



Доля П.Г.
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
факультет математики і інформатики
кафедра теоретичної та прикладної інформатики
2020 р.

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Залікові завдання.

Факультет : математики і інформатики
Спеціальність : інформатика
Семестр : 3
Форма навчання : денна
Рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень): бакалавр
Навчальна дисципліна: програмування мовою Python.

Використовуючи мову Python та відповідні математичні пакети, запрограмувати розв'язки наступних задач.

Завдання затверджено на засіданні кафедри теоретичної та прикладної інформатики, протокол № 4 від 17 листопада 2020 р.

Завідувач кафедри: (підпис) (доц. Зарецька І.Т.)
Екзаменатор: (підпис) (доц. Доля П.Г.)

Варіант - 1

1. Дано список $a = 0, 1, 2, \dots, 10$ і число b , яке вводиться з клавіатури. Створити список з п'ятьма елементами, які обчислюються за формулою

$$f = \begin{cases} a \cdot b, & a > 5 \\ \frac{3}{2}ab, & a \leq 5 \end{cases}.$$

Реалізувати f як функцію.

2. Дано тетраедр з вершинами в точках $A(0,0,0)$, $B(2,1,0)$, $C(1,2,0)$, $D(1,3,1,2)$. Написати Python програму, в якій обчислюються об'єм тетраедра, площа грані ABC та довжина висоти $h = |DE|$, а також графічно зображуються контур тетраедра, висота DE та точка E.

3. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = 5, \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$$

двома способами: за допомогою функцій `scipy.linalg.solve` та за допомогою оберненої матриці.

Варіант - 2

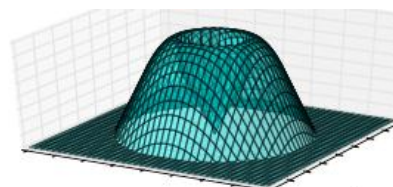
1. Для цілих чисел a від 1 до 10 створити список, елементи якого обчислюються по формулі

$$f = \begin{cases} a^2, & a < 3 \\ a + 5, & 3 \leq a < 7, \\ a, & a \geq 7 \end{cases}$$

реалізувавши f як функцію.

2. Використовуючи логічне індексування, побудувати графік функції

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \leq 1 \\ 1 + \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2), & 1 < x^2 + y^2 < 4 \\ 3 - \sqrt{x^2 + y^2}, & 4 \leq x^2 + y^2 < 9 \\ 0, & x^2 + y^2 \geq 9 \end{cases}$$



3. Знайти точку перетинання прямої $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ і площини $x + 2y + 3z - 14 = 0$ (реалізувати формули в програмі). Використовуючи графічні функції пакету `matplotlib`, намалювати пряму, площину і точку перетину.

Варіант - 3

1. Написати програму (сценарій), в якій вводяться коефіцієнти a, b, c квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, а потім обчислюються його корені. Врахувати всі можливі значення дискримінанта $b^2 - 4ac$ (додатні, нульові, від'ємні). Оформити інструкції у вигляді сценарію (програми Python).

2. У трикутника з вершинами $A(1, -1, 2)$, $B(5, -6, 2)$ та $C(1, 3, -1)$ знайти довжину висоти $h = |\vec{BD}|$, яка проведена з вершини B на протилежну сторону. Обчислити довжину медіани, проведеної із вершини B на протилежну сторону. Графічно зобразити трикутник та цю медіану.

3. Написати програму Python, яка будує графік функції $y = 2x + \frac{1}{x}$ та дотичну до неї в точці $x_0 = 2$.

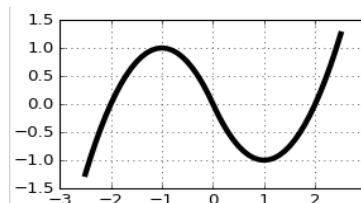
Вказівка. Рівняння дотичної до графіка функції $y = y(x)$ в точці x_0 має вид $Y = y(x_0) + y'(x_0) \cdot (x - x_0)$. Розв'язання зводиться до побудови графіків функцій $y(x)$ та $Y(x)$. Похідну $y'(x)$ реалізувати в програмі у вигляді функції за формулами, обчисленими вручну.

Варіант - 4

1. Дано 4 змінні $X=5$, $Y=8$, $Z=12$, $W=3$. Обміняти значення змінних наступним чином: $X \leftarrow W$, $Y \leftarrow Z$, $W \leftarrow Y$, $Z \leftarrow X$, де запис $X \leftarrow W$ означає перенесення значення змінної W в змінну X .

2. Побудувати графік кускової функції

$$y(x) = \begin{cases} 1 - (x+1)^2, & x \leq 0 \\ (x-1)^2 - 1, & x > 0 \end{cases}$$



3. Використовуючи систему програмування Python та відповідні математичні пакети, чисельно знайти площу під кривою $y = \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^2}$ на відрізку $[0, 1]$.

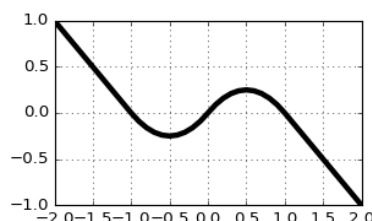
Графічно зобразити область, площа якої обчислюється.

Варіант - 5

1. Використовуючи словники, створіть структуру даних для зображення інформації про групу студентів, які відвідують спецкурс: ім'я, прізвище, факультет, курс. Протестуйте використання такого словника.

2. Побудувати графік кускової функції

$$y(x) = \begin{cases} -1 - x, & x \leq -1 \\ x(1+x), & -1 < x \leq 0 \\ x(1-x), & 0 < x \leq 1 \\ 1 - x, & x > 1 \end{cases}$$



3. Знайти чисельний розв'язок задачі Коші

$$y''(x) - 6y'(x) = (20x + 14) \cdot e^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

та побудувати його графік.

Варіант - 6

1. Вибрати зі списку 30 випадкових чисел з діапазону $[0, 1]$ тільки числа більші за 0.5, створивши з них окремий список (випадковий список генерувати в програмі).

2. Побудувати графік неявно заданої кривої $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0$ (еліпс). В точці $(-2, \sqrt{20}/3)$ побудувати графіки дотичної та нормалі.

Вказівка. Якщо крива задана неявним рівнянням $F(x, y) = 0$, і точка (x_0, y_0) належить кривій, то рівняння дотичної до кривої в цій точці має вигляд

$$F'_x(x_0, y_0)(x - x_0) + F'_y(x_0, y_0)(y - y_0) = 0,$$

а рівняння нормалі

$$F'_x(x_0, y_0)(y - y_0) - F'_y(x_0, y_0)(x - x_0) = 0.$$

Розв'язання зводиться до побудови графіків неявно заданих кривих (еліпса та двох прямих). Похідні реалізувати в програмі у вигляді функцій за формулами, які ввести вручну.

3. Розв'язати систему лінійних рівнянь двома способами: за допомогою функцій `scipy.linalg.solve` та оберненої матриці.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 4 \\ 3x - 5y + 2z = -7 \\ 4x - 7y + z = -12 \end{cases}$$

Варіант - 7

1. Напишіть сценарій, в якому будується англо-український словник з кількох слів, наприклад з 6. В якості ключів використовуйте англійські слова, а в якості значень – їх переклади на українську мову. Побудуйте із словника список кортежів, складений із пар (ключ, значення). Відсортуйте список по ключу.

2. У графічному вікні намалювати 2 зображення: графік кривої e^x і в меншому прямокутному вікні графік функції $\sin \pi x$.

3. Чисельно розв'язати систему ЗДР з початковими умовами Коші.

$$\begin{cases} x'_t = y - z, & x(0) = 1 \\ y'_t = z - x, & y(0) = 0 \\ z'_t = x - 2 \cdot y, & z(0) = 2 \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 20.$$

Побудувати графіки розв'язку та фазову траєкторію.

Вказівка. Фазова траєкторія будується за параметричними рівняннями $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

Варіант - 8

1. Згенеруйте одновимірний масив з 16 випадкових чисел. Відсортуйте його за спаданням і потім перетворіть на матрицю розміром 4×4 .

2. Побудувати поверхню тора по параметричному рівнянню

$$x = (R + r \cdot \cos \varphi) \cdot \cos \tau$$

$$y = (R + r \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \tau, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq \tau \leq 2\pi.$$

$$z = r \cdot \sin \varphi$$

Покласти $R = 3, r = 1$.

3. Використовуючи формулу Паскаля $C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$, написати рекурсивну функцію, яка обчислює C_n^m - кількість сполучень m елементів з n елементів.

Варіант - 9

1. Згенерувати матрицю випадкових цілих чисел розміром 5×5 . Замінити елементи побічної діагоналі на числа, які дорівнюють середньому мінімального і максимального елементів рядка. Знайти номер рядка з найбільшою сумою елементів і вивести цей номер.

2. Знайти значення матричного многочлена $2A^2 + 3A \cdot B + 5E - 1$, якщо E одинична матриця, і

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 4 & -3 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що $A \cdot A^{-1} = E$. Обчислити визначник матриці A .

3. Побудувати графік функції $y = \sin \pi x$ та дотичну до неї в точці $x_0 = 0.6$.

Вказівка. Рівняння дотичної до графіка функції $y = y(x)$ в точці x_0 має вид $Y = y(x_0) + y'(x_0) \cdot (x - x_0)$. Розв'язання зводиться до побудови графіків функцій $y(x)$ та $Y(x)$. Похідну реалізувати в програмі у вигляді функції за формулою, обчисленою вручну.

Варіант - 10

1. Використовуючи систему програмування Python та відповідні математичні пакети, чисельно знайти площу під кривою $y = \frac{x^3}{x^2 + 4}$ на відрізку $[0, 2]$.

Графічно зобразити область, площа якої обчислюється.

2. Згенерувати 3 масиви по 10 випадкових цілих чисел з діапазону $[5, 20]$. На одному рисунку побудувати стовпчасті діаграми створених векторів.

3. Написати програму, в якій обчислити (за відомими формулами) довжини сторін, величини кутів та площу трикутника з вершинами в точках $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$. Намалювати трикутник, точку E – середину сторони BC , та медіану AE .

Варіант - 11

1. Згенерувати список U з 20 випадкових цілих чисел. З нього створити два списки X та Y . Список X утворено з 10 менших елементів U , відсортованих по зростанню. Список Y утворено з 10 більших елементів U , відсортованих по зменшенню.

2. Чисельно розв'язати систему ЗДР з початковими умовами Коші.

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -y_2 - 5y_1 + \sin t \end{cases}, \quad y_1(0) = 1, y_2(0) = 0.$$

Побудувати графіки розв'язку та фазову траєкторію.

3. Побудувати графік параметрично заданої кривої $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ (циклоїда). Побудувати графіки дотичної та нормалі до кривої в точці $t = 4\pi/3$.

Вказівка. Для кривої на площині, яка задана параметрично $x = x(t)$, $y = y(t)$, рівняння дотичної в точці $t = t_0$ може мати вигляд: $x_t = x(t_0) + t \cdot x'(t_0)$, $y_t = y(t_0) + t \cdot y'(t_0)$. Рівняння нормалі в цій точці можна записати у вигляді $x_n = x(t_0) + t \cdot y'(t_0)$, $y_n = y(t_0) - t \cdot x'(t_0)$. Розв'язання зводиться до побудови графіків параметрично заданих кривих: $(x(t), y(t))$, $(x_t(t), y_t(t))$, $(x_n(t), y_n(t))$. Похідні реалізувати в програмі у вигляді функцій за формулами, обчисленими вручну.

Варіант - 12

1. Згенерувати список з дванадцяти цілих чисел. Відсортувати список наступним чином: елементи, які мають парні номери, відсортувати по зменшенню; елементи, які мають непарні номери, відсортувати по зростанню.

2. Побудувати графік, який складається з 18 точок, рівномірно розосереджених по одиничному колу, та з 12 точок, рівномірно розкладених по колу радіуса 0.5.

3. В просторі дано плоский паралелограм, три вершини якого мають координати $A(-3, 5, 6)$, $B(1, -5, 7)$, $C(8, -3, -1)$. Знайти координати четвертої вершини D , яка протилежна вершині A . Обчислити площу паралелограма. Графічно зобразити контур цього паралелограма, та точки його вершин.

Варіант - 13

1. Обчислити довжину дуги кривої $y = x\sqrt{x}$ при $0 \leq x \leq 1$. Побудувати графік кривої та криволінійного відрізка, довжина якого обчислюється.

Вказівка. Довжина дуги плоскої кривої, заданої в декартових координатах

явним рівнянням $y = y(x)$, обчислюється за формулою $L = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx$, де

x_0 та x_1 визначають початкову та кінцеву точки дуги. Похідну реалізувати в програмі у вигляді функції за формулою, обчисленою вручну.

2. Використовуючи графічні примітиви, створити двовимірний малюнок «будинку».

3. Створити графічне вікно з трьома зображеннями, розташованими «хаотично». Ліве верхнє зображення містить 3D графік розсіювання (scatter) точок, розташованих на поверхні циліндра. Праве зображення - графік поверхні $z = (x^2 + y^2) \sin x \sin y$, $-\pi \leq x \leq \pi$, $-\pi \leq y \leq \pi$. В нижній зоні намальовано поверхню гіперболічного параболоїда $z = x^2 - y^2$.

Варіант - 14

1. Використовуючи систему програмування Python та відповідні математичні пакети, чисельно знайти площу під кривою $y = \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3}$ на відрізку

$[0, \pi/4]$. Графічно зобразити область, площа якої обчислюється.

2. Побудувати графік функції

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & , \quad x^2 + y^2 \geq 4 \\ \sqrt{4 - x^2 - y^2} & , \quad 1 < x^2 + y^2 < 4 \\ \sqrt{3}(x^2 + y^2) & , \quad 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}.$$

Додати малюнок кривої, яка зображує переріз поверхні функції вертикальною площиною $y - x = 0$.

3. Написати сценарій, який зберігає текст з чотирьох рядків в текстовий файл. Перевірити в «блокноті», що файл збережено вірно. Напишіть інший сценарій, який читає рядки зі створеного файлу і друкує текст рядків в зворотному порядку.

Варіант - 15

1. Вибрати зі списку 40 випадкових дійсних чисел з діапазону $[1, 10]$ тільки числа більші за 5, створивши з них окремий список. Знайти номери всіх максимальних елементів нового масиву (навіть, якщо максимальний елемент не один).

2. Побудувати графіки функцій $y = x$ та $y = x^2$. Зафарбувати сірим кольором зону, яка обмежена зверху і знизу кривими, а зліва і справа – точками перетинання (точки перетину кривих обчислити вручну).

3. Дано тетраедр з вершинами в точках $A(0, 0, 0)$, $B(2, 1, 0)$, $C(1, 2, 0)$, $D(1.3, 1.1, 2)$. Обчислити об'єм тетраедра, площу грані ABC та довжину висоти $h = |DE|$. Графічно зобразити контур тетраедра, висоту DE та точку E.

Варіант - 16

1. Створіть матрицю B розміром 4×4 складену з одних п'ятірок. Згенеруйте матрицю C розміром 4×4 , елементи якої C_{ij} обчислюються за формулою $C_{ij} = i^2 - j^2$. Згенеруйте діагональний масив D з елементами на діагоналі $[1, -1, 2, -2]$. Обчисліть масив $B - C - D + E - 3$, де E одинична матриця розміром 4×4 .

2. Побудувати поверхню стрічки Мебіуса. Вона утворюється рухом і обертанням відрізка прямої вздовж замкненої просторової кривої. Якщо ця крива є окружністю радіуса R (в площині XY), а n позначає кількість напівобертів відрізка при обході кривої, то її параметричне рівняння буде мати вигляд

$$\begin{aligned}x(u, v) &= \left(R + v \cos\left(\frac{nu}{2}\right) \right) \cos u, \\y(u, v) &= \left(R + v \cos\left(\frac{nu}{2}\right) \right) \sin u, \\z(u, v) &= v \sin\left(\frac{nu}{2}\right),\end{aligned}$$

де $0 \leq u < 2\pi$, $-h/2 \leq v \leq h/2$, h – ширина стрічки. При побудові поверхні покласти $R = 3$, $h = 2$, $n = 1$.

3. Використовуючи систему програмування Python та відповідні математичні пакети, чисельно знайти площу під кривою $y = \frac{8x - \arctg 2x}{1 + 4x^2}$ на відрізку $[0, 1/2]$. Графічно зобразити область, площа якої обчислюється.

Варіант - 17

1. Написати програму, яка запитує введення цілого числа від 0 до 10 і друкує його текстову назву. Наприклад, при введенні числа 5 програма надрукує «введено число п'ять».

2. Згенерувати одновимірний масив 16 випадкових дійсних чисел на відрізку $[-8, 8]$. Замінити всі від'ємні елементи масиву їх квадратами і впорядкувати елементи нового масиву по зростанню.

3. Чисельно знайти розв'язок задачі Коші лінійної системи трьох диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами.

$$\begin{cases} x'_t = -2x + z, & x(0) = 1 \\ y'_t = -y - z, & y(0) = -1. \\ z'_t = y - z, & z(0) = -3 \end{cases}$$

Побудувати графіки розв'язків та фазову траєкторію. При побудові графіків обрати діапазон незалежної змінної $0 \leq t \leq 10$.

Вказівка. Фазовою траєкторією системи трьох диференціальних рівнянь 1-го порядку є крива в тривимірному просторі з параметричним рівнянням $(x(t), y(t), z(t))$.

Варіант - 18

1. Створити і відобразити масив розміром 32×32 , зображення якого має вигляд літери X.
2. Використовуючи функцію `scipy.integrate.cumtrapz`, обчислити невизначений інтеграл $\int e^{-x^2} \sin^2 4x dx$ і побудувати його графік.
3. Побудувати каркасне зображення поверхні функції $z = \sin x \cdot \sin y \cdot (x^2 + y^2)$, $-\pi \leq x \leq \pi$, $-\pi \leq y \leq \pi$.

Варіант - 19

1. Створіть матрицю Z, елементи якої обчислюються за формулою $Z_{ij} = X_i^2 - Y_j^2$, де $X = [-3, 0, 1, 2, 5]$, $Y = [-5, 0, -4, 1, 3]$ одновимірні масиви. Додайте до Z стовпець, складений з натуральних чисел 1, 2, 3, 4, 5. Потім між першим і другим рядками вставте рядок, складений з одиниць.
2. Побудувати тривимірну криву по параметричному рівнянню
 $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t/8$, $0 \leq t \leq 8\pi$.

3. Обчислити довжину дуги відрізка кривої $y = x e^{-x^2}$ для $-1 \leq x \leq 1$. Побудувати графік кривої та криволінійного відрізка, довжина якого обчислюється.

Вказівка. Довжина дуги плоскої кривої, заданої в декартових координатах явним рівнянням $y = y(x)$, обчислюється за формулою $L = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx$, де

x_0 та x_1 визначають початкову та кінцеву точки дуги. Похідні реалізувати в програмі у вигляді функції за формулою, обчисленою вручну.

Варіант - 20

1. Написати програму, яка генерує два масиви по 12 випадкових цілих чисел від 0 до 10. Надрукувати числа, які належать обом масивам.
2. Розв'язати систему лінійних рівнянь двома способами: за допомогою функцій `scipy.linalg.solve` та за допомогою оберненої матриці.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 4 \\ 3x - 5y + 2z = -7 \\ 4x - 7y + z = -12 \end{cases}$$

3. Знайти довжину кривої $x = e^{t/5}(\cos t + \sin t)$, $y = e^{t/5}(\cos t - \sin t)$, $0 \leq t \leq \pi$, яка задана параметрично. Побудувати графік криволінійного відрізка, довжина якого обчислюється.

Вказівка. Довжина дуги плоскої кривої, заданої в параметричному вигляді $x = x(t)$, $y = y(t)$, обчислюється за формулою $L = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$, де t_0 та t_1 – значення параметра в початковій та кінцевій точках дуги. Похідні реалізувати в програмі у вигляді функцій за формулами, обчисленими вручну.

Варіант - 21

1. Згенерувати масив з 15 випадкових дійсних чисел в діапазоні від 0 до 10. Обчислити номер максимального і мінімального елементу масиву. Перебудувати масив таким чином, щоб в першій його половині розміщувалися елементи (без зміни порядку), які стояли в непарних позиціях, а в другій половині – елементи, що стояли в парних позиціях (без зміни порядку).
2. Зобразити одиничну окружність і поле її нормалей.
3. Чисельно розв'язати задачу Коші для лінійного диференціального рівняння першого порядку $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, $y(0) = 1/8$. Побудувати графік розв'язку.

Варіант - 22

1. Побудувати контурний графік функції $z = \sin(xy) \cdot e^{-(x^2+y^2)/3}$, $-\pi \leq x \leq \pi$, $-\pi \leq y \leq \pi$.
2. Написати рекурсивну функцію, яка обчислює кількість сполучень m елементів з n елементів C_n^m , використовуючи формулу Паскаля $C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$.
3. Знайти чисельний розв'язок задачі Коші

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad y(0) = 1 + 2 \ln 2, \quad y'(0) = 3 \ln 2.$$

Побудувати графік розв'язку та фазову траєкторію.

Варіант - 23

1. Використовуючи функції модуля `numpy`, створити масив A розміром 5×5 , у якого на головній діагоналі розташовані числа 1, 2, 3, 4, 5, на верхній побічній діагоналі – одиниці, на нижній побічній – мінус одиниці, а інші елементи дорівнюють нулю.
2. Згенерувати список цілих чисел [1,2,3,...,10] і список їх назв [«один», «два», ..., «десять»]. Використовуючи зрізи, об'єднати елементи цих списків в список пар: [[1, «один»], ...]. Надрукувати отриманий список пар у вигляді стовпця.

3. Дано вершини трикутника $A(2,2)$, $B(-2,-8)$, $C(-6,-2)$. Скласти рівняння медіани CD та висоти CE. Побудувати трикутник, медіану та висоту за їх рівняннями.

Варіант - 24

1. Створити масив В розміром 5×5 , всі рядки якого співпадають з вектором 1,2,3,4,5. Створити масив С розміром 5×5 , всі стовпці якого співпадають з вектором 2,4,6,8,10. Скласти масиви $D = B + C$. В масиві D замінити другий рядок одиницями, видалити останній стовпець та дописати праворуч до отриманого масиву масив з нулів розміром 5×2 . В отриманому масиві замінити елементи, індекси яких одночасно задовольняють нерівностям $1 \leq i \leq 3$, $3 \leq j \leq 5$, на трійки.

2. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки $A(1,2,3)$, $B(-2,-1,1)$, $C(0,4,2)$. Графічно зобразити точки та площину.

3. Скласти рівняння дотичної та нормалі до параметрично заданої кривої $x = \sin^3 t$, $y = \cos^3 t$ в точці $t_0 = \pi/3$. Побудувати криву, дотичну і нормаль.

Вказівка. Для кривої на площині, яка задана параметрично $x = x(t)$, $y = y(t)$, рівняння дотичної в точці $t = t_0$ може мати вигляд: $x_\tau = x(t_0) + t \cdot x'(t_0)$, $y_\tau = y(t_0) + t \cdot y'(t_0)$. Рівняння нормалі в цій точці можна записати у вигляді $x_n = x(t_0) + t \cdot y'(t_0)$, $y_n = y(t_0) - t \cdot x'(t_0)$. Розв'язання зводиться до побудови графіків параметрично заданих кривих: $(x(t), y(t))$, $(x_\tau(t), y_\tau(t))$, $(x_n(t), y_n(t))$. Похідні реалізувати в програмі у вигляді функцій за формулами, обчисленими вручну.

Варіант - 25

1. Згенерувати два масиви випадкових дійсних чисел А і В розміром 5×5 з елементами з діапазону від 0 до 10. В масиві А замінити елементи, які менші за відповідні елементи В, на ці елементи В. Решту елементів масиву А залишити незмінними.

2. Знайти чисельний розв'язок задачі Коші

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{2 + e^x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Побудувати графік розв'язку та фазову траєкторію.

3. В просторі дано плоский паралелограм, три вершини якого мають координати $A(-3,5,6)$, $B(1,-5,7)$, $C(8,-3,-1)$. Знайти координати четвертої вершини D, яка протилежна вершині А. Обчислити площу паралелограма. Побудувати контур цього паралелограма, та точки його вершин.