

Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften, Fachrichtung Mathematik, Institut für Algebra

Henri Mühle Wintersemester 2017/18

4. Übungsblatt zur Vorlesung "Geordnete Mengen in Hyperebenenarrangements"

Konkrete Hyperebenenarrangements

Wir bezeichnen mit \vec{e}_i den i-ten kanonischen Basisvektor von $\mathbf{V} = \mathbb{R}_n$. Weiter sei $\vec{\alpha}_{i,j} = \vec{e}_i - \vec{e}_j$. In den folgenden Aufgaben sind jeweils $\mathcal{L}(\mathcal{A})$ und $\chi_{\mathcal{A}}(t)$, sowie $b(\mathcal{A})$ und $r(\mathcal{A})$ für die angegebenen Hyperebenenarrangements $\mathcal{A} \in \mathrm{Hyp}(\mathbf{V})$ gesucht. Um eine Intuition zu erhalten, zeichnen Sie die Durchschnittsordnung für kleine n und lesen Sie jeweils das charakteristische Polynom ab.

- Ü21. Für $n \ge 2$ sei $\mathcal{A} = \{H(\vec{\alpha}_{1,2}), H(\vec{\alpha}_{2,3}), \dots, H(\vec{\alpha}_{n-1,n})\}.$
- Ü22. Für $n \ge 2$ sei $\mathcal{A} = \{H(\vec{\alpha}_{1,2}), H(\vec{\alpha}_{2,3}), \dots, H(\vec{\alpha}_{n-1,n}), H(\vec{\alpha}_{1,n})\}.$
- Ü23. Für $n \geqslant 2$ sei $\operatorname{Cox}(B,n) = \left\{ H(\vec{e}_i \pm \vec{e}_j) \mid 1 \leqslant i < j \leqslant n \right\} \cup \left\{ H(\vec{e}_i) \mid 1 \leqslant i \leqslant n \right\}$ das Coxeter-Arrangement vom Typ B.

Hinweis: Verwenden Sie die Methode der endlichen Körper.

Ü24. Für $n \geqslant 2$ sei $Cox(D, n) = \{H(\vec{e}_i \pm \vec{e}_j) \mid 1 \leqslant i < j \leqslant n\}$ das Coxeter-Arrangement vom Typ D.

Hinweis: Verwenden Sie die Methode der endlichen Körper.

Ü25. Für $n \geqslant 2$ sei $\operatorname{Cat}(k;n) = \left\{ H_a(\vec{\alpha}_{i,j}) \mid 1 \leqslant i < j \leqslant n, a \in \{0,\pm 1,\dots,\pm k\} \right\}$ das k-Catalan-Arrangement.

Hinweis: Verwenden Sie die Methode der endlichen Körper.

Ü26. Für $n \geqslant 2$ sei Ish $(n) = \{H(\vec{\alpha}_{i,j}) \mid 1 \leqslant i < j \leqslant n\} \cup \{H_i(\vec{\alpha}_{1,j}) \mid 1 \leqslant i < j \leqslant n\}$ das Ish-Arrangement.

 $\underline{\text{Hinweis:}}$ Verwenden Sie die Methode der endlichen Körper.