

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA



GIẢI TÍCH 2 (MT1005) - Học kì 233

Bài tập lớn nhóm DT01-01

BẢN ĐỒ ĐƯỜNG MỨC

GVHD: Nguyễn Thị Xuân Anh

Thành viên nhóm 1: Nguyễn Lê Xuân Hòa - 2033145
Vũ Đăng Khoa - 2211666
Trần Đình Quý - 2033089
Phan Hữu Tài - 2115396
Hồ Hữu An - 2112729
Hồ Phan Quốc An - 2210007
Nguyễn Hoàng Lâm - 2211827

TP.HCM, tháng 8 2024



Nhóm trưởng: Nguyễn Lê Xuân Hòa

MSSV	Họ và tên đệm	Tên	Nhiệm vụ	Ghi chú
2033145	Nguyễn Lê Xuân	Hòa	Câu 2	
2033089	Trần Đình	Quý	Câu 4 a và b	
2211666	Vũ Đăng	Khoa	Câu 4 c và d	
2115396	Phan Hữu	Tài	Câu 3	
2112729	Hồ Hữu	An	Câu 4e	
2210007	Hồ Phan Quốc	An	Làm latex	
2211827	Nguyễn Hoàng	Lân	Câu 1	

Đề bài cho nhóm DT01-01

Bài tập lớn HK233 - Lớp DT01 - Nhóm 1: Bản đồ đường mức

Câu 1: Trình bày những hiểu biết của nhóm về bản đồ đường mức của hàm 2 biến $f(x, y)$

Câu 2: Biên dịch và giải bài tập

Figure 8.30 shows cardiac output (in liters per minute) in patients suffering from shock as a function of blood pressure in the central veins (in mmHg) and the time in hours since the onset of shock.

- In a patient with blood pressure of 4 mmHg, what is cardiac output when the patient first goes into shock? Estimate cardiac output three hours later. How much time has passed when cardiac output is reduced to 50% of the initial value?
- In patients suffering from shock, is cardiac output an increasing or decreasing function of blood pressure?
- Is cardiac output an increasing or decreasing function of time, t , where t represents the elapsed time since the patient went into shock?
- If blood pressure is 3 mmHg, explain how cardiac output changes as a function of time. In particular, does it change rapidly or slowly during the first two hours of shock? During hours 2 to 4? During the last hour of the study? Explain why this information is useful to a physician treating a patient for shock.

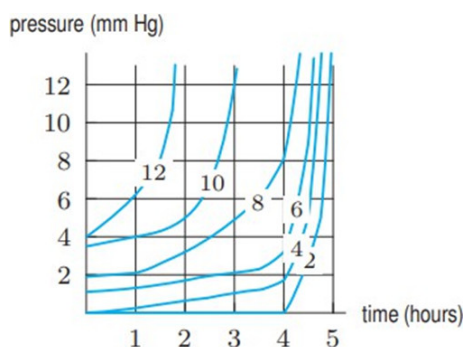


Figure 8.30

Hình 1: Hình câu 2

Tài liệu tham khảo: Applied-Calculus-5th-Edition.pdf

Câu 3: Giải bài tập

Figure 8.34 shows a contour plot of job satisfaction as a function of the hourly wage and the safety of the workplace. Match the jobs at points P , Q , and R with the three descriptions.

- The job is so unsafe that higher pay alone would not increase my satisfaction very much.
- I could trade a little less safety for a little more pay. It would not matter to me.
- The job pays so little that improving safety would not make me happier.

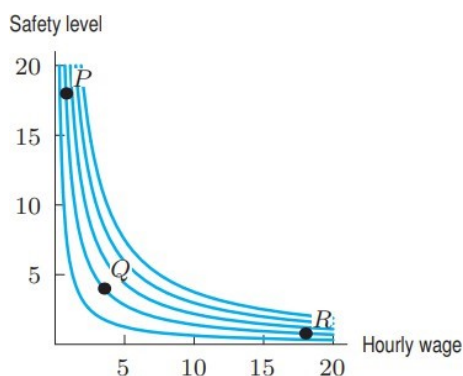


Figure 8.34

Hình 2: Hình câu 3

Tài liệu tham khảo: Applied-Calculus-5th-Edition.pdf

Câu 4: Cho khối Ω trong không gian $Oxyz$ giới hạn bởi các mặt cong $y = 4 + x - x^2$, $z = x - y$, $z = 4 - x^2$. Thực hiện các yêu cầu sau như 1 bài thi tự luận (các tính toán đều bỏ qua đơn vị tính):

- Dùng 1 phần mềm tùy ý vẽ hình khối Ω
- Tính diện tích phần mặt phẳng $z = 0$ thuộc khối Ω .
- Tính diện tích phần mặt trụ $y = 4 + x - x^2$ thuộc khối Ω .
- Tính khối lượng khối Ω biết hàm mật độ khối lượng tại điểm $M(x, y, z) \in \Omega$ là $\rho(M) = 6 - x - z$.
- Gọi C là giao tuyến của 2 mặt $y = 4 + x - x^2$ và $z = 4 - x^2$ phần thuộc khối Ω . Tính công của trường lực $\mathbf{F} = (z + 2y)\mathbf{i} - (x - z)\mathbf{j} + (2x + y)\mathbf{k}$ khi di chuyển chất điểm dọc đường cong C theo chiều tăng của x .



Nhận xét của GVHD



Contents

Đề bài	2
Nhận xét của GVHD	4
1 Câu 1	7
1.1 Đề bài	7
1.2 Bài làm	7
1.2.1 Khái niệm cơ bản	7
1.2.2 Cách xây dựng bản đồ đường mức	8
1.2.3 Một số ví dụ	8
1.2.4 Một số công cụ đồ họa giúp vẽ đường mức	9
1.2.5 Ý nghĩa và ứng dụng	10
2 Câu 2: Biên dịch và giải bài tập	12
2.1 Đề bài	12
2.2 Dịch đề	12
2.3 Bài làm	13
2.4 Kết luận	14
3 Câu 3: Giải bài tập	15
3.1 Đề bài	15
3.2 Dịch đề	15
3.3 Bài làm	15
3.3.1 Phân tích biểu đồ	15
3.3.2 Mô tả	16
3.3.3 Kết luận	16
4 Câu 4	17
4.1 Đề bài	17
4.2 Bài làm	17



Danh sách hình vẽ

1	Hình câu 2	2
2	Hình câu 3	3
3	Đồ thị biểu diễn đường mức	7
4	Đồ thị 3D của hàm $f(x, y) = 2x + 3y - 1$	8
5	Đồ thị đường mức của hàm $f(x, y) = 2x + 3y - 1$	8
6	Đồ thị 3D của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 - 16$	9
7	Đồ thị đường mức của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 - 16$	9
8	Bản đồ địa lý	10
9	Phân bố nhiệt độ toàn cầu	11
10	Hình câu 2	12
11	Hình câu 3	15
12	Hình câu 4	17

1 Câu 1

1.1 Đề bài

Trình bày những hiểu biết của nhóm về bản đồ đường mức của hàm 2 biến $f(x, y)$

1.2 Bài làm

1.2.1 Khái niệm cơ bản

1. Hàm số 2 biến $f(x, y)$

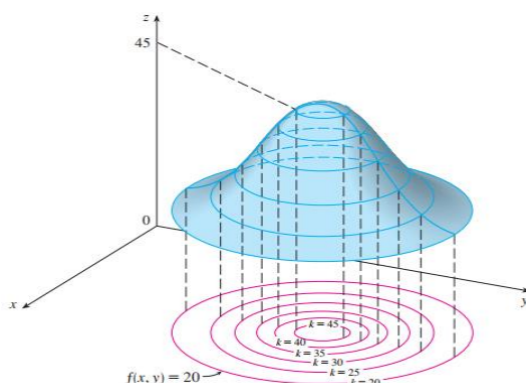
- **Định nghĩa trong slides:** Với D là tập con của \mathbb{R}^2 , hàm 2 biến $f(x, y)$ là ánh xạ

$$\begin{aligned} f : D &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto f(x, y) = z \end{aligned}$$

- **Cách hiểu của nhóm:** Hàm số 2 biến $f(x, y)$ là một hàm số trong đó giá trị của hàm phụ thuộc vào hai biến x và y . Với mỗi biến x và y ta có được một giá trị số thực $z = f(x, y)$.

2. Đường mức

- **Định nghĩa trong slides:** Đường mức của hàm 2 biến $f(x, y)$ là đường cong $f(x, y) = k$ (k là hằng số tùy ý thuộc tập giá trị của hàm) trong mặt phẳng Oxy. Đường mức $f(x, y) = k$ là hình chiếu của giao tuyến của đồ thị của hàm với mặt phẳng $z = k$. Khi có tập hợp các đường mức của hàm 2 biến, hình dung ra chúng được nâng lên ở từng độ cao tương ứng, ta có hình dung về đồ thị của hàm.
- **Cách hiểu của nhóm:** Đường mức của một hàm số $f(x, y)$ là tập hợp các điểm (x, y) trong mặt phẳng xy mà tại đó giá trị của hàm $f(x, y)$ là một số cố định. Nói một cách cụ thể, đường mức được xác định bởi các phương trình dạng $z = f(x, y)$ trong đó z là một hằng số, đường mức là tập hợp các điểm (x, y) trong mặt phẳng sao cho hàm có giá trị bằng z .



Hình 3: Đồ thị biểu diễn đường mức

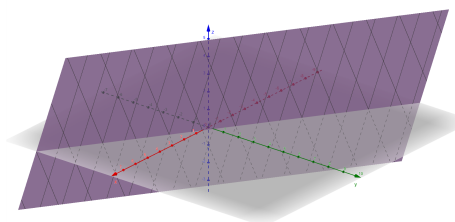
1.2.2 Cách xây dựng bản đồ đường mức

1. **Xác định hàm số:** Xác định hàm số $f(x, y)$ cho các điểm cần phân tích.
2. **Chọn các giá trị:** Xác định một số giá trị hằng số z .
3. **Giải phương trình:** Với mỗi giá trị z ta giải phương trình $f(x, y) = z$ để tìm các đường mức tương ứng.
4. **Vẽ các đường mức:** Vẽ các đường mức trên mặt phẳng xy với những điểm có cùng giá trị z khác nhau. Mỗi đường mức sẽ thể hiện sự phân bố giá trị của hàm số tại các điểm trong không gian hai chiều.

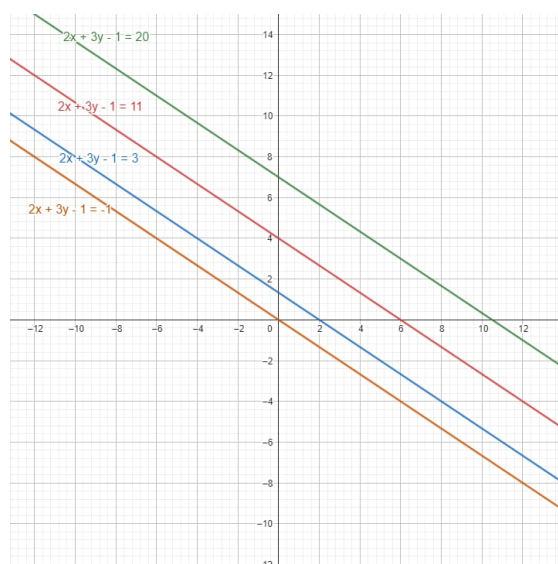
1.2.3 Một số ví dụ

1. Hàm tuyến tính

- (a) **Hàm số:** $f(x, y) = ax + by$
- (b) **Đường mức:** Các đường mức là những đường thẳng, cao độ của các đường thẳng sẽ phụ thuộc vào giá trị z



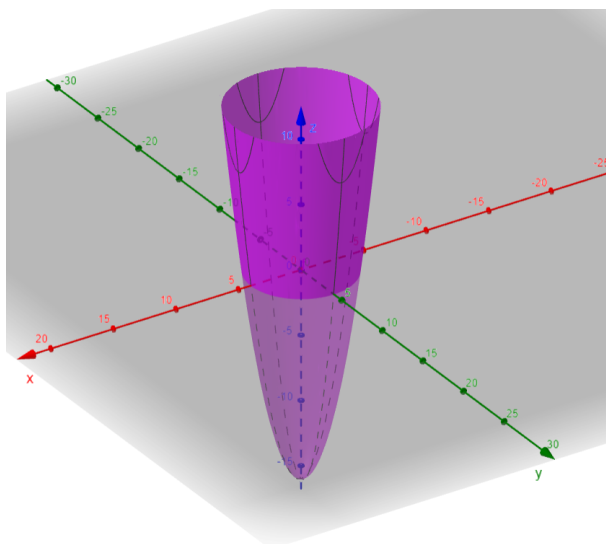
Hình 4: Đồ thị 3D của hàm $f(x, y) = 2x + 3y - 1$



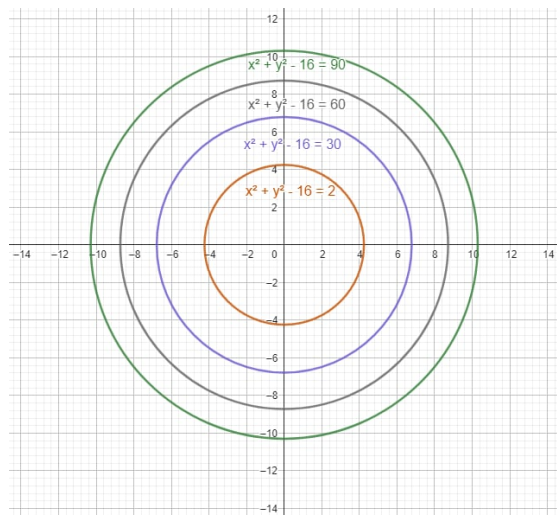
Hình 5: Đồ thị đường mức của hàm $f(x, y) = 2x + 3y - 1$

2. Hàm bậc hai

- (a) **Hàm số:** $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$
 (b) **Đường mức:** Có thể là elip, hyperbol hoặc parabol tùy thuộc vào các hệ số của hàm



Hình 6: Đồ thị 3D của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 - 16$



Hình 7: Đồ thị đường mức của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 - 16$

1.2.4 Một số công cụ đồ họa giúp vẽ đường mức

Sử dụng các công cụ đồ họa hoặc phần mềm toán học để vẽ các bản đồ đường mức, những loại đường mức có các công thức hàm tổng quát phức tạp. Một số công cụ sau:

1. **Matlab:** Phần mềm mạnh mẽ để vẽ đồ thị và bản đồ đường mức với các hàm như 'contour' hoặc 'contourf'
2. **Python:** Sử dụng thư viện 'matplotlib' với hàm 'contour' để tạo bản đồ đường mức
3. **GeoGebra:** Một công cụ trực tuyến để sử dụng cho việc vẽ các hàm số và đường mức vô cùng quen thuộc hiện nay.

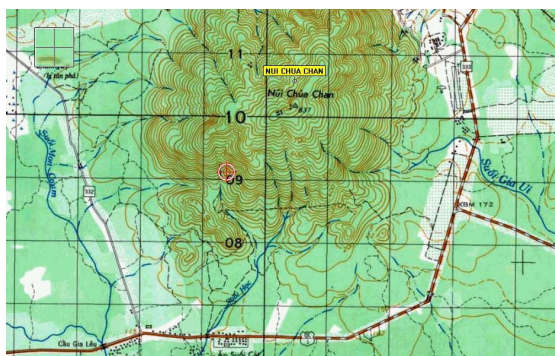
1.2.5 Ý nghĩa và ứng dụng

1. Ý nghĩa

- (a) **Trực quan hóa hàm số:** Hiển thị giá trị bản đồ đường mức cho phép bạn thấy sự phân bố của các giá trị hàm số trong không gian hai chiều.
- (b) **Sự phân bố giá trị:** Quan sát được sự tăng giảm, tốc độ thay đổi của các giá trị. Bản đồ đường mức có thể giúp chúng ta thấy nhận diện được các điểm quan trọng của hàm số như đỉnh, đáy và các vùng cực trị

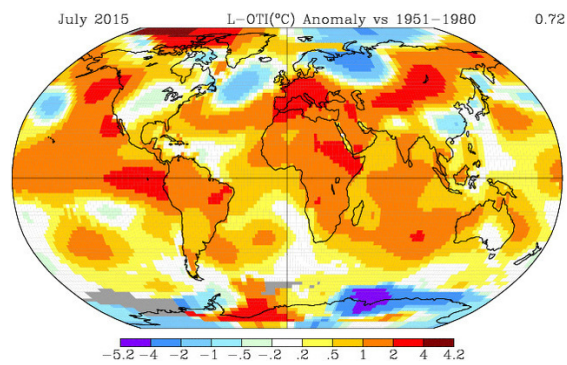
2. Ứng dụng

- (a) **Địa chất và khí tượng học:** Ứng dụng trong bản đồ địa lý, dùng để biểu diễn độ cao của mặt đất. Ngoài ra còn được ứng dụng trong các trạm khí tượng để biểu diễn các trường khí tượng trong không gian hai chiều thường dùng để dự báo thời tiết



Hình 8: Bản đồ địa lý

- (b) **Kỹ thuật cơ khí:** Phân tích ứng suất và biến dạng của cấu trúc. Ví dụ: khi thiết kế cầu hoặc tòa nhà, bản đồ đường mức của ứng suất giúp kỹ sư phân tích và điều chỉnh thiết kế để đảm bảo an toàn
- (c) **Môi trường và sinh thái:** Nghiên cứu về môi trường và sinh thái, bản đồ đường mức giúp phân tích sự phân bố của các yếu tố môi trường như pH của đất, nhiệt độ, mức độ ô nhiễm và các yếu tố sinh thái khác.



Hình 9: Phân bố nhiệt độ toàn cầu

2 Câu 2: Biên dịch và giải bài tập

2.1 Đề bài

Figure 8.30 shows cardiac output (in liters per minute) in patients suffering from shock as a function of blood pressure in the central veins (in mmHg) and the time in hours since the onset of shock.

(a) In a patient with blood pressure of 4 mmHg, what is cardiac output when the patient first goes into shock? Estimate cardiac output three hours later. How much time has passed when cardiac output is reduced to 50% of the initial value?

(b) In patients suffering from shock, is cardiac output an increasing or decreasing function of blood pressure?

(c) Is cardiac output an increasing or decreasing function of time, t , where t represents the elapsed time since the patient went into shock?

(d) If blood pressure is 3 mmHg, explain how cardiac output changes as a function of time. In particular, does it change rapidly or slowly during the first two hours of shock? During hours 2 to 4? During the last hour of the study? Explain why this information is useful to a physician treating a patient for shock.

Tài liệu tham khảo: *Applied-Calculus-5th-Edition.pdf*

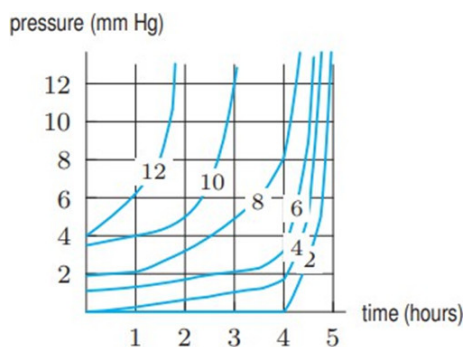


Figure 8.30

Hình 10: Hình câu 2

2.2 Dịch đề

Hình 8.30 cho thấy cung lượng tim (tính bằng lít/phút) ở những bệnh nhân bị sốc như là một hàm số của chỉ số huyết áp ở tĩnh mạch trung tâm (tính bằng mmHg) và thời gian tính bằng giờ kể từ khi bắt đầu bị sốc.

(a) Ở một bệnh nhân có chỉ số huyết áp là 4 mmHg, cung lượng tim là bao nhiêu khi bệnh nhân lần đầu bị sốc? Ước tính cung lượng tim sau ba giờ. Sau bao lâu thì cung lượng tim giảm xuống còn 50% giá trị ban đầu?

(b) Ở những bệnh nhân bị sốc, cung lượng tim là hàm số tăng hay giảm của chỉ số huyết áp?

(c) Cung lượng tim là hàm số tăng hay giảm của thời gian, t , trong đó t biểu thị thời gian đã trôi qua kể từ khi bệnh nhân bị sốc?

(d) Nếu chỉ số huyết áp là 3 mmHg, hãy giải thích cung lượng tim thay đổi như thế nào theo hàm số thời gian. Cụ thể, cung lượng tim thay đổi nhanh hay chậm trong hai giờ đầu tiên bị

sốc? Trong giờ thứ 2 đến giờ thứ 4? Trong giờ cuối cùng của nghiên cứu? Giải thích tại sao thông tin này hữu ích với bác sĩ điều trị bệnh nhân bị sốc.

2.3 Bài làm

(a) Tính cung lượng tim khi chỉ số huyết áp là 4 mmHg

Bước 1: *Xác định cung lượng tim ban đầu ($t = 0$)*

- Khi chỉ số huyết áp là 4 mmHg, từ đồ thị ta ước lượng được cung lượng tim là 12 lít/phút.

Bước 2: *Ước lượng cung lượng tim sau 3 giờ*

- Tại thời điểm 3 giờ và chỉ số huyết áp 4 mmHg, từ đồ thị ta ước tính cung lượng tim là 7,7 lít/phút.

Bước 3: *Tính thời gian khi cung lượng tim giảm 50%*

- Khi cung lượng tim giảm xuống còn 50% giá trị ban đầu là 12 lít/phút, ta tính được giá trị cung lượng tim là 6 lít/phút.
- Từ đồ thị, dựa vào đường mức cung lượng tim có giá trị là 6 lít/phút, ứng với chỉ số huyết áp là 4mmHg, ta ước tính được thời gian trôi qua là 4,15 giờ.

Kết quả câu a

- Cung lượng tim ban đầu: 12 lít/phút
- Cung lượng tim sau 3 giờ: 6 lít/phút
- Thời gian để cung lượng tim giảm 50%: 4,15 giờ

(b) Cung lượng tim là hàm tăng hay giảm của chỉ số huyết áp?

- Ta quan sát đồ thị, khi chỉ số huyết áp tăng từ 2 mmHg lên 12 mmHg, theo phương thẳng đứng thì cung lượng tim cũng tăng.

Kết quả câu b

- Cung lượng tim là hàm tăng của chỉ số huyết áp.

(c) Cung lượng tim là hàm tăng hay giảm của thời gian?

- Ta quan sát đồ thị theo phương nằm ngang, khi thời gian tăng từ 0 đến 5 giờ thì cung lượng của tim giảm dần.

Kết quả câu c

- Cung lượng tim là hàm giảm của thời gian.

(d) Giải thích sự thay đổi của cung lượng tim khi chỉ số huyết áp là 3 mmHg

Quan sát đồ thị khi chỉ số huyết áp là 3 mmHg

- Trong 2 giờ đầu: cung lượng tim giảm chậm từ 9,8 lít/phút xuống 7,9 lít/phút, tức là cung lượng tim giảm xấp xỉ 1,9 lít/phút.

- Từ 2 giờ đến 4 giờ: cung lượng tim giảm nhưng vẫn giảm chậm, từ 7,9 lít/phút xuống khoảng 6 lít/phút. Tức là cung lượng tim giảm khoảng 1,9 lít/phút.
- Trong giờ cuối: cung lượng tim giảm nhanh, từ 6 lít/phút xuống dưới 2 lít/phút. Tức là cung lượng tim giảm hơn 4 lít/phút.

Kết quả câu d

- Trong 2 giờ đầu: Giảm chậm
- Từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 4: tốc độ giảm tương đương với tốc độ giảm trong 2 giờ đầu
- Giờ cuối: Giảm nhanh nhất

2.4 Kết luận

- (a) Ở một bệnh nhân có chỉ số huyết áp là 4 mmHg, cung lượng tim là 12 lít/phút khi bệnh nhân lần đầu bị sốc. Cung lượng tim sau ba giờ là 7,7 lít/phút. Cung lượng tim giảm xuống từ 12 lít/phút còn 50% là 6 lít/phút trong vòng 4,15 giờ tính từ thời điểm ban đầu.
- (b) Ở những bệnh nhân bị sốc, cung lượng tim là hàm số tăng của chỉ số huyết áp.
- (c) Cung lượng tim là hàm số giảm của thời gian, t , trong đó t biểu thị thời gian đã trôi qua kể từ khi bệnh nhân bị sốc.
- (d) Nếu chỉ số huyết áp là 3 mmHg, cung lượng tim giảm theo thời gian. Cụ thể là, cung lượng tim giảm chậm trong hai giờ đầu tiên bị sốc. Trong giờ thứ 2 đến giờ thứ 4, cung lượng tim giảm với tốc độ tương đương với tốc độ giảm trong 2 giờ đầu. Trong giờ cuối cùng của nghiên cứu, cung lượng tim giảm nhanh nhất. Thông tin này là có ích với bác sĩ vì bác sĩ có thể dùng thông tin này để dự đoán tiến trình của bệnh để có thể lập kế hoạch điều trị và can thiệp kịp thời. Hiểu rõ sự thay đổi của cung lượng tim giúp bác sĩ biết được mức độ nghiêm trọng của sốc và đưa ra các phương án phù hợp để duy trì chức năng tim.

3 Câu 3: Giải bài tập

3.1 Đề bài

Figure 8.34 shows a contour plot of job satisfaction as a function of the hourly wage and the safety of the workplace. Match the jobs at points P, Q, and R with the three descriptions.

(a) The job is so unsafe that higher pay alone would not increase my satisfaction very much.

(b) I could trade a little less safety for a little more pay. It would not matter to me.

(c) The job pays so little that improving safety would not make me happier.

(Tài liệu tham khảo: *Applied-Calculus-5th-Edition.pdf*)

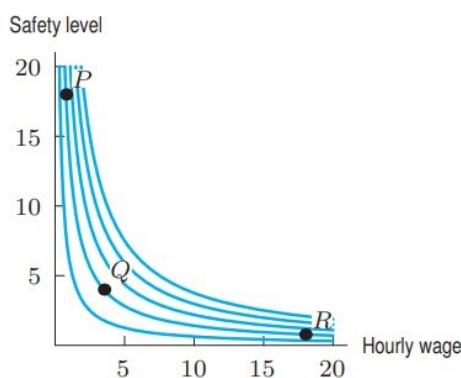


Figure 8.34

Hình 11: Hình câu 3

3.2 Dịch đề

Hình 8.34 cho thấy biểu đồ đường mức của mức độ hài lòng công việc như là một hàm với mức lương theo giờ và độ an toàn của nơi làm việc. Hãy ghép các công việc tại các điểm P, Q và R với ba câu mô tả sau:

(a) Công việc này rất không an toàn nên có trả mức lương cao hơn cũng không làm tăng sự hài lòng của tôi nhiều cho lắm.

(b) Tôi có thể chấp nhận giảm một chút an toàn để đổi lấy mức lương cao hơn. Dù sao nó cũng không quan trọng với tôi.

(c) Công việc này trả lương quá thấp đến mức cải thiện độ an toàn cũng không làm tôi vui hơn.

3.3 Bài làm

3.3.1 Phân tích biểu đồ

1. **Điểm P:** Nằm ở góc trên bên trái của biểu đồ, với mức độ an toàn (Safety level) rất cao nhưng mức lương theo giờ (Hourly wage) rất thấp.

(a) Độ an toàn rất cao xấp xỉ tầm 18

(b) Lương theo giờ rất thấp xấp xỉ tầm 3\$

2. **Điểm Q:** Nằm ở giữa biểu đồ, với mức độ an toàn và mức lương đều ở mức trung bình.

(a) Độ an toàn trung bình xấp xỉ tầm 4

(b) Lương theo giờ trung bình xấp xỉ tầm 4\$

3. **Điểm R**: Nằm ở góc dưới bên phải của biểu đồ, với mức độ an toàn thấp nhưng mức lương rất cao.

(a) Độ an toàn rất thấp xấp xỉ tầm 2,5

(b) Lương theo giờ khá cao xấp xỉ 18\$

3.3.2 Mô tả

(a) **Công việc này rất không an toàn nên có trả mức lương cao hơn cũng không làm tăng sự hài lòng của tôi nhiều cho lắm:**

- Công việc này có mức độ an toàn rất thấp, điều này có nghĩa là điểm này sẽ nằm ở phần dưới của biểu đồ. Mức lương cao thì nằm ở bên phải cùng. Đây chính là điểm **R**.
- Điểm **R** nằm tại vị trí độ an toàn thấp nhất (độ an toàn $\approx 2,5$) và lương cao (lương theo giờ $\approx 18\$$)

(b) **Tôi có thể chấp nhận giảm một chút an toàn để đổi lấy mức lương cao hơn. Dù sao nó cũng không quan trọng với tôi:**

- Công việc này có thể chấp nhận mức độ an toàn thấp hơn một chút. Điểm này sẽ nằm ở phần giữa biểu đồ, nơi có mức độ an toàn và mức lương ở mức trung bình. Đây chính là điểm **Q**.
- Điểm **Q** nằm tại vị trí độ an toàn trung bình (độ an toàn ≈ 4) và lương trung bình (lương theo giờ $\approx 4\$$)

(c) **Công việc này trả lương quá thấp đến mức cải thiện độ an toàn cũng không làm tôi vui hơn:**

- Công việc này có nghĩa mức lương rất thấp. Điểm này sẽ nằm ở phần bên trái cùng biểu đồ, nhưng mức độ an toàn cao. Vậy nên điểm này sẽ nằm ở bên trên của biểu đồ. Đây chính là điểm **P**.
- Điểm **P** nằm tại vị trí độ an toàn rất cao (độ an toàn ≈ 18) và lương rất thấp (lương theo giờ $\approx 3\$$)

3.3.3 Kết luận

- Câu (a) là điểm **R**
- Câu (b) là điểm **Q**
- Câu (c) là điểm **P**

4 Câu 4

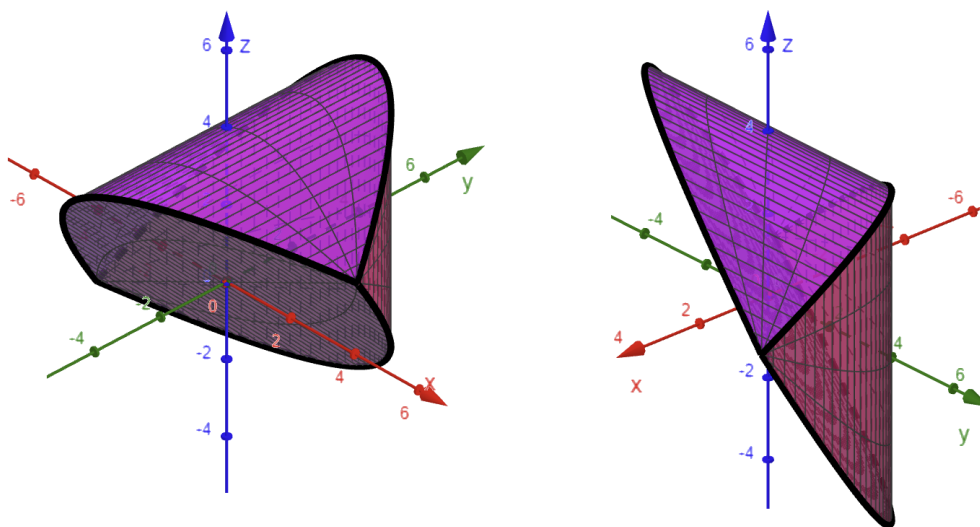
4.1 Đề bài

Cho khối Ω trong không gian $Oxyz$ giới hạn bởi các mặt cong $y = 4 + x - x^2$, $z = x - y$, $z = 4 - x^2$. Thực hiện các yêu cầu sau như 1 bài thi tự luận (các tính toán đều bỏ qua đơn vị tính):

- Dùng 1 phần mềm tùy ý vẽ hình khối Ω
- Tính diện tích phần mặt phẳng $z = 0$ thuộc khối Ω .
- Tính diện tích phần mặt trụ $y = 4 + x - x^2$ thuộc khối Ω .
- Tính khối lượng khối Ω biết hàm mật độ khối lượng tại điểm $M(x, y, z) \in \Omega$ là $\rho(M) = 6 - x - z$.
- Gọi C là giao tuyến của 2 mặt $y = 4 + x - x^2$ và $z = 4 - x^2$ phần thuộc khối Ω . Tính công của trường lực $\mathbf{F} = (z + 2y)\mathbf{i} - (x - z)\mathbf{j} + (2x + y)\mathbf{k}$ khi đi chuyển chất điểm dọc đường cong C theo chiều tăng của x .

4.2 Bài làm

a/ Vẽ bằng phần mềm GeoGebra



Hình 12: Hình câu 4

b/ Gọi $S_1: z = 0 \in \Omega$. $S_1: \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \leq y \leq 4 + x - x^2 \end{cases}$

Diện tích phần mặt phẳng $z = 0$ thuộc khối Ω là:

$$A_1 = \iint_{S_1} 1 \, dx dy = \int_{-2}^2 dx \int_x^{4+x-x^2} dy = \int_{-2}^2 (4-x^2) \, dx = \frac{32}{3} \approx 10.6667$$

c/ Gọi $S_2: y = 4 + x - x^2 \in \Omega$.

S_2 được giới hạn bởi mặt biên phía dưới là $z = x - y$ và mặt biên phía trên là $z = 4 - x^2$.

Gọi L là đường cong $y = 4 + x - x^2, -2 \leq x \leq 2 \in \text{mp } Oxy$.

Diện tích phần mặt trụ $y = 4 + x - x^2$ thuộc khối Ω là:

$$\begin{aligned} A_2 &= \int_L [(4-x^2) - (x-y)] \, ds = \int_L (4-x^2-x+y) \, ds \\ &= \int_{-2}^2 (8-2x^2) \cdot \sqrt{1+(1-2x)^2} \, dx \approx 44.0253 \end{aligned}$$

d/ Gọi D_{xy} là hình chiếu của Ω lên mặt phẳng Oxy .

$$\text{Giao tuyến của 2 mặt } z = x - y \text{ và } z = 4 - x^2 \text{ là: } \begin{cases} z = x - y \\ z = 4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = x - y \\ x - y = 4 - x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = x - y \\ y = x^2 + x - 4 \end{cases} \Rightarrow D_{xy} \text{ giới hạn bởi 2 đường cong } y = 4 + x - x^2 \text{ và } y = x^2 + x - 4$$

$$\Rightarrow D_{xy}: \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 4 \leq y \leq 4 + x - x^2 \end{cases}$$

Khối lượng của khối Ω với hàm $\rho(x, y, z) = 6 - x - z$ là:

$$\begin{aligned} m &= \iiint_{\Omega} (6-x-z) \, dV = \int_{-2}^2 dx \int_{x^2+x-4}^{4+x-x^2} dy \int_{x-y}^{4-x^2} (6-x-z) \, dz \\ &= \int_{-2}^2 dx \int_{x^2+x-4}^{4+x-x^2} \left[(6-x)(4-x^2-x+y) - \frac{(4-x^2)^2}{2} + \frac{(x-y)^2}{2} \right] dy \\ &= \int_{-2}^2 dx \int_{x^2+x-4}^{4+x-x^2} \left[(6-x)(4-x^2-x) + (6-x) \cdot y - \frac{(4-x^2)^2}{2} + \frac{x^2}{2} - xy + \frac{y^2}{2} \right] dy \\ &= \int_{-2}^2 dx \int_{x^2+x-4}^{4+x-x^2} \left[(6-x)(4-x^2-x) + \frac{x^2 - (4-x^2)^2}{2} + (6-2x) \cdot y + \frac{y^2}{2} \right] dy \\ &= \int_{-2}^2 \left[(6-x)(4-x^2-x) + \frac{x^2 - (4-x^2)^2}{2} \right] (8-2x^2) \, dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{-2}^2 (6-2x) \cdot \frac{(4+x-x^2)^2 - (x^2+x-4)^2}{2} dx \\
 & + \int_{-2}^2 \frac{(4+x-x^2)^3 - (x^2+x-4)^3}{6} dx \\
 & = \frac{11136}{35} - \frac{512}{15} + \frac{1664}{35} = \frac{34816}{105} \approx 331.5810
 \end{aligned}$$

e/ $C: \begin{cases} y = 4 + x - x^2 \\ z = 4 - x^2 \end{cases} \in \Omega$

Phương trình tham số của $C: \begin{cases} x = t \\ y = 4 + t - t^2, \quad -2 \leq t \leq 2 \\ z = 4 - t^2 \end{cases}$

Gọi C_1 là đường cong C , lấy theo chiều x tăng

$$\Rightarrow C_1: \begin{cases} x = t \\ y = 4 + t - t^2, \quad t: -2 \rightarrow 2 \\ z = 4 - t^2 \end{cases}$$

Công của trường lực \mathbf{F} là:

$$\begin{aligned}
 W &= \int_{C_1} (z+2y)dx - (x-z)dy + (2x+y)dz \\
 &= \int_{-2}^2 [(4-t^2+8+2t-2t^2) - (t-4+t^2)(1-2t) + (2t+4+t-t^2)(-2t)] dt \\
 &= \frac{64}{3} \approx 21.3333
 \end{aligned}$$



Tài liệu tham khảo

References

- [1] Applied-Calculus-5th-Edition.pdf
- [2] Giáo trình giải tích 2