

10|递归：如何用三行代码找到“最终推荐人”？

推荐注册返佣金的这个功能我想你应该不陌生吧？现在很多App都有这个功能。这个功能中，用户A推荐用户B来注册，用户B又推荐了用户C来注册。我们可以说，用户C的“最终推荐人”为用户A，用户B的“最终推荐人”也为用户A，而用户A没有“最终推荐人”。

一般来说，我们会通过数据库来记录这种推荐关系。在数据库表中，我们可以记录两行数据，其中actor_id表示用户id，referrer_id表示推荐人id。

actor_id	referrer_id
B	A
C	B

基于这个背景，我的问题是，给定一个用户ID，如何查找这个用户的“最终推荐人”？带着这个问题，我们来学习今天的内容，递归（Recursion）！

如何理解“递归”？

从我自己学习数据结构和算法的经历来看，我个人觉得，有两个最难理解的知识点，一个是动态规划，另一个就是递归。

递归是一种应用非常广泛的算法（或者编程技巧）。之后我们要讲的很多数据结构和算法的编码实现都要用到递归，比如DFS深度优先搜索、前中后序二叉树遍历等等。所以，搞懂递归非常重要，否则，后面复杂一些的数据结构和算法学起来就会比较吃力。

不过，别看我说了这么多，递归本身可是一点儿都不“高冷”，咱们生活中就有很多用到递归的例子。

周末你带着女朋友去电影院看电影，女朋友问你，咱们现在坐在第几排啊？电影院里面太黑了，看不清，没法数，现在你怎么办？

别忘了你是程序员，这个可难不倒你，递归就开始排上用场了。于是你就问前面一排的人他是第几排，你想只要在他的数字上加一，就知道自己在哪一排了。但是，前面的人也看不清啊，所以他也问他前面的人。就这样一排一排往前问，直到问到第一排的人，说我在第一排，然后再这样一排一排再把数字传回来。直到

你前面的人告诉你他在哪一排，于是你就知道答案了。

这就是一个非常标准的递归求解问题的分解过程，去的过程叫“递”，回来的过程叫“归”。基本上，所有的递归问题都可以用递推公式来表示。刚刚这个生活中的例子，我们用递推公式将它表示出来就是这样的：

$f(n)=f(n-1)+1$ 其中， $f(1)=1$

$f(n)$ 表示你想知道自己在哪一排， $f(n-1)$ 表示前面一排所在的排数， $f(1)=1$ 表示第一排的人知道自己在第一排。有了这个递推公式，我们就可以很轻松地将它改为递归代码，如下：

```
int f(int n) {  
    if (n == 1) return 1;  
    return f(n-1) + 1;  
}
```

递归需要满足的三个条件

刚刚这个例子是非常典型的递归，那究竟什么样的问题可以用递归来解决呢？我总结了三个条件，只要同时满足以下三个条件，就可以用递归来解决。

1. 一个问题的解可以分解为几个子问题的解

何为子问题？子问题就是数据规模更小的问题。比如，前面讲的电影院的例子，你要知道，“自己在哪一排”的问题，可以分解为“前一排的人在哪一排”这样一个子问题。

2. 这个问题与分解之后的子问题，除了数据规模不同，求解思路完全一样

比如电影院那个例子，你求解“自己在哪一排”的思路，和前面一排人求解“自己在哪一排”的思路，是一模一样的。

3. 存在递归终止条件

把问题分解为子问题，把子问题再分解为子子问题，一层一层分解下去，不能存在无限循环，这就需要有终止条件。

还是电影院的例子，第一排的人不需要再继续询问任何人，就知道自己在哪一排，也就是 $f(1)=1$ ，这就是递归的终止条件。

如何编写递归代码？

刚刚铺垫了这么多，现在我们来看，如何来写递归代码？我个人觉得，写递归代码最关键的是写出递推公式，找到终止条件，剩下将递推公式转化为代码就很简单了。

你先记住这个理论。我举一个例子，带你一步一步实现一个递归代码，帮你理解。

假如这里有 n 个台阶，每次你可以跨1个台阶或者2个台阶，请问走这 n 个台阶有多少种走法？如果有7个台阶，你可以2，2，2，1这样子上去，也可以1，2，1，1，2这样子上去，总之走法有很多，那如何用编程求得总共有多少种走法呢？

我们仔细想下，实际上，可以根据第一步的走法把所有走法分为两类，第一类是第一步走了1个台阶，另一类是第一步走了2个台阶。所以 n 个台阶的走法就等于先走1阶后， $n-1$ 个台阶的走法 加上先走2阶后， $n-2$ 个台阶的走法。用公式表示就是：

$$f(n) = f(n-1) + f(n-2)$$

有了递推公式，递归代码基本上就完成了。我们再来看下终止条件。当有一个台阶时，我们不需要再继续递归，就只有一种走法。所以 $f(1)=1$ 。这个递归终止条件足够吗？我们可以用 $n=2$ ， $n=3$ 这样比较小的数试验一下。

$n=2$ 时， $f(2)=f(1)+f(0)$ 。如果递归终止条件只有一个 $f(1)=1$ ，那 $f(2)$ 就无法求解了。所以除了 $f(1)=1$ 这一个递归终止条件外，还要有 $f(0)=1$ ，表示走0个台阶有一种走法，不过这样子看起来就不符合正常的逻辑思维了。所以，我们可以把 $f(2)=2$ 作为一种终止条件，表示走2个台阶，有两种走法，一步走完或者分两步来走。

所以，递归终止条件就是 $f(1)=1$ ， $f(2)=2$ 。这个时候，你可以再拿 $n=3$ ， $n=4$ 来验证一下，这个终止条件是否足够并且正确。

我们把递归终止条件和刚刚得到的递推公式放到一起就是这样的：

```
f(1) = 1;
f(2) = 2;
f(n) = f(n-1) + f(n-2)
```

有了这个公式，我们转化成递归代码就简单多了。最终的递归代码是这样的：

```
int f(int n) {
    if (n == 1) return 1;
    if (n == 2) return 2;
    return f(n-1) + f(n-2);
}
```

我总结一下，写递归代码的关键就是找到如何将大问题分解为小问题的规律，并且基于此写出递推公式，然后再推敲终止条件，最后将递推公式和终止条件翻译成代码。

虽然我讲了这么多方法，但是作为初学者的你，现在是不是还是有种想不太清楚的感觉呢？实际上，我刚学递归的时候，也有这种感觉，这也是文章开头我说递归代码比较难理解的地方。

刚讲的电影院的例子，我们的递归调用只有一个分支，也就是说“一个问题只需要分解为一个子问题”，我们很容易能够想清楚“递”和“归”的每一个步骤，所以写起来、理解起来都不难。

但是，当我们面对的是一个问题要分解为多个子问题的情况，递归代码就没那么好理解了。

像我刚刚讲的第二个例子，人脑几乎没办法把整个“递”和“归”的过程一步一步都想清楚。

计算机擅长做重复的事情，所以递归正和它的胃口。而我们人脑更喜欢平铺直叙的思维方式。当我们看到递归时，我们总想把递归平铺展开，脑子里就会循环，一层一层往下调，然后再一层一层返回，试图想搞清楚计算机每一步都是怎么执行的，这样就很容易被绕进去。

对于递归代码，这种试图想清楚整个递和归过程的做法，实际上是进入了一个思维误区。很多时候，我们理解起来比较吃力，主要原因就是自己给自己制造了这种理解障碍。那正确的思维方式应该是怎样的呢？

如果一个问题A可以分解为若干子问题B、C、D，你可以假设子问题B、C、D已经解决，在此基础上思考如何解决问题A。而且，你只需要思考问题A与子问题B、C、D两层之间的关系即可，不需要一层一层往下思考子问题与子子问题，子子问题与子子子问题之间的关系。屏蔽掉递归细节，这样子理解起来就简单多了。

因此，编写递归代码的关键是，只要遇到递归，我们就把它抽象成一个递推公式，不用想一层层的调用关系，不要试图用人脑去分解递归的每个步骤。

递归代码要警惕堆栈溢出

在实际的软件开发中，编写递归代码时，我们会遇到很多问题，比如堆栈溢出。而堆栈溢出会造成系统性崩溃，后果会非常严重。为什么递归代码容易造成堆栈溢出呢？我们又该如何预防堆栈溢出呢？

我在“栈”那一节讲过，函数调用会使用栈来保存临时变量。每调用一个函数，都会将临时变量封装为栈帧压入内存栈，等函数执行完成返回时，才出栈。系统栈或者虚拟机栈空间一般都不大。如果递归求解的数据规模很大，调用层次很深，一直压入栈，就会有堆栈溢出的风险。

比如前面的讲到的电影院的例子，如果我们将系统栈或者JVM堆栈大小设置为1KB，在求解f(19999)时便会出现如下堆栈报错：

```
Exception in thread "main" java.lang.StackOverflowError
```

那么，如何避免出现堆栈溢出呢？

我们可以通过在代码中限制递归调用的最大深度的方式来解决这个问题。递归调用超过一定深度（比如1000）之后，我们就不继续往下再递归了，直接返回报错。还是电影院那个例子，我们可以改造成下面这样子，就可以避免堆栈溢出了。不过，我写的代码是伪代码，为了代码简洁，有些边界条件没有考虑，比如 $x \leq 0$ 。

```
// 全局变量，表示递归的深度。
int depth = 0;

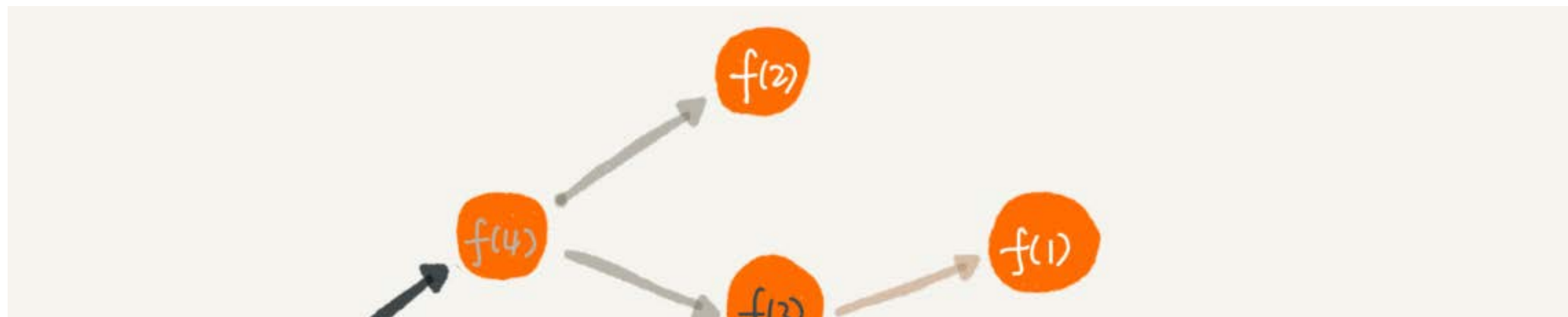
int f(int n) {
    ++depth;
    if (depth > 1000) throw exception;

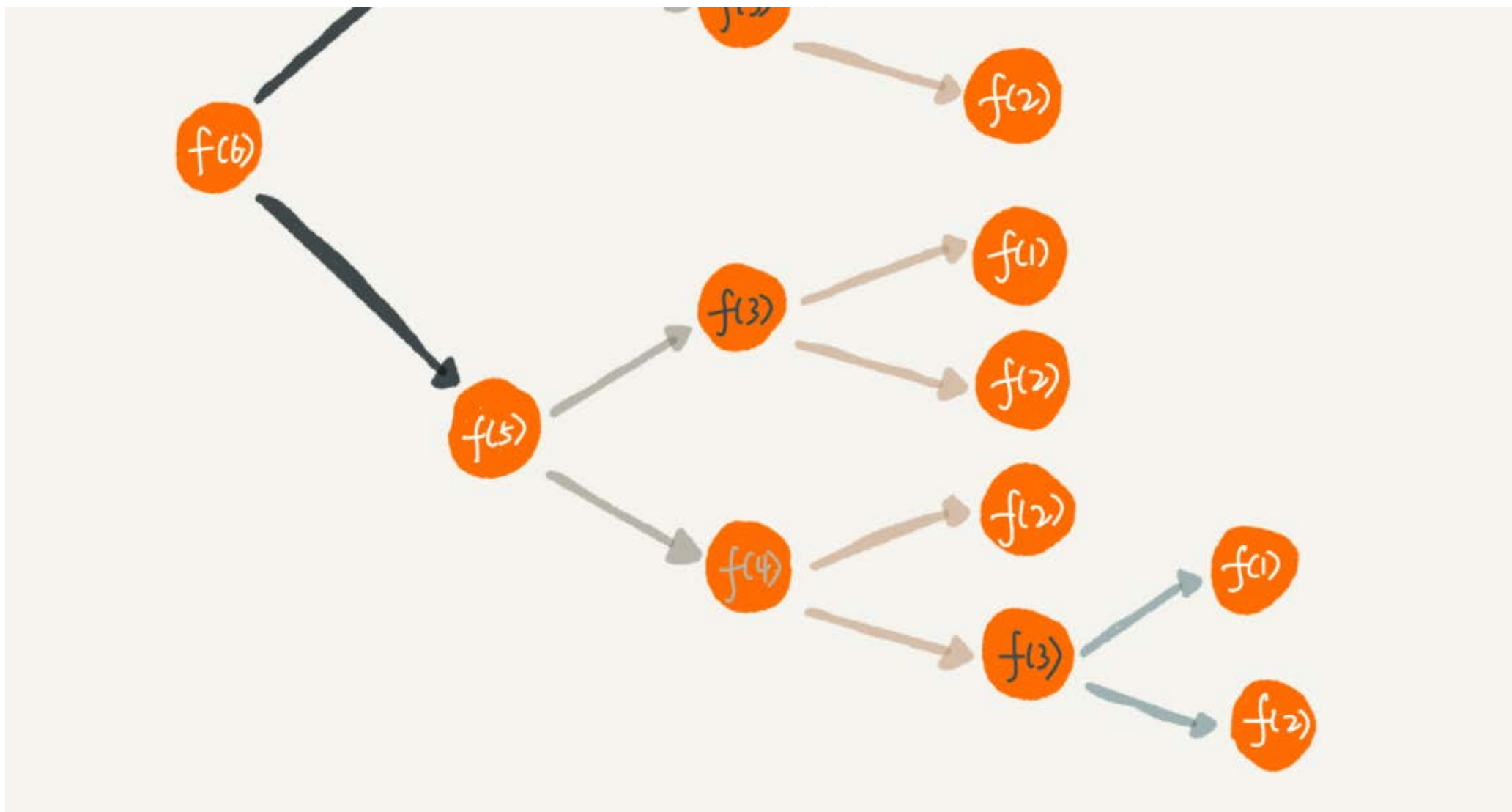
    if (n == 1) return 1;
    return f(n-1) + 1;
}
```

但这种做法并不能完全解决问题，因为最大允许的递归深度跟当前线程剩余的栈空间大小有关，事先无法计算。如果实时计算，代码过于复杂，就会影响代码的可读性。所以，如果最大深度比较小，比如10、50，就可以用这种方法，否则这种方法并不是很实用。

递归代码要警惕重复计算

除此之外，使用递归时还会出现重复计算的问题。刚才我讲的第二个递归代码的例子，如果我们将整个递归过程分解一下的话，那就是这样的：





从图中，我们可以直观地看到，想要计算 $f(5)$ ，需要先计算 $f(4)$ 和 $f(3)$ ，而计算 $f(4)$ 还需要计算 $f(3)$ ，因此， $f(3)$ 就被计算了很多次，这就是重复计算问题。

为了避免重复计算，我们可以通过一个数据结构（比如散列表）来保存已经求解过的 $f(k)$ 。当递归调用到 $f(k)$ 时，先看下是否已经求解过了。如果是，则直接从散列表中取值返回，不需要重复计算，这样就能避免刚讲的问题了。

按照上面的思路，我们来改造一下刚才的代码：

```
public int f(int n) {  
    if (n == 1) return 1;  
    if (n == 2) return 2;
```

```
    // hasSolvedList可以理解成一个Map，key是n，value是f(n)
```

```
    if (hasSolvedList.containsKey(n)) {  
        return hasSovledList.get(n);  
    }  
  
    int ret = f(n-1) + f(n-2);  
    hasSovledList.put(n, ret);  
    return ret;  
}
```

除了堆栈溢出、重复计算这两个常见的问题。递归代码还有很多别的问题。

在时间效率上，递归代码里多了很多函数调用，当这些函数调用的数量较大时，就会积聚成一个可观的时间成本。在空间复杂度上，因为递归调用一次就会在内存栈中保存一次现场数据，所以在分析递归代码空间复杂度时，需要额外考虑这部分的开销，比如我们前面讲到的电影院递归代码，空间复杂度并不是 $O(1)$ ，而是 $O(n)$ 。

怎么将递归代码改写为非递归代码？

我们刚说了，递归有利有弊，利是递归代码的表达力很强，写起来非常简洁；而弊就是空间复杂度高、有堆栈溢出的风险、存在重复计算、过多的函数调用会耗时较多等问题。所以，在开发过程中，我们要根据实际情况来选择是否需要用递归的方式来实现。

那我们是否可以把递归代码改写为非递归代码呢？比如刚才那个电影院的例子，我们抛开场景，只看 $f(x)=f(x-1)+1$ 这个递推公式。我们这样改写看看：

```
int f(int n) {  
    int ret = 1;  
    for (int i = 2; i <= n; ++i) {  
        ret = ret + 1;  
    }  
    return ret;  
}
```

同样，第二个例子也可以改为非递归的实现方式。

```
int f(int n) {  
    if (n == 1) return 1;  
    if (n == 2) return 2;  
  
    int ret = 0;  
    int pre = 2;  
    int prepre = 1;  
    for (int i = 3; i <= n; ++i) {  
        ret = pre + prepre;  
        prepre = pre;  
        pre = ret;  
    }  
    return ret;  
}
```

那是不是所有的递归代码都可以改为这种迭代循环的非递归写法呢？

笼统地讲，是的。因为递归本身就是借助栈来实现的，只不过我们使用的栈是系统或者虚拟机本身提供的，我们没有感知罢了。如果我们自己在内存堆上实现栈，手动模拟入栈、出栈过程，这样任何递归代码都可以改写成看上去不是递归代码的样子。

但是这种思路实际上是将递归改为了“手动”递归，本质并没有变，而且也并没有解决前面讲到的某些问题，徒增了实现的复杂度。

解答开篇

到此为止，递归相关的基础知识已经讲完了，咱们来看一下开篇的问题：如何找到“最终推荐人”？我的解决方案是这样的：

```
long findRootReferrerId(long actorId) {  
    Long referrerId = select referrer_id from [table] where actor_id = actorId;  
    if (referrerId == null) return actorId;  
    return findRootReferrerId(referrerId);  
}
```

是不是非常简洁？用三行代码就能搞定了，不过在实际项目中，上面的代码并不能工作，为什么呢？这里面有两个问题。

第一，如果递归很深，可能会有堆栈溢出的问题。

第二，如果数据库里存在脏数据，我们还需要处理由此产生的无限递归问题。比如demo环境下数据库中，测试工程师为了方便测试，会人为地插入一些数据，就会出现脏数据。如果A的推荐人是B，B的推荐人是C，C的推荐人是A，这样就会发生死循环。

第一个问题，我前面已经解答过了，可以用限制递归深度来解决。第二个问题，也可以用限制递归深度来解决。不过，还有一个更高级的处理方法，就是自动检测A-B-C-A这种“环”的存在。如何来检测环的存在呢？这个我暂时不细说，你可以自己思考下，后面的章节我们还会讲。

内容小结

关于递归的知识，到这里就算全部讲完了。我来总结一下。

递归是一种非常高效、简洁的编码技巧。只要是满足“三个条件”的问题就可以通过递归代码来解决。

不过递归代码也比较难写、难理解。编写递归代码的关键就是不要把自己绕进去，正确姿势是写出递推公式，找出终止条件，然后再翻译成递归代码。

递归代码虽然简洁高效，但是，递归代码也有很多弊端。比如，堆栈溢出、重复计算、函数调用耗时多、空间复杂度高等，所以，在编写递归代码的时候，一定要控制好这些副作用。

课后思考

我们平时调试代码喜欢使用IDE的单步跟踪功能，像规模比较大、递归层次很深的递归代码，几乎无法使用这种调试方式。对于递归代码，你有什么好的调试方法呢？

欢迎留言和我分享，我会第一时间给你反馈。



数据结构与算法之美

为工程师量身打造的数据结构与算法私教课

王争

前 Google 工程师



新版升级：点击「👤请朋友读」，10位好友免费读，邀请订阅更有**现金**奖励。

精选留言：

- 博金 2018-10-12 21:53:09
调试递归：
1.打印日志发现，递归值。
2.结合条件断点进行调试。[710赞]

作者回复2018-10-13 11:33:49

答案正确 大家可以把这一条顶上去

- 刘強 2018-10-12 10:25:11

那个陷入思维误区的说法产生共鸣了，原来总以为自己脑容量不足，看来牛人也一样。[136赞]

- 一步 2018-10-12 08:36:45

哈哈，在电影院看是第几排，我直接看电影票，直接用索引找到了[92赞]

作者回复2018-10-12 10:11:08

哈哈

- 姜威 2018-10-12 12:44:47

总结

一、什么是递归？

1.递归是一种非常高效、简洁的编码技巧，一种应用非常广泛的算法，比如DFS深度优先搜索、前中后序二叉树遍历等都是使用递归。

2.方法或函数调用自身的方式称为递归调用，调用称为递，返回称为归。

3.基本上，所有的递归问题都可以用递推公式来表示，比如

$f(n) = f(n-1) + 1;$

$f(n) = f(n-1) + f(n-2);$

$f(n)=n*f(n-1);$

二、为什么使用递归？递归的优缺点？

1.优点：代码的表达力很强，写起来简洁。

2.缺点：空间复杂度高、有堆栈溢出风险、存在重复计算、过多的函数调用会耗时较多等问题。

三、什么样的问题可以用递归解决呢？

一个问题只要同时满足以下3个条件，就可以用递归来解决：

1.问题的解可以分解为几个子问题的解。何为子问题？就是数据规模更小的问题。

2.问题与子问题，除了数据规模不同，求解思路完全一样

3.存在递归终止条件

四、如何实现递归？

1.递归代码编写

写递归代码的关键就是找到如何将大问题分解为小问题的规律，并且基于此写出递推公式，然后再推敲终止条件，最后将递推公式和终止条件翻译成代码。

2.递归代码理解

对于递归代码，若试图想清楚整个递和归的过程，实际上是进入了一个思维误区。

那该如何理解递归代码呢？如果一个问题A可以分解为若干个子问题B、C、D，你可以假设子问题B、C、D已经解决。而且，你只需要思考问题A与子问题B、C、D两层之间的关系即可，不需要一层层往下思考子问题与子子问题，子子问题与子子子问题之间的关系。屏蔽掉递归细节，这样子理解起来就简单多了。

因此，理解递归代码，就把它抽象成一个递推公式，不用想一层层的调用关系，不要试图用人脑去分解递归的每个步骤。

五、递归常见问题及解决方案

1.警惕堆栈溢出：可以声明一个全局变量来控制递归的深度，从而避免堆栈溢出。

2.警惕重复计算：通过某种数据结构来保存已经求解过的值，从而避免重复计算。

六、如何将递归改写为非递归代码？

笼统的讲，所有的递归代码都可以改写为迭代循环的非递归写法。如何做？抽象出递推公式、初始值和边界条件，然后用迭代循环实现。[47赞]

- 范柏柏 2018-10-12 21:52:22

希望老师多分享一些经典习题。比如链表那一章课后所说的，掌握这几道题就基本掌握了链表。[36赞]

- 涛 2018-10-12 08:53:38

终于在认知层面得到了提升，递归是什么，在我看来递归就是用栈的数据结构，加上一个简单的逻辑算法实现了业务功能。[27赞]

作者回复2018-10-12 10:08:48

- 柠檬C 2018-10-12 23:41:50

递归和数学归纳法非常像，所以可以利用数学归纳法的思路，先验证边界条件，再假设n-1的情况正确，思考n和n-1的关系写出递推公式[26赞]

- zl 2018-10-12 08:29:12

Debug不行就打日志 [21赞]

- 失火的夏天 2018-10-12 09:20:23

检测环可以构造一个set集合或者散列表(下面都叫散列表吧，为了方便)。每次获取到上层推荐人就去散列表里先查，没有查到的话就加入，如果存在则表示存在环了。当然，每一次查询都是一个自己的散列表，不能共用。不过这样请求量大的话，会不会造成内存空间开辟太多？这里老师能帮忙解答一下吗？ [14赞]

作者回复2018-10-12 10:25:29

你这种办法可行的。实际情况 内存也不会耗太多

- 一步 2018-10-12 08:44:09

说的对的，每次写递归代码，或者看递归代码，都会不自觉的在大脑中复现整个递和归的过程 [12赞]

- 墨墨 2018-10-12 08:32:40

老师好，你的github地址可以发下吗？我在前面的章节没看到 [12赞]

作者回复2018-10-12 10:11:31

github上艘wangzheng0822

- Geek_8a2f3f 2018-10-12 08:16:05

王老师，你好！说那个限制递归深度的做法只适合规模比较小的情况，那如果规模大了，怎么限制呢？ [11赞]

作者回复2018-10-12 10:14:52

自己模拟一个栈 用非递归代码实现

- Monday 2018-10-12 00:13:48

原以为老师会先讲完10个基本的数据结构再讲十种基本的算法。没想到老师会穿插着讲。冒昧的问下老师设计课程的思路。谢谢 [9赞]

作者回复2018-10-12 10:27:06

因为后面的内容会用到递归 而递归不依赖后面的内容 拓扑排序了解一下

- Smallfly 2018-10-12 09:55:09

界定问题能否用递归解决

1. 一个问题的解可以分解为几个子问题的解；
2. 这个问题与分解子问题的求解思路完全相同；
3. 存在终止条件

编写递归代码的技巧

1. 终止条件
2. 递推公式
3. 清理现场

编写递归的关键是思考终止条件，把问题抽象成一个递推公式，并信任它一定能帮我们完成任务，不用想一层层的调用关系，试图用人脑分解递归是反人类的，最多只能想两层。

递归的缺点

递归会利用栈保存临时变量，如果递归过深，会造成栈溢出。解决方案是控制递归的深度。

递归要警惕重复计算，递归分解的子问题、子子问题可能存在相同的情况，如果都一一计算的话，就会发生重复计算。解决方案是使用散列表来保存结算结果，每次开始计算前检查散列表是否已经有结算结果。

笼统地讲，递归代码都能用迭代循环来替换。

免费加入知识星球「极客星球」讨论算法问题。
[8赞]

- L 2018-10-12 09:18:34

解答楼上的问题，数据规模较大的情况用循环，也就是老师讲的非递归代码 [8赞]

作者回复2018-10-12 10:01:30
是的

- 风起 2018-10-12 01:14:32

调试递归就像写递归一样，
不要被每一步的细节所困，
重点在于确认递推关系与结束条件是否正确，
用条件断点着重调试最初两步与最终两步即可。 [8赞]

- 塘泥 2018-10-26 20:58:27

尾递归的问题，想听听老师的讲解 [7赞]

- mj 2018-10-12 22:11:52

我对台阶问题的理解是:到达n阶只可能来自n-1和n-2,所以 $f(n)=f(n-1)+f(n-2)$ [6赞]

作者回复2018-10-13 11:34:04

你理解的也对

- geektime learn 2018-10-12 20:42:53

检测环的答案其实老师已经在文章中的一个例子中讲过了，就是用一个数据结构把查询过的元素放到这个数据结构里面，新来的就先查这个数据结构里面有没有，有就返回，没有就放入到这个数据结构里面。 [5赞]

- bro. 2018-10-16 10:12:29

判断环的思路,使用链表:判断是否有环:使用步长法判断: 思路,从起点开始分别以 $2x, 1x$ 速度出发两个指针,当遇到null停止,相遇点为null时说明没有环,如果相遇点不为null,说明有环,注意有两个地方:

1.首次相遇点速度为1的指针是进入环的第一圈,切记切记

证明一下呗: 设 圆环总长为: R , 指针分别设置为 1, 2吧,当1指针首次进入圆环交点时,2指针在圆环位置为 x , 则 $2 \rightarrow 1$ 步长为 $(R - x)$

此时开始走 i 步以后相遇则: $(R - x) + i = 2i$; (原来相距位置加上1走的距离等于 2倍的1走距离)

则 $i = R - x$; ($X \leq R$) 的,所以 $i < R$ (肯定在第一圈相遇)

由上可得:

在第一圈相遇的时候1走的距离为: 设 起始点至环入口位置为 L , 则 1路程为 $(L + i)$

2走的距离为 $(L + nR + i)$, n 为圈数

则: $(L + nR + i) = 2(L + i)$; (切记: $n \geq 1 \rightarrow 2$ 比1先进圈)(2速度为1的2倍,1的总路程 * 2)

即: $L = nR - i = (n - 1)R + (R - i)$; ($n \geq 1$) 我们不管 $(n - 1)R$,只是简单的绕圈数

所以 $L = R - i$; 而首次进入圈相遇的位置为 i , 整个圈长为 R ,

所以当首次相遇的时候,重新以1为步长,一个以相交点为起始,一个以首节点开始,首次相遇点即为环的起始点; [4赞]