

# Frågor & Repetition

*Kursdel 1*

# argumentationsanalys

- **Centrala begrepp:** Premiss, slutsats, argument, giltighet hos argument, sundhet hos argument, logiska uttryck/konstanter, explicit premiss, implicit premiss, mellanliggande slutsats.
- **Centrala färdigheter:** Du bör kunna
  - Ta fram den logiska formen hos enklare argument,
  - Avgöra giltighet hos enklare argument,
  - Rekonstruera enklare argument.

# giltighet

Ett argument är **giltigt** om premisserna inte kan vara sanna utan att slutsatsen är sann.

Ett argument är **sunt** om det är giltigt och dess premisser är sanna.

Giltighet bestäms av **argumentsformen**: resultatet av att förkorta allt som inte uttrycker en logisk konstant med variabler (för hela satser eller för predikat (egenskapsord) och namn).

De **logiska konstanterna** är:

- *och, eller, om ... så, om och endast om, icke* (satslogiska konstanter)
- *alla (är), någon (är), ingen (är)* (predikatlogiska konstanter)

# giltighet

Med verktygen som ni fått från denna del av kursen kan ni visa att en argumentsform **är giltig** genom att:

- Förklara varför premisserna inte kan vara sanna utan att slutsatsen är sann,
- Visa att formen består av en eller flera kända giltiga argumentsformer.

(Ni får mycket bättre verktyg för detta redan nästa vecka!)

Ni kan visa att argumentsform **inte är giltig** genom att ge ett **motexempel**.

**Motexempel.** Ett motexempel mot ett argument  $A$  kan vara:

- 1 En beskrivning av en (logiskt) möjlig situation i vilken  $A$ s premisser är *sanna*, men slutsatsen *falsk*,
- 2 Ett argument med samma form som  $A$ , men med premisser som du vet är *sanna*, och en slutsats som du vet är *falsk*.

# exempelfrågor

*Betrakta följande argument. Är det giltigt? Motivera!*

① Alla filosofer är glada.

② Karl är glad.

---

③ Karl är filosof.

# exempelfrågor

*Betrakta följande argument. Är det giltigt? Motivera!*

① Alla filosofer är glada.

② Karl är glad.

---

③ Karl är filosof.

**Svar:** Detta är ogiltigt. Följande argument är ett motexempel: Det har samma form, men sanna premisser och falsk slutsats.

① Alla hundar är däggdjur.

sant

② Karl är ett däggdjur.

---

sant

③ Karl är en hund.

falskt

# exempelfrågor

*Betrakta följande argument. Är det giltigt? Motivera!*

- ① Nästan alla filosofer är glada.
- ② Karl är glad.
- \_\_\_\_\_
- ③ Karl är filosof.

## exempelfrågor

*Betrakta följande argument. Är det giltigt? Motivera!*

- ① Nästan alla filosofer är glada.
- ② Karl är glad.
- \_\_\_\_\_
- ③ Karl är filosof.

**Svar:** Detta är ogiltigt. Följande möjliga situation är ett motexempel: Hana, Sara och Eric är de enda filosoferna. Hana, Sara och Karl är glada. Då är premiss 1 och premiss 2 sanna, men slutsatsen falsk.



## exempelfrågor

*Betrakta följande argument. Är det giltigt? Motivera!*

- ① Om Östersjön är världens största hav så är Stockholm världens största stad.
- ② Stockholm är inte världens största stad.
- \_\_\_\_\_
- ③ Östersjön är inte världens största hav.

## exempelfrågor

*Betrakta följande argument. Är det giltigt? Motivera!*

- ① Om Östersjön är världens största hav så är Stockholm världens största stad.
- ② Stockholm är inte världens största stad.  
\_\_\_\_\_
- ③ Östersjön är inte världens största hav.

**Svar:** Detta är giltigt. Argumentet har formen av ett *Modus Tollens*:

- ① Om A så B.
- ② icke-B.  
\_\_\_\_\_
- ③ icke-A.

# rekonstruktion

Ett naturligt argument rekonstrueras genom att:

- 1 **Identifiera slutsatsen.**
- 2 **Identifiera explicita premisser**, och ställ upp med slutsatsen på standardform.
- 3 **Identifiera implicita premisser & mellanliggande slutsatser**, och skriv ut dessa i rekonstruktionen.

**Explicita premisser** är de som är uttalade i argumentet som rekonstrueras.

**Implicita premisser** är de som är underförstådda, men behövs för argumentets giltighet.

**Mellanliggande slutsatser** är slutsatser från delargument.

Tänk på att ni kan behöva **omformulera** satser så att deras logiska form framgår (dvs. de ingående logiska konstanterna).

## exempelfrågor

*Rekonstruera följande argument.*

*Det finns oemotsägliga argument som visar att existensen av moraliskt ansvar medför existensen av den fria viljan. Det följer av dessa argument att om den fria viljan inte existerar, så existerar inte heller moraliskt ansvar. Det är emellertid uppenbart att moraliskt ansvar existerar: om moraliskt ansvar inte existerar så skulle ingenting vara någons fel, och det är uppenbart att man kan peka på vissa saktillstånd och säga till vissa personer: Det är ert fel. Alltså existerar den fria viljan.*

## exempelfrågor

Identifiera slutsats:

*Det finns oemotsägliga argument som visar att existensen av moraliskt ansvar medför existensen av den fria viljan. Det följer av dessa argument att om den fria viljan inte existerar, så existerar inte heller moraliskt ansvar. Det är emellertid uppenbart att moraliskt ansvar existerar: om moraliskt ansvar inte existerar så skulle ingenting vara någons fel, och det är uppenbart att man kan peka på vissa saktillstånd och säga till vissa personer: Det är ert fel. Alltså existerar den fria viljan.*

## exempelfrågor

Identifiera explicita premisser:

*Det finns oemotsägliga argument som visar att existensen av moraliskt ansvar medför existensen av den fria viljan. Det följer av dessa argument att om den fria viljan inte existerar, så existerar inte heller moraliskt ansvar. Det är emellertid uppenbart att moraliskt ansvar existerar: om moraliskt ansvar inte existerar så skulle ingenting vara någons fel, och det är uppenbart att man kan peka på vissa saktillstånd och säga till vissa personer: Det är ert fel. Alltså existerar den fria viljan.*

## exempelfrågor

- ① Det finns saker som är någons fel. (EP)
  - ② Om moraliskt ansvar inte existerar, så finns det inte saker som är någons fel. (EP)
  - ③ Moraliskt ansvar existerar. Från (1, 2)
  - ④ Om den fria viljan inte existerar, så existerar inte moraliskt ansvar. (EP)
- 
- ⑤ Den fria viljan existerar. Från (3, 4)

# mängdlära

- **Centrala begrepp:** Mängd, element, kardinalitet, tomma mängden, delmängd, äkta delmängd, potensmängd, ordnat par, relation, reflexivitet hos relationer, symmetri hos relationer, transitivitet hos relationer, ekvivalensrelation.
- **Centrala färdigheter:** Du bör kunna
  - Känna igen grundläggande mängdteoretisk notation,
  - Kunna avgöra om någonting är ett exempel på en mängd/element/delmängd/äkta delmängd/ordnat par/relation,
  - Kunna avgöra om en relation är reflexiv, symmetrisk, eller transitiv.



# grundbegrepp

## element

$x \in A$  betyder att  $x$  är ett element i mängden  $A$ .

$$\text{Paris} \in \{\text{Paris}, \text{Berlin}\}$$

## likhet

$A = B$  betyder att  $A$  och  $B$  har exakt samma element.

$$\{\text{Paris}, \text{Berlin}\} = \{\text{Berlin}, \text{Paris}\}$$

## delmängd

$A \subseteq B$  betyder att allt som ingår i  $A$  ingår i  $B$ .

$$\{\text{Paris}, \text{Berlin}\} \subseteq \{\text{Paris}, \text{Berlin}\}$$

## äka delmängd

$A \subset B$  betyder att  $A \subseteq B$  och något ingår i  $B$  som inte ingår i  $A$

$$\{\text{Paris}\} \subset \{\text{Berlin}, \text{Paris}\}$$

# exempelfrågor

*Räkna upp elementen i följande mängder.*

- 1  $\{2, 3, \{3\}, \emptyset, 2\}$
- 2  $\mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$
- 3  $\{x \mid x \text{ är huvudstad i Sverige eller Finland}\}$

**Svar:**

- 1  $2, 3, \{3\}, \emptyset$
- 2  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$
- 3 Stockholm, Helsingfors

# relationer

En relation är en mängd av **ordnade par**, exempelvis:

$$\{\langle \text{London}, \text{Paris} \rangle, \langle \text{Paris}, \text{Berlin} \rangle, \langle \text{London}, \text{Berlin} \rangle\}$$

Om ett par av två objekt  $a$ ,  $b$  ingår i en relation  $R$  säger vi att  $R$  **relaterar**  $a$  till  $b$ , eller att  $a$  står i relation  $R$  till  $b$ .

Förkortat skrivs detta  $Rab$  (ibland även  $R(ab)$  eller  $aRb$ ).

Relationen ovan relaterar alltså London till Paris, Paris till Berlin, och London till Berlin. Den relaterar **inte** Paris till London, eftersom den inte innehåller paret  $\langle \text{Paris}, \text{London} \rangle$ .

# speciella egenskaper hos relationer

Tre egenskaper hos relationer är extra viktiga att känna till:

- Reflexivitet
- Symmetri
- Transitivitet

Relationer som har alla dessa tre egenskaper kallas **ekvivalensrelationer**.

Ekvivalensrelationer är användbara för att uttrycka att några objekt är *lika* eller *utbytbara* med avseende på någon särskild egenskap, utan att för den skull säga att objekten är *identiska* (lika i alla egenskaper).

# reflexivitet

En relation som består av par av objekt från en viss mängd  $A$  kallas för en relation **på**  $A$ .

En relation på en mängd  $A$  är **reflexiv** om den relaterar alla objekt i  $A$  till sig själva.

**Reflexivitet.** En relation  $R$  på en mängd  $A$  är *reflexiv* om och endast om: för varje  $a \in A$ , gäller att  $Raa$ .



# reflexivitet

Relationen  $R$  (motsvarande “är lika lång som”) på mängden  $M$  av alla människor är reflexiv: Alla människor är ju lika långa som sig själva.

$$R = \{\langle a, b \rangle \mid a, b \in M \text{ och } a \text{ är lika lång som } b\}$$

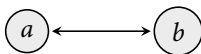
Relationen  $R'$  (motsvarande “tycker att ... är smart”) på  $M$  är inte reflexiv: Vissa människor tycker inte att de själva är smarta.

$$R' = \{\langle a, b \rangle \mid a, b \in M \text{ och } a \text{ tycker att } b \text{ är smart}\}$$

# symmetri

Vissa relationer kan inte relatera ett objekt  $a$  till ett objekt  $b$  utan att även relatera  $b$  till  $a$ . Sådana relationer kallas **symmetriska**.

**Symmetri.** En relation  $R$  är *symmetrisk* om och endast om, för alla objekt  $a, b$ : Om  $Rab$  så  $Rba$ .



# symmetri

Relationen  $R$  (motsvarande “är kurskamrat till”) är symmetrisk: om Ali är kurskamrat till Bea, så måste Bea också vara kurskamrat till Ali.

$$R = \{\langle a, b \rangle \mid a \text{ är kurskamrat till } b\}$$

Relationen  $R'$  (motsvarande “ser”) är inte symmetrisk: att Ali ser Bea medför inte att Bea ser Ali.

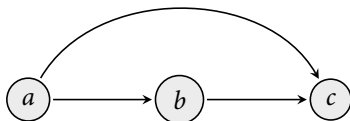
$$R' = \{\langle a, b \rangle \mid a \text{ ser } b\}$$



# transitivitet

Vissa relationer kan inte relatera ett objekt  $a$  till ett objekt  $b$ , och  $b$  vidare till ett objekt  $c$ , utan att även relatera  $a$  till  $c$ . Sådana relationer kallas **transitiva**.

**Transitivitet.** En relation  $R$  är *transitiv* om och endast om, för alla objekt  $a, b, c$ : Om  $Rab$  och  $Rbc$ , så  $Rac$ .



# transitivitet

Relationen  $R$  (motsvarande “är äldre än”) är transitiv: om  $a$  är äldre än  $b$ , och  $b$  är äldre än  $c$ , så är ju  $a$  också äldre än  $c$ .

$$R = \{\langle a, b \rangle \mid a \text{ är äldre än } b\}$$

Relationen  $R'$  (motsvarande “läser samma kurs som”) är inte transitiv, eftersom en person kan läsa mer än en kurs i taget.

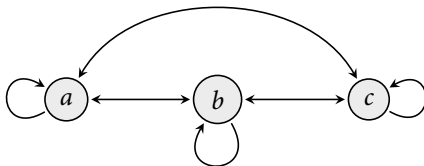
$$R = \{\langle a, b \rangle \mid a \text{ läser samma kurs som } b\}$$

# ekvivalensrelationer

En relation är en **ekvivalensrelation** på en mängd  $A$  om den är reflexiv, symmetrisk, och transitiv på  $A$ .

**Ekvivalensrelationer.** En relation  $R$  är en *ekvivalensrelation* på  $A$  om och endast om:

- för alla  $a \in A$  gäller  $Raa$ ,
- om  $Rab$  för  $a, b \in A$ , så  $Rba$ , och
- om  $Rab$  och  $Rbc$  för  $a, b, c \in A$ , så  $Rac$ .



# relationer

## reflexivitet

$Raa$  för alla  $a$  i en given mängd.

## symmetri

Om  $Rab$  så  $Rba$ .

## transitivitet

Om  $Rab$  och  $Rbc$  så  $Rac$ .

## ekvivalensrelationer

Om reflexiv, symmetrisk, och transitiv.

## övningsexempel

*Är följande relation transitiv och reflexiv på mängden  $\{1, 2, 3\}$ ?*

*Motivera ditt svar.*

$$\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$$

## övningsexempel

*Är följande relation transitiv och reflexiv på mängden  $\{1, 2, 3\}$ ?*

*Motivera ditt svar.*

$$\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$$

**Svar:** Nej, eftersom den relaterar 1 till 2 och 2 till 3, men inte 1 till 3.

## övningsexempel

*Är följande relation transitiv och reflexiv på mängden  $\{1, 2, 3\}$ ?*

*Motivera ditt svar.*

$$\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$$

**Svar:** Nej, eftersom den relaterar 1 till 2 och 2 till 3, men inte 1 till 3.

## övningsexempel

*Ge exempel på en icke-abstrakt relation som är symmetrisk, men inte reflexiv. Förklara varför denna relation är symmetrisk och inte reflexiv.*



## övningsexempel

*Ge exempel på en icke-abstrakt relation som är symmetrisk, men inte reflexiv. Förklara varför denna relation är symmetrisk och inte reflexiv.*

**Svar:** Relationen är *syskon till*. Denna relation är symmetrisk, eftersom om  $a$  är syskon till  $b$ , så måste ju  $b$  vara syskon till  $a$ . Relationen är inte reflexiv, eftersom ingen är sitt eget syskon.

- **Centrala begrepp:** Typ/förekomst, användande/omnämmande, extension/intension, nödvändig/kontingent sanning, predikat, bestämd beskrivning, semantisk/syntaktisk flertydighet, indexikalitet, vaghet, deskriptiv/stipulativ definition, explikation, för vid/snäv definition, extensionell/intensionell definition.
- **Centrala färdigheter:** Du bör kunna
  - Tillämpa distinktionerna mellan typ/förekomst och användande/omnämmande,
  - Ange extensionen hos enkla exempel på namn/bestämda beskrivningar/predikat/satser.
  - Beskriva skillnaden mellan extensionen och intensionen hos dessa uttryck,
  - Avgöra om, och förklara varför (inte), ett uttryck är flertydigt/vagt,
  - Avgöra om, och förklara varför (inte), en definition är för vid/snäv,
  - Avgöra om en definition är deskriptiv/stipulativ/en explikation.

## extension: namn & bestämd beskrivningar

Extensionen hos ett **namn** är den faktiska person/det faktiska objekt som namnet är ett namn på (om detta existerar).

Extensionen hos en **bestämd beskrivning** är den faktiska person/det faktiska objekt som beskrivningen beskriver (om detta existerar *unikt*).

Existerar inget sådant säger vi att namnet/beskrivningen **saknar extension**.

### Exempel.

- $\text{EXT}(\text{Dag Prawitz}) = \text{Dag Prawitz}$
- $\text{EXT}(\text{den prisade författaren till "ABC..."}) = \text{Dag Prawitz}$
- $\text{EXT}(\text{min fyrkantiga triangel}) = *$

## extension: predikat

Extensionen hos ett **predikat** (egenskapsord/uttryck) är en **mängd**: mängden av objekt som predikatet applicerar på.

Existerar inga sådana är extensionen den **tomma mängden**.

**Exempel.**

- $\text{EXT}(\textit{lärare på denna kurs}) = \{\text{Karl, Hana}\}$
- $\text{EXT}(\textit{tal mellan ett och fem}) = \{2, 3, 4\}$
- $\text{EXT}(\textit{glad}) = \{x \mid x \text{ är glad}\}$
- $\text{EXT}(\textit{gillar}) = \{\langle a, b \rangle \mid a \text{ gillar } b\}$

## extension: satser

Extensionen hos en (påstående)sats är ett sanningsvärde: sant (1) eller falskt (0).

Om  $\varphi$  är en sats, gäller alltså alltid att

$$\text{EXT}(\varphi) = 1$$

dvs.  $\varphi$  är sant, eller

$$\text{EXT}(\varphi) = 0$$

dvs.  $\varphi$  är falskt.

Alla sanna satser har alltså samma extension (1), och alla falska satser har samma extension (0).

# intension

Det finns uttryck på alla nivåer som har samma extension, men—intuitivt—inte samma innebörd.

## Exempel.

- (1)  $\text{EXT}(\text{Anders Tegnell är Anders Tegnell}) =$   
 $\text{EXT}(\text{Anders Tegnell är Sveriges statsepidemiolog}) = 1$
- (2)  $\text{EXT}(\text{Anders Tegnell är Dag Prawitz}) =$   
 $\text{EXT}(\text{Anders Tegnell är författaren till ABC...}) = 0$
- (3)  $\text{EXT}(\text{fyrkantig triangel}) = \text{EXT}(\text{enhörning}) = \emptyset$
- (4)  $\text{EXT}(\text{Anders Tegnell}) = \text{EXT}(\text{Sveriges statsepidemiolog}) =$   
Anders Tegnell

När två uttryck har samma extension men skiljer sig i innebörd är detta ett tecken på att de skiljer sig i **intension**.

# intension

På denna kurs räcker det med att veta följande om intensioner: intensionen är den del av betydelsen hos ett uttryck som bestämmer

- 1 vilken extension uttrycket **faktiskt har**, och
- 2 vilken extension uttrycket **skulle ha haft** om världen såg annorlunda ut (inom gränserna för vad som är logiskt möjligt).

Ni behöver alltså inte kunna beskriva exakt *vad* intensionen hos olika uttryck är.

Däremot vill vi att ni ska kunna beskriva vad *extensionen* hos olika uttryck är, och om de också har samma/olika intension.

# intension

## Exempel.

### Satserna

(5) Anders Tegnell är Anders Tegnell.

och

(6) Anders Tegnell är Sveriges statsepidemiolog.

har (faktiskt) samma extension; sanningsvärdet 1.

Men de *skulle kunna ha haft* olika extension, om någon annan var vår statsepidemiolog.

Då hade extensionen hos (5) fortfarande varit 1 (dvs. satsen hade fortfarande varit sann), men extensionen hos (6) hade varit 0 (dvs. denna sats hade blivit falsk).

Detta betyder att (5) och (6) har **olika intension**.



## övningsexempel

*Ge ett exempel på ett namn och en bestämd beskrivning på naturlig svenska som har samma extension men olika intension. Ange extensionen. Förklara kort varför uttrycken har olika intension.*

## övningsexempel

*Ge ett exempel på ett namn och en bestämd beskrivning på naturlig svenska som har samma extension men olika intension. Ange extensionen. Förklara kort varför uttrycken har olika intension.*

**Svar:** Namnet *J. K. Rowling* och den bestämda beskrivningen *författaren till Harry Potter-böckerna*.

$\text{EXT}(J. K. Rowling) = \text{EXT}(\text{författaren till Harry Potter-böckerna}) = J. K. Rowling.$

Dessa har olika intension eftersom det är möjligt för dem att ha olika extension: om någon annan än J. K. Rowling hade skrivit böckerna om Harry Potter, så hade den bestämda beskrivningen haft denna person som extension, istället för J. K. Rowling.

## övningsexempel

*Ge ett exempel på två uttryck på svenska som har samma intension.  
Ange uttryckens extension.*

## övningsexempel

*Ge ett exempel på två uttryck på svenska som har samma intension.  
Ange uttryckens extension.*

**Svar:** Predikaten *fyrkantig triangel* och *falsk sanning*.  
 $\text{EXT}(\textit{fyrkantig triangel}) = \text{EXT}(\textit{falsk sanning}) = \emptyset$ .

avslut

*Frågor?*