

## Ayrık Matematik Önermeler

H. Turgut Uyar Ayşegül Gençata Yayımlı Emre Harmancı

2001-2013

1 / 67

## Lisans



©2001-2013 T. Uyar, A. Yayımlı, E. Harmancı

You are free:

- ▶ to Share – to copy, distribute and transmit the work
- ▶ to Remix – to adapt the work

Under the following conditions:

- ▶ Attribution – You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).
- ▶ Noncommercial – You may not use this work for commercial purposes.
- ▶ Share Alike – If you alter, transform, or build upon this work, you may distribute the resulting work only under the same or similar license to this one.

Legal code (the full license):

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

2 / 67

## Konular

### Önermeler

Giriş  
Birleşik Önermeler  
Sağlıklı Formüller  
Üstdil

### Önerme Hesapları

Giriş  
Mantık Yasaları  
Akıl Yürütme

3 / 67

## Önerme

### Tanım

**önerme:** doğru ya da yanlış olan bir bildirim cümlesi

- ▶ **ara değeri dışlama kuralı:**  
bir önerme kısmen doğru ya da kısmen yanlış olamaz
- ▶ **çelişki kuralı:**  
bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz

4 / 67

## Önerme Örnekleri

### Örnek (önerme)

- ▶ Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
- ▶ Filler uçabilir.
- ▶  $3 + 8 = 11$

### Örnek (önerme değil)

- ▶ Saat kaç?
- ▶ Ali topu at!
- ▶  $x < 43$

5 / 67

## Önerme Değişkeni

### Tanım

**önerme değişkeni:**

önermeyi simgeleyen isim

- ▶ *Doğru* ( $D$ ) ya da *Yanlış* ( $Y$ ) değerlerini alabilir

### Örnek

- ▶  $p_1$ : Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner. ( $D$ )
- ▶  $p_2$ : Filler uçabilir. ( $Y$ )
- ▶  $p_3$ :  $3 + 8 = 11$  ( $D$ )

6 / 67

## Birleşik Önermeler

- **birleşik önermeler**
  - bir önermenin değillenmesiyle, ya da
  - birden fazla önermenin **mantıksal bağlaçlar** ile birleştirilmesiyle elde edilir
- **yalın önermeler** daha küçük birimlere bölünemez
- **doğruluk tablosu:** önerme değişkenlerinin olası bütün değerleri için birleşik önermenin sonuçlarını listeleyen tablo

7 / 67

## Değilleme (NOT)

Tablo:  $\neg p$

$p$	$\neg p$
D	Y
Y	D

### Örnek

- $\neg p_1$ : Ay Yeryüzü'nün çevresinde dönmez.  
 $\neg D$ : Yanlış
- $\neg p_2$ : Filler uçamaz.  
 $\neg Y$ : Doğru

8 / 67

## VE Bağlacı (AND)

Tablo:  $p \wedge q$

$p$	$q$	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

### Örnek

- $p_1 \wedge p_2$ : Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ve filler uçabilir.  
 $D \wedge Y$ : Yanlış

9 / 67

## VEYA Bağlacı (OR)

Tablo:  $p \vee q$

$p$	$q$	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

### Örnek

- $p_1 \vee p_2$ : Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner veya filler uçabilir.  
 $D \vee Y$ : Doğru

10 / 67

## DAR VEYA Bağlacı (XOR)

farkl olmal !!1

Tablo:  $p \underline{\vee} q$

$p$	$q$	$p \underline{\vee} q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

### Örnek

- $p_1 \underline{\vee} p_2$ : Ya Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ya da filler uçabilir.  
 $D \underline{\vee} Y$ : Doğru

11 / 67

## Koşullu Bağlaç (IF)

1--->0=0

Tablo:  $p \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

- $p$ : öncül
- $q$ : sonuç
- okunuşları:
  - $p$  ise  $q$
  - $p$ ,  $q$  için yeterli
  - $q$ ,  $p$  için gerekli

►  $\neg p \vee q$

P ise Q = P! veya Q

12 / 67

## Koşullu Bağlaç Örnekleri

### Örnek

- $p_4$ :  $3 < 8$ ,  $p_5$ :  $3 < 14$ ,  $p_6$ :  $3 < 2$
- $p_7$ : Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.
- $p_4 \rightarrow p_5$ : 3, 8'den küçükse 3, 14'den küçüktür.  
 $D \rightarrow D$ : Doğru
- $p_4 \rightarrow p_6$ : 3, 8'den küçükse 3, 2'den küçüktür.  
 $D \rightarrow Y$ : Yanlış
- $p_2 \rightarrow p_1$ : Filler uçabilirse Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.  
 $Y \rightarrow D$ : Doğru
- $p_2 \rightarrow p_7$ : Filler uçabilirse Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.  
 $Y \rightarrow Y$ : Doğru

13 / 67

## Koşullu Bağlaç Örnekleri

### Örnek

- "70 kg'yi geçersen spor yapacağım."

Tablo:  $p \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
$D$	$D$	$D$
$D$	$Y$	$Y$
$Y$	$D$	$D$
$Y$	$Y$	$D$

- $p$ : 70 kg'den ağırım.
- $q$ : Spor yapıyorum.
- bu önerme ne zaman yanlış olur?

14 / 67

## Karşılıklı Koşullu Bağlaç (IFF)

AYNI

Tablo:  $p \leftrightarrow q$

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
$D$	$D$	$D$
$D$	$Y$	$Y$
$Y$	$D$	$Y$
$Y$	$Y$	$D$

- okunuşları:
  - $p$  yalnız ve ancak  $q$  ise
  - $p$ ,  $q$  için yeterli ve gerekli
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\neg(p \vee q)$

15 / 67

## Örnek

### Örnek

- Anne çocuğa:  
"Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- $s$ : Çocuk ödevini yapar.
- $t$ : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?
- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

16 / 67

## Sağlıklı Formül

### yazım

- birleşik önermeler hangi kurallara göre oluşturulacak?
- kurallara uyan formüller: **sağlıklı formül** (SF)

### anlam

- yorum: yalın önermelere değer atayarak birleşik önermenin değerini hesaplama
- doğruluk tablosu: önermenin bütün yorumları

17 / 67

## Formül Örnekleri

### Örnek (sağlıklı değil)

- $\forall p$
- $p \wedge \neg$
- $p \neg \wedge q$

18 / 67

## İşlem Önceliği

DEL  
VE  
VEYA  
ISE  
ANCAK ANCAK

1.  $\neg$
2.  $\wedge$
3.  $\vee$
4.  $\rightarrow$
5.  $\leftrightarrow$

► hesap sırasını değiştirmek için parantez kullanılır

19 / 67

## İşlem Önceliği Örnekleri

### Örnek

- $s$ : Filiz gezmeye çıkar.
- $t$ : Mehtap var.
- $u$ : Kar yağıyor.
- aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?
- $t \wedge \neg u \rightarrow s$
- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$
- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$
- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

20 / 67

## Formül Nitelikleri

1. *geçerli*: bütün yorumlar için doğru (**totoloji**)
2. *çelişkili*: bütün yorumlar için yanlış (**çelişki**)
3. *tutarlı*: bazı yorumlar için doğru

21 / 67

## Totoloji Örneği

### Örnek

Tablo:  $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$ (A)	$p \wedge A$ (B)	$B \rightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

22 / 67

## Çelişki Örneği

### Örnek

Tablo:  $p \wedge (\neg p \wedge q)$

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \wedge q$ (A)	$p \wedge A$
D	D	Y	Y	Y
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	D	Y
Y	Y	D	Y	Y

23 / 67

## Üstdil

### Tanım

**hedef dil:**  
üzerinde çalışılan dil

### Tanım

**üstdil:**  
hedef dilin özelliklerinden söz ederken kullanılan dil

- geçerlilik, çelişkili ve tutarlılık üstdile ait tanımlar

24 / 67

## Üstdil Örnekleri

### Örnek

- anadili Türkçe olan biri İngilizce öğrenirken
  - hedef dil: İngilizce
  - üstdil: Türkçe

### Örnek

- bir öğrenci programlama öğrenirken
  - hedef dil: C, Python, Java, ...
  - üstdil: İngilizce, Türkçe, ...

25 / 67

## Üstmantık

- $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$   
 $P_1, P_2, \dots, P_n$  varsayıldığında  $Q$ 'nın doğruluğu kanıtlanabilir.
- $P_1, P_2, \dots, P_n \models Q$   
 $P_1, P_2, \dots, P_n$  doğruysa  $Q$  doğrudur.

26 / 67

## Biçimsel Sistemler

### Tanım

**tutarlı:** bütün  $P$  ve  $Q$  sağlıklı formülleri için  
 $P \vdash Q$  ise  $P \models Q$

- kanıtlanabilen bütün önermeler doğrudur

### Tanım

**eksiksiz:** bütün  $P$  ve  $Q$  sağlıklı formülleri için  
 $P \models Q$  ise  $P \vdash Q$

- doğru olan bütün önermeler kanıtlanabilir

27 / 67

## Gödel Kuramı

- Önermeler mantığı tutarlı ve eksiksizdir.

### Gödel Kuramı

- Sıradan aritmetiği ifade edecek kadar güçlü hiçbir mantıksal sistem hem tutarlı hem eksiksiz olamaz.

28 / 67

## Önerme Hesabı Yaklaşımları

1. anlamsal yaklaşım: *doğruluk tabloları*
  - değişken sayısı artınca yönetimi zorlaşır
2. yazımsal yaklaşım: *akıl yürütme kuralları*
  - var olan önermelerden mantıksal gerektirmeler kullanarak yeni önermeler üretme
3. aksiyomatik yaklaşım: *Boole cebri*
  - eşdeğerli formülleri denklemlerde birbirlerinin yerine koyma

29 / 67

## Doğruluk Tablosu Örneği

- $p \rightarrow q$

- *kontrapozitif:*  $\neg q \rightarrow \neg p$
- *konvers:*  $q \rightarrow p$
- *invers:*  $\neg p \rightarrow \neg q$

kart tersi  
kart  
tersi

### Örnek

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D	D
Y	D	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D	D

30 / 67

## Mantıksal Eşdeğerlilik

### Tanım

$P \leftrightarrow Q$  totoloji ise  $P$  ve  $Q$  mantıksal eşdeğerli:  
 $P \Leftrightarrow Q$

31 / 67

## Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

### Örnek

$$\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$$

Tablo:  $\neg p \leftrightarrow p \rightarrow Y$

$p$	$\neg p$	$p \rightarrow Y$ (A)	$\neg p \leftrightarrow A$
D	Y	Y	D
Y	D	D	D

32 / 67

## Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

### Örnek

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$

Tablo:  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$ (A)	$\neg p$	$\neg p \vee q$ (B)	$A \leftrightarrow B$
D	D	D	Y	D	D
D	Y	Y	Y	Y	D
Y	D	D	D	D	D
Y	Y	D	D	D	D

33 / 67

## Mantık Yasaları

### Çifte Değilleme (Double Negation - DN)

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

### Değişme (Commutativity - Co)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

### Birleşme (Associativity - As)

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

### Sabit Kuvvetlilik (Idempotence - Ip)

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

### Terslik (Inverse - In)

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow D$$

34 / 67

## Mantık Yasaları

### Etkisizlik (Identity - Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p$$

$$p \vee Y \Leftrightarrow p$$

### Baskınlık (Domination - Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee D \Leftrightarrow D$$

### Dağılma (Distributivity - Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

### Yutma (Absorption - Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p \quad p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

### DeMorgan Yasaları (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

35 / 67

## Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

### Örnek

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & q \vee \neg p & \text{Co} \\ \Leftrightarrow & \neg \neg q \vee \neg p & \text{DN} \\ \Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p \end{aligned}$$

36 / 67

## Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

### Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q & DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q & DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) & As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) & Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r & As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r & Ab \end{aligned}$$

37 / 67

## Dualite

### Tanım

$\wedge$  ve  $\vee$  dışında bir bağlaç içermeyen bir  $s$  önermesinin **dual** önermesi  $s^d$ ,  $\wedge$  yerine  $\vee$ ,  $\vee$  yerine  $\wedge$ ,  $D$  yerine  $Y$ ,  $Y$  yerine  $D$  konarak elde edilir.

### Örnek (dual önerme)

$$\begin{aligned} s &: (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge D) \\ s^d &: (p \vee \neg q) \wedge (r \vee Y) \end{aligned}$$

38 / 67

## Dualite İlkesi

### Dualite İlkesi

$s$  ve  $t$ ,  $\wedge$  ve  $\vee$  dışında bir bağlaç içermeyen önermeler olsun.  
 $s \Leftrightarrow t$  ise  $s^d \Leftrightarrow t^d$ .

39 / 67

## Mantıksal Gerektirme

### Tanım

$P \rightarrow Q$  bir totoloji ise  $P$  formülü  $Q$  formülünü **mantıksal gerektirir**:  
 $P \Rightarrow Q$

40 / 67

## Mantıksal Gerektirme Örneği

### Örnek

$$\blacktriangleright p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$$

Tablo:  $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$ (A)	$p \wedge A$ (B)	$B \rightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

41 / 67

## Akıl Yürütme

- doğruluğu varsayılan ya da tanıtlanmış bir önermeler kümesinden yola çıkarak bir önermenin doğruluğuna varma

### gösterilim

$$\begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \\ \hline \therefore q \end{array} \qquad p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q$$

42 / 67

## Temel Kurallar

### Özdeşlik (Identity - ID)

$$\frac{p}{\therefore p}$$

### Çelişki (Contradiction - CTR)

$$\frac{\bot}{\therefore p}$$

43 / 67

## Temel Kurallar

### Koşul Ekleme (Implication Introduction - Impl)

$$\frac{p \vdash q}{\therefore \vdash p \rightarrow q}$$

- ▶  $p$  doğru varsayıldığında  $q$  doğru olduğu gösterilebiliyorsa,  $p$  doğru varsayılmadan  $p \rightarrow q$  doğrudur
- ▶  $p$  bir **geçici varsayım** (PA - provisional assumption)
- ▶ geçici varsayımlar sonradan kaldırılabilir

44 / 67

## Temel Kurallar

### VE Ekleme (AND Introduction - AndI)

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{\therefore p \wedge q}$$

### VE Eleme (AND Elimination - AndE)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

45 / 67

## Temel Kurallar

### VEYA Ekleme (OR Introduction - OrI)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

### VEYA Eleme (OR Elimination - OrE)

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \vdash r \\ q \vdash r \end{array}}{\therefore \vdash r}$$

46 / 67

## Temel Kurallar

### Modus Ponens (Implication Elimination - ImpE)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{\therefore q}$$

### Modus Tollens (MT)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \neg p}$$

47 / 67

## Modus Tollens

### Örnek

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \neg p}$$

1.  $p \rightarrow q$  A
2.  $\neg q \rightarrow \neg p$  1
3.  $\neg q$  A
4.  $\neg p$  ImpE : 2,3

48 / 67



## Modus Ponens Örneği

### Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazandı.
- O halde, Ali araba alacak.

49 / 67

## Modus Tollens Örneği

### Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba almadı.
- O halde, Ali piyangoyu kazanmadı.

50 / 67

## Yanılıklar

### sonucu onaylama yanılığı

$$\frac{p \rightarrow q}{q} \therefore p$$

- $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$  bir totoloji değil:  
 $p = Y, q = D$  ise:  $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

51 / 67

## Sonucu Onaylama Yanılığı Örneği

### Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba aldı.
- O halde, Ali piyangoyu kazandı.

52 / 67

## Yanılıklar

### öncülü yadsıma yanılığı

$$\frac{p \rightarrow q}{\neg p} \therefore \neg q$$

- $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$  bir totoloji değil:  
 $p = Y, q = D$  ise:  $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

53 / 67

## Öncülü Yadsıma Yanılığı Örneği

### Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazanmadı.
- O halde, Ali araba almayacak.

54 / 67

## Ayırıcı Kıyas

### Ayırıcı Kıyas (Disjunctive Syllogism - DS)

$$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$$

1.  $p \vee q$  A
2.  $\neg p$  A
3.  $p \rightarrow Y$  2
- 4a1.  $p$  PA
- 4a2.  $Y$   $ImpE : 3, 4a1$
- 4a.  $q$   $CTR : 4a2$
- 4b1.  $q$  PA
- 4b.  $q$   $ID : 4b1$
5.  $q$   $OrE : 1, 4a, 4b$

55 / 67

## Ayırıcı Kıyas Örneği

### Örnek

- Ali'nin cüzdanı cebinde veya masasında.
- Ali'nin cüzdanı cebinde değil.
- O halde, Ali'nin cüzdanı masasında.

56 / 67

## Varsayımlı Kıyas

### Varsayımlı Kıyas (Hypothetical Syllogism - HS)

$$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$$

1.  $p$  PA
2.  $p \rightarrow q$  A
3.  $q$   $ImpE : 2, 1$
4.  $q \rightarrow r$  A
5.  $r$   $ImpE : 4, 3$
6.  $p \rightarrow r$   $Impl : 1, 5$

57 / 67

## Varsayımlı Kıyas Örneği

### Örnek (Uzay Yolu)

Spock - Yarbay Decker:

*Şu anda düşman gemisine saldırmak intihar olur.  
İntihara teşebbüs eden biri Atılğan'ın komutanlığını  
yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.  
O halde, sizi görevden almak zorundayım.*

58 / 67

## Varsayımlı Kıyas Örneği

### Örnek (Uzay Yolu)

- $p$ : Decker düşman gemisine saldırır.
- $q$ : Decker intihara teşebbüs eder.
- $r$ : Decker Atılğan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.
- $s$ : Spock Decker'ı görevden alır.

59 / 67

## Varsayımlı Kıyas Örneği

### Örnek

$$\frac{p \quad p \rightarrow q \quad q \rightarrow r \quad r \rightarrow s}{\therefore s}$$

1.  $p \rightarrow q$  A
2.  $q \rightarrow r$  A
3.  $p \rightarrow r$   $HS : 1, 2$
4.  $r \rightarrow s$  A
5.  $p \rightarrow s$   $HS : 3, 4$
6.  $p$  A
7.  $s$   $ImpE : 5, 6$

60 / 67

## Akıl Yürütme Örnekleri

### Örnek

$p \rightarrow r$	1. $u \vee \neg x$ A	6. $r \rightarrow s$ A
$r \rightarrow s$	2. $\neg u$ A	7. $\neg r$ MT : 6, 5
$x \vee \neg s$	3. $\neg x$ DS : 1, 2	8. $p \rightarrow r$ A
$u \vee \neg x$	4. $x \vee \neg s$ A	9. $\neg p$ MT : 8, 7
$\neg u$	5. $\neg s$ DS : 4, 3	
$\therefore \neg p$		

61 / 67

## Akıl Yürütme Örnekleri

### Örnek

$$\frac{(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s) \quad r \rightarrow x}{\neg x} \therefore p$$

1. $r \rightarrow x$ A	6. $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s)$ A
2. $\neg x$ A	7. $\neg(\neg p \vee \neg q)$ MT : 6, 5
3. $\neg r$ MT : 1, 2	8. $p \wedge q$ DM : 7
4. $\neg r \vee \neg s$ OrI : 3	9. $p$ AndE : 8
5. $\neg(r \wedge s)$ DM : 4	

62 / 67

## Akıl Yürütme Örnekleri

### Örnek

$$\frac{p \rightarrow (q \vee r) \quad s \rightarrow \neg r \quad q \rightarrow \neg p \quad p \quad s}{\therefore Y}$$

1. $q \rightarrow \neg p$ A
2. $p$ A
3. $\neg q$ MT : 1, 2
4. $s$ A
5. $s \rightarrow \neg r$ A
6. $\neg r$ ImpE : 5, 4
7. $p \rightarrow (q \vee r)$ A
8. $q \vee r$ ImpE : 7, 2
9. $q$ DS : 8, 6
10. $q \wedge \neg q : Y$ AndI : 9, 3

63 / 67

## Akıl Yürütme Örnekleri

### Örnek

Eğer yağmur yağması olasılığı varsa veya saç bandını bulamazsa, Filiz çimleri biçmez. Hava sıcaklığı 20 dereceden fazlaysa yağmur yağma olasılığı yoktur. Bugün hava sıcaklığı 22 derece ve Filiz saç bandını takmış. O halde, Filiz çimleri biçecek.

64 / 67

## Akıl Yürütme Örnekleri

### Örnek

- $p$ : Yağmur yağabilir.
- $q$ : Filiz'in saç bandı kayıp.
- $r$ : Filiz çimleri biçer.
- $s$ : Hava sıcaklığı 20 dereceden fazla.

65 / 67

## Akıl Yürütme Örnekleri

### Örnek

1. $s \wedge \neg q$ A	
2. $s$ AndE : 1	
3. $s \rightarrow \neg p$ A	
4. $\neg p$ ImpE : 3, 2	
5. $\neg q$ AndE : 1	
6. $\neg p \wedge \neg q$ AndI : 4, 5	
7. $\neg(p \vee q)$ DM : 6	
8. $(p \vee q) \rightarrow \neg r$ A	
9. ?	7, 8

66 / 67

## Kaynaklar

Okunacak: Grimaldi

- ▶ Chapter 2: Fundamentals of Logic
  - ▶ 2.1. Basic Connectives and Truth Tables
  - ▶ 2.2. Logical Equivalence: The Laws of Logic
  - ▶ 2.3. Logical Implication: Rules of Inference

Yardımcı Kitap: O'Donnell, Hall, Page

- ▶ Chapter 6: Propositional Logic