통계이론 및 분석방법 소개

이론 중심으로

hmkang98@naver.com

와이즈인컴퍼니

통계자료분석

통계자료분석에 필요한 통계 개념

확률의 공리(probability axioms)

- $P(\Omega) = 1$
- $P(A) = P(A_1) + \cdots + P(A_n) \quad (A_i \cap A_j = \phi, \quad i \neq j)$
- $0 \leq P(A) \leq 1$

통계적 추론(statistical inference)

- 추정(estimation)
  - 신뢰구간(confidence interval)
- 검정(testing)
  - 가설 설정
  - 유의수준(α)
  - 기각역(critical region)
  - 검정통계량(test statistic)
  - 유의확률(p–value)

통계자료분석에 필요한 통계 개념

자료의 형태

- 수치형 자료(numerical data), 양적자료(quantitative data)
  - 연속형자료(continuous data) : 관측가능한 값이 연속적인 경우로 몸무게, 키 등이 있음
  - 이산형자료(discrete data) : 교통사고건수와 같이 관측가능한 값이 셀 수 있는 경우
- 범주형 자료(categorical data), 질적자료(qualitative data)
  - 순위형 자료(ordinal data) : 각 범주의 순서가 의미가 있는 경우로, 매우좋다, 좋다, 보통이다, 나쁘다, 매우 나쁘다 등과 같은 경우
  - 명목형 자료(nominal data) : 각 범주간 순서가 의미없는 경우로 남자, 여자 등과 같은 경우

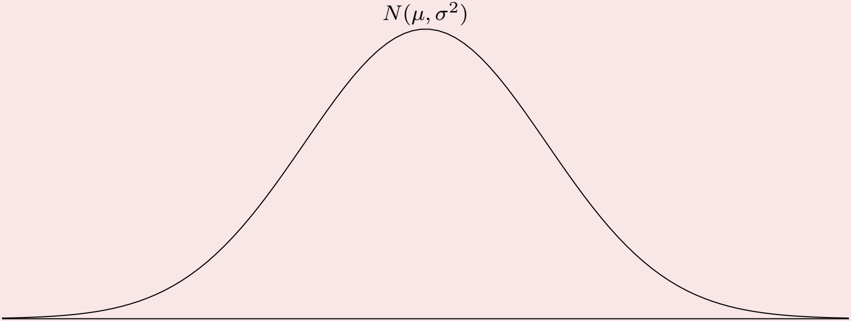
통계분포

정규분포

정규분포(normal distribution)

분포의 위치를 나타내는 평균 μ와 분포의 크기를 나타내는 표준편차 σ로 표현하는 분포로 그래프의 형태는 종 모양(bell curve)이고 표현은 $N(\mu, \sigma^2)$이다.

정규분포 그림

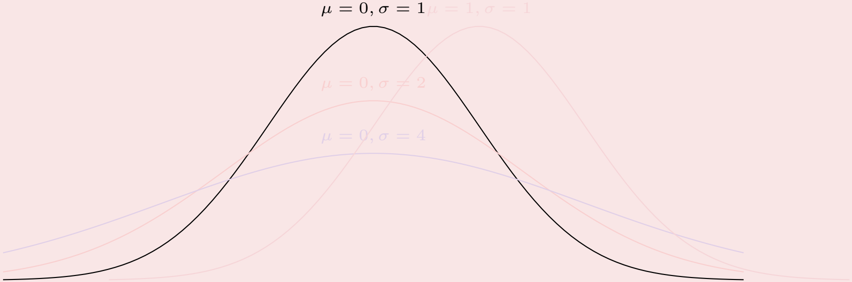


정규분포

정규분포의 성질

- 평균에 대하여 좌우로 대칭, 최빈값=중앙값=평균
- 평균 μ는 중심위치를 나타내고, 표준편차 σ는 평균 μ로부터 퍼져있는 정도를 나타냄

평균 μ와 표준편차 σ가 다른 정규분포 그림

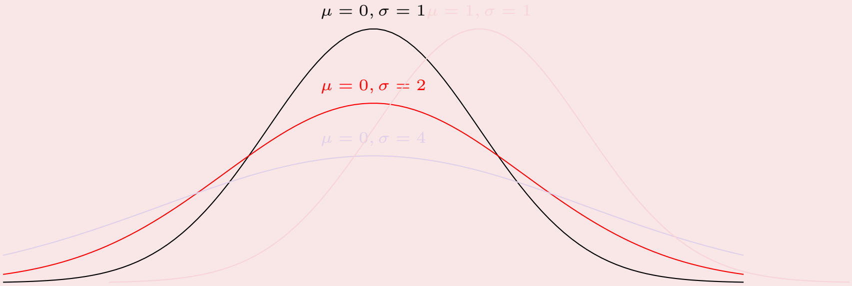


정규분포

정규분포의 성질

- 평균에 대하여 좌우로 대칭, 최빈값=중앙값=평균
- 평균 μ는 중심위치를 나타내고, 표준편차 σ는 평균 μ로부터 퍼져있는 정도를 나타냄

평균 μ와 표준편차 σ가 다른 정규분포 그림

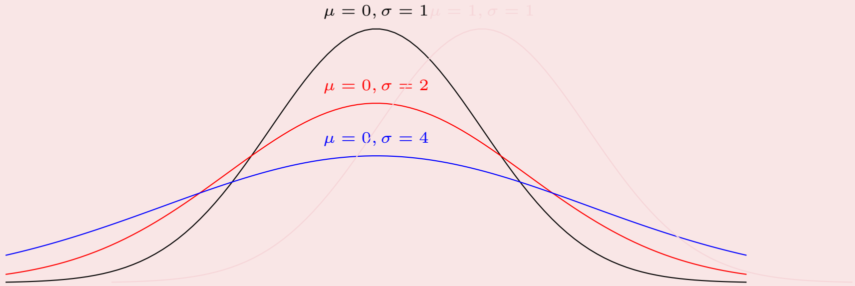


정규분포

정규분포의 성질

- 평균에 대하여 좌우로 대칭, 최빈값=중앙값=평균
- 평균 μ는 중심위치를 나타내고, 표준편차 σ는 평균 μ로부터 퍼져있는 정도를 나타냄

평균 μ와 표준편차 σ가 다른 정규분포 그림

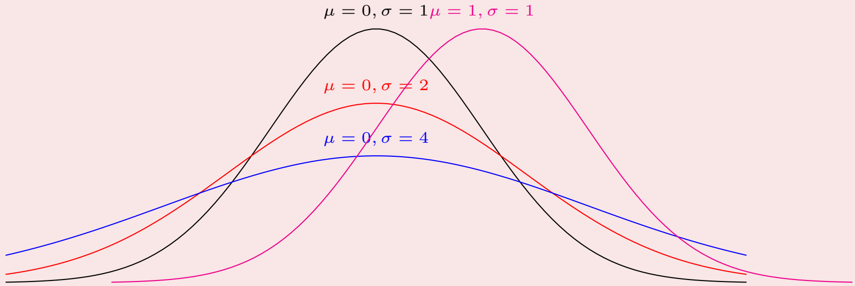


정규분포

정규분포의 성질

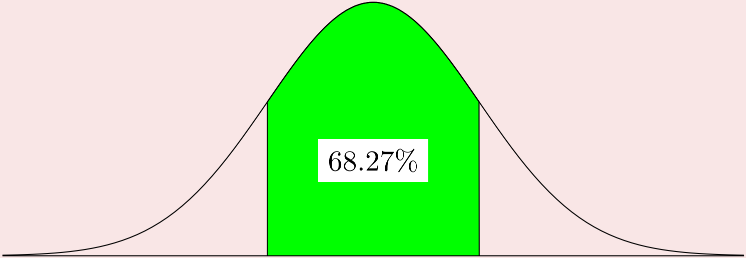
- 평균에 대하여 좌우로 대칭, 최빈값=중앙값=평균
- 평균 μ는 중심위치를 나타내고, 표준편차 σ는 평균 μ로부터 퍼져있는 정도를 나타냄

평균 μ와 표준편차 σ가 다른 정규분포 그림



정규분포

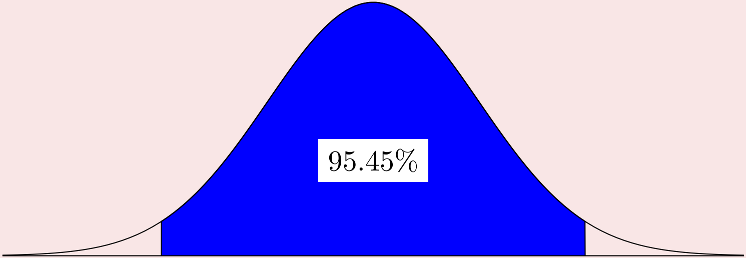
확률변수 X가 정규분포를 따를 때 많이 알려진 확률



$$\underbrace{\qquad\qquad}_{P[\mu - 1\sigma \leq X \leq \mu + 1\sigma]}$$

정규분포

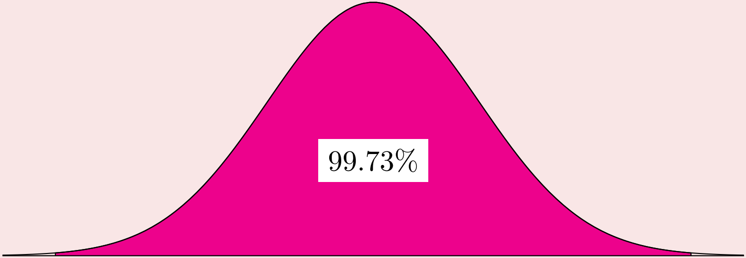
확률변수 X가 정규분포를 따를 때 많이 알려진 확률



$P[\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma]$

정규분포

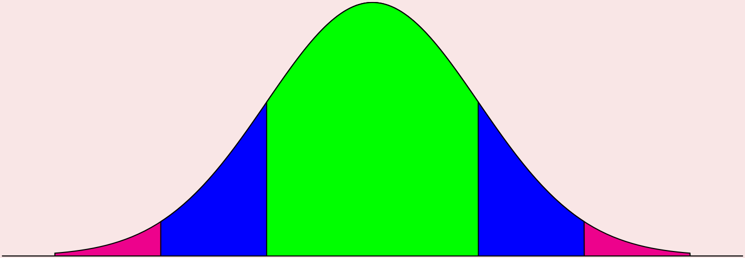
확률변수 X가 정규분포를 따를 때 많이 알려진 확률



$$P[\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma] = 99.73002039367\%$$

정규분포

확률변수 X가 정규분포를 따를 때 많이 알려진 확률



$$P[\mu - 1\sigma \leq X \leq \mu + 1\sigma] = 68.26894921371\%$$

$$P[\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma] = 95.44997361036\%$$

$$P[\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma] = 99.73002039367\%$$

정규분포

확률변수 X가 정규분포를 따를 때 많이 알려진 확률

- $P[\mu - 1\sigma \leq X \leq \mu + 1\sigma] = 68.26894921371\%$
- $P[\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma] = 95.44997361036\%$
- $P[\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma] = 99.73002039367\%$
- $P[\mu - 4\sigma \leq X \leq \mu + 4\sigma] = 99.99366575163\%$
- $P[\mu - 5\sigma \leq X \leq \mu + 5\sigma] = 99.99994266969\%$
- $P[\mu - 6\sigma \leq X \leq \mu + 6\sigma] = 99.99999980268\%$
- $P[\mu - 7\sigma \leq X \leq \mu + 7\sigma] = 99.99999999974\%$

t–분포 예

<표-2> 신생아의 주수별 변인의 기술 통계 및 t-검정 결과

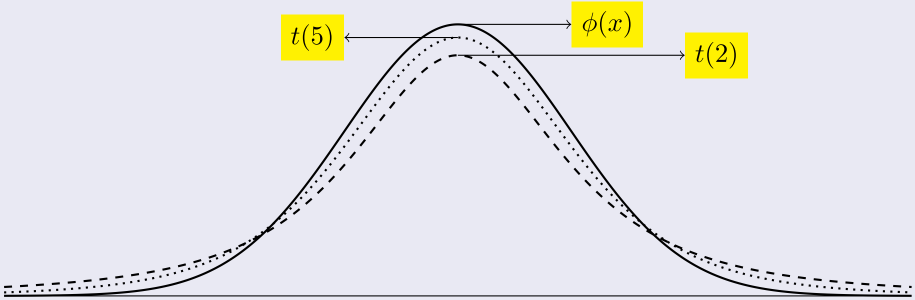
		N	mean	SD	SE	t
체중	full-term	35	3.15	.34	0.057	.000*
	preterm	33	2.50	.41	0.071	
		68	2.83	.49	0.060	
두위	full-term	35	33.37	1.48	0.250	.004*
	preterm	33	32.09	2.03	0.354	
		68	32.75	1.87	0.227	
흉위	full-term	35	31.97	1.63	0.275	.000*
	preterm	33	29.62	2.38	0.415	
		68	30.83	2.34	0.283	
신장	full-term	35	47.94	2.21	0.374	.001*
	preterm	33	45.50	3.25	0.567	
		68	46.76	3.01	0.365	
심박수	full-term	35	129.26	8.40	1.420	.040*
	preterm	33	134.30	11.10	1.932	
		68	131.71	10.06	1.220	
호흡수	full-term	35	47.20	4.48	0.757	.946
	preterm	33	47.27	4.32	0.753	

t – 분포 소개

- 1908년 영국의 과학자 고셋(W. C. Gosset)이 Biometrika에 소개
- 이 논문은 필명인 Student라는 이름으로 출간
- 모집단의 분포가 정규분포이고 표본의 크기가 작은 경우 표본평균 $\overline{X}$의 분포
- 모수는 자유도(degree of freedom)이며 모양은 종 형태이고, 0에서 대칭인 분포
- 자유도가 커지면 정규분포에 가깝게 됨
- $f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \cdot \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad for \quad -\infty < t < \infty$

표준정규분포와 t – 분포 비교

그림으로 표준정규분포와 t – 분포 비교



표준정규분포와 t – 분포 비교

애니메이션으로 표준정규분포와 t – 분포 비교

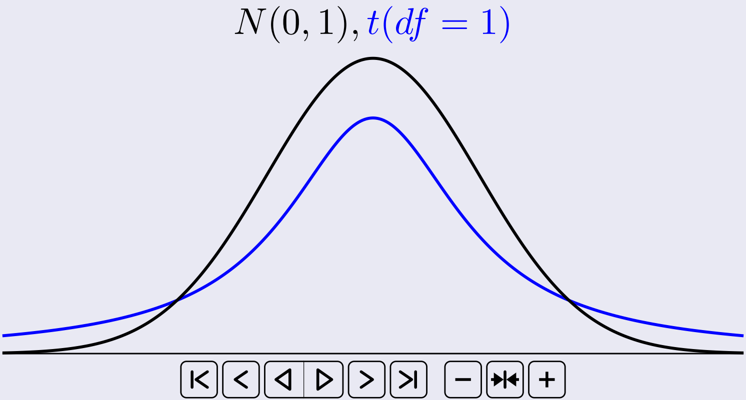
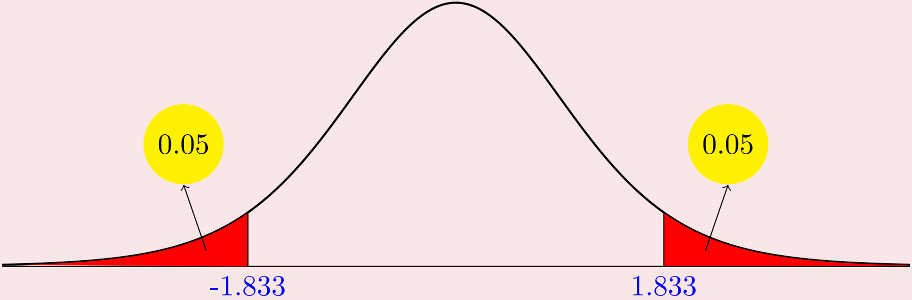


그림: 애니메이션으로 정규분포와 t–분포 비교

보기 : t – 분포표(그래프와 함께)

문제 : 자유도가 9인 t 분포를 갖는 통계량 t에 대하여 $P(-b \le t \le b) = 0.9$를 만족시키는 b를 찾아라.
풀이 : t 분포는 0을 중심으로 대칭이므로 $(-\infty, -b)$와 (b, ∞)에 각각 5%의 확률이 존재한다. 자유도가 9인 t 분포에서 상위 5%의 확률인 제 95% 백분위수를 구하면 1.833이 된다. 즉, $t_{0.05}(9) = 1.833$이 된다.



χ^2 분포 (χ^2 distribution)

χ^2 분포 (χ^2 distribution) 소개

- χ^2 분포는 1900년 Karl Pearson이 제안한 분포
- 감마분포의 특별한 분포
- 감마분포

$$Gamma(\alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}$$

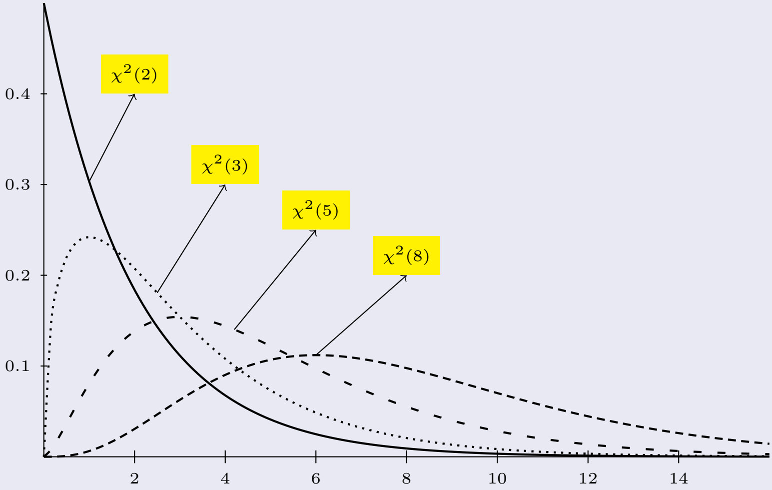
- χ^2 분포

$$Gamma(x, \alpha = v/2, \beta = 2) = \frac{1}{\Gamma(v/2)2^{v/2}} x^{\frac{v}{2}-1} e^{-x/2}$$

- χ^2 분포는 χ^2 검정과 분산 추론에 사용
- 모수(parameter)는 자유도가 있고, 모양(shape)은 비대칭형

χ^2 분포

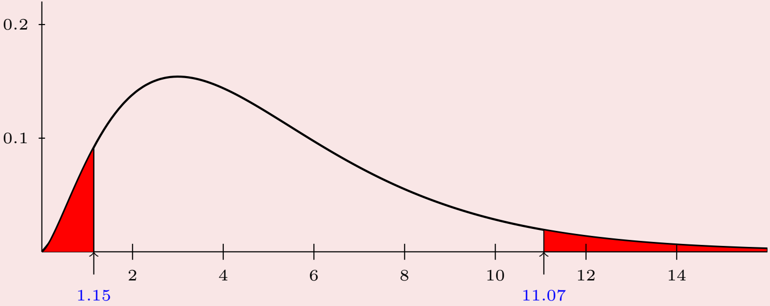
그림으로 본 자유도에 따른 χ^2 분포들



보기 : χ^2 분포표

문제 : χ^2 분포표에서 자유도가 5인 상, 하위 5%의 확률을 주는 값을 찾아라.

풀이 : χ^2 분포표를 보면 $\chi^2_{0.05}(5) = 1.15$이고 $\chi^2_{0.95}(5) = 11.07$이다. 이 값들을 그래프에 표현하면 다음과 같다



F–분포 예

표 9. 과제, 성별, 교육수준에 따른 발화당 단어수의 반복측정 분산분석

	제곱합	자유도	F
개체 내			
과제	1727.449	1.817	216.598***
과제 * 성별	46.040	1.817	5.773**
과제 * 교육수준	1.875	3.634	.118
과제 * 교육수준 * 성별	10.205	3.634	.640
개체 간			
성별	37.949	1	3.535
교육수준	101.887	2	4.745**
성별 * 교육수준	.707	2	.033

** $p < .01$. *** $p < .001$.

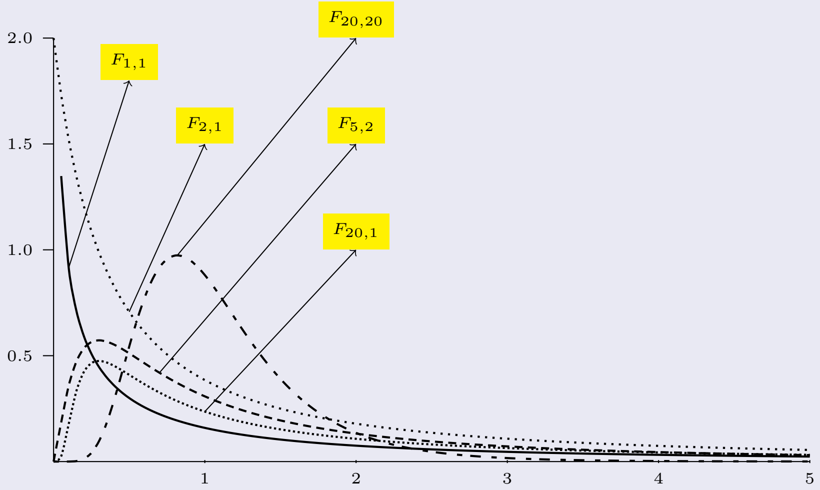
F – 분포

F – 분포의 특징

- 통계학자 피셔(R. A. Fisher)가 제안한 확률분포
- 세 집단의 평균 비교에 사용
- 두 집단의 분산비율 추론에 사용(한 집단 분산 추론은 χ^2분포)
- $f(x;\nu_1,\nu_2) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)}\left(\dfrac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} \dfrac{x^{\frac{\nu_1-2}{2}}}{\left[1+\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)x\right]^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}}$
- F – 분포는 서로 독립인 $\chi^2_{v_1}, \chi^2_{v_2}$ 일때 $F = \dfrac{\chi^2_{v_1}/v_1}{\chi^2_{v_2}/v_2}$
- 카이제곱과 마찬가지로 양의 구간에서만 확률값을 갖는다.
- 분포의 모양은 비대칭형이다.
- F_{α,v_1,v_2}는 $1/F_{1-\alpha,v_2,v_1}$과 같다.
- t 분포와 F 분포의 관계 : $t^2_{\alpha/2}(n) = F_{\alpha,1,n}$, $t^2 = \frac{p(n-1)}{n-p}F_{p,n}$

F – 분포

그림으로 본 자유도에 따른 F분포들



애니메이션으로 F–분포 변화 보기

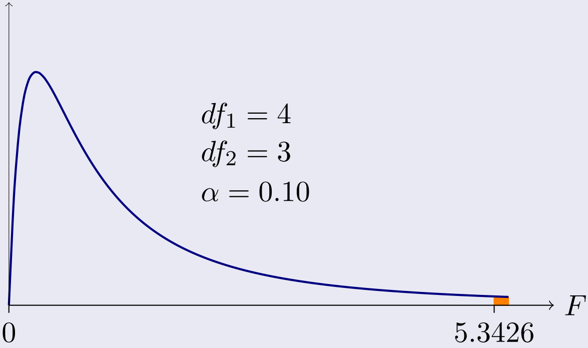


그림: 애니메이션으로 F–분포 변화 보기($\alpha = 0.05$)

통계적 추론

추정과 검정

어느 개인병원에 방문하는 환자수가

- 10일 동안 살펴본 결과 하루 평균 200명이었다.
- 내원하는 환자수의 오차한계가 30명이었다면 이 병원에 내원하는 환자수는 170명에서 230명이라고 예측할 수 있겠다.

다음 달 이 병원에 내원한 하루 평균 환자수는

- 220명이었다면 환자수가 증가했다고 할 수 있는가?
- 250명이었다면 환자수가 증가했다고 할 수 있는가?

위의 결과로

- 내원 환자수는 하루 평균 200명인데 오차가 있으니 220명은 있을 수 있는 경우이다.
- 내원 환자수는 하루 평균 200명인데 250명은 환자수가 증가했다고 할 수 있겠다.

표본에서 표본평균을 구하는 과정

표본 추출 예

연구자가 병원에 내원한 전체 인원 7000 명에서 100 명을 임의로 뽑아 전체 환자의 몸무게 평균(μ)을 예측한다고 하자.

1. 대부분의 경우 100 명의 조사는 1 회만 한다.
2. 실제로 7000 명에서 100 명을 뽑는 회수는 $\binom{7000}{100} \fallingdotseq 7.98 \times 10^{82}$ 이다.
3. 위의 개수 만큼 표본 평균을 구할 수 있고 표본평균의 평균과 분산 등을 계산할 수 있다.
4. 연구자가 1회 조사하여 얻은 표본평균($\overline{X}$)은 수많은 표본평균 중 하나를 구한 것이다.

추정

모평균에 μ 대한 추정

하나의 값으로 예측하는 점추정(point estimation)

- 관심이 있는 전체집단의 평균을 모집단의 평균 μ라고 부르고 하나의 값으로 예측
- 모집단의 평균 μ은 알 수 없으니
- 평균이 μ, 표준편차가 σ인 모집단에서 임의로 표본 $X_1, \cdots, X_n$을 뽑아
- 표본평균 $\overline{X}$을 계산하여 전체집단의 평균 μ라고 예측한다.
- 모집단의 평균 μ와 일부집단인 표본집단의 평균 $\overline{X}$는 같지 않을 것이다.
- 모집단의 특성을 나타내는 값을 모수(parameter), 표본집단의 특성을 나타내난 값을 통계량(statistic)이라고 한다.

모평균에 μ 대한 추정

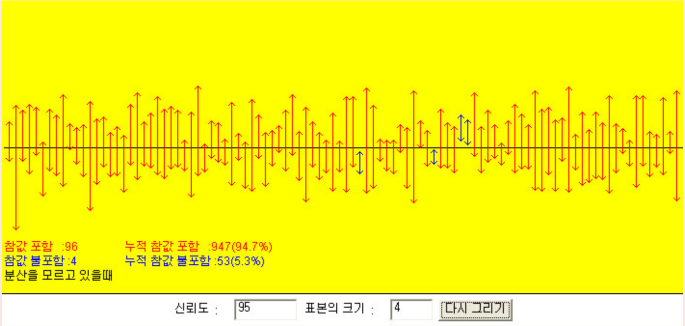
구간추정(interval estimation)

- **구간추정(interval estimation)** : 표본평균의 분포를 사용하여 표본으로부터 모집단의 평균이 포함될 것이라 예상되는 구간을 추정
- **신뢰구간(confidence interval)** : 구간추정에서 제시하는 구간
- **신뢰구간**은 (하한값, 상한값)의 형태로 구성
- 모집단에서 추출한 표본마다 계산되는 **신뢰구간**은 서로 다를 수 있음
- 가장 확실한 신뢰구간 : $(-\infty, \infty) \rightarrow$ 어떤 정보도 제공하지 못함
- **신뢰수준(confidence level)** : 모수가 **신뢰구간**에 포함될 확률로 보통 90%, 95%, 99%를 사용
- **신뢰수준** 또는 **신뢰도**는 $100(1-\alpha)\%$ 또는 $1-\alpha$로 표시
- 모집단의 평균 μ에 대한 $100(1-\alpha)\%$ **신뢰구간**은 표본평균$\pm$ 표본오차(sampling error)로 나타낸다.

모평균에 μ 대한 추정

신뢰구간의 의미

- 평균 μ가 0인 모집단에서 표본을 뽑아 신뢰구간을 계산한 결과
- 전체 신뢰구간 중 모평균을 포함하는 신뢰구간은 $947/1000 = 0.947$
- 신뢰구간은 모집단의 평균이 하나의 신뢰구간에 포함될 확률이 $100(1-\alpha)\%$가 아니라 신뢰구간을 계속하여 계산할 경우 모집단의 평균이 포함되는 신뢰구간이 $100(1-\alpha)\%$에 가깝게 된다.



검정

모평균 μ에 대한 검정

가설검정이 필요한 한 가지 예

어느 도시의 보건당국에서 여러 성인병을 유발하는 높은 콜레스테롤 수치를 낮춤으로 그 도시의 의료비용을 절감하려고 한다. 그래서 이 도시는 콜레스테롤 수치를 줄이는 캠페인을 1년간 대대적으로 벌였다. 이 캠페인이 성인의 콜레스테롤 양을 줄이는데 효과가 있었는지 검증하고자 그 도시의 성인 40명을 대상으로 콜레스테롤 수치를 측정하였다. 캠페인을 시작할 때, 이 도시 성인의 콜레스테롤 수치는 평균이 200(mg/dl)이고 표준편차는 24(mg/dl)인 분포였다고 알려져 있다.

캠페인을 진행한 후 성인 40명을 뽑아 콜레스테롤 수치의 평균($\overline{X}$)을 계산하였다. 이 경우 성인의 콜레스테롤 양이 줄었는지 판단하려면 어떻게 해야 하는가?

1. 콜레스테롤 수치가 낮아졌는지 판단하기 위하여 모든 성인을 조사하는 것은 불가능
2. 캠페인 후 그 도시의 성인 중 n명 표본추출
3. 캠페인 후 성인의 콜레스테롤 수치 모평균 μ가 200mg/dl보다 작다고 할 수 있는지 통계적으로 판단
4. $\overline{X}$가 얼마나 작아야 μ가 200mg/dl보다 작다고 주장할 수 있을까?

모평균 μ에 대한 검정

가설검정(testing statistical hypothesis)

모평균에 대한 가설이 적합한지 추출한 표본으로 판단

가설

- **귀무가설(null hypothesis, H_0)** : 대립가설의 반대 가설로 가설검정에서 기준이 되는 가설
- **대립가설(alternate hypothesis, H_1)** : 입증하여 주장하고자 하는 가설

가설설정 적용사례

※ H_0 : 도시의 성인 콜레스테롤 수치 평균 μ는 200mg/dl이다.

※ H_1 : 도시의 성인 콜레스테롤 수치 평균 μ는 200mg/dl보다 작다.

오류의 종류

검정의 결론 \ 실제의 상태	H_0 기각 못함 (H_1 채택 안됨)	H_0 기각 (H_1 채택)
H_0 참	옳은 결론	제 1종 오류 확률
H_0 거짓	제 2종 오류 확률	옳은 결론

- **제 1종의 오류 확률(type I error probability, α)** : 실제 상태는 귀무가설(H_0)이 옳지만 잘못 판단하여 귀무가설(H_0)을 기각하는 오류 확률
- **제 2종의 오류 확률(type II error probability, β)** : 실제 상태는 귀무가설(H_0)이 옳지 않지만 잘못 판단하여 귀무가설(H_0)을 기각하지 않는 오류 확률

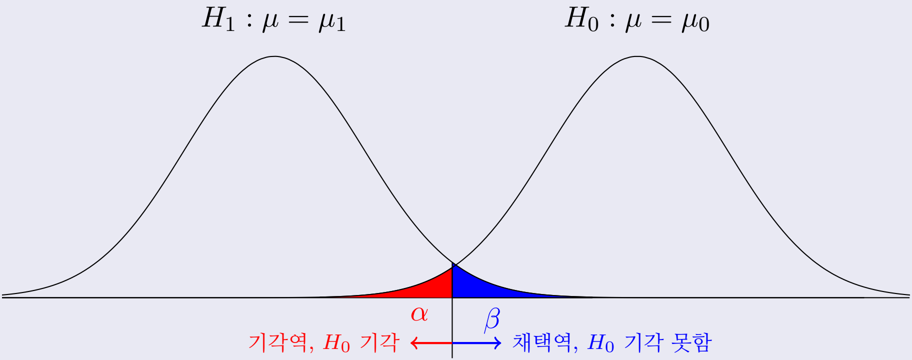
오류의 적용사례

검정의 결론 / 실제의 상태	$\mu = 200\text{mg/dl}$	$\mu < 200\text{mg/dl}$
$\mu = 200\text{mg/dl}$	옳은 결론	제 1종 오류
$\mu < 200\text{mg/dl}$	제 2종 오류	옳은 결론

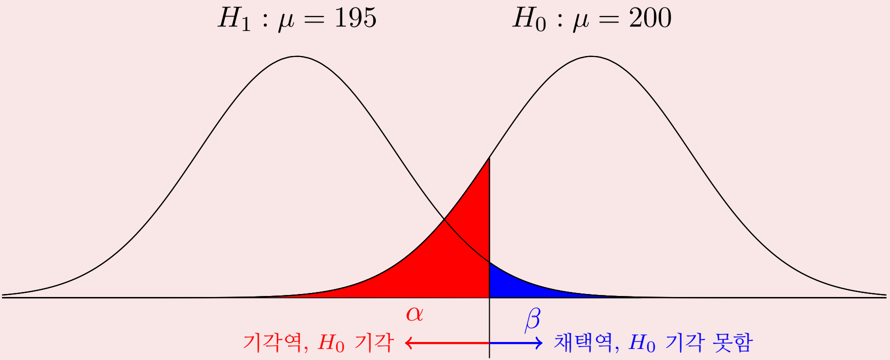
※ 제 1종의 오류(α) : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200임에도 불구하고 잘못 예측하여 200보다 작다고 판단하는 오류

※ 제 2종의 오류(β) : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200보다 작음에도 불구하고 잘못하여 200으로 판단하는 오류

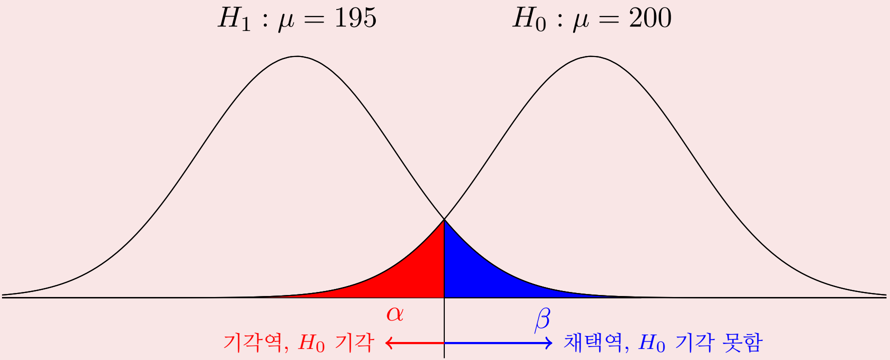
모평균 μ에 대한 검정 – α, β



모평균 μ에 대한 검정 – α, β

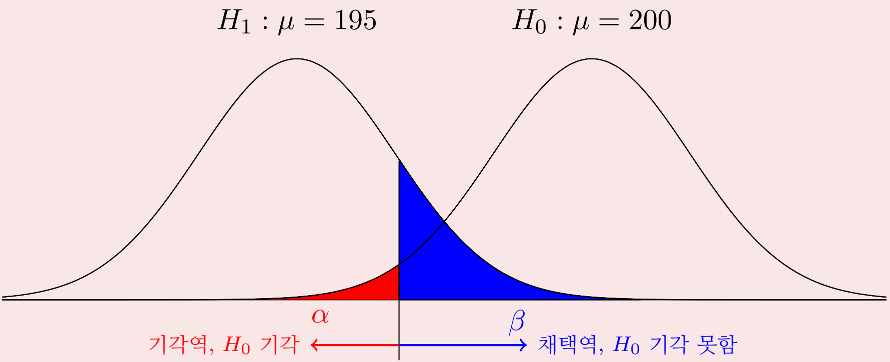


모평균 μ에 대한 검정 – α, β



모평균 μ에 대한 검정

모평균 μ에 대한 검정 – α, β



모평균 μ에 대한 검정

검정에 사용하는 용어들

- **유의수준(significance level, α)** : H_0가 옳다고 검정의 결론을 내렸으나 잘못 판단하여 H_0를 기각하게 되는 오류의 최대허용한계로 많은 경우 (1%, 5%, 10%) 등을 유의수준으로 사용하며 연구자가 스스로 판단하여 허용오류를 결정함
- **기각역(critical region)** : $\overline{X}$가 취하는 구간 중에서 H_0를 기각하게 되는 구간이며 유의수준 α로 계산(표현은 $R : \overline{X} \leq c$의 형태)
- **검정통계량(test statistic)** : 모집단의 일부분인 표본으로부터 검정의 결론(H_0를 기각하거나, H_0를 기각하지 못하거나)을 내리는데 사용하는 통계량(예 콜레스테롤 양의 평균 $\overline{X}$, $\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$)
- **유의확률(p–값, p–value)** : 유의수준은 연구자가 직접 결정하나 유의확률은 표본에서 계산된 검정통계량의 관측치에서 H_0를 기각하는 최소의 유의수준으로 관측값의 유의수준으로 부르기도 함

검정에 사용하는 용어들

- **유의수준(significance level, α)** : 연구자가 일어날 수 있는 경우인지, 드물게 일어나는 경우인지 판단하기 위한 그 기준을 설정한다. 묵시적으로 5%가 표준이다.
- **기각역(critical region)** : 유의수준이 설정되면 드물게 일어나는 경우의 영역을 구한다.
- **검정통계량(test statistic)** : 표본평균
- **유의확률(p–값, p–value)** : 표본평균이 귀무가설 H_0 집단에서 발생할 누적확률이다.

모평균 μ에 대한 검정

모평균 μ에 대한 통계적 가설검정 단계

1. **귀무가설(H_0)**과 **대립가설(H_1)**을 설정한다. 두 가설은 서로 상반된 가설로 대부분 연구자 또는 조사자는 주장하고자 하는 **대립가설(H_1)**이 의미있도록 하기 위하여 **귀무가설(H_0)**을 기각하기 원한다.
2. **유의수준** α에 대하여 **귀무가설(H_0)**을 기각하는 영역인 **기각역**을 설정한다.
3. **검정통계량**과 **유의확률**을 계산한다.
4. **검정통계량**이 기각역에 속하면(**유의확률**이 **유의수준**보다 작으면) **귀무가설(H_0)**을 기각한다.

가설 설정

귀무가설(H_0)은 기존에 연구 결과 알려진 사실이므로 특정한 분포이다. 따라서 모수(parameter)가 알려져 있으며 이 값에 대한 분포가 연구 결과 주장하려는 **대립가설(H_1)**이 통계적으로 유의한지 결정한다.
모평균 μ에 대한 가설검정에서

- **귀무가설(H_0)**은 $H_0 : \mu = \mu_0$

일 때 **대립가설(H_1)**은 세 가지로 설정할 수 있다. 또한 검정하는 방법에 따라 단측검정(one sided test)과 양측검정(two sided test)로 나눈다.

- $H_1 : \mu > \mu_0 \rightarrow$ one sided test
- $H_1 : \mu < \mu_0 \rightarrow$ one sided test
- $H_1 : \mu \neq \mu_0$ 즉 $H_1 : \mu > \mu_0$ 또는 $H_1 : \mu < \mu_0 \rightarrow$ two sided test

가설검정은 유의확률로 판단한다. 그러나 실제로 가설이 무엇인지 모르고 판단하는 경우가 있다. 자료에서 분석결과를 얻기 전에 가설이 무엇인지 반드시 알고 있어야 한다.

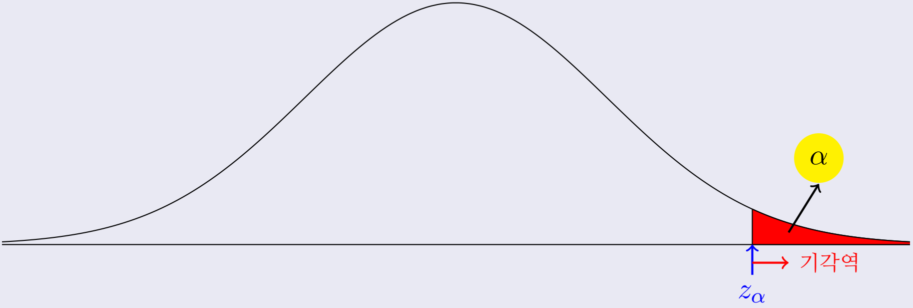
모평균 μ에 대한 검정

기각역(reject area)과 유의수준(signicance level, α)

1. 연구자는 스스로 귀무가설을 기각하는 유의수준을 설정
2. 연구자가 결정한 유의수준에 대한 기각역을 계산
3. 기각역은 대립가설의 종류에 따라 세 가지로 설정할 수 있음
   - $H_1 : \mu > \mu_0$ 일 때 $R : \overline{X} > c$ 이거나 $R : \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = Z > z_{\alpha/2}$
   - $H_1 : \mu < \mu_0$ 일 때 $R : \overline{X} < c$ 이거나 $R : \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = Z < -z_{\alpha/2}$
   - $H_1 : \mu \neq \mu_0$ 일 때 $R : |\overline{X}| > c$로 $R : \overline{X} > c$ or $\overline{X} < -c$ 이거나 $R : |\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}| = |Z| > z_{\alpha/2}$로 $R : Z > z_{\alpha/2}$ or $Z < -z_{\alpha/2}$
4. 실제로 분석에서 기각역은 관심의 대상이 아니고, 유의수준은 묵시적으로 0.05이며, "분석결과 유의확률(p–value)이 0.05보다 작으면 의미있는 결과가 나온 것이다." 라고 표현하는 것이 이 부분이다.

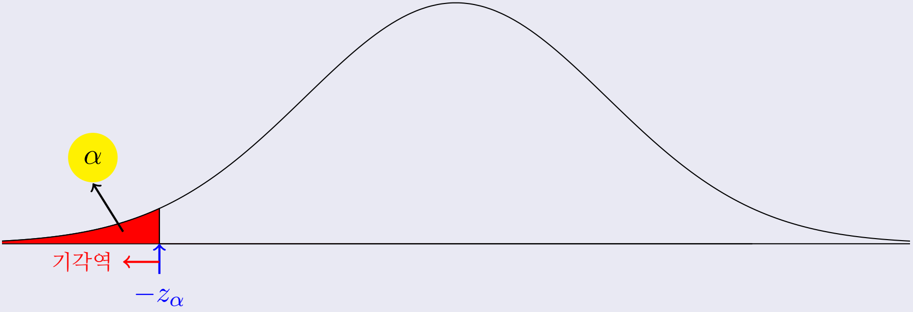
모평균 μ에 대한 검정

모평균 μ에 대한 검정 – 단측검정($H_1 : \mu > \mu_0$)

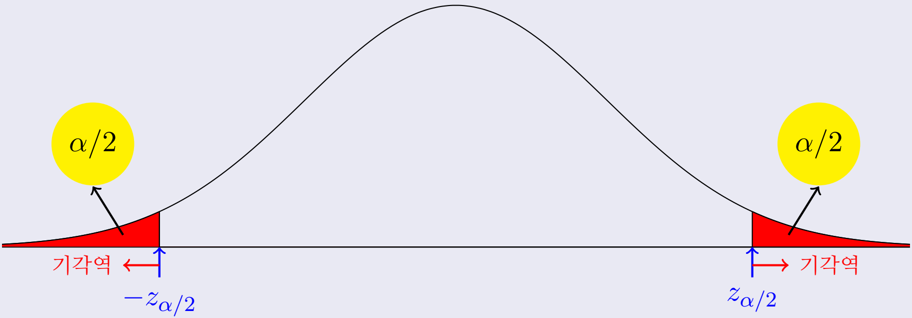


모평균 μ에 대한 검정

모평균 μ에 대한 검정 – 단측검정$(H_1 : \mu < \mu_0)$



모평균 μ에 대한 검정 – 양측검정($H_1 : \mu \neq \mu_0$)

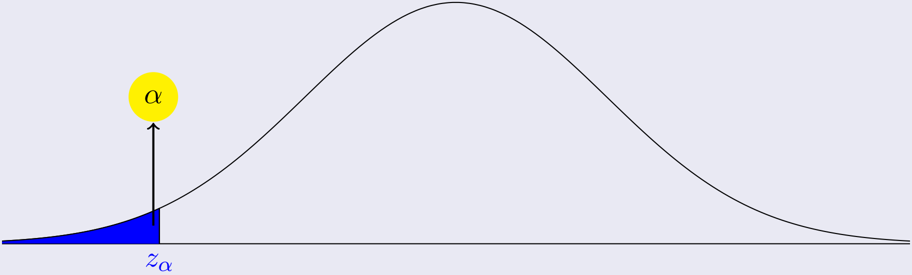


모평균 μ에 대한 검정

유의확률 계산

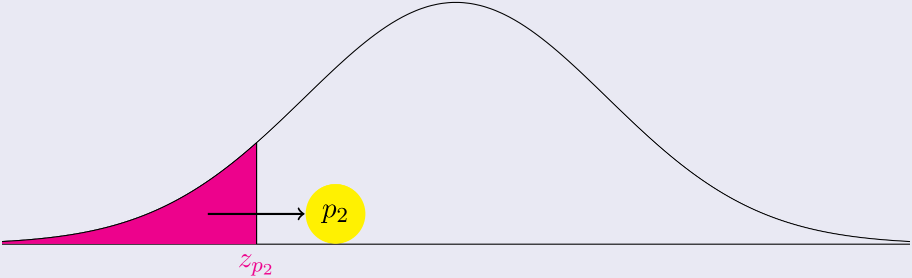
- 유의확률은 세 개의 대립가설에 대하여 기각역의 부등호 방향과 동일하게 검정통계량의 관측값으로 계산
- 양측검정인 경우, 검정통계량의 관측값에서 계산한 결과에 2를 곱합
- 유의확률은 손으로 계산하기가 쉽지 않으므로 컴퓨터를 이용
- 대부분 통계프로그램이 양측검정 결과를 제시하기 때문에, 단측검정인 경우에는 2로 나눈 값이 유의확률 값임
- $H_1 : \mu > \mu_0$ 일 때 $P[\overline{X} > \overline{x}]$ 이거나 $P[\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = Z > z_0]$
- $H_1 : \mu < \mu_0$ 일 때 $P[\overline{X} < \overline{x}]$ 이거나 $P[\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = Z < -z_0]$
- $H_1 : \mu \neq \mu_0$ 일 때 $P[\overline{X} > \overline{x}] \times 2$ or $P[\overline{X} < \overline{x}] \times 2$ 이거나 $P[Z > z_0] \times 2$ or $P[Z < -z_0] \times 2$

모평균 μ에 대한 검정 – 유의수준(α)과 유의확률(p–value)

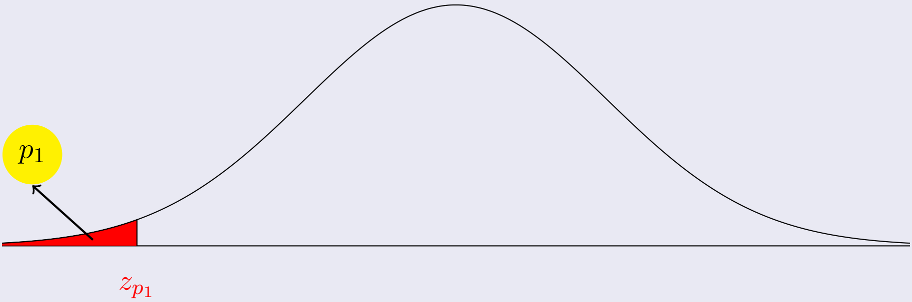


모평균 μ에 대한 검정

모평균 μ에 대한 검정 – 유의수준(α)과 유의확률(p–value)

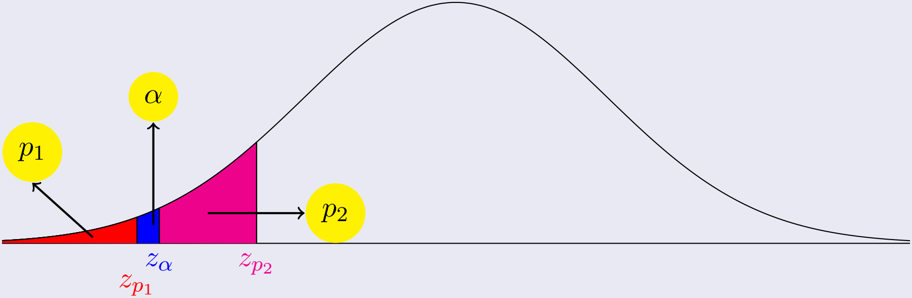


모평균 μ에 대한 검정 – 유의수준(α)과 유의확률(p–value)



모평균 μ에 대한 검정

모평균 μ에 대한 검정 – 유의수준(α)과 유의확률(p–value)



모평균 μ에 대한 검정

유의수준(α) > 유의확률(p–값)이면 귀무가설 H_0 기각

모평균 μ에 대한 검정

통계적 가설검정 예제

1. **가설 설정**
   - ❋ H_0 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl이다.
   - ❋ H_1 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl보다 작다.
2. **유의확률, 유의수준, 검정통계량, 기각역**
   - ❋ 유의수준 $\alpha = 0.05$ (사용자가 설정)
   - ❋ 기각역 $R : Z \leq -1.645$ or $\overline{X} \leq 193.76 (\alpha = 0.05, \sigma = 24, n = 40)$
   - ❋ 검정통계량 : ❶ $\overline{X} = 195$, ❷ $\overline{X} = 192$(표본에서 계산)
   - ❋ 유의확률 : ❶ $P[\overline{X} \leq 195] = 0.0938$, ❷ $P[\overline{X} \leq 192] = 0.0175$
3. **결론** : 유의수준 $\alpha = 0.05$에서
   - ❶ 귀무가설(H_0)을 기각 못함
   - ❷ 귀무가설(H_0)을 기각

모평균 μ에 대한 검정

통계적 가설검정 예제

1. **가설 설정**
   - ※ H_0 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl이다.
   - ※ H_1 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl보다 작다.
2. **유의확률, 유의수준, 검정통계량, 기각역**
   - ※ 유의수준 $\alpha = 0.05$ (사용자가 설정)
   - ※ 기각역 $R : Z \le -1.645$ or $\overline{X} \le 193.76 (\alpha = 0.05, \sigma = 24, n = 40)$

$$\begin{aligned} 0.05 &= P[Z \le -1.645] = P\left(\frac{\overline{X} - 200}{24/\sqrt{40}} \le -1.645\right) \\ &= P[\overline{X} \le 200 - 1.645 \times 24/\sqrt{40}] = P[\overline{X} \le 193.76] \end{aligned}$$

   - ※ 검정통계량 : ❶ $\overline{X} = 195$, ❷ $\overline{X} = 192$(표본에서 계산)
   - ※ 유의확률 : ❶ $P[\overline{X} \le 195] = 0.0938$, ❷ $P[\overline{X} \le 192] = 0.0175$
3. **결론** : 유의수준 $\alpha = 0.05$에서
   - ❶ 귀무가설(H_0)을 기각 못함
   - ❷ 귀무가설(H_0)을 기각

모평균 μ에 대한 검정

통계적 가설검정 예제

1. **가설 설정**
   - ❉ H_0 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl이다.
   - ❉ H_1 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl보다 작다.
2. **유의확률, 유의수준, 검정통계량, 기각역**
   - ❉ 유의수준 $\alpha = 0.05$ (사용자가 설정)
   - ❉ 기각역 $R : Z \leq -1.645$ or $\overline{X} \leq 193.76(\alpha = 0.05, \sigma = 24, n = 40)$
   - ❉ 검정통계량 : ❶ $\overline{X} = 195$, ❷ $\overline{X} = 192$(표본에서 계산)
   - ❉ 유의확률 : ❶ $P[\overline{X} \leq 195] = 0.0938$, ❷ $P[\overline{X} \leq 192] = 0.0175$

$$
\begin{aligned}
&= P[\overline{X} \leq 195] = P\left(\frac{\overline{X} - 200}{24/\sqrt{40}} \leq \frac{195 - 200}{24/\sqrt{40}}\right) \\
&= P[Z \leq -1.3176] = 0.0938
\end{aligned}
$$

3. **결론** : 유의수준 $\alpha = 0.05$에서
   - ❶ 귀무가설(H_0)을 기각 못함
   - ❷ 귀무가설(H_0)을 기각

모평균 μ에 대한 검정

통계적 가설검정 예제

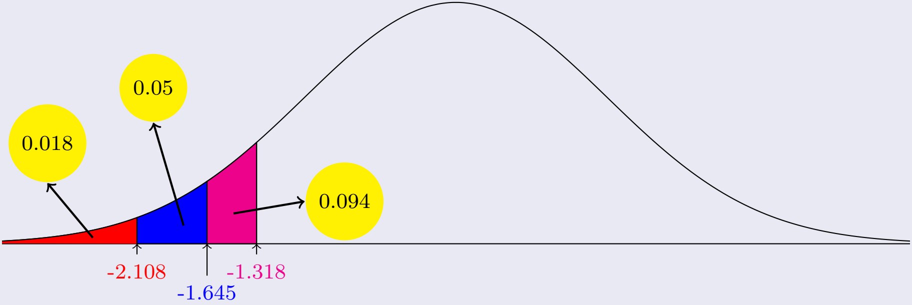
1. **가설 설정**
   - ❈ H_0 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl이다.
   - ❈ H_1 : 성인 콜레스테롤 수치의 평균 μ는 200mg/dl보다 작다.
2. **유의확률, 유의수준, 검정통계량, 기각역**
   - ❈ 유의수준 $\alpha = 0.05$ (사용자가 설정)
   - ❈ 기각역 $R : Z \leq -1.645$ or $\overline{X} \leq 193.76 (\alpha = 0.05, \sigma = 24, n = 40)$
   - ❈ 검정통계량 : ❶ $\overline{X} = 195$, ❷ $\overline{X} = 192$(표본에서 계산)
   - ❈ 유의확률 : ❶ $P[\overline{X} \leq 195] = 0.0938$, ❷ $P[\overline{X} \leq 192] = 0.0175$

$$
\begin{aligned}
&= P[\overline{X} \leq 192] = P\left(\frac{\overline{X} - 200}{24/\sqrt{40}} \leq \frac{192 - 200}{24/\sqrt{40}}\right) \\
&= P[Z \leq -2.1082] = 0.0175
\end{aligned}
$$

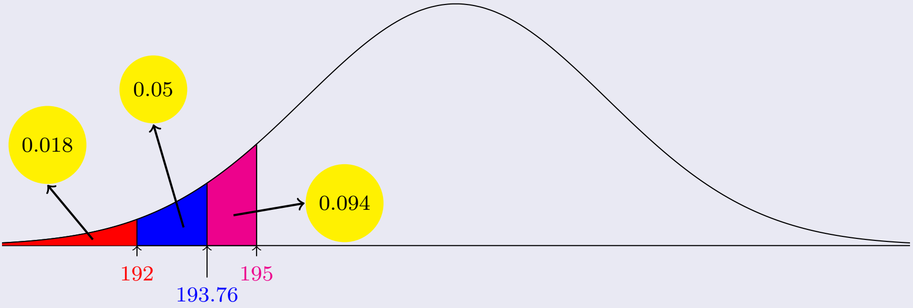
3. **결론** : 유의수준 $\alpha = 0.05$에서
   - ❶ 귀무가설(H_0)을 기각 못함
   - ❷ 귀무가설(H_0)을 기각

모평균 μ에 대한 검정

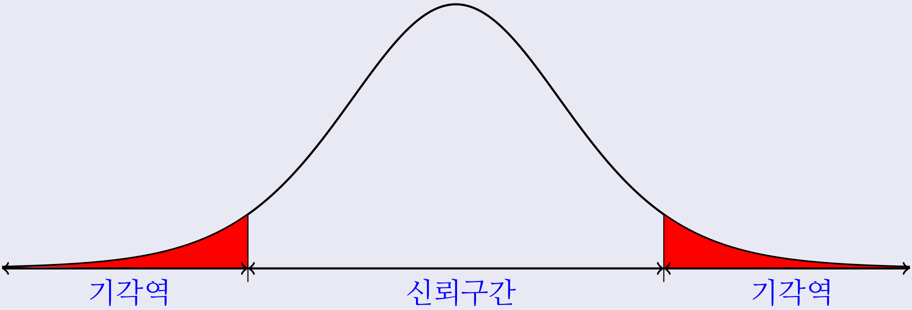
모평균 μ에 대한 검정 - 유의확률과 유의수준(표준화한 경우)



모평균 μ에 대한 검정 - 유의확률과 유의수준



신뢰구간과 양측검정의 관계



모평균 μ에 대한 검정

모평균 μ에 대한 검정($n \geq 30$) 예제

어느 다이어트 방법을 소개하는 책자에서 주장하기를 그 다이어트 방법을 이용하면 5주 동안 10kg 넘게 체중을 줄일 수 있다고 한다. 그 다이어트 방법을 이용한 56명을 대상으로 5주 동안의 체중 감소량을 조사하였더니 평균이 10.5kg, 표준편차가 4.5kg이었다고 한다. 이 자료에 근거하여 그 책자의 주장이 옳다고 할 수 있는지 유의수준 5%로 검정하라.

1. 가설 설정 : $H_0 : \mu = 10 \quad vs \quad H_1 : \mu > 10$
2. 통계량 또는 유의확률 계산 :

$$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{\overline{X}-10}{s/\sqrt{56}}, \ R : Z \geq z_\alpha = z_{0.05} = 1.645, \ \ z = \frac{10.5-10}{4.5/\sqrt{56}} = 0.83$$

$$P-value = P[Z \geq z] = P[Z \geq 0.83] = 0.2033$$

3. 결론 : 검정통계량의 관측값이 기각역에 포함되지 않기 때문에 귀무가설을 기각할 수 없다. 또는 유의확률이 유의수준보다 크기 때문에 귀무가설을 기각할 수 없다.

모평균 μ에 대한 검정 – 예제를 그래프로