teoretisk filosofi 1 · kväll, 2020-2021

Frågor & Repetition

Kursdel 2

satslogik

- Centrala begrepp: Sats, konnektiv, negation, konjunktion, disjunktion, ekvivalens, atomära satser, molekylära satser, parenteskonventioner, värdering, sanningsvärdestabeller, satslogisk sanning/falskhet, kontingens, satslogisk konsekvens och ekvivalens, motexempel.
- Centrala färdigheter: Du bör kunna
 - Översätta enklare svenska satser till satslogiska satser,
 - · Läsa och förstå enklare satslogiska satser,
 - Avgöra sanningsvärden hos molekylära satser under givna värderingar,
 - Avgöra huruvida, och förklara varför, en sats är satslogiskt sann, satslogiskt falsk eller kontingent genom användning av sanningsvärdestabeller och motexempel,
 - Avgöra huruvida, och förklara varför, satslogisk konsekvens och ekvivalens föreligger genom användning av sanningsvärdestabeller och motexempel.



Översätt följande satser till satslogik. Om du inför bokstäver för atomära satser, skriv tydligt ut vilka satser de står för.

- Hana tar på sig en jacka om det är kallt eller regnigt.
- Det är varken kallt eller regnigt.
- Oet är kallt, och om det är kallt tar Hana på sig en jacka.

Översätt följande satser till satslogik. Om du inför bokstäver för atomära satser, skriv tydligt ut vilka satser de står för.

- 1 Hana tar på sig en jacka om det är kallt eller regnigt.
- Det är varken kallt eller regnigt.
- Oet är kallt, och om det är kallt tar Hana på sig en jacka.

Svar: J = Hana tar på sig en jacka, K = det är kallt, R = det är regnigt.

Översätt följande satser till satslogik. Om du inför bokstäver för atomära satser, skriv tydligt ut vilka satser de står för.

- Hana tar på sig en jacka om det är kallt eller regnigt.
- Det är varken kallt eller regnigt.
- Oet är kallt, och om det är kallt tar Hana på sig en jacka.

Svar: J = Hana tar på sig en jacka, K = det är kallt, R = det är regnigt.

 \bullet $K \lor R \to J$

Översätt följande satser till satslogik. Om du inför bokstäver för atomära satser, skriv tydligt ut vilka satser de står för.

- Hana tar på sig en jacka om det är kallt eller regnigt.
- Det är varken kallt eller regnigt.
- Oet är kallt, och om det är kallt tar Hana på sig en jacka.

Svar: J = Hana tar på sig en jacka, K = det är kallt, R = det är regnigt.

- \bullet $K \vee R \rightarrow J$
- \bigcirc $\neg(K \lor R)$

alt. $\neg K \land \neg R$

Översätt följande satser till satslogik. Om du inför bokstäver för atomära satser, skriv tydligt ut vilka satser de står för.

- Hana tar på sig en jacka om det är kallt eller regnigt.
- Det är varken kallt eller regnigt.
- Oet är kallt, och om det är kallt tar Hana på sig en jacka.

Svar: J = Hana tar på sig en jacka, K = det är kallt, R = det är regnigt.

- \bullet $K \vee R \rightarrow J$
- \bigcirc $\neg (K \lor R)$

alt. $\neg K \land \neg R$

S $K \wedge K \rightarrow J$

Översätt följande satser till satslogik. Om du inför bokstäver för atomära satser, skriv tydligt ut vilka satser de står för.

- Hana tar på sig en jacka om det är kallt eller regnigt.
- Det är varken kallt eller regnigt.
- Oet är kallt, och om det är kallt tar Hana på sig en jacka.

Svar: J = Hana tar på sig en jacka, K = det är kallt, R = det är regnigt.

- \bullet $K \vee R \rightarrow J$
- \bigcirc $\neg (K \lor R)$

alt. $\neg K \land \neg R$

S $K \wedge K \rightarrow J$





Antag att de atomära satserna P, Q och R har följande sanningsvärden: P är sann, Q är falsk och R är sann. Vad har följande satser för sanningsvärden under denna värdering? Du behöver bara svara "sann" eller "falsk".

- $0 (P \leftrightarrow Q) \land \neg (P \lor \neg R)$

Antag att de atomära satserna P, Q och R har följande sanningsvärden: P är sann, Q är falsk och R är sann. Vad har följande satser för sanningsvärden under denna värdering? Du behöver bara svara "sann" eller "falsk".

Svar:

1 Sann. *Förklaring, behöver ej ges på tentan*: Huvudkonnektivet är en implikation, med $(R \rightarrow Q)$ som efterled. Eftersom R är sann men Q falsk, är $(R \rightarrow Q)$ falsk. Eftersom en implikation med falskt efterled alltid är sann, är hela satsen sann.

Antag att de atomära satserna P, Q och R har följande sanningsvärden: P är sann, Q är falsk och R är sann. Vad har följande satser för sanningsvärden under denna värdering? Du behöver bara svara "sann" eller "falsk".

Svar:

- ⑤ Sann. Förklaring, behöver ej ges på tentan: Huvudkonnektivet är en implikation, med $(R \rightarrow Q)$ som efterled. Eftersom R är sann men Q falsk, är $(R \rightarrow Q)$ falsk. Eftersom en implikation med falskt efterled alltid är sann, är hela satsen sann.
- ⑤ Falsk. Förklaring, behöver ej ges på tentan: Huvudkonnektivet är en konjunktion, med $(P \leftrightarrow Q)$ som ena led. Eftersom P är sann men Q falsk, är $(P \leftrightarrow Q)$ falsk. Eftersom en konjunktion med ett falskt led alltid är falsk, är hela satsen falsk.



Avgör med hjälp av sanningsvärdestabeller huruvida följande sats är satslogiskt sann, (tautologier), satslogiskt falsk (en motsägelse) eller kontingent. Motivera ditt svar!

$$1 \qquad \neg (P \land Q) \land \neg (P \land \neg Q) \rightarrow Q \land \neg P$$

Avgör med hjälp av sanningsvärdestabeller huruvida följande sats är satslogiskt sann, (tautologier), satslogiskt falsk (en motsägelse) eller kontingent. Motivera ditt svar!

$$1 \qquad \neg (P \land Q) \land \neg (P \land \neg Q) \rightarrow Q \land \neg P$$

Svar: För att tydliggöra huvudkonnektivet återställer vi parenteser i enlighet med konventionerna:

$$1 \qquad (\neg (P \land Q) \land \neg (P \land \neg Q)) \rightarrow (Q \land \neg P)$$

Detta tydliggör att \rightarrow är satsens huvudkonnektiv. Vi ställer upp en sanningstabell för att undersöka om implikationen är sann, falsk, eller varierar mellan de möjliga tolkningarna.

| P | Q | (¬ | $(P \wedge Q)$ | \wedge | \neg | $(P \land \neg Q))$ | \rightarrow | $(Q \wedge \neg P)$ |
|---|---|----|----------------|----------|--------|---------------------|---------------|---------------------|
| S | S | F | S | F | S | F | S | \overline{F} |
| S | F | S | F | F | F | S | S | F |
| F | S | S | F | S | S | F | S | S |
| F | F | S | \overline{F} | S | S | F | F | F |

Detta visar att satsen är kontingent: implikationen är sann under vissa värderingar, men inte under alla.



Avgör huruvida nedanstående påstående stämmer eller inte med hjälp av sanningsvärdestabeller eller genom att ange en värdering som motexempel. Motivera ditt svar!

$$(1) \qquad P \wedge Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge P$$

Avgör huruvida nedanstående påstående stämmer eller inte med hjälp av sanningsvärdestabeller eller genom att ange en värdering som motexempel. Motivera ditt svar!

$$(1) \qquad P \wedge Q \Leftrightarrow (P \to Q) \wedge P$$

Svar: Detta stämmer: satsen $P \land Q$ har samma sanningsvärde som $(P \to Q) \land P$ i alla värderingar. Detta kan ses i följande sanningsvärdestabell:

| P | Q | P | \wedge | Q | (P | \rightarrow | Q) | \wedge | P |
|---|---|---|----------|---|----|---------------|------------------|----------|---|
| S | S | S | S | S | S | S | S F S F | S | S |
| S | F | S | F | F | S | F | F | F | S |
| F | S | F | F | S | F | S | S | F | F |
| F | F | F | F | F | F | S | F | F | F |

Avgör huruvida nedanstående påstående stämmer eller inte med hjälp av sanningsvärdestabeller eller genom att ange en värdering som motexempel. Motivera ditt svar!

$$(2) \qquad \neg (P \leftrightarrow Q) \Rightarrow \neg P \land \neg Q$$

Avgör huruvida nedanstående påstående stämmer eller inte med hjälp av sanningsvärdestabeller eller genom att ange en värdering som motexempel. Motivera ditt svar!

$$(2) \qquad \neg (P \leftrightarrow Q) \Rightarrow \neg P \land \neg Q$$

Svar: Detta stämmer inte: $\neg P \land \neg Q$ är inte en satslogisk konsekvens av $\neg (P \leftrightarrow Q)$. Följande värdering är ett motexempel, dvs. en värdering där $\neg (P \leftrightarrow Q)$ är sann, men $\neg P \land \neg Q$ falsk: P är sann och Q falsk.

predikatlogik

- Centrala begrepp: Predikat, individtermer, individvariabler, allkvantifikator, existenskvantifikator, fria och bundna variabelförekomster, atomära formler/satser, molekylära formler/satser, individområde, värdering, tolkning, sanning och falskhet i tolkningar, predikatlogisk sanning/falskhet, predikatlogisk konsekvens och ekvivalens, motexempel.
- Centrala färdigheter: Du bör kunna
 - Översätta enklare svenska satser till predikatlogiska satser,
 - Läsa och förstå innebörden hos enklare predikatlogiska satser,
 - Avgöra sanningsvärden hos molekylära satser under givna tolkningar,
 - Konstruera tolkningar som utgör motexempel mot påstådda predikatlogiska konsekvenser och ekvivalenser, samt förklara varför de utgör motexempel.

predikatlogik: syntax

Översätt följande satser till predikatlogik. Om du inför bokstäver för predikat och individtermer, skriv tydligt ut vilka predikat och individtermer de står för. Förutsätt ett obegränsat individområde.

- Det finns en glad katt med p\u00e4ls.
- Alla hundar har päls, men det finns katter som inte har det.

Översätt följande satser till predikatlogik. Om du inför bokstäver för predikat och individtermer, skriv tydligt ut vilka predikat och individtermer de står för. Förutsätt ett obegränsat individområde.

- Det finns en glad katt med p\u00e4ls.
- Alla hundar har päls, men det finns katter som inte har det.

Svar: G = är glad, K = är en katt, H = är en hund, P = har päls.

Översätt följande satser till predikatlogik. Om du inför bokstäver för predikat och individtermer, skriv tydligt ut vilka predikat och individtermer de står för. Förutsätt ett obegränsat individområde.

- Det finns en glad katt med p\u00e4ls.
- Alla hundar har päls, men det finns katter som inte har det.

Svar: G = är glad, K = är en katt, H = är en hund, P = har päls.

Översätt följande satser till predikatlogik. Om du inför bokstäver för predikat och individtermer, skriv tydligt ut vilka predikat och individtermer de står för. Förutsätt ett obegränsat individområde.

- Det finns en glad katt med p\u00e4ls.
- Alla hundar har päls, men det finns katter som inte har det.

Svar: G = är glad, K = är en katt, H = är en hund, P = har päls.

Översätt följande satser till predikatlogik. Om du inför bokstäver för predikat och individtermer, skriv tydligt ut vilka predikat och individtermer de står för. Förutsätt ett obegränsat individområde.

- Det finns en glad katt med p\u00e4ls.
- Alla hundar har päls, men det finns katter som inte har det.

Svar: G = är glad, K = är en katt, H = är en hund, P = har päls.

- $\forall x (H(x) \to P(x)) \land \exists x (K(x) \land \neg P(x))$ Alt.: $\forall x (H(x) \to P(x)) \land \neg \forall x (K(x) \to P(x))$



predikatlogik: avgöra sanning

Avgör sanningsvärdet på nedanstående satser under följande tolkning. Du behöver bara svara "sann" eller "falsk".

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}, V(Q) = \{Xena, Ygritte\}, V(R) = \{Zorro\}, och V(xena) = Xena, V(ygritte) = Ygritte, V(zorro) = Zorro.$
- $(3) \qquad \forall x (P(x) \to Q(x) \lor R(x))$
- $(4) \qquad \exists x P(x) \leftrightarrow \exists x (R(x) \land \neg Q(x))$
- (5) $\forall x (Q(x) \lor R(x)) \to \exists x (P(x) \land Q(x))$

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}, V(Q) = \{Xena, Ygritte\},\ V(R) = \{Zorro\},$ och individerna har sina uppenbara namn.

$$(3) \qquad \forall x (P(x) \to Q(x) \lor R(x))$$

Svar: Sann.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}, V(Q) = \{Xena, Ygritte\},$ $V(R) = \{Zorro\},$ och individerna har sina uppenbara namn.

$$(3) \qquad \forall x (P(x) \to Q(x) \lor R(x))$$

Svar: Sann.

Förklaring (behöver ej skrivas på tentan!): Satsen är sann eftersom alla sätt att byta ut variabeln x i $P(x) \rightarrow Q(x) \lor R(x)$ mot individnamn (xena, ygritte, zorro) resulterar i sanna satser:

 $P(xena) o (Q(xena) \lor R(xena))$ är sann. Q(xena) är sann eftersom Xena $\in V(Q)$. Därmed är $Q(xena) \lor R(xena)$ sann. Eftersom en implikation med sant efterled alltid är sann, är därmed hela satsen sann.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}, V(Q) = \{Xena, Ygritte\},$ $V(R) = \{Zorro\},$ och individerna har sina uppenbara namn.

$$(3) \qquad \forall x (P(x) \to Q(x) \lor R(x))$$

Svar: Sann.

Förklaring (behöver ej skrivas på tentan!): Satsen är sann eftersom alla sätt att byta ut variabeln x i $P(x) \rightarrow Q(x) \lor R(x)$ mot individnamn (xena, ygritte, zorro) resulterar i sanna satser:

 $P(xena) \rightarrow (Q(xena) \lor R(xena))$ är sann. Q(xena) är sann eftersom Xena $\in V(Q)$. Därmed är $Q(xena) \lor R(xena)$ sann. Eftersom en implikation med sant efterled alltid är sann, är därmed hela satsen sann.

 $P(ygritte) \rightarrow (Q(ygritte) \lor R(ygritte))$ är sann. P(ygritte) är falsk eftersom Ygritte $\notin V(P)$. Eftersom en implikation med falskt förled alltid är sann, är därmed hela satsen sann. Ett analogt resonemang visar att $P(zorro) \rightarrow (Q(zorro) \lor R(zorro))$ är sann.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}$, $V(Q) = \{Xena, Ygritte\}$, $V(R) = \{Zorro\}$, och individerna har sina uppenbara namn.

$$(4) \qquad \exists x P(x) \leftrightarrow \exists x (R(x) \land \neg Q(x))$$

Svar: Sann.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}$, $V(Q) = \{Xena, Ygritte\}$, $V(R) = \{Zorro\}$, och individerna har sina uppenbara namn.

$$(4) \qquad \exists x P(x) \leftrightarrow \exists x (R(x) \land \neg Q(x))$$

Svar: Sann. Förklaring (behöver ej skrivas på tentan!): Satsen är sann eftersom både $\exists x P(x)$ och $\exists x (R(x) \land \neg Q(x))$ är sanna.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}$, $V(Q) = \{Xena, Ygritte\}$, $V(R) = \{Zorro\}$, och individerna har sina uppenbara namn.

$$(4) \qquad \exists x P(x) \leftrightarrow \exists x (R(x) \land \neg Q(x))$$

Svar: Sann. Förklaring (behöver ej skrivas på tentan!): Satsen är sann eftersom både $\exists x P(x)$ och $\exists x (R(x) \land \neg Q(x))$ är sanna. $\exists x P(x)$ är sann eftersom P(xena) är sann.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}$, $V(Q) = \{Xena, Ygritte\}$, $V(R) = \{Zorro\}$, och individerna har sina uppenbara namn.

$$(4) \qquad \exists x P(x) \leftrightarrow \exists x (R(x) \land \neg Q(x))$$

Svar: Sann. Förklaring (behöver ej skrivas på tentan!): Satsen är sann eftersom både $\exists x P(x)$ och $\exists x (R(x) \land \neg Q(x))$ är sanna.

 $\exists x P(x)$ är sann eftersom P(xena) är sann.

 $\exists x (R(x) \land \neg Q(x))$ är sann eftersom $(R(zorro) \land \neg Q(zorro))$ är sann: Zorro $\in V(R)$ och Zorro $\notin V(Q)$.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}, V(Q) = \{Xena, Ygritte\}, V(R) = \{Zorro\}, och individerna har sina uppenbara namn.$

$$(5) \qquad \forall x (Q(x) \vee R(x)) \to \exists x (P(x) \wedge Q(x))$$

Svar: Sann.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}$, $V(Q) = \{Xena, Ygritte\}$, $V(R) = \{Zorro\}$, och individerna har sina uppenbara namn.

$$(5) \qquad \forall x (Q(x) \vee R(x)) \to \exists x (P(x) \wedge Q(x))$$

Svar: Sann.

Förklaring (behöver ej skrivas på tentan!): Satsen är sann eftersom $\exists x (P(x) \land Q(x))$ är sann, och en implikation med sant efterled alltid är sann.

- Individområde: $I = \{Xena, Ygritte, Zorro\}$
- Värdering: $V(P) = \{Xena\}$, $V(Q) = \{Xena, Ygritte\}$, $V(R) = \{Zorro\}$, och individerna har sina uppenbara namn.

$$(5) \qquad \forall x (Q(x) \vee R(x)) \to \exists x (P(x) \wedge Q(x))$$

Svar: Sann.

Förklaring (behöver ej skrivas på tentan!): Satsen är sann eftersom $\exists x (P(x) \land Q(x))$ är sann, och en implikation med sant efterled alltid är sann.

 $\exists x (P(x) \land Q(x))$ är sann eftersom $P(xena) \land Q(xena)$ är sann: Xena $\in V(P)$ och Xena $\in V(Q)$.

predikatlogik: konsekvens och ekvivalens

Översätt följande argument till predikatlogik. Om du inför bokstäver för predikat och individtermer, skriv tydligt ut vilka predikat och individtermer de står för.

Alla idéer saknar fysisk form. Alla abstrakta ting saknar fysisk form. Alltså är alla idéer abstrakta ting.

Visa att slutsatsen i argumentet ovan inte är en predikatlogisk konsekvens av premisserna genom att ange en tolkning som motexempel. Ange tydligt individområdet och värderingen i tolkningen du konstruerar, och förklara varför tolkningen utgör ett motexempel.

Alla idéer saknar fysisk form. Alla abstrakta ting saknar fysisk form. Alltså är alla idéer abstrakta ting.

Svar: Vi börjar med att ge en översättning av argumentet.

Alla idéer saknar fysisk form. Alla abstrakta ting saknar fysisk form. Alltså är alla idéer abstrakta ting.

Svar: Vi börjar med att ge en översättning av argumentet.

I =är en idé, F =har fysisk form, A =är abstrakt.

Alla idéer saknar fysisk form. Alla abstrakta ting saknar fysisk form. Alltså är alla idéer abstrakta ting.

Svar: Vi börjar med att ge en översättning av argumentet.

I =är en idé, F =har fysisk form, A =är abstrakt.

 $\forall x(I(x) \to \neg F(x))$ Alla idéer saknar fysisk form

Alla idéer saknar fysisk form. Alla abstrakta ting saknar fysisk form. Alltså är alla idéer abstrakta ting.

Svar: Vi börjar med att ge en översättning av argumentet.

I =är en idé, F =har fysisk form, A =är abstrakt.

- $\forall x(I(x) \rightarrow \neg F(x))$ Alla idéer saknar fysisk form
- $\forall x (A(x) \to \neg F(x))$ Alla abstrakta ting saknar fysisk form

Alla idéer saknar fysisk form. Alla abstrakta ting saknar fysisk form. Alltså är alla idéer abstrakta ting.

Svar: Vi börjar med att ge en översättning av argumentet.

I =är en idé, F =har fysisk form, A =är abstrakt.

- $\forall x(I(x) \rightarrow \neg F(x))$ Alla idéer saknar fysisk form
- $\forall x (A(x) \to \neg F(x))$ Alla abstrakta ting saknar fysisk form
- $\forall x(I(x) \rightarrow A(x))$ Alla idéer är abstrakta ting

Vi anger sedan en tolkning där premisserna är sanna, men slutsatsen falsk.

Vi anger sedan en tolkning där premisserna är sanna, men slutsatsen falsk.

Intuitivt: vi behöver en tolkning där

- alla som har egenskapen I saknar egenskapen F,
- alla som har egenskapen A saknar egenskapen F,
- inte alla som har egenskapen *I* har egenskapen *A*.

- - Individområde: {Xena, Ygritte, Zorro}
- Värdering: $V(I) = \{Xena, Ygritte\}, V(A) = \{Xena, Zorro\}$ $V(F) = \{\}.$

I denna tolkning är premisserna sanna men slutsatsen falsk:

- - Individområde: {Xena, Ygritte, Zorro}
 - Värdering: $V(I) = \{Xena, Ygritte\}, V(A) = \{Xena, Zorro\}$ $V(F) = \{\}.$

I denna tolkning är premisserna sanna men slutsatsen falsk:

• alla som har egenskapen I saknar egenskapen F: Xena $\notin V(F)$ och Ygritte $\notin V(F)$,

- - Individområde: {Xena, Ygritte, Zorro}
 - Värdering: $V(I) = \{Xena, Ygritte\}, V(A) = \{Xena, Zorro\}$ $V(F) = \{\}.$

I denna tolkning är premisserna sanna men slutsatsen falsk:

- alla som har egenskapen I saknar egenskapen F: Xena $\notin V(F)$ och Ygritte $\notin V(F)$,
- alla som har egenskapen A saknar egenskapen F: Xena $\notin V(F)$ och Zorro $\notin V(F)$, och

- - Individområde: {Xena, Ygritte, Zorro}
 - Värdering: $V(I) = \{Xena, Ygritte\}, V(A) = \{Xena, Zorro\}$ $V(F) = \{\}.$

I denna tolkning är premisserna sanna men slutsatsen falsk:

- alla som har egenskapen I saknar egenskapen F: Xena $\notin V(F)$ och Ygritte $\notin V(F)$,
- alla som har egenskapen A saknar egenskapen F: Xena $\notin V(F)$ och Zorro $\notin V(F)$, och
- inte alla som har egenskapen I har egenskapen A: Ygritte $\in V(I)$ men Ygritte $\notin V(A)$.

avslut

Frågor?