

DEĞİŞKENLERİNE AYRILABİLİR DİFERANSİYEL DENKLEMLER

$F(x)$ fonksiyonu bir (a,b) aralığında türevlenebilir ve $G(y)$ fonksiyonu da bir (c,d) aralığında türevlenebilir, sıfırdan farklı fonksiyonlar olmak üzere

$$\frac{dy}{dx} = F(x)G(y)$$

şeklinde olan ya da bu formda yazılabilen diferansiyel denklemlere, değişkenlerine ayrılabilen diferansiyel denklemler denir.

$$\frac{dy}{dx} = F(x)G(y) \Rightarrow \frac{1}{G(y)} dy = F(x) dx$$

eşitliği için $N(y) = \frac{1}{G(y)}$ ve $M(x) = F(x)$ seçimi yapmakla yukarıdaki diferansiyel denklem,

$$M(x)dx + N(y)dy = 0$$

şekline getirildikten sonra bu eşitliğin her iki tarafı terim terim integre edilirse genel çözüm fonksiyonu,

$$\int M(x)dx + \int N(y)dy = c$$

ifadesi için

$$\varphi(x, y) = \int M(x)dx + \int N(y)dy$$

$$\varphi(x, y) = c$$

olarak elde edilir.

Örnek. $e^{x-y} y' = e^{3x+y}$ diferansiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.

Örnek. $y' = \frac{x+1}{y^4+1}$ denkleminin çözümünü bulunuz.

Örnek. $\frac{dy}{dx} = (x + y + 1)^2$ diferansiyel denklemini çözünüz.

Örnek $y' = 1 + x + y + xy$ diferansiyel denkelmini değişkenlerine ayırarak genel çözümünü bulunuz.

Örnek $x \sin y dx + (x^2 + 1) \cos y dy = 0$ denkleminin $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$ noktasından geçen çözümünü bulunuz.