Практическое занятие 2_2022
Разработка и анализ параллельных алгоритмов

Задание

Часть 1

Представить процесс параллельного решения задачи (в соответствии с N своего варианта) в виде фрагментов последовательных и параллельных вычислений с включением необходимых обменных взаимодействий. Предложить схему распределения исходных массивов, указать какой тип обменных взаимодействий предлагается использовать.

Оценить построенные параллельные схемы:

- ✓ ***ускорение*** и **эффективность** с учетом обменных взаимодействий, полагая за единицу измерения $t_{обм}$- время передачи одного элемента матрица, т.е. для передачи, например, подматрицы размером n*m потребуется время, равное n*m * $t_{обм}$
- ✓ ***ускорение*** с использованием закона Амдаля;

Указание 1. При выполнении задания использовать приведенные ниже методы, проверив самостоятельно выведенные в них формулы.
2. Полагать исходные размерности систем и матриц n*n.
3. Оформить соответствующий отчет по работе с необходимыми пояснениями.

Перечень вариантов заданий

N варианта	Используемый метод	Заданное число процессоров
1, 13, 25	Метод деления на клетки (группа формул I)	2
2, 14, 26	Метод деления на клетки (группа формул II)	2
3, 15, 27	Метод деления на клетки (группа формул III)	2
4, 16, 28	Метод деления на клетки (группа формул I)	4
5, 17, 29	Метод деления на клетки (группа формул II)	4
6, 18, 30	Метод деления на клетки (группа формул III)	4
7 и **19**	Метод деления на клетки (группа формул I)	3
8 и **20**	Метод деления на клетки (группа формул II)	3
9 и **21**	Метод деления на клетки (группа формул III)	3
10 и **22**	Метод разбиения на блоки	2
11 и**23**	Метод разбиения на блоки	3
12 и **24**	Метод разбиения на блоки	4

Описание методов

Метод обращения матрицы при помощи разбиения на клетки

Пусть имеем матрицу S размерности n, которая разбита на 4 клетки. Будем искать обратную к ней S^{-1} также в виде клеточной матрицы:

$$S=\left(\begin{array}{c|c} A & B \\ C & D \end{array}\right) \qquad S^{-1}=\left(\begin{array}{c|c} K & L \\ M & N \end{array}\right)$$

где A,K,D,N – квадратные подматрицы порядка p и q, p+q=n

Согласно требованию, $S^* S^{-1} = E$ и правилу умножения клеточных матриц, должны иметь место следующие матричные равенства:

$$\begin{cases} A^*K+B^*M=E \\ A^*L+B^*N=0 \\ C^*K+D^*M=0 \\ C^*L+D^*N=E \end{cases}$$

Решая эту систему относительно K,L,M,N, можно получить следующие наборы формул для вычисления искомых клеток:

I

$$\begin{cases} K=(A-B^*D^{-1}{}^*C)^{-1} \\ M=-D^{-1}{}^*C^*K \\ N=(D-C^*A^{-1}{}^*B)^{-1} \\ L=-A^{-1}{}^*B^*N \end{cases}$$

II

$$\begin{cases} N=(D-C^*A^{-1}{}^*B)^{-1} \\ L=-A^{-1}{}^*B^*N \\ M=-N^*C^*A^{-1} \\ K=A^{-1}-A^{-1}{}^*B^*M \end{cases}$$

III

$$\begin{cases} K=(A-B^*D^{-1}{}^*C)^{-1} \\ M=-D^{-1}{}^*C^*K \\ L=-K^*B^*D^{-1} \\ N=D^{-1}-D^{-1}{}^*C^*L \end{cases}$$

Метод решения СЛАУ при помощи разбиения систем на блоки

Пусть имеем систему линейных алгебраических уравнений вида A*X=B, решение которой необходимо свести к последовательности решений подсистем более низкого порядка.

Представим СЛАУ в виде:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$$

Где A_{11}, A_{22} – квадратные невырожденные подматрицы, X_1, X_2 - вектора искомых неизвестных для подсистем, B_1, B_2 - вектора свободных членов. Решая систему относительно X_1, X_2, получим выражения для X_1, X_2::

$$\begin{cases} X_1 = A_{11}^{-1}{}^*(B_1-A_{12}{}^*X_2) \\ X_2 = A_{22}-A_{21}{}^*A_{11}^{-1}{}^*A_{12})^{-1}{}^*(B_2-A_{21}{}^*A_{11}^{-1}{}^*B_1) \end{cases}$$

Часть 2

Задание

1. Представить в таблице характеристики методов передачи данных для различных топологий.
2. Сделать выводы о том, какие топологии и для какой передачи данных предпочтительнее.