A.

Bài 1:

1, - Đồ thị không có chu trình Euler vì đỉnh 3 có bậc lẻ

- Đồ thị có chu trình Hamilton: 0 -> 3 -> 1 -> 4 -> 8 -> 7 -> 6 -> 9 -> 5 -> 2 -> 0

2, - Đồ thị có chu trình Euler: 0-1, 1-3, 3-0, 0-3, 3-6, 6-7, 7-4, 4-8, 8-8, 8-5, 6-6, 6-9, 9-5, 5-2, 2-0  
 - Đồ thị không có chu trình Hamilton.

3, - Đồ thị không có chu trình Euler vì đỉnh 4 có bậc lẻ

- Đồ thị có chu trình Hamilton: 0 -> 3 -> 1 -> 2 -> 5 -> 9 -> 6 -> 7 -> 8 -> 4 -> 0

4, - Đồ thị không có chu trình Euler vì đỉnh 5 có bậc lẻ

- Đồ thị có chu trình Hamilton: 8 -> 9 -> 3 -> 7 -> 4 -> 5 -> 1 -> 6 -> 2 -> 0 -> 8

Bài 2:

Trong một đồ thị vô hướng không chứa cạnh song song với V đỉnh, số cạnh tối đa có thể có là: (cạnh)

Chọn E cạnh từ tổng số cạnh tối đa:

=> Số đồ thị vô hướng khác nhau có thể có với V đỉnh và E cạnh (không có cạnh song song) là:

Bài 3:

int countParallelEdges(vector<pair<int, int>>& edges):

unordered\_map<string, int> edgeCount;

int count = 0;

for (auto& edge : edges):

int u = edge.first;

int v = edge.second;

if (u > v):

swap(u, v);

string key = to\_string(u) + "," + to\_string(v);

if (edgeCount.find(key) != edgeCount.end()):

count++;

edgeCount[key]++;

return count;

* Độ phức tạp O(n) với n là số cạnh trong đồ thị.

Bài 4:

- Nếu một đồ thị là hai màu, thì nó không chứa chu trình độ dài lẻ:

Giả sử có một đồ thị hai màu. Theo định nghĩa, đồ thị hài màu là đồ thị có thể được tô màu sao cho không có hai đỉnh kề nhau cùng màu. Xét một chu trình bất kỳ trong đồ thị, nếu chu trình này có độ dài lẻ, điều này có nghĩa là sẽ có ít nhất một cạnh nối hai đỉnh cùng màu (vì số lượng đỉnh trong chu trình là lẻ), mâu thuẫn.

- Nếu một đồ thị không chứa chu trình độ dài lẻ, thì nó là đồ thị hai màu:

Giả sử có một đồ thị không chứa chu trình độ dài lẻ. Ta sẽ thử tô màu các đỉnh của nó. Bắt đầu từ một đỉnh bất kỳ, tô nó bằng một màu, sau đó tô tất cả các đỉnh kề với nó bằng màu còn lại. Tiếp tục quy trình này cho tất cả các đỉnh chưa được tô màu trong đồ thị.

Nếu tại bất kỳ thời điểm nào, ta cần phải tô một đỉnh đã được tô trước đó bằng một màu khác, điều này sẽ tạo ra một chuỗi các cạnh từ đỉnh ban đầu đến đỉnh này và quay ngược lại đỉnh ban đầu. Chu trình tạo ra sẽ là chu trình lẻ, mâu thuẫn.

Vậy một đồ thị là hai màu khi và chỉ khi nó không chứa chu trình độ dài lẻ.

Bài 5:

Xét 1 đồ thị không có điểm articulation. Chọn 2 đỉnh s và t bất kỳ trong đồ thị. Do đồ thị liên thông nên sẽ tồn tại ít nhất 1 đường đi từ s tới t. Giả sử đường đi này đi qua đỉnh u. Vì u không phải điểm articulation nên khi xóa đỉnh u và các cạnh kề của nó, đồ thị vẫn còn tính liên thông. Như vậy vẫn tồn tại ít nhất 1 đường đi khác từ s tới t mà không đi qua u.

Do việc chọn 2 đỉnh s và t là tùy ý nên mọi cặp đỉnh trong đồ thị đều tồn tại 2 đường đi không giao nhau.

Vậy đồ thị không có điểm articulation là đồ thi biconnected.