

M24 Statistik 1: Wintersemester 2024 / 2025

# Seminar 07: Wahrscheinlichkeitsdichte

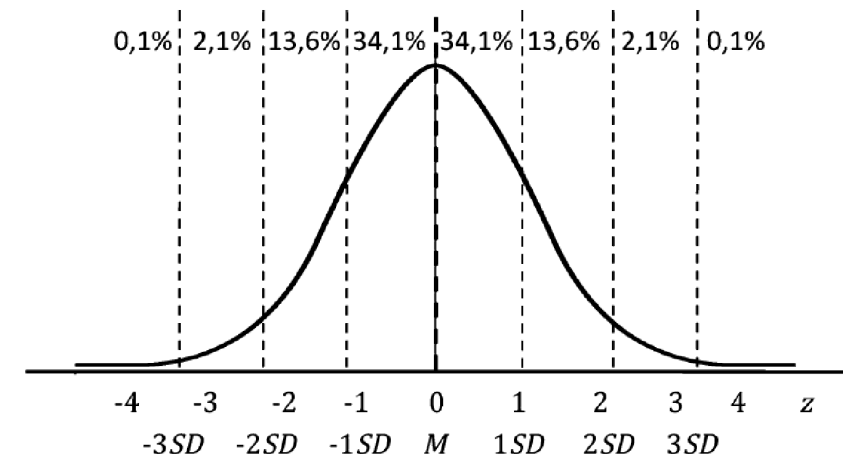
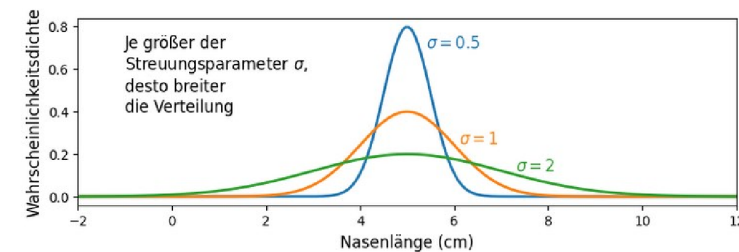
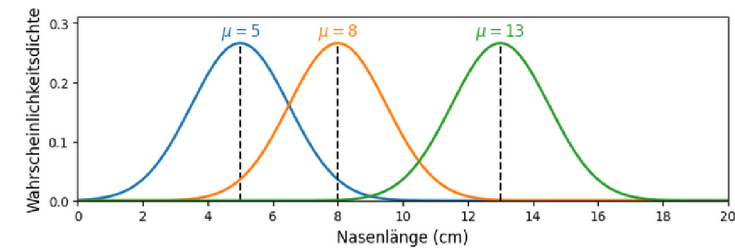
MSc Albert Anoschin & Prof. Matthias Guggenmos

Health and Medical University Potsdam



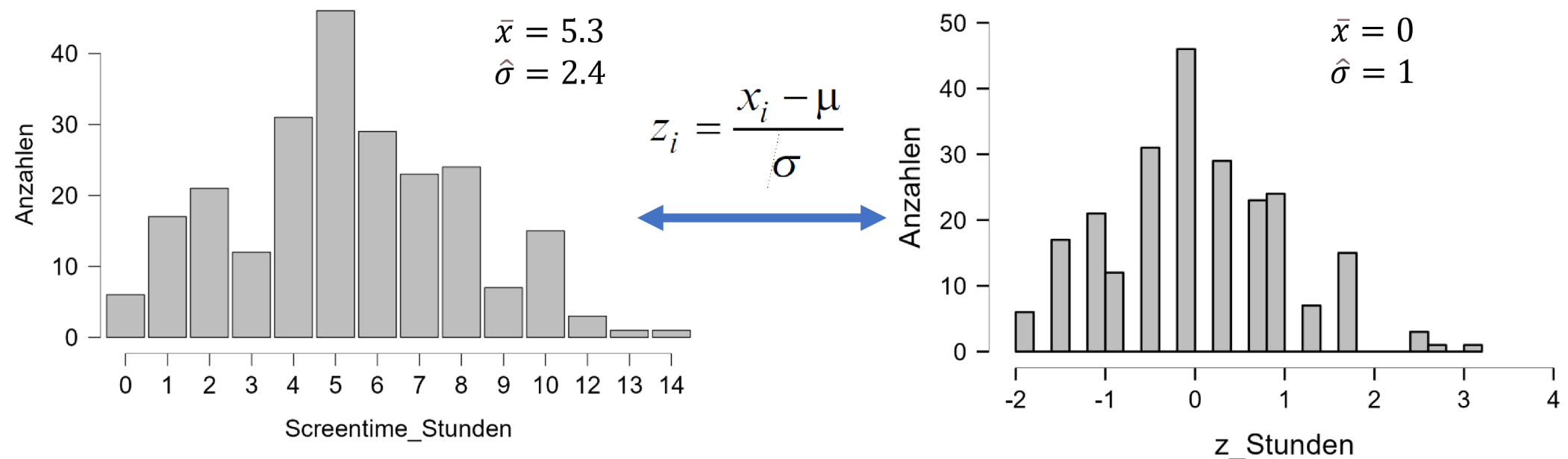
# Die Standardnormalverteilung

- Da es unendlich viele Kombinationen von Mittelwert und Streuungsparameter gibt, lassen sich unendlich viele Normalverteilungen beschreiben.
- Die **Standardnormalverteilung** ist eine besondere Form der Normalverteilung: Sie hat immer den Mittelwert = 0 und die Standardabweichung = 1.
- Jede Normalverteilung kann durch eine z-Transformation in eine Standardnormalverteilung überführt werden.

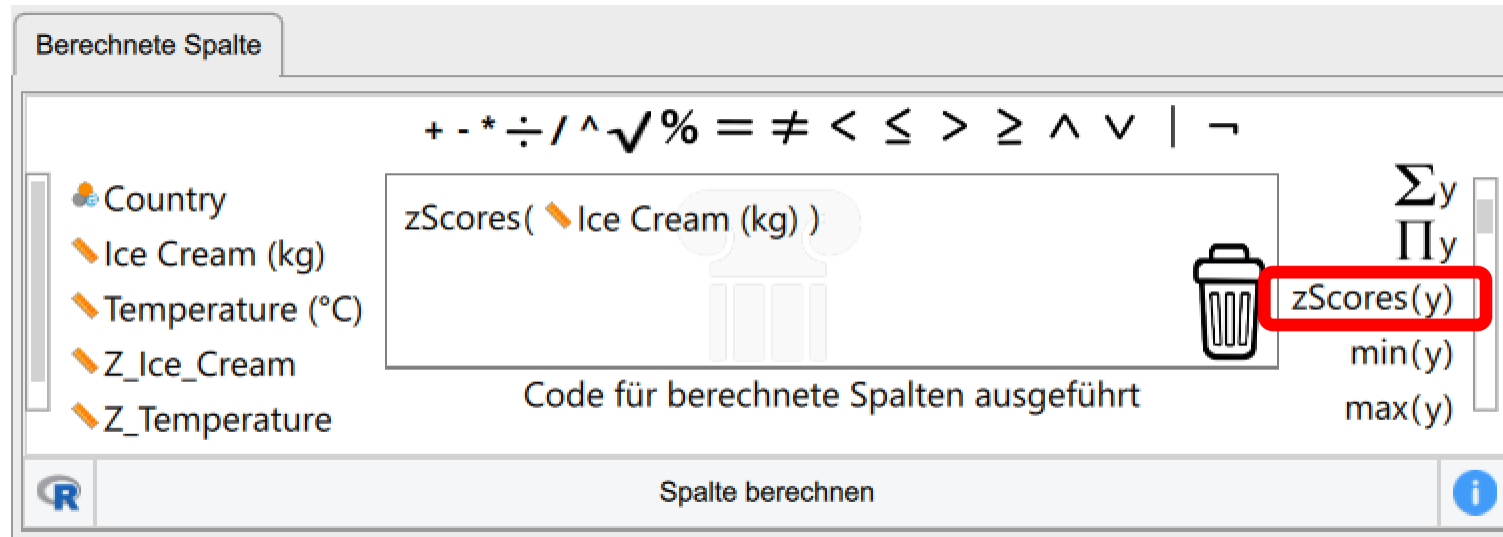


# Die z-Transformation (Standardisierung)

- Messwerte lassen sich in **z-Werte** transformieren:  
Sie beschreiben dann nicht mehr Rohwerte auf einer Skala sondern **Abstände vom Gruppenmittelwert in Standardabweichungs-Einheiten**.



# Umsetzung in JASP



Andorra hat einen Eiskonsum z-Wert von 1.23. Wie viel kg Eis werden in Andorra verspeist? Die deskriptiven Statistiken von Eiskonsum sind:

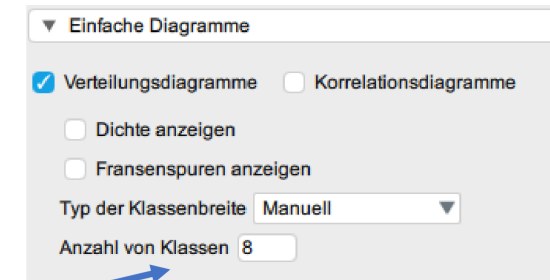
$$\mu = 10.75$$

$$\sigma = 4.27$$

	Country	Ice Cream (kg)	Temperature (°C)	$f_x$ Z_Ice_Cream
1	Andorra		16	1.228932046
2	Belgium	12	8	0.292602868
3	Croatia	9	14	-0.4096440152
4	Denmark	6	10	-1.111890898

# Übung

1. Berechnen Sie zwei neue Spalten in JASP, die die z-Werte für a) Lebenszufriedenheit und b) Verbundenheit enthalten.
2. Lassen Sie sich die Deskriptiven Statistiken für Lebenszufriedenheit (Rohwerte) und Lebenszufriedenheit (z-Werte) ausgeben.
3. Vergleichen Sie die Verteilungsdiagramme der beiden Variablen aus Punkt 2 (stellen Sie die manuelle Klassenbreite auf 8). Was fällt auf?
4. Berechnen Sie eine lineare Regression mit Lebenszufriedenheit als AV und Verbundenheit als UV. Nutzen Sie a) die Rohwerte und b) die z-transformierten Werte.
  - Vergleichen Sie die Regressionskoeffizienten. Was fällt auf?
  - Wie viel Varianz in der Lebenszufriedenheit wird durch Verbundenheit aufgeklärt?



# Anwendungsfall z-Transformation

## Beispiel:

Tim und Laura möchten wissen, wer von den beiden intelligenter ist.

Tim erreicht im Intelligenztest „IT1“ einen Punktwert von 109. Er weiß, dass der IT1 in der Bevölkerung einen Mittelwert von  $\mu_1 = 100$  und eine Standardabweichung von  $\sigma_1 = 15$  hat.

Laura macht einen anderen Intelligenztest, den „IT2“ und erreicht dort den Punktwert 53. Der IT2 hat eine andere Werteverteilung in der Bevölkerung:  $\mu_2 = 50$  und  $\sigma_2 = 5$ .

*Wer ist intelligenter?*

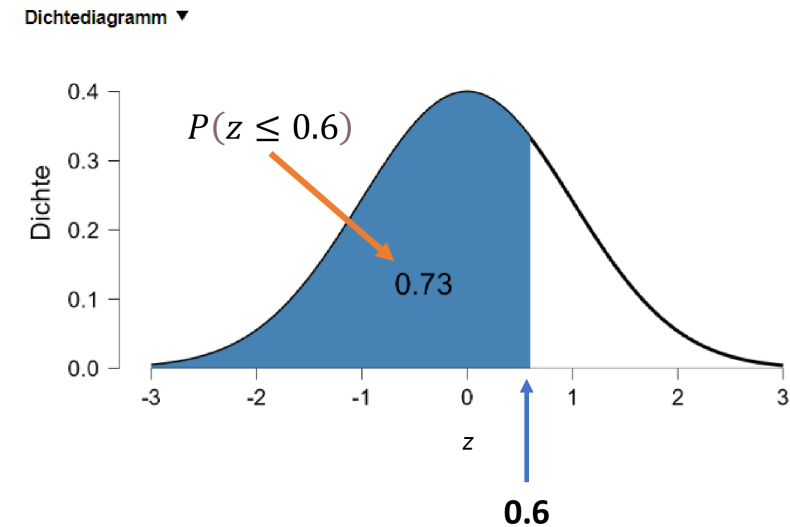
- Die z-Transformation von Messwerten (auch „z-Standardisierung“ genannt) erlaubt es, Messungen auf unterschiedlichen Skalen vergleichbar zu machen

$$z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

- z-Werte sind als **„Standardabweichungseinheiten vom Mittelwert“** interpretierbar.

# Lösung

- Durch die **Bestimmung der Fläche** unter der Standardnormalverteilungskurve können wir berechnen, wie viele Personen in der Bevölkerung diesen oder einen kleineren Testwert erreichen:  $P(z \leq 0.6)$
- Die Testwerte von Laura und Tim liegen im 73. Perzentil, d.h. 73% von allen Personen erreichen diesen oder einen kleineren Testwert.
- Im Umkehrschluss bedeutet das: Nur 27% aller Personen erreichen einen **höheren** Testwert. Das Ergebnis ist also überdurchschnittlich gut.

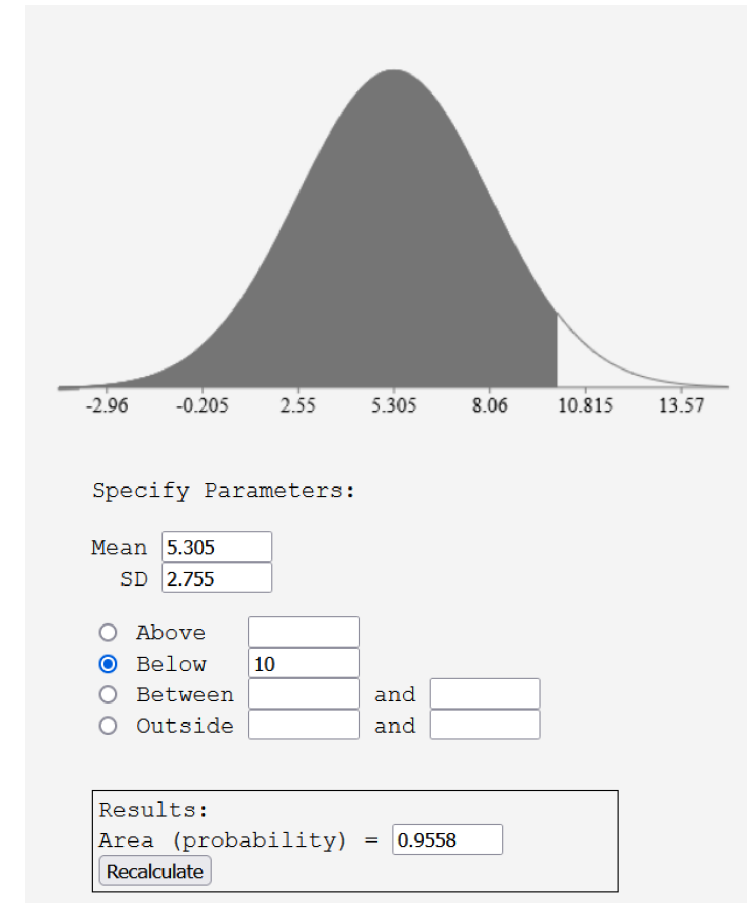


# Zum Ausprobieren: Berechnung der Fläche unter einer Verteilungskurve

JASP → Verteilungen → Normalverteilung

Oder online:

[https://onlinestatbook.com/2/calculators/normal\\_dist.html](https://onlinestatbook.com/2/calculators/normal_dist.html)





# Wiederholung: Standardnormalverteilung

1. Welche Parameter werden zur Definition der Normalverteilung benötigt?
2. Wie lässt sich mittels der Normalverteilung die Wahrscheinlichkeit bestimmen, dass ein Messwert in einem bestimmten Intervall liegt?
3. Wie groß ist die Gesamtfläche unter der Normalverteilung?
4. Wie viele Messwerte liegen zwischen dem Mittelwert und 1 Standardabweichung unter dem Mittelwert?
5. Welchen Mittelwert hat die Standardnormalverteilung?
6. Wie wahrscheinlich ist es, einen Wert zu messen, der kleiner als der Mittelwert ist?
7. Wenn Sie die Standardabweichung von z-standardisierten Werten berechnen — welches Ergebnis erhalten Sie?