**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

**Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана**

Факультет: Информатика и системы управления

Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

**Лабораторная работа №1**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ»**

«Метод Брауна-Робинсон»

**Вариант 1**

**Студент**: Анаян М. С., ИУ8-104

**Преподаватель:** Коннова Н. С.

# Цель и задачи выполнения лабораторной работы

**Цель работы –** изучить аналитический (обратной матрицы) и численный (Брауна-Робинсон) методы нахождения смешанных стратегий в антагонистической игре двух лиц в нормальной форме.

**Постановка задачи –** найти цену игры и оптимальные стратегии обоих игроков методами обратной матрицы и Брауна-Робинсов, затем сравнить полученные результаты.

# Выполнение лабораторной работы

(3 × 3)-игра Г задана платёжной матрицей:

Для расчёта методом обратной матрицы применяются следующие формулы:

где для (m × n)-игры Г.

В соответствии с расчётом по заданным формулам для метода обратной матрицы получены следующие значения:

* стоимость игры ,
* оптимальная смешанная стратегия игрока A ,
* оптимальная смешанная стратегия игрока B .

Вычисления произведены при помощи SageMath 8.9, с исходным кодом можно ознакомиться в репозитории по ссылке: <https://github.com/hms2010/GameTheory/blob/master/lab1/lab1-analytical.ipynb>

В таблице ниже приведены этапы расчёта смешанных стратегий игроков A и B, а также оценки игры при помощи метода Брауна-Робинсон с уровнем погрешности :

Таблица 1 – Этапы расчёта стратегий методом Брауна-Робинсон

|  |
| --- |
| k |A strat|B strat|| Win A || Loss B || UpBound |LowBound | Eps  ------------------------------------------------------------------------------------------------------  1 | 1 | 1 || 1 | 7 | 16 || 1 | 11 | 11 || 16/1 | 1/1 | 15/1  2 | 3 | 1 || 2 | 14 | 32 || 17 | 17 | 13 || 16/1 | 13/2 | 19/2  3 | 3 | 3 || 13 | 22 | 34 || 33 | 23 | 15 || 34/3 | 5/1 | 29/6  4 | 3 | 3 || 24 | 30 | 36 || 49 | 29 | 17 || 9/1 | 17/4 | 5/2  5 | 3 | 3 || 35 | 38 | 38 || 65 | 35 | 19 || 38/5 | 19/5 | 11/10  6 | 3 | 3 || 46 | 46 | 40 || 81 | 41 | 21 || 23/3 | 7/2 | 11/10  7 | 2 | 3 || 57 | 54 | 42 || 88 | 46 | 29 || 57/7 | 29/7 | 11/10  8 | 1 | 3 || 68 | 62 | 44 || 89 | 57 | 40 || 17/2 | 5/1 | 11/10  9 | 1 | 3 || 79 | 70 | 46 || 90 | 68 | 51 || 79/9 | 17/3 | 11/10  10 | 1 | 3 || 90 | 78 | 48 || 91 | 79 | 62 || 9/1 | 31/5 | 11/10  11 | 1 | 3 || 101 | 86 | 50 || 92 | 90 | 73 || 101/11 | 73/11 | 53/55  12 | 1 | 3 || 112 | 94 | 52 || 93 | 101 | 84 || 28/3 | 7/1 | 3/5  13 | 1 | 3 || 123 | 102 | 54 || 94 | 112 | 95 || 123/13 | 94/13 | 24/65  14 | 1 | 1 || 124 | 109 | 70 || 95 | 123 | 106 || 62/7 | 95/14 | 24/65  15 | 1 | 1 || 125 | 116 | 86 || 96 | 134 | 117 || 25/3 | 32/5 | 24/65  16 | 1 | 1 || 126 | 123 | 102 || 97 | 145 | 128 || 63/8 | 97/16 | 24/65  17 | 1 | 1 || 127 | 130 | 118 || 98 | 156 | 139 || 130/17 | 98/17 | 24/65  18 | 2 | 1 || 128 | 137 | 134 || 105 | 161 | 147 || 137/18 | 35/6 | 24/65  19 | 2 | 1 || 129 | 144 | 150 || 112 | 166 | 155 || 150/19 | 112/19 | 24/65  20 | 3 | 1 || 130 | 151 | 166 || 128 | 172 | 157 || 83/10 | 32/5 | 24/65  21 | 3 | 1 || 131 | 158 | 182 || 144 | 178 | 159 || 26/3 | 48/7 | 24/65  22 | 3 | 1 || 132 | 165 | 198 || 160 | 184 | 161 || 9/1 | 80/11 | 18/55  23 | 3 | 1 || 133 | 172 | 214 || 176 | 190 | 163 || 214/23 | 163/23 | 18/55  24 | 3 | 3 || 144 | 180 | 216 || 192 | 196 | 165 || 9/1 | 55/8 | 18/55  25 | 3 | 3 || 155 | 188 | 218 || 208 | 202 | 167 || 218/25 | 167/25 | 18/55  26 | 3 | 3 || 166 | 196 | 220 || 224 | 208 | 169 || 110/13 | 13/2 | 18/55  27 | 3 | 3 || 177 | 204 | 222 || 240 | 214 | 171 || 74/9 | 19/3 | 18/55  28 | 3 | 3 || 188 | 212 | 224 || 256 | 220 | 173 || 8/1 | 173/28 | 18/55  29 | 3 | 3 || 199 | 220 | 226 || 272 | 226 | 175 || 226/29 | 175/29 | 18/55  30 | 3 | 3 || 210 | 228 | 228 || 288 | 232 | 177 || 38/5 | 59/10 | 18/55  31 | 3 | 3 || 221 | 236 | 230 || 304 | 238 | 179 || 236/31 | 179/31 | 18/55  32 | 2 | 3 || 232 | 244 | 232 || 311 | 243 | 187 || 61/8 | 187/32 | 18/55  33 | 2 | 3 || 243 | 252 | 234 || 318 | 248 | 195 || 84/11 | 65/11 | 18/55  34 | 2 | 3 || 254 | 260 | 236 || 325 | 253 | 203 || 130/17 | 203/34 | 18/55  35 | 2 | 3 || 265 | 268 | 238 || 332 | 258 | 211 || 268/35 | 211/35 | 18/55  36 | 2 | 3 || 276 | 276 | 240 || 339 | 263 | 219 || 23/3 | 73/12 | 18/55  37 | 1 | 3 || 287 | 284 | 242 || 340 | 274 | 230 || 287/37 | 230/37 | 18/55  38 | 1 | 3 || 298 | 292 | 244 || 341 | 285 | 241 || 149/19 | 241/38 | 18/55  39 | 1 | 3 || 309 | 300 | 246 || 342 | 296 | 252 || 103/13 | 84/13 | 18/55  40 | 1 | 3 || 320 | 308 | 248 || 343 | 307 | 263 || 8/1 | 263/40 | 18/55  41 | 1 | 3 || 331 | 316 | 250 || 344 | 318 | 274 || 331/41 | 274/41 | 18/55  42 | 1 | 3 || 342 | 324 | 252 || 345 | 329 | 285 || 57/7 | 95/14 | 18/55  43 | 1 | 3 || 353 | 332 | 254 || 346 | 340 | 296 || 353/43 | 296/43 | 18/55  44 | 1 | 3 || 364 | 340 | 256 || 347 | 351 | 307 || 91/11 | 307/44 | 18/55  45 | 1 | 3 || 375 | 348 | 258 || 348 | 362 | 318 || 25/3 | 106/15 | 18/55  46 | 1 | 3 || 386 | 356 | 260 || 349 | 373 | 329 || 193/23 | 329/46 | 18/55  47 | 1 | 3 || 397 | 364 | 262 || 350 | 384 | 340 || 397/47 | 340/47 | 18/55  48 | 1 | 3 || 408 | 372 | 264 || 351 | 395 | 351 || 17/2 | 117/16 | 23/80  49 | 1 | 1 || 409 | 379 | 280 || 352 | 406 | 362 || 409/49 | 352/49 | 23/80  50 | 1 | 1 || 410 | 386 | 296 || 353 | 417 | 373 || 41/5 | 353/50 | 23/80  51 | 1 | 1 || 411 | 393 | 312 || 354 | 428 | 384 || 137/17 | 118/17 | 23/80  52 | 1 | 1 || 412 | 400 | 328 || 355 | 439 | 395 || 103/13 | 355/52 | 23/80  53 | 1 | 1 || 413 | 407 | 344 || 356 | 450 | 406 || 413/53 | 356/53 | 23/80  54 | 1 | 1 || 414 | 414 | 360 || 357 | 461 | 417 || 23/3 | 119/18 | 23/80  55 | 2 | 1 || 415 | 421 | 376 || 364 | 466 | 425 || 421/55 | 364/55 | 23/80  56 | 2 | 1 || 416 | 428 | 392 || 371 | 471 | 433 || 107/14 | 53/8 | 23/80  57 | 2 | 1 || 417 | 435 | 408 || 378 | 476 | 441 || 145/19 | 126/19 | 23/80  58 | 2 | 1 || 418 | 442 | 424 || 385 | 481 | 449 || 221/29 | 385/58 | 23/80  59 | 2 | 1 || 419 | 449 | 440 || 392 | 486 | 457 || 449/59 | 392/59 | 23/80  60 | 2 | 1 || 420 | 456 | 456 || 399 | 491 | 465 || 38/5 | 133/20 | 23/80  61 | 2 | 1 || 421 | 463 | 472 || 406 | 496 | 473 || 472/61 | 406/61 | 23/80  62 | 3 | 1 || 422 | 470 | 488 || 422 | 502 | 475 || 244/31 | 211/31 | 23/80  63 | 3 | 1 || 423 | 477 | 504 || 438 | 508 | 477 || 8/1 | 146/21 | 23/80  64 | 3 | 1 || 424 | 484 | 520 || 454 | 514 | 479 || 65/8 | 227/32 | 23/80  65 | 3 | 1 || 425 | 491 | 536 || 470 | 520 | 481 || 536/65 | 94/13 | 23/80  66 | 3 | 1 || 426 | 498 | 552 || 486 | 526 | 483 || 92/11 | 161/22 | 31/110  67 | 3 | 3 || 437 | 506 | 554 || 502 | 532 | 485 || 554/67 | 485/67 | 31/110  68 | 3 | 3 || 448 | 514 | 556 || 518 | 538 | 487 || 139/17 | 487/68 | 31/110  69 | 3 | 3 || 459 | 522 | 558 || 534 | 544 | 489 || 186/23 | 163/23 | 31/110  70 | 3 | 3 || 470 | 530 | 560 || 550 | 550 | 491 || 8/1 | 491/70 | 31/110  71 | 3 | 3 || 481 | 538 | 562 || 566 | 556 | 493 || 562/71 | 493/71 | 31/110  72 | 3 | 3 || 492 | 546 | 564 || 582 | 562 | 495 || 47/6 | 55/8 | 31/110  73 | 3 | 3 || 503 | 554 | 566 || 598 | 568 | 497 || 566/73 | 497/73 | 31/110  74 | 3 | 3 || 514 | 562 | 568 || 614 | 574 | 499 || 284/37 | 499/74 | 31/110  75 | 3 | 3 || 525 | 570 | 570 || 630 | 580 | 501 || 38/5 | 167/25 | 31/110  76 | 3 | 3 || 536 | 578 | 572 || 646 | 586 | 503 || 289/38 | 503/76 | 31/110  77 | 2 | 3 || 547 | 586 | 574 || 653 | 591 | 511 || 586/77 | 73/11 | 31/110  78 | 2 | 3 || 558 | 594 | 576 || 660 | 596 | 519 || 99/13 | 173/26 | 31/110  79 | 2 | 3 || 569 | 602 | 578 || 667 | 601 | 527 || 602/79 | 527/79 | 31/110  80 | 2 | 3 || 580 | 610 | 580 || 674 | 606 | 535 || 61/8 | 107/16 | 31/110  81 | 2 | 3 || 591 | 618 | 582 || 681 | 611 | 543 || 206/27 | 181/27 | 31/110  82 | 2 | 3 || 602 | 626 | 584 || 688 | 616 | 551 || 313/41 | 551/82 | 31/110  83 | 2 | 3 || 613 | 634 | 586 || 695 | 621 | 559 || 634/83 | 559/83 | 31/110  84 | 2 | 3 || 624 | 642 | 588 || 702 | 626 | 567 || 107/14 | 27/4 | 31/110  85 | 2 | 3 || 635 | 650 | 590 || 709 | 631 | 575 || 130/17 | 115/17 | 31/110  86 | 2 | 3 || 646 | 658 | 592 || 716 | 636 | 583 || 329/43 | 583/86 | 31/110  87 | 2 | 3 || 657 | 666 | 594 || 723 | 641 | 591 || 222/29 | 197/29 | 31/110  88 | 2 | 3 || 668 | 674 | 596 || 730 | 646 | 599 || 337/44 | 599/88 | 31/110  89 | 2 | 3 || 679 | 682 | 598 || 737 | 651 | 607 || 682/89 | 607/89 | 31/110  90 | 2 | 3 || 690 | 690 | 600 || 744 | 656 | 615 || 23/3 | 41/6 | 31/110  91 | 2 | 3 || 701 | 698 | 602 || 751 | 661 | 623 || 701/91 | 89/13 | 31/110  92 | 1 | 3 || 712 | 706 | 604 || 752 | 672 | 634 || 178/23 | 317/46 | 31/110  93 | 1 | 3 || 723 | 714 | 606 || 753 | 683 | 645 || 241/31 | 215/31 | 31/110  94 | 1 | 3 || 734 | 722 | 608 || 754 | 694 | 656 || 367/47 | 328/47 | 31/110  95 | 1 | 3 || 745 | 730 | 610 || 755 | 705 | 667 || 149/19 | 667/95 | 31/110  96 | 1 | 3 || 756 | 738 | 612 || 756 | 716 | 678 || 63/8 | 113/16 | 31/110  97 | 1 | 3 || 767 | 746 | 614 || 757 | 727 | 689 || 767/97 | 689/97 | 31/110  98 | 1 | 3 || 778 | 754 | 616 || 758 | 738 | 700 || 389/49 | 50/7 | 31/110  99 | 1 | 3 || 789 | 762 | 618 || 759 | 749 | 711 || 263/33 | 79/11 | 31/110  100 | 1 | 3 || 800 | 770 | 620 || 760 | 760 | 722 || 8/1 | 361/50 | 31/110  101 | 1 | 3 || 811 | 778 | 622 || 761 | 771 | 733 || 811/101 | 733/101 | 31/110  102 | 1 | 3 || 822 | 786 | 624 || 762 | 782 | 744 || 137/17 | 124/17 | 31/110  103 | 1 | 3 || 833 | 794 | 626 || 763 | 793 | 755 || 833/103 | 755/103 | 139/515  104 | 1 | 3 || 844 | 802 | 628 || 764 | 804 | 766 || 211/26 | 191/26 | 33/130  105 | 1 | 1 || 845 | 809 | 644 || 765 | 815 | 777 || 169/21 | 51/7 | 33/130  106 | 1 | 1 || 846 | 816 | 660 || 766 | 826 | 788 || 423/53 | 383/53 | 33/130  107 | 1 | 1 || 847 | 823 | 676 || 767 | 837 | 799 || 847/107 | 767/107 | 33/130  108 | 1 | 1 || 848 | 830 | 692 || 768 | 848 | 810 || 212/27 | 64/9 | 33/130  109 | 1 | 1 || 849 | 837 | 708 || 769 | 859 | 821 || 849/109 | 769/109 | 33/130  110 | 1 | 1 || 850 | 844 | 724 || 770 | 870 | 832 || 85/11 | 7/1 | 33/130  111 | 1 | 1 || 851 | 851 | 740 || 771 | 881 | 843 || 23/3 | 257/37 | 33/130  112 | 1 | 1 || 852 | 858 | 756 || 772 | 892 | 854 || 429/56 | 193/28 | 33/130  113 | 2 | 1 || 853 | 865 | 772 || 779 | 897 | 862 || 865/113 | 779/113 | 33/130  114 | 2 | 1 || 854 | 872 | 788 || 786 | 902 | 870 || 436/57 | 131/19 | 33/130  115 | 2 | 1 || 855 | 879 | 804 || 793 | 907 | 878 || 879/115 | 793/115 | 33/130  116 | 2 | 1 || 856 | 886 | 820 || 800 | 912 | 886 || 443/58 | 200/29 | 33/130  117 | 2 | 1 || 857 | 893 | 836 || 807 | 917 | 894 || 893/117 | 269/39 | 33/130  118 | 2 | 1 || 858 | 900 | 852 || 814 | 922 | 902 || 450/59 | 407/59 | 33/130  119 | 2 | 1 || 859 | 907 | 868 || 821 | 927 | 910 || 907/119 | 821/119 | 33/130  120 | 2 | 1 || 860 | 914 | 884 || 828 | 932 | 918 || 457/60 | 69/10 | 33/130  121 | 2 | 1 || 861 | 921 | 900 || 835 | 937 | 926 || 921/121 | 835/121 | 33/130  122 | 2 | 1 || 862 | 928 | 916 || 842 | 942 | 934 || 464/61 | 421/61 | 33/130  123 | 2 | 1 || 863 | 935 | 932 || 849 | 947 | 942 || 935/123 | 283/41 | 33/130  124 | 2 | 1 || 864 | 942 | 948 || 856 | 952 | 950 || 237/31 | 214/31 | 33/130  125 | 3 | 1 || 865 | 949 | 964 || 872 | 958 | 952 || 964/125 | 872/125 | 33/130  126 | 3 | 1 || 866 | 956 | 980 || 888 | 964 | 954 || 70/9 | 148/21 | 33/130  127 | 3 | 1 || 867 | 963 | 996 || 904 | 970 | 956 || 996/127 | 904/127 | 33/130  128 | 3 | 1 || 868 | 970 | 1012 || 920 | 976 | 958 || 253/32 | 115/16 | 33/130  129 | 3 | 1 || 869 | 977 | 1028 || 936 | 982 | 960 ||1028/129 | 312/43 | 33/130  130 | 3 | 1 || 870 | 984 | 1044 || 952 | 988 | 962 || 522/65 | 476/65 | 33/130  131 | 3 | 1 || 871 | 991 | 1060 || 968 | 994 | 964 ||1060/131 | 964/131 | 158/655  132 | 3 | 3 || 882 | 999 | 1062 || 984 | 1000 | 966 || 177/22 | 161/22 | 158/655  133 | 3 | 3 || 893 | 1007 | 1064 || 1000 | 1006 | 968 || 8/1 | 968/133 | 158/655  134 | 3 | 3 || 904 | 1015 | 1066 || 1016 | 1012 | 970 || 533/67 | 485/67 | 158/655  135 | 3 | 3 || 915 | 1023 | 1068 || 1032 | 1018 | 972 || 356/45 | 36/5 | 158/655  136 | 3 | 3 || 926 | 1031 | 1070 || 1048 | 1024 | 974 || 535/68 | 487/68 | 158/655  137 | 3 | 3 || 937 | 1039 | 1072 || 1064 | 1030 | 976 ||1072/137 | 976/137 | 158/655  138 | 3 | 3 || 948 | 1047 | 1074 || 1080 | 1036 | 978 || 179/23 | 163/23 | 158/655  139 | 3 | 3 || 959 | 1055 | 1076 || 1096 | 1042 | 980 ||1076/139 | 980/139 | 158/655  140 | 3 | 3 || 970 | 1063 | 1078 || 1112 | 1048 | 982 || 77/10 | 491/70 | 158/655  141 | 3 | 3 || 981 | 1071 | 1080 || 1128 | 1054 | 984 || 360/47 | 328/47 | 158/655  142 | 3 | 3 || 992 | 1079 | 1082 || 1144 | 1060 | 986 || 541/71 | 493/71 | 158/655  143 | 3 | 3 || 1003 | 1087 | 1084 || 1160 | 1066 | 988 ||1087/143 | 76/11 | 158/655  144 | 2 | 3 || 1014 | 1095 | 1086 || 1167 | 1071 | 996 || 365/48 | 83/12 | 158/655  145 | 2 | 3 || 1025 | 1103 | 1088 || 1174 | 1076 | 1004 ||1103/145 |1004/145 | 158/655  146 | 2 | 3 || 1036 | 1111 | 1090 || 1181 | 1081 | 1012 ||1111/146 | 506/73 | 158/655  147 | 2 | 3 || 1047 | 1119 | 1092 || 1188 | 1086 | 1020 || 373/49 | 340/49 | 158/655  148 | 2 | 3 || 1058 | 1127 | 1094 || 1195 | 1091 | 1028 ||1127/148 | 257/37 | 158/655  149 | 2 | 3 || 1069 | 1135 | 1096 || 1202 | 1096 | 1036 ||1135/149 |1036/149 | 158/655  150 | 2 | 3 || 1080 | 1143 | 1098 || 1209 | 1101 | 1044 || 381/50 | 174/25 | 158/655  151 | 2 | 3 || 1091 | 1151 | 1100 || 1216 | 1106 | 1052 ||1151/151 |1052/151 | 158/655  152 | 2 | 3 || 1102 | 1159 | 1102 || 1223 | 1111 | 1060 || 61/8 | 265/38 | 158/655  153 | 2 | 3 || 1113 | 1167 | 1104 || 1230 | 1116 | 1068 || 389/51 | 356/51 | 158/655  154 | 2 | 3 || 1124 | 1175 | 1106 || 1237 | 1121 | 1076 ||1175/154 | 538/77 | 158/655  155 | 2 | 3 || 1135 | 1183 | 1108 || 1244 | 1126 | 1084 ||1183/155 |1084/155 | 158/655  156 | 2 | 3 || 1146 | 1191 | 1110 || 1251 | 1131 | 1092 || 397/52 | 7/1 | 158/655  157 | 2 | 3 || 1157 | 1199 | 1112 || 1258 | 1136 | 1100 ||1199/157 |1100/157 | 158/655  158 | 2 | 3 || 1168 | 1207 | 1114 || 1265 | 1141 | 1108 ||1207/158 | 554/79 | 158/655  159 | 2 | 3 || 1179 | 1215 | 1116 || 1272 | 1146 | 1116 || 405/53 | 372/53 | 158/655  160 | 2 | 3 || 1190 | 1223 | 1118 || 1279 | 1151 | 1124 ||1223/160 | 281/40 | 158/655  161 | 2 | 3 || 1201 | 1231 | 1120 || 1286 | 1156 | 1132 ||1231/161 |1132/161 | 158/655  162 | 2 | 3 || 1212 | 1239 | 1122 || 1293 | 1161 | 1140 || 413/54 | 190/27 | 158/655  163 | 2 | 3 || 1223 | 1247 | 1124 || 1300 | 1166 | 1148 ||1247/163 |1148/163 | 158/655  164 | 2 | 3 || 1234 | 1255 | 1126 || 1307 | 1171 | 1156 ||1255/164 | 289/41 | 158/655  165 | 2 | 3 || 1245 | 1263 | 1128 || 1314 | 1176 | 1164 || 421/55 | 388/55 | 158/655  166 | 2 | 3 || 1256 | 1271 | 1130 || 1321 | 1181 | 1172 ||1271/166 | 586/83 | 158/655  167 | 2 | 3 || 1267 | 1279 | 1132 || 1328 | 1186 | 1180 ||1279/167 |1180/167 | 158/655  168 | 2 | 3 || 1278 | 1287 | 1134 || 1335 | 1191 | 1188 || 429/56 | 99/14 | 158/655  169 | 2 | 3 || 1289 | 1295 | 1136 || 1342 | 1196 | 1196 ||1295/169 | 92/13 | 158/655  170 | 2 | 2 || 1300 | 1300 | 1142 || 1349 | 1201 | 1204 || 130/17 |1201/170 | 158/655  171 | 1 | 2 || 1311 | 1305 | 1148 || 1350 | 1212 | 1215 || 23/3 | 404/57 | 158/655  172 | 1 | 2 || 1322 | 1310 | 1154 || 1351 | 1223 | 1226 || 661/86 |1223/172 | 158/655  173 | 1 | 2 || 1333 | 1315 | 1160 || 1352 | 1234 | 1237 ||1333/173 |1234/173 | 158/655  174 | 1 | 2 || 1344 | 1320 | 1166 || 1353 | 1245 | 1248 || 224/29 | 415/58 | 158/655  175 | 1 | 2 || 1355 | 1325 | 1172 || 1354 | 1256 | 1259 || 271/35 |1256/175 | 158/655  176 | 1 | 2 || 1366 | 1330 | 1178 || 1355 | 1267 | 1270 || 683/88 |1267/176 | 158/655  177 | 1 | 2 || 1377 | 1335 | 1184 || 1356 | 1278 | 1281 || 459/59 | 426/59 | 158/655  178 | 1 | 2 || 1388 | 1340 | 1190 || 1357 | 1289 | 1292 || 694/89 |1289/178 | 158/655  179 | 1 | 2 || 1399 | 1345 | 1196 || 1358 | 1300 | 1303 ||1399/179 |1300/179 | 158/655  180 | 1 | 2 || 1410 | 1350 | 1202 || 1359 | 1311 | 1314 || 47/6 | 437/60 | 158/655  181 | 1 | 2 || 1421 | 1355 | 1208 || 1360 | 1322 | 1325 ||1421/181 |1322/181 | 158/655  182 | 1 | 2 || 1432 | 1360 | 1214 || 1361 | 1333 | 1336 || 716/91 |1333/182 | 158/655  183 | 1 | 2 || 1443 | 1365 | 1220 || 1362 | 1344 | 1347 || 481/61 | 448/61 | 158/655  184 | 1 | 2 || 1454 | 1370 | 1226 || 1363 | 1355 | 1358 || 727/92 |1355/184 | 217/920  185 | 1 | 2 || 1465 | 1375 | 1232 || 1364 | 1366 | 1369 || 293/37 |1364/185 | 42/185  186 | 1 | 1 || 1466 | 1382 | 1248 || 1365 | 1377 | 1380 || 733/93 | 455/62 | 42/185  187 | 1 | 1 || 1467 | 1389 | 1264 || 1366 | 1388 | 1391 ||1467/187 |1366/187 | 42/185  188 | 1 | 1 || 1468 | 1396 | 1280 || 1367 | 1399 | 1402 || 367/47 |1367/188 | 42/185  189 | 1 | 1 || 1469 | 1403 | 1296 || 1368 | 1410 | 1413 ||1469/189 | 152/21 | 42/185  190 | 1 | 1 || 1470 | 1410 | 1312 || 1369 | 1421 | 1424 || 147/19 |1369/190 | 42/185  191 | 1 | 1 || 1471 | 1417 | 1328 || 1370 | 1432 | 1435 ||1471/191 |1370/191 | 42/185  192 | 1 | 1 || 1472 | 1424 | 1344 || 1371 | 1443 | 1446 || 23/3 | 457/64 | 42/185  193 | 1 | 1 || 1473 | 1431 | 1360 || 1372 | 1454 | 1457 ||1473/193 |1372/193 | 42/185  194 | 1 | 1 || 1474 | 1438 | 1376 || 1373 | 1465 | 1468 || 737/97 |1373/194 |4037/17945  195 | 1 | 1 || 1475 | 1445 | 1392 || 1374 | 1476 | 1479 || 295/39 | 458/65 |1379/7215  196 | 1 | 1 || 1476 | 1452 | 1408 || 1375 | 1487 | 1490 || 369/49 |1375/196 |1429/9065  197 | 1 | 1 || 1477 | 1459 | 1424 || 1376 | 1498 | 1501 ||1477/197 |1376/197 |4537/36445  198 | 1 | 1 || 1478 | 1466 | 1440 || 1377 | 1509 | 1512 || 739/99 | 153/22 |1679/18315 |

Для достижения заданной погрешности ε вычислений было выполнено итераций. При этом были получены следующие результаты:

* смешанная стратегия игрока A ,
* смешанная стратегия игрока B ,
* средняя стоимость игры .

С исходным кодом на языке Python версии 3.\*, реализующим метод Брауна-Робинсон, можно ознакомиться в приложении А либо в репозитории hms2010/GameTheory на github.com по ссылке: <https://github.com/hms2010/GameTheory/blob/master/lab1/brown-robinson.py>.

Погрешность стоимости игры, полученной методом Брауна-Робинсон, относительно полученной методом обратной матрицы стоимости составила:

.

# Выводы

В результате выполнения лабораторной работы получены следующие результаты:

* изучен и реализован аналитический (обратной матрицы) метод нахождения смешанных стратегий в антагонистической игре двух лиц в нормальной форме;
* изучен и реализован численный метод (Брауна-Робинсон) нахождения смешанных стратегий в антагонистической игре двух лиц в нормальной форме;
* при заданной погрешности вычислений для метода Брауна-Робинсон оценка средней стоимости игры относительно стоимости игры, полученной методом обратной матрицы, имеет относительную погрешность .

Исходные коды программ представлены по ссылке: <https://github.com/hms2010/GameTheory/tree/master/lab1>.

# Приложение А

|  |
| --- |
| import math  import fractions  import random  from c import \*  from sys import stdout  def get\_rand\_max\_index(arr):      max\_i = []      max\_el = max(arr)      i = arr.index(max\_el)      max\_i.append(i)      while i < len(arr):          try:              i = arr.index(max\_el, i + 1)              max\_i.append(i)          except ValueError:              break      return random.choice(max\_i)  def get\_rand\_min\_index(arr):      min\_i = []      min\_el = min(arr)      i = arr.index(min\_el)      min\_i.append(i)      while i < len(arr):          try:              i = arr.index(min\_el, i + 1)              min\_i.append(i)          except ValueError:              break      return random.choice(min\_i)  def get\_row\_by\_index(matrix, index):      return matrix[index]  def get\_column\_by\_index(matrix, index):      return [matrix[i][index] for i in range(len(matrix))]  def get\_max\_index(arr):      return arr.index(max(arr))  def get\_min\_index(arr):      return arr.index(min(arr))  def vector\_addition(a, b):      return [i + j for i, j in zip(a, b)]  int\_formatter = "{:^9d}"  float\_formatter = "{:>4d}/{:<4d}"  str\_formatter = "{:^9s}"  outline = "||"  separator = "|"  line\_formatter = (outline + separator.join([int\_formatter] \* 3)  + outline + separator.join([int\_formatter] \* 3)  + outline + separator.join([int\_formatter] \* 3)  + outline + separator.join([float\_formatter] \* 3) + outline)  header\_formatter = (outline + separator.join([str\_formatter] \* 3)  + outline + "{:^29s}"  + outline + "{:^29s}"  + outline + separator.join([str\_formatter] \* 3) + outline)  def printHeader(curr\_file):      if curr\_file:          print(header\_formatter.format("k", "A strat", "B strat", "Win A", "Loss B", "UpBound", "LowBound", "Eps"), file=curr\_file)          print(126 \* "-", file=curr\_file)  def printLine(curr\_file, k, A, B, win\_a, loss\_b, upper\_bound, lower\_bound, eps):      if curr\_file:          print(line\_formatter.format(k, A, B, win\_a[0], win\_a[1], win\_a[2], loss\_b[0], loss\_b[1], loss\_b[2], upper\_bound.numerator, upper\_bound.denominator, lower\_bound.numerator, lower\_bound.denominator, eps.numerator, eps.denominator), file=curr\_file)  out\_file = stdout  def brown\_robinson\_method(C, eps):      m = len(C)    # A player strategies: strategy row consists of win of A      n = len(C[0]) # B player strategies: strategy column consist of loss of B      x = m \* [0]      y = n \* [0]      curr\_strategy\_a = 0      curr\_strategy\_b = 0      win\_a = m \* [0]      loss\_b = n \* [0]      curr\_eps = math.inf      k = 0      lower\_bounds = []      upper\_bounds = []      printHeader(out\_file)      while (curr\_eps > eps):          k += 1          win\_a = vector\_addition(win\_a, get\_column\_by\_index(C, curr\_strategy\_b))          loss\_b = vector\_addition(loss\_b, get\_row\_by\_index(C, curr\_strategy\_a))          x[curr\_strategy\_a] += 1          y[curr\_strategy\_b] += 1          lower\_bound = fractions.Fraction(min(loss\_b), k)          upper\_bound = fractions.Fraction(max(win\_a), k)          lower\_bounds.append(lower\_bound)          upper\_bounds.append(upper\_bound)          curr\_eps = min(upper\_bounds) - max(lower\_bounds)          printLine(out\_file, k, curr\_strategy\_a + 1, curr\_strategy\_b + 1, win\_a, loss\_b, upper\_bound, lower\_bound, curr\_eps)          curr\_strategy\_a = get\_rand\_max\_index(win\_a)          curr\_strategy\_b = get\_rand\_min\_index(loss\_b)      average\_cost = lower\_bounds[-1] + upper\_bounds[-1]      average\_cost /= 2      x = [fractions.Fraction(i, k) for i in x]      y = [fractions.Fraction(i, k) for i in y]      return x, y, average\_cost  def main():      eps = float(input("Enter eps: "))      x, y, average\_cost = brown\_robinson\_method(C, eps)      print("x = (",\*x, ")", file=out\_file)      print("y = (",\*y, ")", file=out\_file)      print("x = (", \*[float(i) for i in x], ")", file=out\_file)      print("y = (", \*[float(i) for i in y], ")", file=out\_file)      print("Average cost is {} = {}".format(average\_cost, float(average\_cost)), file=out\_file)  if \_\_name\_\_ == '\_\_main\_\_':      main() |