

Открытая городская олимпиада по программированию

Ханты-Мансийск, ЮФМЛ

29 апреля 2017 года

Задача А. «Победитель игр»

Автор идеи: Никита Сычев

Формулировка задачи

- Бертрам выиграл в A играх
- Всего игр N
- В сколько игр проиграл Бриттон?

Решение задачи

- Когда Бриттон проигрывает, выигрывает Бертрам
- Ответ равен A

Примечания

- Числа большие, используем `long long` (C++) или `int64` (Pascal) (решения с другими типами набирали от 50 до 80 баллов)
- Число N можно даже не вводить

Вопросы?

Задача В. «Факториалы»

Автор идеи: Арслан Акназаров

Формулировка задачи

- Есть функция $\Gamma(n) = n \times \Gamma(n - 1)$
- Нужно определить, делится ли $\Gamma(a)$ на $\Gamma(b)$

Почему факториалы?

- $\Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(2) = 2 \times \Gamma(1) = 1 \times 2$
- $\Gamma(3) = 3 \times \Gamma(2) = 1 \times 2 \times 3$
- ...
- $\Gamma(n) = n!$

Сравнение

- Если $a < b$, то $a! < b!$ ($\Gamma(a) < \Gamma(b)$) и первое число точно не делится на второе
- Если $a = b$, то $a! = b!$, значит, $a!$ делится на $b!$
- Если $a > b$, то тогда
$$a! = 1 \times 2 \times \dots \times a = 1 \times 2 \times \dots \times b \times (b + 1) \times \dots \times a = b! \times (b + 1) \times \dots \times a,$$
 а значит, $a!$ тоже делится на $b!$

Полное решение задачи

- Если $a < b$, ответ — No
- Если $a \geq b$, ответ — Yes

Другие решения

- Подсчет факториала и проверка на делимость — не более 60 баллов

Вопросы?

Задача С. «Результаты игр»

Автор идеи: Никита Сычев

Формулировка задачи

- Есть значки K типов
- Составляют все наборы из N значков
- В наборе на первом месте не может быть значок типа K , на последнем — значок типа 1
- Сколько составили наборов?

Решение

- На первое и последнее место можно поставить любой из $(K - 1)$ значков (кроме запрещенных)
- На 2-е, 3-е, 4-е, \dots , $(N - 1)$ -е место можно поставить любой из K значков
- Ответ — $(K - 1)^2 \times K^{N-2}$

Замечания

- Всего возможных пар чисел 196, а тестов — 21. Если вы угадаете несколько наших тестов, за каждый получите 5 баллов
- Перебор всех вариантов набирал 30–40 баллов
- Числа большие (максимальный ответ равен $14^2 \times 15^{13}$), нужен был тип `int64` (Pascal) или `long long` (C++)

Вопросы?

Задача D. «Продажа воздуха»

Автор идеи: Никита Сычев

Формулировка задачи

- Дан набор чисел
- Найдите два элемента, первый из которых левее второго, разность между которыми положительна и максимальна

Ограниченное решение

- Решим задачу для 6 чисел
- С помощью оператора `if` переберем все 15 пар вариантов и найдем ответ
- Решение набирает 26 баллов

Медленное решение

- Переберем левую границу l от 1 до N
- Переберем правую границу r от $(l + 1)$ до N
- Попытаемся обновить минимум, если $(a_r - a_l) > 0$
- Набирает 80 баллов, так как работает долго

Правильное решение

- Переберем правую границу r от 1 до N
- Будем поддерживать минимальное число min и его позицию i среди всех уже просмотренных
- Улучшаем ответ только парой (min, r)
- Набирает 100 баллов

Вопросы?

Задача Е. «Телепортации»

Автор идеи: Никита Сычев

Формулировка задачи

- Есть N домов
- Мы можем сказать, куда телепортироваться
- Нам сообщают, с какой стороны искомый дом
- Нужно найти дом

Неоптимальное решение

- Переберем все дома от 1 до N
- Как только найдем искомый дом, завершим работу
- Совершается не более N запросов
- Решение набирает до 64 баллов

Не совсем оптимальное решение

- Переберем все дома от 1 до N через один (1, 3, 5, ...)
- Если мы пропустили нужный дом и ответ стал -1 , вернемся на дом назад
- Совершается не более $(N/2 + 1)$ запросов
- Решение набирает 66–68 баллов

Почти оптимальное решение

- Переберем все дома от 1 до N через 50 (1, 51, 101, ...)
- Если мы пропустили нужный дом и ответ стал -1 , пройдем последние 50 домов
- Совершается не более $(N/50 + 50)$ запросов
- Решение набирает 90–92 балла

Правильное решение

- Спросим про дом с номером $N/2$
- Так мы определим, в какой половине города наш дом
- Спросим про дом с номером $N/4$ или $3N/4$ (зависит от первого ответа)
- Так мы поделим предполагаемое местоположение ещё пополам
- Будем так делать, пока не найдем дом
- Очень мало запросов и 100 баллов

Вопросы?

Задача F. «Потерянные имена»

Автор идеи: Арслан Акназаров

Формулировка задачи

- Существует три строки одинаковой длины из букв А, В, С
- На одной и той же позиции в двух именах не может быть одинаковых букв
- Некоторые буквы заменили на знаки вопроса
- Нужно восстановить строки
- Известно, что ответ восстанавливается однозначно

Идея решения

- Просмотрим все позиции от 1 до $|A|$ ($|s|$ — длина строки s)
- По условию, в трех строках будут ровно три из четырех символов A, B, C или ?
- Найдем, какой символ не встретился
- Заменяем знаки вопроса на этот символ

Решение

- Как найти отсутствующий символ?
- $\text{chr}(\text{ord}('A') + \text{ord}('B') + \text{ord}('C') + \text{ord}('?') - \text{ord}(a[i]) - \text{ord}(b[i]) - \text{ord}(c[i]))$
- В C++ вместо ord нужен int

Вопросы?