排序对于任何一个程序员来说,可能都不会陌生。你学的第一个算法,可能就是排序。大部分编程语言中,也都提供了排序函数。在平常的项目中,我们也经常会用到排序。排序非常重要,所以我会花多一点时间来详细讲一讲经典的排序算法。

排序算法太多了,有很多可能你连名字都没听说过,比如猴子排序、睡眠排序、面条排序等。我只讲众多排序算法中的一小撮,也是最经典的、最常用的:冒泡排序、插入排序、选择排序、归并排序、快速排序、计数排序、基数排序、桶排序。我按照时间复杂度把它们分成了三类,分三节课来讲解。



带着问题去学习,是最有效的学习方法。所以按照惯例,我还是先给你出一个思考题:插入排序和冒泡排序的时间复杂度相同,都是 $O(n^2)$,在实际的软件开发里,为什么我们更倾向于使用插入排序算法而不是冒泡排序算法呢?

你可以先思考一两分钟,带着这个问题,我们开始今天的内容!

如何分析一个"排序算法"?

学习排序算法,我们除了学习它的算法原理、代码实现之外,更重要的是要学会如何评价、分析一个排序算法。那分析一个排序算法,要从哪几个方面入手呢?

排序算法的执行效率

对于排序算法执行效率的分析,我们一般会从这几个方面来衡量:

1.最好情况、最坏情况、平均情况时间复杂度

我们在分析排序算法的时间复杂度时,要分别给出最好情况、最坏情况、平均情况下的时间复杂度。除此之外,你还要说出最好、最坏时间复杂度对应的要排序的原始数据是什么样的。

为什么要区分这三种时间复杂度呢?第一,有些排序算法会区分,为了好对比,所以我们最好都做一下区分。第二,对于要排序的数据,有的接近有序,有的完全无序。有序度不同的数据,对于排序的执行时间肯定是有影响的,我们要知道排序算法在不同数据下的性能表现。

2.时间复杂度的系数、常数、低阶

我们知道,时间复杂度反应的是数据规模 n 很大的时候的一个增长趋势,所以它表示的时候会忽略系数、常数、低阶。但是实际的软件开发中,我们排序的可能是 10 个、 100 个、 1000 个这样规模很小的数据,所以,在对同一阶时间复杂度的排序算法性能对比的时候,我们就要把系数、常数、低阶也考虑进来。

3.比较次数和交换(或移动)次数

这一节和下一节讲的都是基于比较的排序算法。基于比较的排序算法的执行过程,会涉及两种操作,一种是元素比较大小,另一种是元素交换或移动。所以,如果我们在分析排序算法的执行效率的时候,应该把比较次数和交换(或移动)次数也考虑进去。

排序算法的内存消耗

我们前面讲过,算法的内存消耗可以通过空间复杂度来衡量,排序算法也不例外。不过,针对排序算法的空间复杂度,我们还引入了一个新的概念,原地排序(Sorted in place)。原地排序算法,就是特指空间复杂度是O(1)的排序算法。我们今天讲的三种排序算法,都是原地排序算法。

排序算法的稳定性

仅仅用执行效率和内存消耗来衡量排序算法的好坏是不够的。针对排序算法,我们还有一个重要的度量指标,稳定性。这个概念是说,如果待排序的序列中存在 值相等的元素,经过排序之后,相等元素之间原有的先后顺序不变。

我通过一个例子来解释一下。比如我们有一组数据2,9,3,4,8,3,按照大小排序之后就是2,3,3,4,8,9。

这组数据里有两个3。经过某种排序算法排序之后,如果两个3的前后顺序没有改变,那我们就把这种排序算法叫作稳定的排序算法;如果前后顺序发生变化,那对应的排序算法就叫作不稳定的排序算法。

你可能要问了,两个3哪个在前,哪个在后有什么关系啊,稳不稳定又有什么关系呢?为什么要考察排序算法的稳定性呢?

很多数据结构和算法课程,在讲排序的时候,都是用整数来举例,但在真正软件开发中,我们要排序的往往不是单纯的整数,而是一组对象,我们需要按照对象的某个key来排序。

file:///J/geektime/唯一更新QQ群170701297/ebook/数据结构与算法之美/11排序(上): 为什么插入排序比冒泡排序更受欢迎? .html[2019/2/17 17:27:04]

比如说,我们现在要给电商交易系统中的"订单"排序。订单有两个属性,一个是下单时间,另一个是订单金额。如果我们现在有¹⁰万条订单数据,我们希望按照金额从小到大对订单数据排序。对于金额相同的订单,我们希望按照下单时间从早到晚有序。对于这样一个排序需求,我们怎么来做呢?

最先想到的方法是:我们先按照金额对订单数据进行排序,然后,再遍历排序之后的订单数据,对于每个金额相同的小区间再按照下单时间排序。这种排序思路 理解起来不难,但是实现起来会很复杂。

借助稳定排序算法,这个问题可以非常简洁地解决。解决思路是这样的:我们先按照下单时间给订单排序,注意是按照下单时间,不是金额。排序完成之后,我们用稳定排序算法,按照订单金额重新排序。两遍排序之后,我们得到的订单数据就是按照金额从小到大排序,金额相同的订单按照下单时间从早到晚排序的。为什么呢?

稳定排序算法可以保持金额相同的两个对象,在排序之后的前后顺序不变。第一次排序之后,所有的订单按照下单时间从早到晚有序了。在第二次排序中,我们用的是稳定的排序算法,所以经过第二次排序之后,相同金额的订单仍然保持下单时间从早到晚有序。

按下单时间有序

按金额重新排序

ID	阵时间	鎔
1	2018-9-3 15:06:07	50
2	2018-9-3 16:08:10	30
3	2018-9-3 18:01:33	40
4	2018-9-3 20:23:31	30
5	2018-9-3 22:15:13	30
6	2018-9-4 05:07:33	60

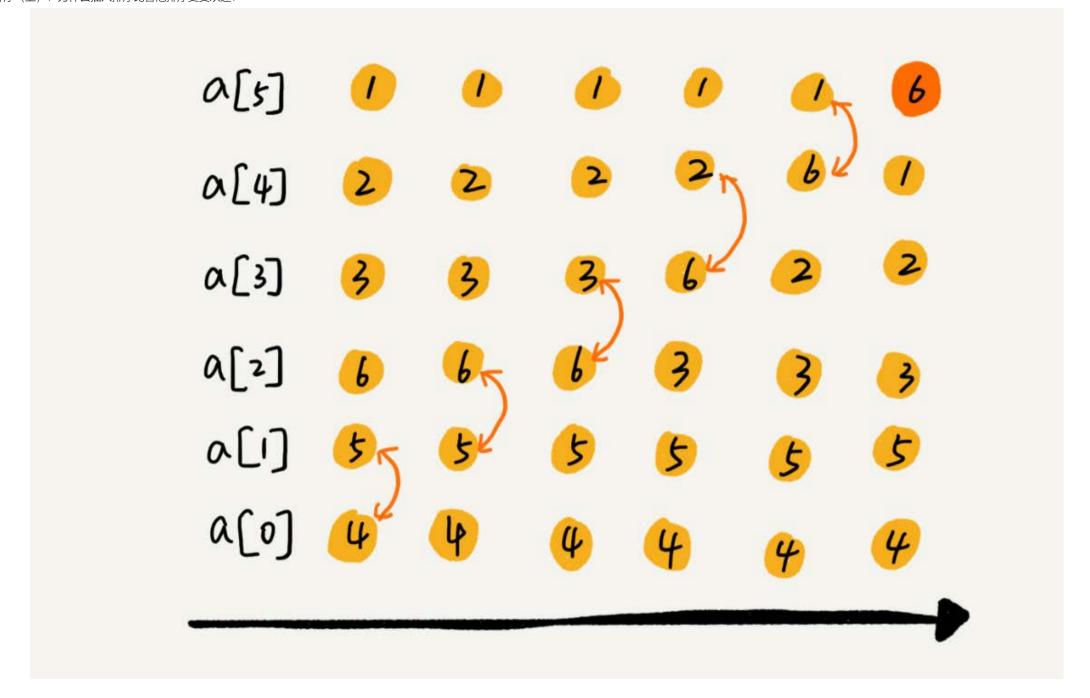
ID	下单时间	鋺
1	2018-9-3 16:08:10	30
2	2018-9-3 20:23:31	30
3	2018-9-3 22:15:13	30
4	2018-9-3 18:01:33	40
5	2018-9-3 15:06:07	50
6	2018-9-4 05:07:33	60

冒泡排序 (Bubble Sort)

我们从冒泡排序开始,学习今天的三种排序算法。

冒泡排序只会操作相邻的两个数据。每次冒泡操作都会对相邻的两个元素进行比较,看是否满足大小关系要求。如果不满足就让它俩互换。一次冒泡会让至少一个元素移动到它应该在的位置,重复n次,就完成了n个数据的排序工作。

我用一个例子,带你看下冒泡排序的整个过程。我们要对一组数据4,5,6,3,2,1,从小到到大进行排序。第一次冒泡操作的详细过程就是这样:



可以看出,经过一次冒泡操作之后,6这个元素已经存储在正确的位置上。要想完成所有数据的排序,我们只要进行6次这样的冒泡操作就行了。

跑后的结果			
4 5 6 3 2 1			
4 5 3 2 1 6			
432156			
3 2 1 4 5 6			
2 1 3 4 5 6			
1 2 3 4 5 6			
1 2 3 4 5 6			
	おおいけました。		

实际上,刚讲的冒泡过程还可以优化。当某次冒泡操作已经没有数据交换时,说明已经达到完全有序,不用再继续执行后续的冒泡操作。我这里还有另外一个例子,这里面给6个元素排序,只需要4次冒泡操作就可以了。

冒泡収数	配后结果	是否数据交换
初始状态	3 5 4 1 2 6	_
第一次冒泡	341256	有
第2次冒泡	312456	有
第3次冒泡	123456	有
第4次冒泡	123456	无,结束排序操作

冒泡排序算法的原理比较容易理解,具体的代码我贴到下面,你可以结合着代码来看我前面讲的原理。

// 冒泡排序,a表示数组,n表示数组大小 public void bubbleSort(int[] a, int n) { if (n <= 1) return;

for (int i = 0; i < n; ++i) { // 提前退出冒泡循环的标志位

```
boolean flag = false;
for (int j = 0; j < n - i - 1; ++j) {
    if (a[j] > a[j+1]) { // 交换
        int tmp = a[j];
        a[j] = a[j+1];
        a[j+1] = tmp;
        flag = true; // 表示有数据交换
    }
    if (!flag) break; // 没有数据交换, 提前退出
    }
```

现在,结合刚才我分析排序算法的三个方面,我有三个问题要问你。

第一,冒泡排序是原地排序算法吗?

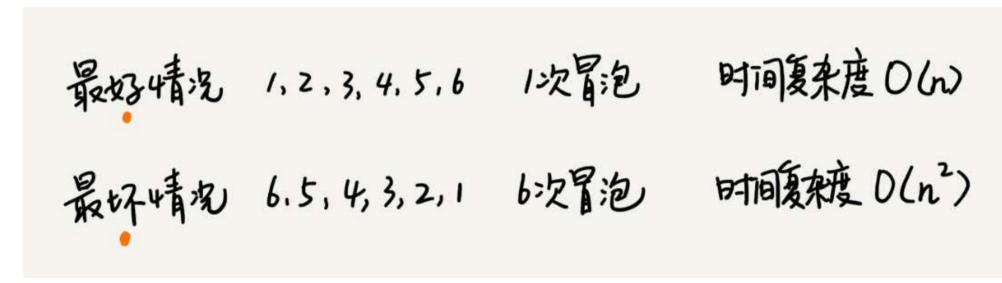
冒泡的过程只涉及相邻数据的交换操作,只需要常量级的临时空间,所以它的空间复杂度为O(1),是一个原地排序算法。

第二,冒泡排序是稳定的排序算法吗?

在冒泡排序中,只有交换才可以改变两个元素的前后顺序。为了保证冒泡排序算法的稳定性,当有相邻的两个元素大小相等的时候,我们不做交换,相同大小的数据在排序前后不会改变顺序,所以冒泡排序是稳定的排序算法。

第三,冒泡排序的时间复杂度是多少?

最好情况下,要排序的数据已经是有序的了,我们只需要进行一次冒泡操作,就可以结束了,所以最好情况时间复杂度是O(n)。而最坏的情况是,要排序的数据刚好是倒序排列的,我们需要进行n次冒泡操作,所以最坏情况时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

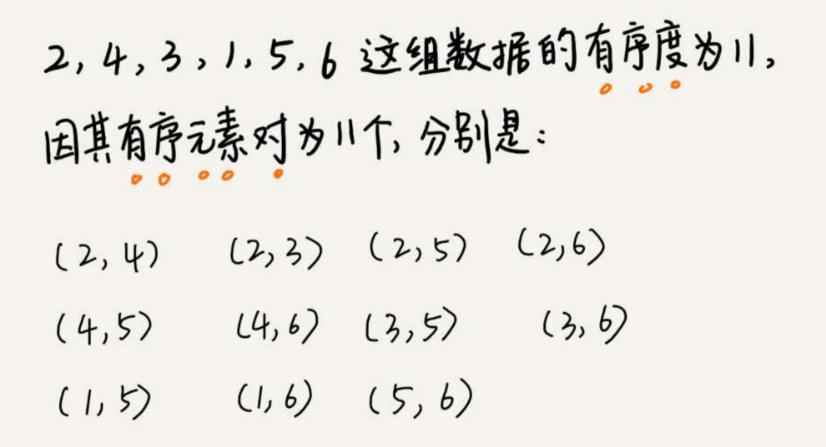


最好、最坏情况下的时间复杂度很容易分析,那平均情况下的时间复杂是多少呢?我们前面讲过,平均时间复杂度就是加权平均期望时间复杂度,分析的时候要结合概率论的知识。

对于包含n个数据的数组,这n个数据就有n!种排列方式。不同的排列方式,冒泡排序执行的时间肯定是不同的。比如我们前面举的那两个例子,其中一个要进行6次冒泡,而另一个只需要4次。如果用概率论方法定量分析平均时间复杂度,涉及的数学推理和计算就会很复杂。我这里还有一种思路,通过"有序度"和"逆序度"这两个概念来进行分析。

有序度是数组中具有有序关系的元素对的个数。有序元素对用数学表达式表示就是这样:

有序元素对: a[i] <= a[j], 如果i < j。



同理,对于一个倒序排列的数组,比如6,5,4,3,2,1,有序度是0;对于一个完全有序的数组,比如1,2,3,4,5,6,有序度就是 $\mathbf{n*(n-1)/2}$,也就是15。我们把这种完全有序的数组的有序度叫作满有序度。

逆序度的定义正好跟有序度相反(默认从小到大为有序),我想你应该已经想到了。关于逆序度,我就不举例子讲了。你可以对照我讲的有序度的例子自己看下。

逆序元素对: a[i] > a[j], 如果i < j。

关于这三个概念,我们还可以得到一个公式: 逆序度=满有序度-有序度。我们排序的过程就是一种增加有序度,减少逆序度的过程,最后达到满有序度,就说明排序完成了。

我还是拿前面举的那个冒泡排序的例子来说明。要排序的数组的初始状态是 4 , 5 , 6 , 3 , 2 , 1 , 其中,有序元素对有 $^{(4)}$, $^{(4)}$, $^{(5)}$, $^{(6)}$, 所以有序度是 3 。 $^{(n-6)}$, 所以排序完成之后终态的满有序度为 $^{(n-1)/2=15}$ 。

冒泡次数	了泡后纤果	有強
初始状态	4 5 6 3 2 1	3
第次冒泡	4 5 3 2 1 6	6
第2次冒泡	4 3 2 1 5 6	9
第3次冒泡	3 2 1 4 5 6	12
第4次冒泡	2 1 3 4 5 6	14
第5次冒泡	1 2 3 4 5 6	15

冒泡排序包含两个操作原子,比较和交换。每交换一次,有序度就加1。不管算法怎么改进,交换次数总是确定的,即为逆序度,也就是**n*(n-1)/2**—初始有序度。 此例中就是^{15—3=12},要进行¹²次交换操作。

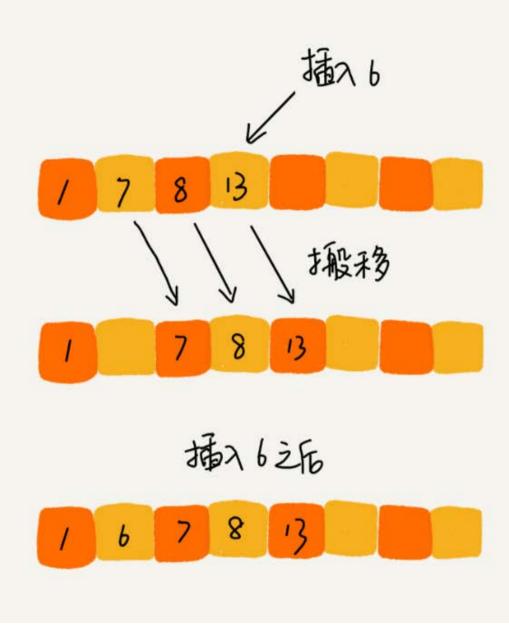
对于包含 n 个数据的数组进行冒泡排序,平均交换次数是多少呢?最坏情况下,初始状态的有序度是 0 ,所以要进行 n *(n -1)/2次交换。最好情况下,初始状态的有序度是 n *(n -1)/2,就不需要进行交换。我们可以取个中间值 n *(n -1)/4,来表示初始有序度既不是很高也不是很低的平均情况。

换句话说,平均情况下,需要n*(n-1)/4次交换操作,比较操作肯定要比交换操作多,而复杂度的上限是O(n²),所以平均情况下的时间复杂度就是O(n²)。

这个平均时间复杂度推导过程其实并不严格,但是很多时候很实用,毕竟概率论的定量分析太复杂,不太好用。等我们讲到快排的时候,我还会再次用这种"不严格"的方法来分析平均时间复杂度。

插入排序 (Insertion Sort)

我们先来看一个问题。一个有序的数组,我们往里面添加一个新的数据后,如何继续保持数据有序呢?很简单,我们只要遍历数组,找到数据应该插入的位置将 其插入即可。



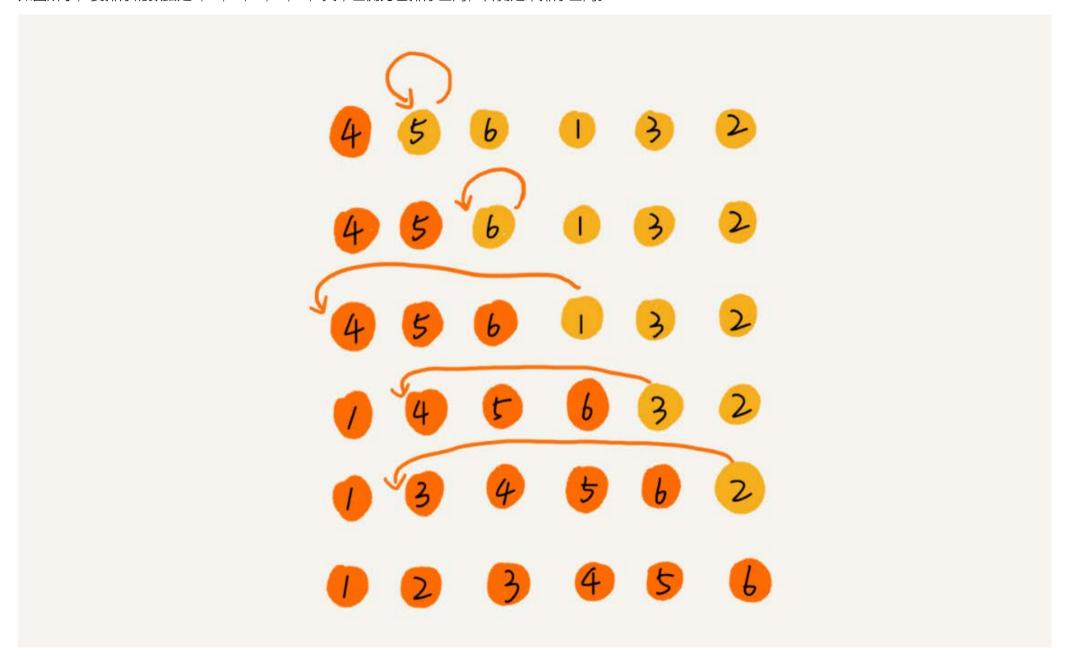
这是一个动态排序的过程,即动态地往有序集合中添加数据,我们可以通过这种方法保持集合中的数据一直有序。而对于一组静态数据,我们也可以借鉴上面讲的插入方法,来进行排序,于是就有了插入排序算法。

那插入排序具体是如何借助上面的思想来实现排序的呢?

首先,我们将数组中的数据分为两个区间,已排序区间和未排序区间。初始已排序区间只有一个元素,就是数组的第一个元素。插入算法的核心思想是取未排序file:///J/geektime/唯一更新QQ群170701297/ebook/数据结构与算法之美/11排序(上):为什么插入排序比冒泡排序更受欢迎?.html[2019/2/17 17:27:04]

11|排序(上): 为什么插入排序比冒泡排序更受欢迎?

区间中的元素,在已排序区间中找到合适的插入位置将其插入,并保证已排序区间数据一直有序。重复这个过程,直到未排序区间中元素为空,算法结束。如图所示,要排序的数据是⁴,5,6,1,3,2,其中左侧为已排序区间,右侧是未排序区间。

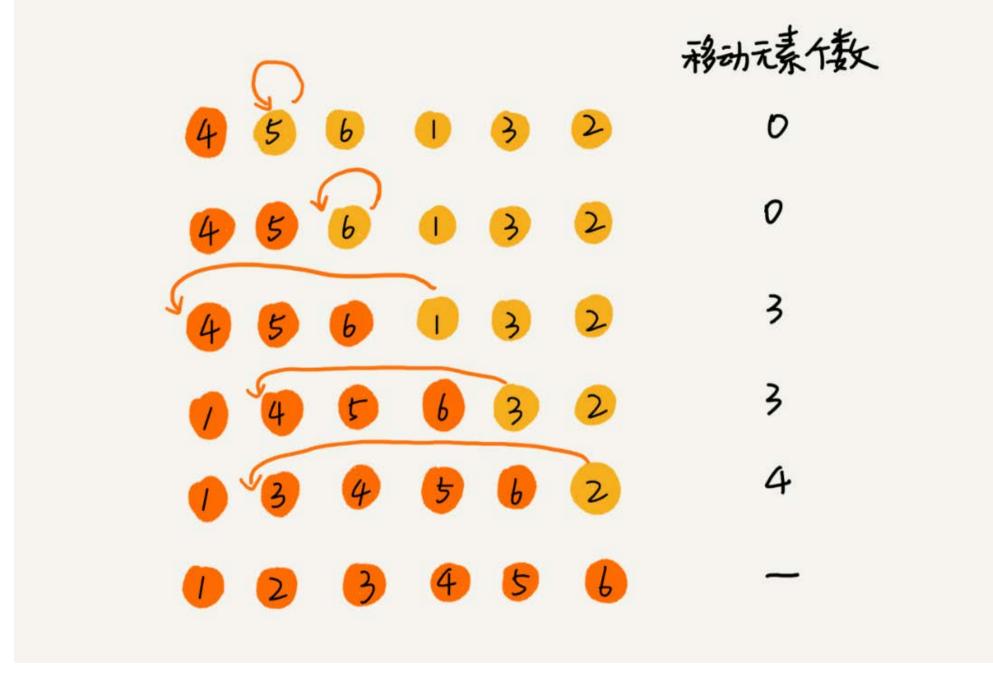


插入排序也包含两种操作,一种是元素的比较,一种是元素的移动。当我们需要将一个数据a插入到已排序区间时,需要拿a与已排序区间的元素依次比较大小,

找到合适的插入位置。找到插入点之后,我们还需要将插入点之后的元素顺序往后移动一位,这样才能腾出位置给元素 插入。

对于不同的查找插入点方法(从头到尾、从尾到头),元素的比较次数是有区别的。但对于一个给定的初始序列,移动操作的次数总是固定的,就等于逆序度。

为什么说移动次数就等于逆序度呢?我拿刚才的例子画了一个图表,你一看就明白了。满有序度是 $\mathbf{n}^*(\mathbf{n}-1)/2=15$,初始序列的有序度是 $\mathbf{5}$,所以逆序度是 $\mathbf{10}$ 。插入排序中,数据移动的个数总和也等于 $\mathbf{10}=3+3+4$ 。



插入排序的原理也很简单吧?我也将代码实现贴在这里,你可以结合着代码再看下。

//插入排序, a表示数组, n表示数组大小

```
public void insertionSort(int[] a, int n) {
    if (n <= 1) return;

    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        int value = a[i];
        int j = i - 1;
        // 查找插入的位置
        for (; j >= 0; --j) {
            if (a[j] > value) {
                  a[j+1] = a[j]; // 数据移动
            } else {
                  break;
            }
            a[j+1] = value; // 插入数据
        }
}
```

现在,我们来看点稍微复杂的东西。我这里还是有三个问题要问你。

第一,插入排序是原地排序算法吗?

从实现过程可以很明显地看出,插入排序算法的运行并不需要额外的存储空间,所以空间复杂度是O(1),也就是说,这是一个原地排序算法。

第二,插入排序是稳定的排序算法吗?

在插入排序中,对于值相同的元素,我们可以选择将后面出现的元素,插入到前面出现元素的后面,这样就可以保持原有的前后顺序不变,所以插入排序是稳定的排序算法。

第三,插入排序的时间复杂度是多少?

如果要排序的数据已经是有序的,我们并不需要搬移任何数据。如果我们从尾到头在有序数据组里面查找插入位置,每次只需要比较一个数据就能确定插入的位置。所以这种情况下,最好是时间复杂度为O(n)。注意,这里是从尾到头遍历已经有序的数据。

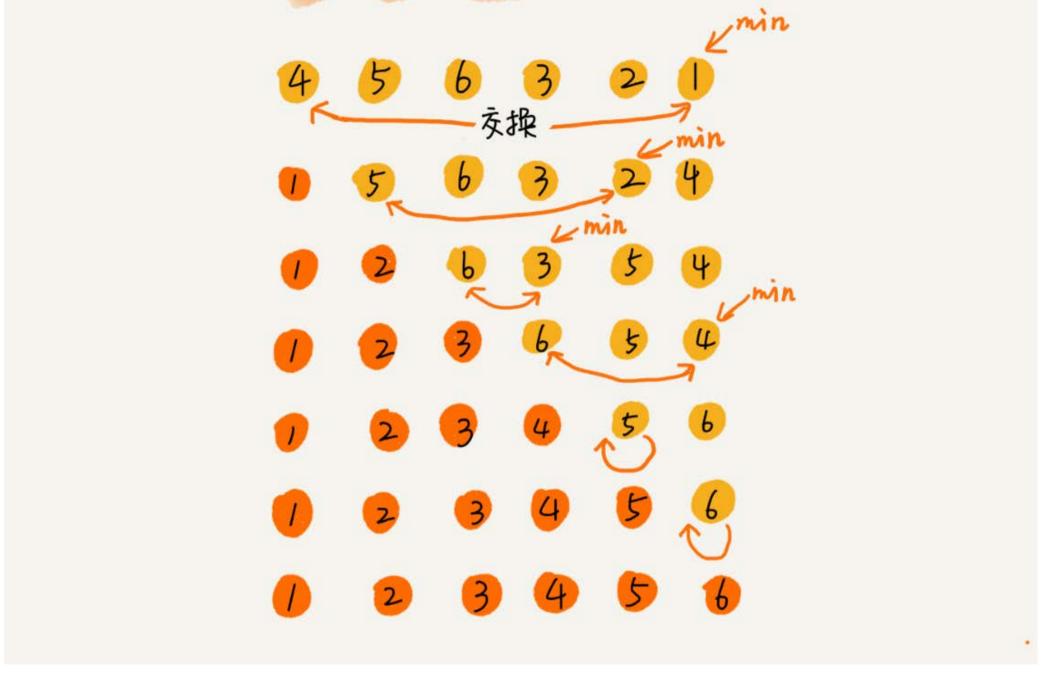
如果数组是倒序的,每次插入都相当于在数组的第一个位置插入新的数据,所以需要移动大量的数据,所以最坏情况时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

还记得我们在数组中插入一个数据的平均时间复杂度是多少吗?没错,是O(n)。所以,对于插入排序来说,每次插入操作都相当于在数组中插入一个数据,循环执行n次插入操作,所以平均时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

选择排序 (Selection Sort)

选择排序算法的实现思路有点类似插入排序,也分已排序区间和未排序区间。但是选择排序每次会从未排序区间中找到最小的元素,将其放到已排序区间的末尾。

选择排序原理示意图



照例,也有三个问题需要你思考,不过前面两种排序算法我已经分析得很详细了,这里就直接公布答案了。

首先,选择排序空间复杂度为O(1),是一种原地排序算法。选择排序的最好情况时间复杂度、最坏情况和平均情况时间复杂度都为 $O(n^2)$ 。你可以自己来分析看

看。

那选择排序是稳定的排序算法吗?这个问题我着重来说一下。

答案是否定的,选择排序是一种不稳定的排序算法。从我前面画的那张图中,你可以看出来,选择排序每次都要找剩余未排序元素中的最小值,并和前面的元素 交换位置,这样破坏了稳定性。

比如⁵, ⁸, ⁵, ², ⁹这样一组数据,使用选择排序算法来排序的话,第一次找到最小元素²,与第一个⁵交换位置,那第一个⁵和中间的⁵顺序就变了,所以就不稳定了。正是因此,相对于冒泡排序和插入排序,选择排序就稍微逊色了。

解答开篇

基本的知识都讲完了,我们来看开篇的问题:冒泡排序和插入排序的时间复杂度都是O(n²),都是原地排序算法,为什么插入排序要比冒泡排序更受欢迎呢?

我们前面分析冒泡排序和插入排序的时候讲到,冒泡排序不管怎么优化,元素交换的次数是一个固定值,是原始数据的逆序度。插入排序是同样的,不管怎么优化,元素移动的次数也等于原始数据的逆序度。

但是,从代码实现上来看,冒泡排序的数据交换要比插入排序的数据移动要复杂,冒泡排序需要 3 个赋值操作,而插入排序只需要 1 个。我们来看这段操作:

```
冒泡排序中数据的交换操作:
if (a[j] > a[j+1]) { // 交换
    int tmp = a[j];
    a[j] = a[j+1];
    a[j+1] = tmp;
    flag = true;
}
插入排序中数据的移动操作:
if (a[j] > value) {
    a[j+1] = a[j]; // 数据移动
} else {
    break;
}
```

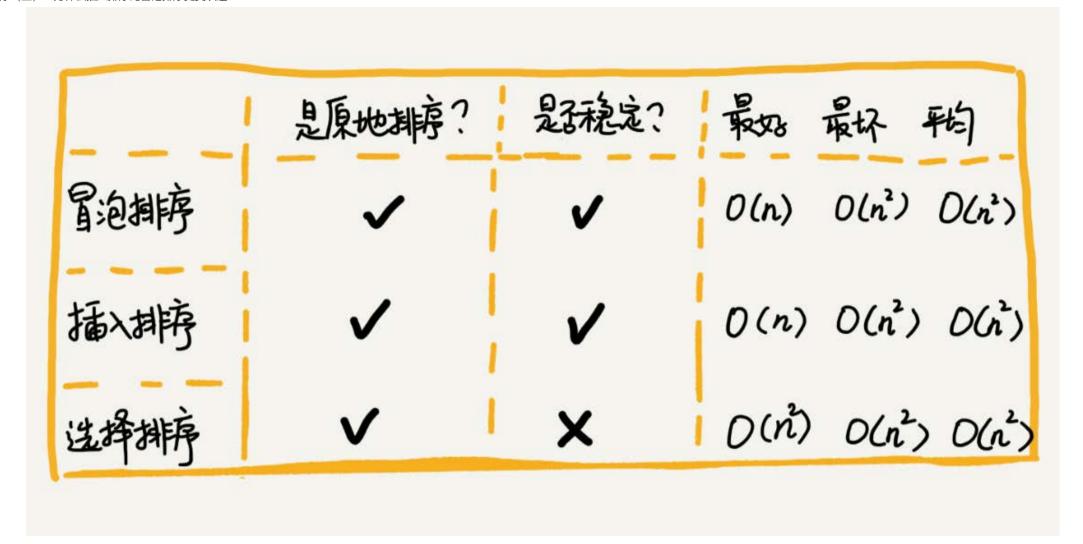
我们把执行一个赋值语句的时间粗略地计为单位时间($unit_time$),然后分别用冒泡排序和插入排序对同一个逆序度是K的数组进行排序。用冒泡排序,需要K次交换操作,每次需要K个单位时间。

这个只是我们非常理论的分析,为了实验,针对上面的冒泡排序和插入排序的^{Java}代码,我写了一个性能对比测试程序,随机生成¹⁰⁰⁰⁰个数组,每个数组中包含²⁰⁰个数据,然后在我的机器上分别用冒泡和插入排序算法来排序,冒泡排序算法大约^{700ms}才能执行完成,而插入排序只需要^{100ms}左右就能搞定!

所以,虽然冒泡排序和插入排序在时间复杂度上是一样的,都是 $O(n^2)$,但是如果我们希望把性能优化做到极致,那肯定首选插入排序。插入排序的算法思路也有很大的优化空间,我们只是讲了最基础的一种。如果你对插入排序的优化感兴趣,可以自行学习一下<u>希尔排序</u>。

内容小结

要想分析、评价一个排序算法,需要从执行效率、内存消耗和稳定性三个方面来看。因此,这一节,我带你分析了三种时间复杂度是O(n²)的排序算法,冒泡排序、插入排序、选择排序。你需要重点掌握的是它们的分析方法。



这三种时间复杂度为 $O(n^2)$ 的排序算法中,冒泡排序、选择排序,可能就纯粹停留在理论的层面了,学习的目的也只是为了开拓思维,实际开发中应用并不多,但是插入排序还是挺有用的。后面讲排序优化的时候,我会讲到,有些编程语言中的排序函数的实现原理会用到插入排序算法。

今天讲的这三种排序算法,实现代码都非常简单,对于小规模数据的排序,用起来非常高效。但是在大规模数据排序的时候,这个时间复杂度还是稍微有点高,所以我们更倾向于用下一节要讲的时间复杂度为O(nlogn)的排序算法。

课后思考

我们讲过,特定算法是依赖特定的数据结构的。我们今天讲的几种排序算法,都是基于数组实现的。如果数据存储在链表中,这三种排序算法还能工作吗?如果能,那相应的时间、空间复杂度又是多少呢?

欢迎留言和我分享,我会第一时间给你反馈。

我已将本节内容相关的详细代码更新到GitHub,戳此即可查看。



新版升级:点击「 🍣 请朋友读 」,10位好友免费读,邀请订阅更有<mark>现金</mark>奖励。

精选留言:

• 双木公子 2018-10-15 15:24:11

对于老师所提课后题,觉得应该有个前提,是否允许修改链表的节点value值,还是只能改变节点的位置。一般而言,考虑只能改变节点位置,冒泡排序相比于数组实现,比较次数一致,但交换时操作更复杂;插入排序,比较次数一致,不需要再有后移操作,找到位置后可以直接插入,但排序完毕后可能需要倒置链表;选择排序比较次数一致,交换操作同样比较麻烦。综上,时间复杂度和空间复杂度并无明显变化,若追求极致性能,冒泡排序的时间复杂度系数会变大,插入排序系数会减小,选择排序无明显变化。 [441赞]

作者回复2018-10-15 22:41:28

回答的很好 可以作为标准答案了 同学们把这条顶上去吧

• Monday 2018-10-16 23:18:09

本节从昨天更新到今天,一共前前后后认认真真听了五遍,再到今天晚上花3小时把3个排序算法实现,做了冒泡排序与插入排序的测试实验。随机生成二维数组a[200][10000]和b[200][10000](a,b数组数据一致),然后在我的机器上分别用冒泡和插入排序算法来排序(a数组冒泡,b数组插入),冒泡排序算法大约 16332ms 才能执行完成,而插入排序只需要 2228ms 左右。

总结一句: 听五遍不如敲一遍! [62赞]

• myrabbit 2018-10-15 09:01:46

王老师,我发现你文章中的图画的很漂亮,字也写得很漂亮,图文结合的形式对于表达的帮助真的很大!有时候做笔记也可以用此方法,请问你的图文是用什么软件画的?[39赞]

作者回复2018-10-15 22:54:40

不是我画的 大编辑画的

• 靑城 2018-10-15 16:17:26 总结

- 一、排序方法与复杂度归类
- (1) 几种最经典、最常用的排序方法:冒泡排序、插入排序、选择排序、快速排序、归并排序、计数排序、基数排序、桶排序。
- (2) 复杂度归类

冒泡排序、插入排序、选择排序 O(n^2)

快速排序、归并排序 O(nlogn)

计数排序、基数排序、桶排序 O(n)

- 二、如何分析一个"排序算法"?
- <1>算法的执行效率
- 1. 最好、最坏、平均情况时间复杂度。

2.

时间复杂度的系数、常数和低阶。

- 3. 比较次数,交换(或移动)次数。
- <2>排序算法的稳定性
- 1. 稳定性概念: 如果待排序的序列中存在值相等的元素, 经过排序之后, 相等元素之间原有的先后顺序不变。
- 2. 稳定性重要性:可针对对象的多种属性进行有优先级的排序。
- 3. 举例:给电商交易系统中的"订单"排序,按照金额大小对订单数据排序,对于相同金额的订单以下单时间早晚排序。用稳定排序算法可简洁地解决。先按照下单时间给订单排序,排序完成后用稳定排序算法按照订单金额重新排序。
- <3>排序算法的内存损耗

原地排序算法:特指空间复杂度是O(1)的排序算法。

三、冒泡排序

冒泡排序只会操作相邻的两个数据。每次冒泡操作都会对相邻的两个元素进行比较,看是否满足大小关系要求,如果不满足就让它俩互换。

稳定性:冒泡排序是稳定的排序算法。

空间复杂度:冒泡排序是原地排序算法。

时间复杂度:

1. 最好情况 (满有序度) : O(n)。

- 2. 最坏情况 (满逆序度) : O(n^2)。
- 3. 平均情况:

"有序度"和"逆序度": 对于一个不完全有序的数组,如 4 , 5 , 6 , 3 , 2 , 1 , 有序元素对为 3 个 (4 , 5) , (4 , 6) , (5 , 6) ,有序度为 3 ,逆序度为 12 ; 对于一个完全有序的数组,如 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 有序度就是 n *(n - 1)/ 2 , 也就是 1 5, 称作满有序度; 逆序度=满有序度-有序度; 冒泡排序、插入排序交换(或移动)次数=逆序度。

最好情况下初始有序度为 $n^*(n-1)/2$,最坏情况下初始有序度为0,则平均初始有序度为 $n^*(n-1)/4$,即交换次数为 $n^*(n-1)/4$,因交换次数<比较次数<最坏情况时间复杂度,所以平均时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

四、插入排序

插入排序将数组数据分成已排序区间和未排序区间。初始已排序区间只有一个元素,即数组第一个元素。在未排序区间取出一个元素插入到已排序区间的合适位置,直到未排序区间为空。

空间复杂度:插入排序是原地排序算法。

时间复杂度:

- 1. 最好情况: O(n)。
- 2. 最坏情况: O(n^2)。
- 3. 平均情况: $O(n^2)$ (往数组中插入一个数的平均时间复杂度是O(n), 一共重复n次)。

稳定性:插入排序是稳定的排序算法。

五、选择排序

选择排序将数组分成已排序区间和未排序区间。初始已排序区间为空。每次从未排序区间中选出最小的元素插入已排序区间的末尾,直到未排序区间为空。

空间复杂度:选择排序是原地排序算法。

时间复杂度: (都是O(n^2))

1. 最好情况: O(n^2)。

2. 最坏情况: O(n^2)。

3. 平均情况: O(n^2)。

稳定性:选择排序不是稳定的排序算法。

思考

选择排序和插入排序的时间复杂度相同,都是 $O(n^2)$,在实际的软件开发中,为什么我们更倾向于使用插入排序而不是冒泡排序算法呢?

答:从代码实现上来看,冒泡排序的数据交换要比插入排序的数据移动要复杂,冒泡排序需要3个赋值操作,而插入排序只需要1个,所以在对相同数组进行排序时,冒泡排序的运行时间理论上要长于插入排序。

[24赞]

• 德拉 2018-10-27 08:20:08

有同学提到的算法过程动态图,可以看看这个https://visualgo.net/[18赞]

• 姜威 2018-10-22 08:40:11

总结:

一、几种经典排序算法及其时间复杂度级别

冒泡、插入、选择 O(n^2) 基于比较

快排、归并 O(nlogn) 基于比较

计数、基数、桶 O(n) 不基于比较

- 二、如何分析一个排序算法?
- 1.学习排序算法的思路? 明确原理、掌握实现以及分析性能。
- 2.如何分析排序算法性能?从执行效率、内存消耗以及稳定性3个方面分析排序算法的性能。
- 3.执行效率:从以下3个方面来衡量
- 1) 最好情况、最坏情况、平均情况时间复杂度
- 2) 时间复杂度的系数、常数、低阶:排序的数据量比较小时考虑
- 3) 比较次数和交换(或移动)次数
- 4.内存消耗:通过空间复杂度来衡量。针对排序算法的空间复杂度,引入原地排序的概念,原地排序算法就是指空间复杂度为O(1)的排序算法。
- 5.稳定性:如果待排序的序列中存在值等的元素,经过排序之后,相等元素之间原有的先后顺序不变,就说明这个排序算法时稳定的。

三、冒泡排序

1.排序原理

- 1) 冒泡排序只会操作相邻的两个数据。
- 2) 对相邻两个数据进行比较,看是否满足大小关系要求,若不满足让它俩互换。
- 3) 一次冒泡会让至少一个元素移动到它应该在的位置,重复n次,就完成了n个数据的排序工作。
- 4) 优化: 若某次冒泡不存在数据交换,则说明已经达到完全有序,所以终止冒泡。
- 2.代码实现(见下一条留言)
- 3.性能分析
- 1) 执行效率: 最小时间复杂度、最大时间复杂度、平均时间复杂度

最小时间复杂度:数据完全有序时,只需进行一次冒泡操作即可,时间复杂度是O(n)。

最大时间复杂度:数据倒序排序时,需要n次冒泡操作,时间复杂度是O(n^2)。

平均时间复杂度:通过有序度和逆序度来分析。

什么是有序度?

有序度是数组中具有有序关系的元素对的个数,比如[2,4,3,1,5,6]这组数据的有序度就是 11 ,分别是[2,4][2,3][2,5][2,6][4,5][4,6][3,5][3,6][1,5][1,6][5,6]。同理,对于一个倒序数组,比如[6,5,4,3,2,1],有序度是 0 ;对于一个完全有序的数组,比如[1 ,2,3,4,5,6],有序度为 $^{n*(n-1)/2}$,也就是 15 ,完全有序的情况称为满有序度。

什么是逆序度? 逆序度的定义正好和有序度相反。核心公式: 逆序度=满有序度-有序度。

排序过程,就是有序度增加,逆序度减少的过程,最后达到满有序度,就说明排序完成了。

冒泡排序包含两个操作原子,即比较和交换,每交换一次,有序度加¹。不管算法如何改进,交换的次数总是确定的,即逆序度。

对于包含 n 个数据的数组进行冒泡排序,平均交换次数是多少呢?最坏的情况初始有序度为 0 ,所以要进行 $^{n*(n-1)/2}$ 交换。最好情况下,初始状态有序度是 $^{n*(n-1)/2}$,就不需要进行交互。我们可以取个中间值 $^{n*(n-1)/4}$,来表示初始有序度既不是很高也不是很低的平均情况。

换句话说,平均情况下,需要n*(n-1)/4次交换操作,比较操作可定比交换操作多,而复杂度的上限是 $O(n^2)$,所以平均情况时间复杂度就是 $O(n^2)$ 。以上的分析并不严格,但很实用,这就够了。

- 2) 空间复杂度:每次交换仅需1个临时变量,故空间复杂度为O(1),是原地排序算法。
- 3) 算法稳定性:如果两个值相等,就不会交换位置,故是稳定排序算法。

四、插入排序

1. 算法原理

首先,我们将数组中的数据分为²个区间,即已排序区间和未排序区间。初始已排序区间只有一个元素,就是数组的第一个元素。插入算法的核心思想就是取未排序区间中的元素,在已排序区间中找到合适的插入位置将其插入,并保证已排序区间中的元素一直有序。重复这个过程,直到未排序中元素为空,算法结束。

- 2.代码实现(见下一条留言)
- 3.性能分析
- 1) 时间复杂度: 最好、最坏、平均情况

如果要排序的数组已经是有序的,我们并不需要搬移任何数据。只需要遍历一遍数组即可,所以时间复杂度是O(n)。如果数组是倒序的,每次插入都相当于在数组的第一个位置插入新的数据,所以需要移动大量的数据,因此时间复杂度是 $O(n^2)$ 。而在一个数组中插入一个元素的平均时间复杂都是O(n),插入排序需要n次插入,所以平均时间复杂度是 $O(n^2)$ 。

- 2) 空间复杂度: 从上面的代码可以看出,插入排序算法的运行并不需要额外的存储空间,所以空间复杂度是O(1),是原地排序算法。
- 3) 算法稳定性:在插入排序中,对于值相同的元素,我们可以选择将后面出现的元素,插入到前面出现的元素的后面,这样就保持原有的顺序不变,所以是稳定的。

[9裝]

作者回复2018-10-22 10:16:27

- 醉比 2018-10-15 08:52:31
 大家多思考多吸收吧。。。。我得多吸收一会 [8特]
- 峰 2018-10-15 08:41:45
 三种排序算法不涉及随机读取,所以链表是可以实现的,而且时间复杂度空间空间复杂度和数组一样,O(n*n),O(1). [8赞]
- 陈问渔 2018-11-22 11:54:54
 https://mp.weixin.qq.com/s/HQg3BzzQfJXcWyltsgOfCQ

这里面的图解排序算法,很形象。java实现的代码[7赞]

• allean 2018-11-13 09:41:28 每一次看文章都要至少看三遍,代码实现也至少写三遍,不是追求量,是真的感觉每一次的体会都更加不一样 [6赞]

作者回复2018-11-13 09:58:02

• oldman 2018-10-16 10:38:03

我用python实现了冒泡排序,插入排序,选择排序。地址如下,欢迎大家一起探讨:

冒泡排序: https://github.com/lipeng1991/testdemo/blob/master/40_bubble_sort.py

插入排序: https://github.com/lipeng1991/testdemo/blob/master/41_insert_sort.py

选择排序: https://github.com/lipeng1991/testdemo/blob/master/42_select_sort.py [6裝]

• 流风之回雪 2018-11-02 09:25:20

a[j+1] = value; // 插入数据,这条语句弄了好久才明白,一直以为 j的值最小为<math>0,那么a[j+1]最小就是a[1],不过这样赋值逻辑上就有问题,后来debug了一下,发现,是可以为-1的,a[j+1]最小为a[0],这样逻辑上就通了,果然多敲代码才能弄明白勒 [5赞]

作者同复2018-11-02 09:55:58

钻研精神

• Northern 2018-10-23 14:22:29

a[j+1] = value; // 插入数据

插入排序代码中,移动1时,j会为-1,这样不就下标越界了吗?[3赞]

作者同复2018-10-23 19:00:25

j为什么会是-1呢

• zj 2018-11-07 22:38:00

订单那个题目为什么要先按照订单时间排序,再按照金额呢?我先按照金额,再按订单时间有什么不一样么[2赞]

作者回复2018-11-08 09:42:21

我不是解释了嘛 先金额再时间 代码写起来比较麻烦

• Geek 10aca9 2018-10-23 15:56:23

对于选择排序,如果每次排序选择的最值为未排序区间的第一个值,这不就是稳定的排序方法了吗?[2赞]

作者回复2018-10-24 23:31:01

第一个? 那不就是插入排序了嘛

• DADDYHINS 2018-10-15 12:21:16

链表也能用这三种排序,不涉及随机访问,所以时间复杂度也是一样的吧。[2赞]

• Jo 2018-10-15 09:27:18

冒泡排序的外层循环次数只需要n-1次,此时第1个数字在上一次已经比较过,肯定比第2个小(或大),所以第n次没必要比较了 [2 riangle 5]

• 星 2018-12-22 12:58:31

冒泡排序的应该重复n-1次就有序了[1赞]

• 几多不几多 2018-12-02 13:07:50

换句话说,平均情况下,需要 $n^*(n-1)/4$ 次交换操作,比较操作肯定要比交换操作多,而复杂度的上限是 O(n2),所以平均情况下的时间复杂度就是 O(n2)。比较操作肯定要比交换操作多这能懂,复杂度上限是O(n2)也能懂,但是怎么最后那句话怎么就所以上了? 这里没懂可以解答下吗?谢谢老师 [1赞]

作者同复2018-12-03 09:52:48

11|排序 (上) : 为什么插入排序比冒泡排序更受欢迎? $n^* (n-1)$ /4对应复杂度的表示就是 $o(n^2)$ 你可以简单这么理解就好

• 金炜 2018-11-26 09:56:56 选择排序也可以做成稳定的,选出未排序的最小值,不交换而是放在已排最后 后面依次往后挪一? [1赞]

作者回复2018-11-27 10:26:04 效率就会比较低了