Lagemaße

Arithmetisches Mittel

$$M = \mu = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum x_i$$

Median

$$\mathrm{Tiefe}_{\mathrm{Median}} = \frac{n+1}{2}$$

Streuungsmaße

Varianz in der Stichprobe

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

Varianz in der Population

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

Populationsvarianz auf Basis der Stichprobe

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

Standardabweichung

$$\mathrm{Standardabweichung} = \sqrt{\mathrm{Varianz}}$$

Spannbreite (Range)

$$\mathrm{Range} = x_{\mathrm{max}} - x_{\mathrm{min}}$$

Quartile

$$\mathrm{Tiefe}_{\mathrm{Quartil}} = \frac{\mathrm{Tiefe}_{\mathrm{Median,abgerundet}}+1}{2}$$

Interquartilsabstand

$$\mathrm{IQR} = Q_{75} - Q_{25}$$

z-Standardisierung

Allgemein:

$$Z = \frac{X-\bar{x}}{s}$$

.. oder für die i-te Versuchsperson:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

Im Rahmen eines z-Tests:

$$z = \frac{\Delta\bar{x}}{se}$$

Zusammenhangsmaße

Kovarianz

$$Cov(X,Y) = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Pearson-Korrelation

$$r = \frac{Cov(X,Y)}{s_X s_Y}$$

Spearman-Korrelation

$$r = \frac{Cov\left(R(X), R(Y)\right)}{s_{R(X)} s_{R(Y)}}$$

Kendalls Tau

$$\tau = \frac{K - D}{K + D}$$

K: Zahl der konkordanten Paare
D: Zahl der diskordanten Paare

Phi-Koeffizient

$$\Phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

		Faktor 1	
		Level 1	Level 2
Faktor 2	Level 1	a	b
	Level 2	c	d

Einfache lineare Regression

Regressionsgleichung

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 \cdot x_i$$

Residuum

$$\Delta\hat{y}_i = \hat{\epsilon}_i = \hat{y}_i - y_i$$

Bestimmtheitsmaß/Determinationskoeffizient

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \overset{\text{(einfache Regression)}}{=} r^2$$

y-Achsenabschnitt

$$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$$

Steigung

$$b_1 = \frac{Cov(X,Y)}{Var(X)}$$

Steigung (standardisiert)

$$\beta_1 = \frac{s_X}{s_Y} b_1$$

Effektmaße

Mittelwertdifferenz: Einzelmessung

$$d = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}}$$

Mittelwertdifferenz: abhängige Stichproben

$$d = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\hat{\sigma}_\Delta} \quad \text{mit}$$

$$\hat{\sigma}_\Delta = \sqrt{\frac{\sum(\Delta x_i - \Delta\bar{x})^2}{n-1}}$$

Hinweis: gilt für ähnliche Varianzen; andernfalls siehe Formel für unabhängige Stichproben

Mittelwertdifferenz: unabhängige Stichproben

$$d = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\hat{\sigma}_{\text{pooled}}} \quad \text{mit}$$

$$\hat{\sigma}_{\text{pooled}} = \sqrt{\frac{(n_A - 1)\hat{\sigma}_A^2 + (n_B - 1)\hat{\sigma}_B^2}{n_A + n_B - 2}}$$

Absolute Risikoreduktion

$$ARR = \frac{a}{a+b} - \frac{c}{c+d}$$

		Faktor 1	
		Level 1	Level 2
Faktor 2	Level 1	a	b
	Level 2	c	d

Numbers needed to treat

$$NNT = \frac{1}{ARR}$$

Odd's Ratio

$$OR = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Standardfehler

Mittelwert

$$\hat{se} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

Mittelwertdifferenz: abhängige Stichproben

$$\hat{se} = \frac{\hat{\sigma}_\Delta}{\sqrt{n}} \quad \text{mit} \quad \hat{\sigma}_\Delta = \sqrt{\tfrac{1}{n}\sum\left(\Delta x_i - \bar{\Delta x}\right)^2}$$

Mittelwertdifferenz: unabhängige Stichproben

Varianzen in A und B ähnlich $(0{,}5 < \frac{\hat{\sigma}_A}{\hat{\sigma}_B} < 2)$:

$$\hat{se} = \hat{\sigma}_{\text{pooled}}\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \quad \text{mit}$$

$$\hat{\sigma}_{\text{pooled}} = \frac{(n_A - 1)\hat{\sigma}_A^2 + (n_B - 1)\hat{\sigma}_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

Varianzen in A und B nicht ähnlich:

$$\hat{se} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_A^2}{n_A} + \frac{\hat{\sigma}_B^2}{n_B}}$$

Anteile

$$\hat{se} = \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}$$

$\hat{p}$: Proportion/Anteil (0-1)

Pearson-Korrelation

$$\hat{se} = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n-1}}$$

Pearson-Korrelation (Fisher z-Transformation)

$$\hat{se} = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

Steigung (einfache lineare Regression)

$$\hat{se} = \frac{\hat{\sigma}_Y}{\hat{\sigma}_X}\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

y-Achsenabschnitt

$$\hat{se} = \sqrt{\frac{\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{n-2}}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}}$$

t-Test

Siehe Abschnitt Standardfehler für die Berechnung von $\hat{se}$.

Mittelwertdifferenz: Einzelmessung

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{se}} \quad \text{mit} \quad \text{df}{=}n{-}1$$

Mittelwertdifferenz: abhängige Stichproben

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\hat{se}} \quad \text{mit} \quad \text{df}{=}n{-}1$$

Mittelwertdifferenz: unabhängige Stichproben

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\hat{se}} \quad \text{mit} \quad \text{df}{=}n_A{+}n_B{-}2$$

Pearson-Korrelation

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad \text{mit} \quad \text{df}{=}n{-}2$$

Steigung (einfache lineare Regression)

$$t = \frac{b_1}{\hat{se}} \quad \text{mit} \quad \text{df}{=}n{-}2$$

Konfidenzintervall

Varianzen bekannt (z-Wert)

$$CI = \hat{\theta} \pm z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot se$$

Varianzen unbekannt (t-Wert)

$$CI = \hat{\theta} \pm t_{(1-\frac{\alpha}{2},\, \text{df})} \cdot \hat{se}$$

Pearson-Korrelation (Fisher z-Transformation)

$$CI = z_r \pm z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \hat{se}$$

$$\text{mit} \quad z_r = \operatorname{artanh}(r)$$