3.2 Définition

Le lien étroit qu'entretienne les entiers positifs et négatifs amènent à définir les nombres relatifs comme l'ensemble des entiers constitués des nombres positifs et de leurs opposés.

Définition. *On appelle nombre relatif tout entier positif n qui admet un opposé noté $-n$.*

Exemple. *On peut citer -5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4 ou encore 5.*

Rappelons que $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers positifs. Les nombres relatifs forment une collection d'entier noté $\mathbb{Z}$ qui admet une infinité d'éléments de signe positif et de signe négatif.

1.3.3 Règles des signes

Cet ensemble obéit à des propriétés opératoires élémentaires semblables aux entiers $\mathbb{N}$. Toutefois, les propriétés qu'on retiendra concerneront plus particulièrement le signe.

Il est tout à fait naturel de savoir à quel niveau on se trouvera si on monte de 3 niveau à partir du niveau -2 ou encore, quelle température fera-t-il si la température monte de 2 degré s'il fait $-1C^o$.

Propriété (additivité)**.** *Soient a, b deux entiers positifs alors*

— $-a + (-b) = -(a + b)$

— $-a + b = -(a - b)$

Exemple. *Pour $a = 2$ et $b = 3$ alors* $-2 + (-3) = -(2 + 3) = -(5) = -5$.

Exemple. *S'il fait -2 degré actuellement et que la température baisse encore de -4 alors il fera* $-2+(-4)=-(2+4)=-6C^o$.

Exercice. *Montrer chaque égalité.*

a $4+(-4)=0$	d $(-1)+(-1)+(-3)=-5$
b $(-4)+(-4)=-16$	e $4+(-4)+1+1+1+(-6)=-3$
c $(-3)+0+(-4)=-7$	f $4+(-1)+(-2)+(-2)+(-2)=-3$

Propriété (multiplicativité)**.** *Soient* a, b *deux entiers positifs alors*
- $(-a)\times(-b)=a\times b$
- $(-a)\times(+b)=-(a\times b)$
- $-(-a)=a$
- $0\times(-a)=0$

Exemple. *Pour* $a=2$ *et* $b=3$*,* $(-2)\times(-3)=2\times 3=6$.

Exercice (Sésamath 4e, p.5, exo. 2)**.** *Donner le résultat de* -100×21 *et* $(-50)\times(-40)$.

Exercice. *Montrer chaque égalité.*

a $4\times(-4)=-16$	d $2\times(-3)\times(-4)=24$
b $4\times(-1)=-1$	e $2\times(-4)\times 4\times(-2)=64$
c $0\times(-4)\times(-4)=0$	f $10\times(-6)\times(-4)\times(-1)\times(-3)=720$

Propriété. *Soient* a, b *deux entiers positifs avec* $b\neq 0$ *alors*
- $\frac{(-a)}{(b)}=-\frac{a}{b}$
- $\frac{(a)}{(-b)}=-\frac{a}{b}$
- $\frac{(-a)}{(-b)}=\frac{a}{b}$
- $a=\frac{a}{b}\times b$

Exemple. *Pour* $a=100$ *et* $b=7$*, on a* $\frac{(-100)}{(7)}=-\frac{100}{7}$.

Exercice. *Montrer chaque égalité.*

a $\frac{-5}{2}=-\frac{5}{2}$	e $\frac{-5}{-2}=\frac{5}{2}$	i $\frac{2}{-8}=-\frac{2}{8}$
b $\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$	f $\frac{-15}{-2}=\frac{15}{2}$	j $\frac{1}{-8}=-\frac{1}{8}$
c $\frac{-7}{2}=-\frac{7}{2}$	g $\frac{-155}{-2}=\frac{155}{2}$	k $\frac{123456}{-987654}=-\frac{123456}{987654}$
d $\frac{-10}{200}=-\frac{10}{200}$	h $\frac{-50}{-123}=\frac{50}{123}$	l $\frac{101010}{-808080}=-\frac{101010}{808080}$

Exercice (Sésamath 4e, p.8, exo.5)**.** *Donner le résultat de* $\frac{12}{-4}$ *et* $\frac{-45}{15}$.

1.3.4 Problèmes et exercices

Problème. *Un rafale vole à une altitude de 15 000 mètres. Il effectue la manœuvre suivante*

1. *descendre à -1 000 mètres.*
2. *descendre à -5 000 mètres.*
3. *remonter à 8 100 mètres.*

4. *descendre à - 4 000 mètres.*

A quelle altitude l'appareil se trouve-t-il à la fin de la manœuvre ?

Exercice. *Montrer que l'entier suivant est de signe positif.*

$$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$$

Problème (Mission Indigo 4e, p.41, exo. 87)**.** *Euclide est né avant l'an -325 et disparait vers l'an -265. Il était un mathématicien grec athénien. Déterminer la période de vie d'Euclide.*

Problème (Sésamath 4e, p.11, exo.11)**.** *Le tableau qui suit rassemble les températures minimales (en degrés Celsius) dans un endroit du Pôle Nord sur une semaine en Janvier.*

Jour	*Lundi*	*Mardi*	*Mercredi*	*Jeudi*	*Vendredi*	*Samedi*	*Dimanche*
Température	*-23*	*-31*	*-28*	*-25*	*-19*	*-22*	*-20*

1. Calculer M la somme des températures.
2. Calculer $\frac{M}{2}$ et interpréter.
3. Pour une semaine en Mai, $\frac{M}{2}$ est deux fois plus petite. Déterminer ce nombre.

Exercice. *Calculer*

$$(-4)\times 2+10-2\times 10+10-5\times(-1)\times(-1)\times(-12)$$

Problème. *La Polynésie dépend de ses alliées pour obtenir des ressources en matière première dont le pétrole. Ce prix est calculé suivant une certaine formule et décision pour être publié. On rassemble dans le tableau suivant le prix du pétrole par litre en Polynésie.*

Année	*2017*	*2018*	*2019*	*2020*	*2021*	*2022*	*2023*
Prix du pétrole par litre (en cfp)	*112*	*112*	*122*	*112*	*97*	*102*	*122*

Tableau. *Prix du pétrole polynésien entre 2017 et 2023 (donnée de l'ISPF).*

1. Donner l'écart des prix entre 2020 et 2021.
2. Déterminer l'année où il y a eu une grande baisse dans les prix.
3. Déterminer l'année où il y a eu une grande augmentation dans les prix.

1.3.5 Activités informatiques

Sujet (Prise en main tableur)**.** *Le but de ce sujet est de se familiariser avec les commandes du tableur.*

1. *Entrer le tableau suivant :*

Partie	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
Gain	*0*	*1*	*-1*	*-1*	*-1*	*1*	*1*	*1*	*-1*	*1*	*1*

Tableau des gains d'un joueur de pile ou face sur 10 partie.

2. *Calculer la somme des gains.*
3. *Calculer la moyenne des gains.*

Devoir maison

Examen

1.4 Transformation géométrique

Dans un pavage régulier du plan, il est évident qu'une même figure est « répétée » de manière régulière sur le plan indéfiniment. Cette répétition démontre toute la richesse visuelle qu'offre un passage qu'on doit notamment aux transformations géométriques : les symétries et les translations.

1.4.1 Introduction

Entre 16h30 et 18h30, les couchers de soleil sur Bora Bora sont très prisés pour apprécier la douceur des couleurs et la merveille de la montagne sur le lagon. Ce reflet par rapport au niveau de la mer illustre la notion de symétrie axiale.

IMAGE. Illustration de la symétrie axiale au coucher de soleil (Bora-bora, Polynésie-Française).

Le tatouage est le témoin culturel d'une civilisation et d'un peuple. Il trace son histoire et ses opinions. Pour représenter le soleil par exemple, le tatouage *Maori* exploite sans le savoir une transformation géométrique sur les figures qui le compose par rapport à son centre. Ce tatouage illustre un exemple de symétrie centrale.

IMAGE. Illustration de la symétrie centrale sur un tatouage du soleil d'origine *Maori* (Nouvelle-Zélande).

Enfin, étant donnée une figure du plan, le déplacement régulier de cette figure sur ses sommets forme un pavage. Un pavage est comparable a des carreaux sur le sol; un motif se répétant sur le sol. Ceci illustre la notion de translation dans le plan.

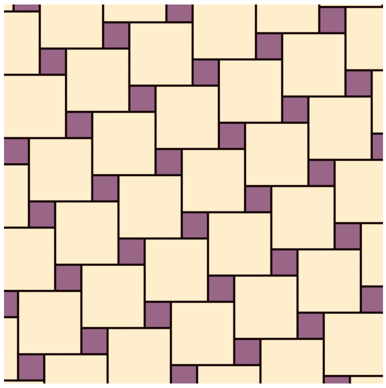


Image. Illustration de la translation avec le pavage de Pythagore.

Une raison d'être de ces transformations est la construction de nouvelle figure du plan.

1.4.2 Symétrie axiale

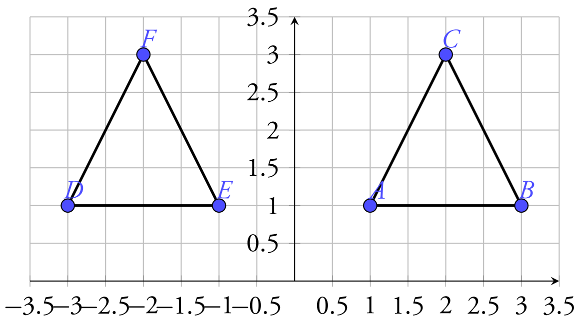
Soit $\mathscr{D}$ une droite.

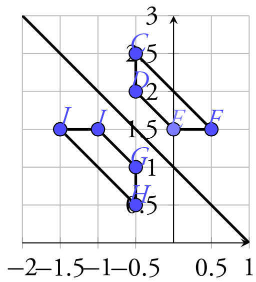
Définition. *Le symétrique de P à la droite $\mathscr{D}$ est le point Q tel que $\mathscr{D}$ est la médiatrice de $[PQ]$.*

Définition. *La symétrie axiale d'une figure par rapport à la droite $\mathscr{D}$ est la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point de la figure.*
Dans ce cas, la droite $\mathscr{D}$ est appelé « axe de symétrie ».

Intuitivement, faire la symétrie d'une figure c'est « dessiner son reflet ».

Exemple. *Ci-après des symétries axiales.*





> **Méthode** (Construire une symétrie axiale)**.** *Il est d'abord nécessaire de se munir d'une règle et d'un crayon à papier.*
>
> 1. *Tracer les symétriques des points de la figure en plaçant sa règle perpendiculairement à l'axe à égale distance.*
> 2. *Lier les points de sorte que la figure soit superposable à la figure de départ.*

Exercice. *Soit ABC un triangle du plan. Tracer la symétrie de ABC par rapport à la droite (AB), (AC) et (BC).*

Exercice. *Soit $\mathscr{T}$ un triangle quelconque et soit D une droite du plan. Représenter la symétrie de $\mathscr{T}$ par rapport à D.*

Exercice. *Soit $\mathscr{L}$ un losange quelconque et soit D une droite qui coupe $\mathscr{L}$. Représenter la symétrie de $\mathscr{L}$ par rapport à D.*

De ces transformations, certaines particularités sont conservées dans les figures et facilite grandement leur compréhension.

Propriété. *Deux figures symétriques par rapport à une droite sont superposables.*

Cette propriété donne un sens à l'exercice que l'on fait pour obtenir une symétrie à partir d'un morceau de papier.

Exercice.

Exercice.

Problème.

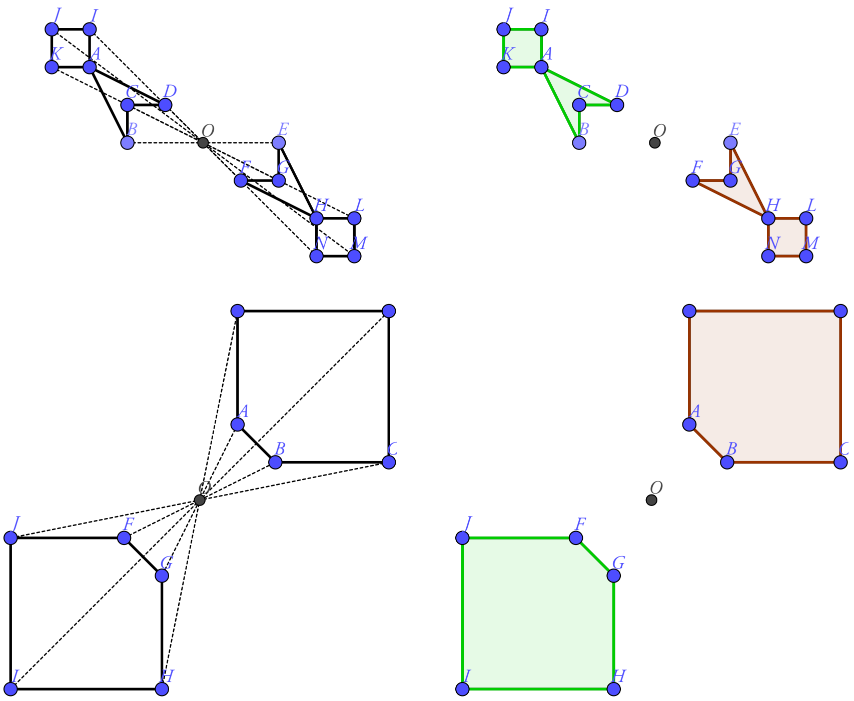
1.4.3 Symétrie centrale

Soit $\mathscr{D}$ une droite.

Définition. *Le symétrique de P à la droite $\mathscr{D}$ est le point Q tel que $\mathscr{D}$ est la médiatrice de $[PQ]$.*

Définition. *La symétrie centrale d'une figure par rapport à un point O est la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point de la figure par rapport à O.*
Dans ce cas, le point O est appelé « centre de symétrie ».

Exemple. *Ci-après des symétries centrales.*



> **Méthode** (Construire une symétrie centrale)**.** *Il est d'abord nécessaire de se munir d'une règle et d'un crayon à papier.*
>
> 1. *Tracer les symétriques des points de la figure en plaçant sa règle perpendiculairement au point O à égale distance.*
> 2. *Lier les points de sorte que la figure soit superposable à la figure de départ.*

Exercice. *Soit ABC un triangle du plan. Tracer la symétrie de ABC par rapport aux points A, B et au point situé sur le milieu de $[AC]$.*

Exercice. *Soit $\mathscr{T}$ un triangle quelconque et soit D une droite du plan. Représenter la symétrie par rapport à un point du triangle.*

Exercice. *Soit $\mathscr{L}$ un losange quelconque et soit D une droite qui coupe $\mathscr{L}$. Représenter la symétrie par rapport à un point du losange.*

Problème. *« Dreamcatcher est le nom en anglais faisant référence au capteur de rêves, un objet culturel amérindien. » - Wikipedia, Dreamcatcher.*
Un dreamcatcher est l'objet représenté ci-après. Dans les cercles supérieur et inférieur, appelés « rosace », déterminer la transformation qui est mis en jeu ici.

De ces transformations, certaines particularités sont conservées dans les figures et facilite grandement leur compréhension.

Propriété. *Deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables.*
Toute symétrie centrale conserve les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.
Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.

Exercice. *Montrer que la symétrie centrale du centre d'un losange est toujours le même losange.*

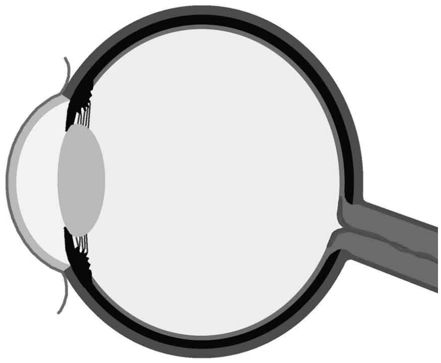
Exercice. *Soit ABC un triangle quelconque du plan et on note D son barycentre.*

1. Tracer la symétrie centrale de ABC par rapport à D.
2. Montrer que les bases des triangles obtenues sont parallèles.

Problème. *Une voiture prend un virage avec un drift. Donner la position de la voiture après avoir traverser le virage.*

Indication. Faire une symétrie centrale par rapport au virage.

Problème. *L'œil humain capte une image et est inversée par son iris avant que cette information soit conduit vers le cerveau. Représenter dans le schéma suivant l'image dans l'iris quand l'œil perçoit une maison.*

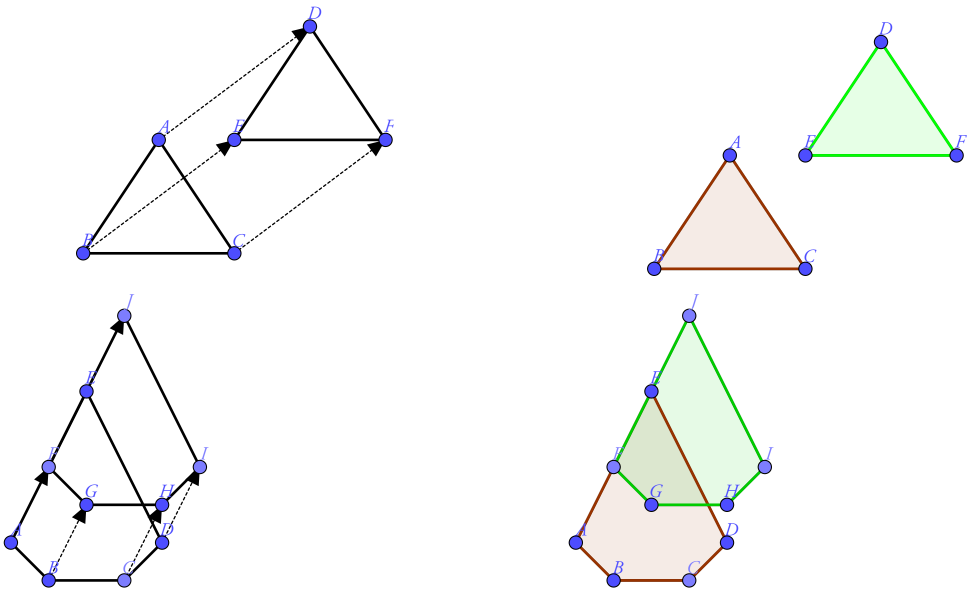


1.4.4 Translation

Définition. *La translation d'une figure selon une direction $\overrightarrow{v}$ est la figure obtenue en faisant déplacer ses points sur $\overrightarrow{v}$.*
Si tel est le cas, $\overrightarrow{v}$ est appelé « vecteur ».

Intuitivement, faire la translation d'une figure c'est « déplacer ».

Exemple. *Ci-après des figures translatées.*



Méthode (Construire une translation)**.** *Il est d'abord nécessaire de se munir d'une règle et d'un crayon à papier.*

1. *Relever les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v}$.*
2. *Déplacer les points de la figure suivant les coordonnées de $\overrightarrow{v}$.*

Exercice. *Soit $\mathscr{T}$ un triangle quelconque et soit D une droite du plan. Représenter la translation de $\mathscr{T}$ par rapport à un vecteur arbitrairement choisi.*

Exercice. *Soit $\mathscr{L}$ un losange quelconque et soit D une droite qui coupe $\mathscr{L}$. Représenter la translation de $\mathscr{L}$ par rapport à un vecteur arbitrairement choisi.*

De ces transformations, certaines particularités sont conservées dans les figures et facilite grandement leur compréhension.

Propriété. *Une figure et son image par une translation sont superposables.*
La translation conserve les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

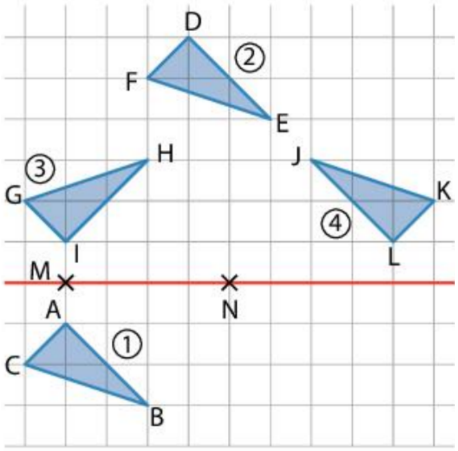
Exercice. *Soit $\mathscr{T}$ un triangle équilatéral. Montrer que la translation de $\mathscr{T}$ selon le vecteur $\overrightarrow{v} = (1,1)$ est toujours équilatéral.*

Problème. *Soit ABC un triangle équilatéral quelconque. On note D le barycentre de ABC, montrer que la symétrie de ABC par rapport à D est l'inversion de ABC.*

Problème. *Un bateau de forme triangulaire dérive dans l'océan. A chaque heure, le bateau dérive selon une translation de vecteur $\overrightarrow{v} = (2,3)$. Déterminer la prochaine position du bateau s'il est à la position $(0,0)$ dans un repère orthonormé.*

1.4.5 Problèmes et exercices

Problème (Mission Indigo 4e, exo.62, p.220)**.** *Décrire toutes les transformations du triangle ABC.*

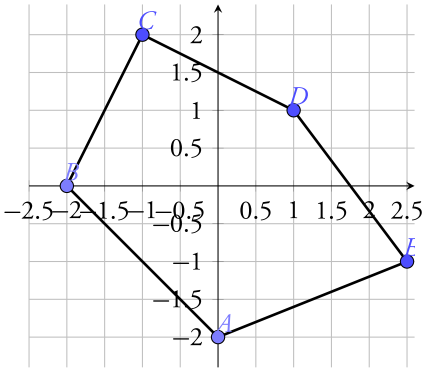


Exercice (Mission Indigo 4e, exo.20, p.212)**.** *Soit $VBNJ$ un losange avec $VB = 3$ et $\widehat{VBN} = 40^o$. Les longueurs sont en centimètre.*

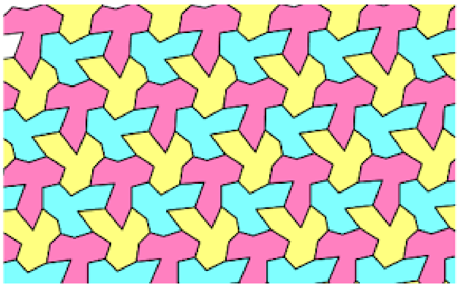
1. Tracer le symétrique de $VBNJ$ par rapport à la droite (BN).
2. Noter V' le symétrique de V et J' le symétrique de J.
3. Montrer que $V'J' = 3$.
4. Déterminer la valeur de $\widehat{V'BN}$.

Problème. *Dans un repère orthonormé, considérons le polygone $ABCDE$.*

1. Faire la symétrie axiale de $ABCDE$ suivant l'axe des abscisses.
2. Faire la symétrie axiale de $ABCDE$ suivant l'axe des ordonnées.
3. Faire la symétrie centrale de $ABCDE$ par rapport au point $(0,0)$.
4. Faire la translation de $ABCDE$ selon le vecteur $\overrightarrow{v} = (1,1)$.



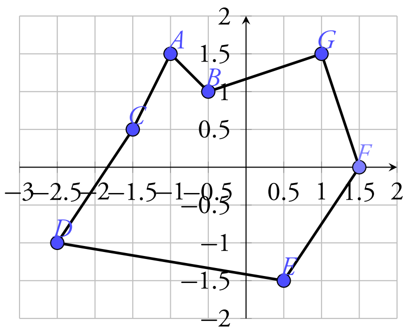
Exercice. *Décrire toutes les translations dans la figure suivante.*



Exercice. *Montrer que la symétrie axiale d'un pentagone est toujours un pentagone. Faire de même pour une étoile, montrer que la symétrie axiale d'une étoile est une étoile.*

Problème. *Dans un repère orthonormé, considérons le polygone $ABCDE$.*

1. Faire la symétrie axiale de $ABCDE$ suivant l'axe des abscisses.
2. Faire la symétrie axiale de $ABCDE$ suivant l'axe des ordonnées.
3. Faire la symétrie centrale de $ABCDE$ par rapport au point $(0,0)$.
4. Faire la translation de $ABCDE$ selon le vecteur $\overrightarrow{v} = (1,1)$.



1.4.6 Activités informatiques

Sujet (Mission Indigo 4e, exo. 52, p.219). *Ce sujet consiste à illustrer la notion de transformation géométrique.*

1. *Créer une droite (RS).*
2. *Placer I et J deux points tels que (IJ) et (RS) soit parallèles.*

3. *Construire la droite $(R'S')$; l'image de (RS) par la translation qui transforme I en J.*
Montrer que (RS) et $(R'S')$ sont deux droites identiques.

Sujet. *Ce sujet consiste à illustrer la notion de transformation géométrique.*

1. *Placer $ABCD$ le rectangle avec $A = (1,1)$, $B = (3,1)$, $C = (3,2)$ et $D = (1,2)$.*
2. *Construire $EFGH$ la symétrie centrale de $ABCD$ par rapport au point $(0,0)$.*
3. *Construire $IJKL$ la symétrie axiale de $ABCD$ par rapport à l'axe des ordonnées.*
4. *Construire $MNOP$ la symétrie centrale de $IJKL$ par rapport au point $(0,0)$.*

Montrer que $MNOP$ se construit comme symétrie centrale au point $(0,0)$ de la figure $IJKL$.

Devoir maison

Examen

1.5 Statistique

L'analyse des données dispense d'une étude rigoureuse des nombres dans un contexte particulier. Dans divers domaines, notamment la Data science, les statistiques permettent la prévision et la bonne prise de décision sur des questions délicates.

Le but de ce cours est de donner un aperçu de la statistique à travers les outils de base.

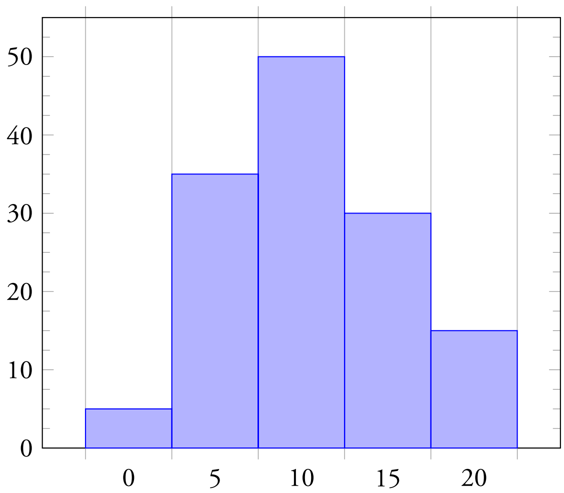
1.5.1 Introduction

Considérons une classe de 11 personnes, on rassemble dans un tableau les notes sur 10 d'un examen.

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs	0	0	1	0	0	3	4	0	2	0	1

TABLEAU. Notes d'examen d'une classe de collège.

Le tableau illustre le fait que 1 personne a eu 3 sur 10 ou encore que 2 personnes ont eu 8 sur 10. On distingue 7 personnes qui ont la moyenne contre 4.

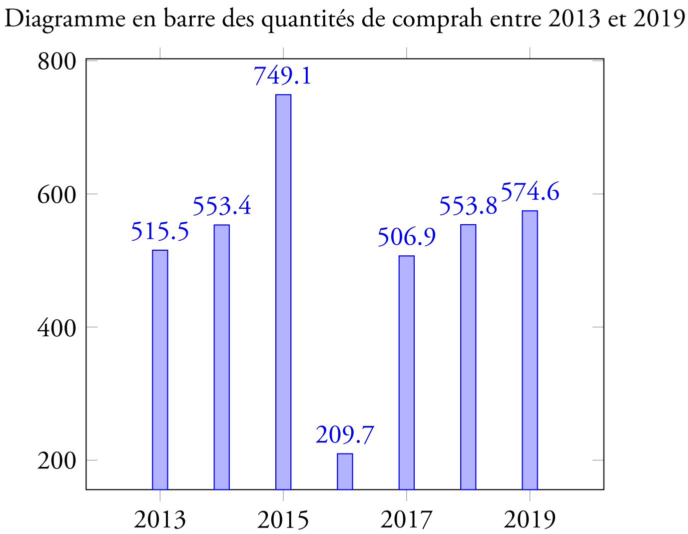


Considérons la quantité de comprah (en tonnes) entré en silo dans tous les archipels de la Polynésie-Française en Janvier.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Effectif	515.5	553.4	749.1	209.7	506.9	553.8	574.6

TABLEAU. Quantité de comprah entré en silo dans les archipels polynésiens (données de l'ISPF).

Le tableau illustre le fait qu'en Janvier 2015, il s'agit de l'année où le comprah a été le plus entré en silo et Janvier 2016, celui où le comprah est le moins entré. La quantité moyenne de comprah ici est de 523.3 tonnes.



La raison d'être principale des statistiques est certainement l'étude des données pour les comprendre.

1.5.2 Définitions

Suivant les éléments abordées, on défini formellement ces termes.

Définition. *Une série statistique est une collection de valeurs attribuées à un caractère.*

Rappelons qu'un caractère désigne ce qui est étudié.

Exemple. *Dans une liste de note d'un examen d'une classe,*

— *le caractère étudié correspond aux notes.*

— *la série statistique correspond à la liste des notes.*

Dans une liste des tailles d'une population d'adulte dans une ville,

— *le caractère étudié correspond aux tailles.*

— *la série statistique correspond à la liste des tailles.*

Dans une série statistique, il est possible d'être confronté à plusieurs caractères pouvant porter la confusion :

— la liste des tailles d'avion de différente compagnie.

— la liste des notes d'une classe en fonction de l'âge.

Cet ambiguïté peut être levé car dans la majorité des problèmes étudiés, un seul caractère est imposé pour l'étude.

Définition. *Dans une série statistique, on appelle*

1. *effectif la quantité correspondant à une valeur.*
2. *effectif total la somme des effectifs.*
3. *fréquence la division entre l'effectif du caractère par l'effectif total.*

$$frequence = \frac{\textit{effectif du caractère}}{\textit{effectif total}}$$

A travers les chiffres, on peut les répartir en deux familles :

— donnée quantitative : tout ce qui peut être mesuré.

— donnée qualitative : tout ce qui ne peut pas être mesuré.

Exemple. *Les données quantitatives rassemblent : une note d'un examen, la taille d'un objet, la longueur d'un chemin, etc.*

Exemple. *Les données qualitatives rassemblent : la couleur des yeux, le sexe d'une personne, la forme d'un objet, etc.*

Exemple. *Étude d'un cas sur des données quantitatives.*
On dispose d'une classe de 10 personnes où on relève leur taille dans le tableau suivant.

Taille	*150*	*160*	*170*	*180*	*190*
Effectif	*1*	*2*	*5*	*1*	*1*

Exemple. *Étude d'un cas sur des données qualitatives.*
On dispose d'une collection de 22 voitures qu'on trie en fonction de leur couleur dans le tableau suivant.

Couleur	*Bleu*	*Jaune*	*Vert*	*Rouge*	*Noir*
Effectif	*2*	*5*	*6*	*1*	*8*

1.5.3 Indicateurs statistiques

Nous porterons notre attention sur deux outils : la médiane et la moyenne.

Définition. *La moyenne d'une série est égale à la somme des données divisé par nombre total de donnée.*

Interprétation. Si la moyenne vaut M alors c'était comme si le caractère valait M dans la série.

Définition. *La médiane correspond à la valeur situé à 50 % des valeurs de la série.*

Interprétation. Si la médiane vaut m alors les données peuvent être partager en deux familles de même quantité à la valeur m.

Il existe une méthode pour la déterminer.

Méthode (Déterminer la médiane)**.** *Soit D une série statistique.*

Ce qu'il faut avoir. *N l'effectif total.*

Ce qu'il faut faire.

— *si N est paire alors la médiane se situe au rang $N/2$.*

— *si N est impaire alors la médiane se situe au rang $(N+1)/2$.*

La moyenne dépend des données alors que la médiane dépend du nombre de donnée. Cela signifie qu'il s'agit de deux indicateurs différents qu'il ne faut absolument pas confondre.

Exercice. *Considérons le mouvement des avions qui atterrissent en Polynésie-française en 2022.*

Année	*Janv.*	*Fév.*	*Mars*	*Avril*	*Mai*	*Juin*	*Juil.*	*Août*	*Sept.*	*Oct.*	*Nov.*	*Déc.*
Effectif	*84*	*78*	*91*	*115*	*116*	*117*	*138*	*132*	*125*	*144*	*137*	*158*

TABLEAU. *Quantité d'avions qui atterrissent en Polynésie-française en 2022.*

1. Montrer qu'il y a 1435 avions au total qui ont atterris en Polynésie.
2. Montrer que, en moyenne, 120 avions ont atterris en Polynésie.
3. Déterminer la médiane.

Exercice (Mission Indigo 4e, exo.32, p.176)**.** *Dans une classe, on relève le nombre d'application que les élèves ont utilisés hier soir.*

Nombre d'application	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Effectif	*6*	*5*	*3*	*3*	*2*	*3*

TABLEAU. *Nombre d'application utilisé par les élèves de la classe.*

Deux élèves calcules la moyenne comme suit

— *élève 1 :*

$$\frac{0\times 6+1\times 5+2\times 3+3\times 3+4\times 2+5\times 3}{15}$$

— *élève 2 :*

$$\frac{0\times 6+1\times 5+2\times 3+3\times 3+4\times 2+5\times 3}{5+3+3+2+3}$$

Qui a raison ?

Problème (Mission Indigo 4e, exo.42, p.177)**.** *On étudie les températures (en degré C^o) moyennes mensuelles de l'eau de mer à Majorque en 2015.*

Mois	*Janv.*	*Fév.*	*Mars*	*Avril*	*Mai*	*Juin*	*Juil.*	*Août*	*Sept.*	*Nov.*	*Déc.*	
Température	*14*	*13*	*14*	*15*	*17*	*21*	*24*	*25*	*24*	*21*	*18*	*15*

TABLEAU. *Température de l'eau de mer à Majorque en 2015.*

Déterminer la médiane et la moyenne. Interpréter le résultat.

1.5.4 Représentations

Pour représenter des données, on dispose d'une palette divers de graphique dont on se restreindra aux suivants :

— histogramme.
— diagramme en bar.
— diagramme circulaire.
— diagramme semi-circulaire.

Méthode (Construire un histogramme)**.** *Il s'agit de construire un histogramme avec une règle.*

Ce qu'il faut avoir. *un tableau de la forme*

Caractère	*caractère 1*	*caractère 2*	*caractère 3*	*caractère 4*	*caractère 5*
Effectif	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5

Ce qu'il faut faire. *Avec une règle on fait*

1. *Tracer l'axe des abscisses.*
2. *Tracer l'axe des ordonnées.*

Méthode (Construire un diagramme en barre). *Il s'agit de construire un diagramme en barre avec une règle.*

Ce qu'il faut avoir. *un tableau de la forme*

Caractère	*caractère 1*	*caractère 2*	*caractère 3*	*caractère 4*	*caractère 5*
Effectif	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5

Ce qu'il faut faire. *Avec une règle on fait*

1. *Tracer l'axe des abscisses.*
2. *Tracer l'axe des ordonnées.*

Méthode (Construire un diagramme circulaire). *Il s'agit de construire un diagramme circulaire avec une règle.*

Ce qu'il faut avoir. *un tableau de la forme*

Caractère	*caractère 1*	*caractère 2*	*caractère 3*	*caractère 4*	*caractère 5*
Effectif	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5

Ce qu'il faut faire. *Avec une règle on fait*

1. *Tracer l'axe des abscisses.*
2. *Tracer l'axe des ordonnées.*

Méthode (Construire un diagramme semi-circulaire). *Il s'agit de construire un diagramme semi-circulaire avec une règle.*

Ce qu'il faut avoir. *un tableau de la forme*

Caractère	*caractère 1*	*caractère 2*	*caractère 3*	*caractère 4*	*caractère 5*
Effectif	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5

Ce qu'il faut faire. *Avec une règle on fait*

1. *Tracer l'axe des abscisses.*
2. *Tracer l'axe des ordonnées.*

Pour résumer, faire une étude statistique sait :

Méthode (Faire une étude statistique). *Il s'agit de calculer.*

1. *Construire un premier tableau avec les effectifs et fréquences.*
2. *Construire un second tableau avec les effectifs cumulés et fréquences cumulés.*
3. *Construire un troisième tableau avec les mesures pour les diagrammes.*

Exercice (Mission Indigo 4e, exo.43, p.177). *On étudie l'âge des équipiers d'un voilier.*

Âge	*18*	*20*	*22*	*27*	*30*
Effectif	*2*	*5*	*1*	*3*	*1*

Tableau. *Âge des équipiers dans un voilier.*

Donner le diagramme circulaire de ce tableau.

Exercice (Mission Indigo 4e, exo.46, p.177). *On étudie le nombre de séance de cinéma que des élèves fait.*

Nombre de séance	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
Effectif	*9*	*5*	*8*	*1*	*2*

Tableau. *Nombre de séance de cinéma suivie par des élèves.*

Donner le diagramme en bar de ce tableau.

Problème. *On étudie le nombre de naissance entre 2017 et 2022 en Polynésie.*

Année	*2017*	*2018*	*2019*	*2020*	*2021*	*2022*
Effectif	*3866*	*3825*	*3609*	*3631*	*3531*	*3657*

Tableau. *Nombre de naissance en Polynésie entre 2017 et 2022 (donnée ISPF).*

Donner une représentation graphique de ces données.

1.5.5 Problèmes et exercices

Problème.

Exercice.

Problème.

Problème.

Exercice.

Problème.

1.5.6 Activités informatiques

Sujet.

Devoir maison

Examen

1.6 Calcul littéral

Le produit et la somme fonde les bases du calcul. D'autre quantité à calculer dépende du produit de plusieurs sommes comme $4 \times (1 + 1 + 1 + 1)$ et dans ce cas-ci, on applique naivement les règles opératoires. En revanche, quand des lettres sont mises en jeu comme $a \times (x + x + x + x)$, l'exercice devient moins évident et d'autres règles sont nécessaires : la distributivité et le développement.

1.6.1 Introduction

Etant donné une collection de 12 bateaux qu'on sépare en deux familles :

— les petits bateaux ; on en compte 10.

— les grands bateaux ; on en compte 2.

On désire former deux groupes de manière équitable. Comme 2 divise 10 et 2 alors on peut former 2 groupes formés de 5 petits bateaux et 1 grands bateaux :

$$12 = 2 \times (5 + 2)$$

D'une autre manière, cela revient à séparer le groupe en deux : 2 groupes de 5 petits bateaux et 2 groupes de 1 grands bateaux

$$12 = 2 \times 5 + 2 \times 1$$

De ces études, on vient de calculer de deux manières différentes et donc

$$2 \times (5+2) = 2 \times 5 + 2 \times 1$$

Une question naturelle est de savoir si l'on peut généraliser ce raisonnement : peut-on former k groupe de manière équitable de a petits bateaux et b grands bateaux ? La réponse est oui.

Une raison d'être de ce calcul littéral est la manipulation des quantités dépends de beaucoup de somme.

1.6.2 Simplification

Propriété. *Soient k et a deux nombres alors*

$$a \times k \times k = a \times k^2$$

Intuitivement, simplifier c'est « retirer » les lettres en mettant en exposant les termes qui « se ressemblent ». A ne pas confondre avec la somme où les termes identiques se mettent en facteur.

Exemple. *Soit x un nombre, alors on peut citer*

— $2 \times x = 2x$

— $1000 \times x \times x = 1000x^2$

— $123 \times (x+10) \times (x+10) = 123(x+10)^2$

Exercice. *Soit x un nombre. Simplifier chaque expression.*

1. $2 \times x$
2. $2 \times x \times x$
3. $2 \times x \times x \times x$
4. $2 \times x \times x \times x \times x$
5. $2 \times 4 \times x$
6. $3 \times 4 \times x$
7. $4 \times 4 \times x$
8. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times x$
9. $2 \times x \times y$
10. $2 \times x \times y \times y$
11. $2 \times x \times x \times y \times y$
12. $2 \times x \times x \times x \times y \times y \times y$

Exercice. *Simplifier chaque expression.*

1. $2 \times (x+1)$
2. $2 \times (x+1) \times (x+1)$
3. $2 \times (x+1) \times (x+1) \times (x+1)$
4. $2 \times (x+1) \times (x+1) \times (x+1) \times (x+1)$
5. $2 \times 4 \times (x+1)$
6. $3 \times 4 \times (x+1)$
7. $4 \times 4 \times (x+1)$
8. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times (x+1)$
9. $2 \times (x+2) \times (x+1)$
10. $2 \times (x+2) \times (x+1) \times (x+5)$
11. $2 \times (x+5) \times (x+4) \times (x+3) \times (x+2)$
12. $2 \times (x+2) \times (x+1) \times (y+1) \times (y+2)$

1.6.3 Développement

Théorème (Développement)**.** *Soient k, a et b trois nombres alors*

$$k(a+b) = ka + kb$$

Exercice. *Développer chaque expression.*

1. $2(x+1)$
2. $4(x+1)$
3. $6(x+1)$
4. $x(2+x)$
5. $x(2+y)$
6. $x(1+y)$
7. $10(x+1)$
8. $11(x+5)$
9. $11(x+11)$

Exercice. *Développer chaque expression.*

1. $(x+1)(x+1)$
2. $(x+2)(x+1)$
3. $(x+3)(x+1)$
4. $(x+2)(x+2)$
5. $(x+2)(x+2)$
6. $(x+11)(x+11)$
7. $(y+1)(x+5)$
8. $(x+2)(y+1)$
9. $(x+1)(y+1)$

Problème. *Soient a, b deux nombres. Montrer l'égalité*

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1.6.4 Problèmes et exercices

Problème (Identité d'Argand)**.** *Soit x un nombre. Montrer l'égalité*

$$(x^2+x+1)(x^2-x+1) = x^4 + x^2 + 1$$

Exercice.

Problème (Identité de Legendre)**.** *Soient a, b deux nombres. Montrer l'égalité*

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$$

Problème.

Exercice.

Problème (Binôme de Newton)**.** *Soient a, b deux nombres. Montrer l'égalité*

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

1.6.5 Activités informatiques

Sujet.

Devoir maison

Examen

Chapitre 2

Second trimestre

2.1 Nombres rationnels

2.2 Triangles rectangles

2.3 Proportionnalité

2.4 Théorème de Thalès

2.5 Nombres rationnels et opération

2.6 Solide de l’espace

Chapitre 3

Troisième trimestre

Chapitre 4

Complément : Calcul mental

4.1 Enoncé

4.2 Code César