Belirsiz Katsayılar Metodu

Belirsiz Katsayılar Metodu

$a_0 \dfrac{d^n y}{dx^n} + a_1 \dfrac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + ... + a_n y = f(x)$ nolu diferansiyel denklemde görülen $f(x)$ fonksiyonu bir UC fonksiyonu veya bu fonksiyonun lineer kombinasyonu ise ancak o zaman belirsiz katsayılar metodu adı verilen bir yöntem kullanılarak y_p fonksiyonunu bulmak mümkündür. $f(x)$ fonksiyonu UC fonksiyonunun dışında herhangi bir fonksiyon ise o zaman bu metot yerine başka metotlar kullanılır. UC fonksiyonunun tanımı ve hangi fonksiyonun UC fonksiyonu olduğu ve bu fonksiyonun nasıl elde edildiği ayrıntılı olarak aşağıda ele alınmıştır. UC fonksiyonu şunlardır;

1) x^n bir UC fonksiyonudur. $n \in \mathbb{Z}^+$ veya $n = 0$

2) e^{ax} bir UC fonksiyonudur. $a \neq 0, a = \mathbb{R}$

3) $\sin(bx + c)$ bir UC fonksiyonudur. $b \neq 0, b, c \in \mathbb{R}$

4) $\cos(bx + c)$ bir UC fonksiyonudur. $b \neq 0, b, c \in \mathbb{R}$

5) Bu fonksiyon herhangi ikisinin veya daha fazlasının birbiri ile çarpımı olan fonksiyonudur.

$f(x)$ fonksiyonu herhangi bir UC fonksiyonu olabilir iki veya daha fazla UC fonksiyonu bir lineer kombinasyonu olabilir. Her iki halde de bu fonksiyonun çözüm aileleri bulunur.

Örnek $f(x)=3x^2$ fonksiyonunun UC ailesini bulunuz.

Örnek $f(x) = x^2 \cos x$ fonksiyonunun ailesini bulunuz.

Örnek $f(x)=x^3+x.\sin x+\cos x$ fonksiyonunun UC ailesini bulunuz.

UC fonksiyonlarının bulunuşunu gördüğümüze göre artık Belirsiz Katsayılar Metodunun yüksek mertebeden diferensiyel denklemlerin çözümünde nasıl kullanıldığını örnekler üzerinde gösterelim.

Örnek $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{2dy}{dx}+y=2\cos 2x+3x+e^x$ diferansiyel denklemini çözünüz.

Örnek $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-2y=2x-40\cos 2x$ diferansiyel denklemini çözünüz.

Örnek $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \sin x$ diferansiyel denklemini çözünüz.

Örnek $y'' + 2y' + 5y = 6\sin 2x + 7\cos 2x$ diferansiyel denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek $y'' - y' - 6y = 8e^{2x} - 5e^{3x}$ diferansiyel denklemini $y(0) = 3$ $y'(0) = 5$ başlangıç şartları altında çözünüz.

Örnek $y'' + y = x(1 + \sin x)$