

1. năm 2001, Mỹ sẽ là chủ nhà của olympic toán quốc tế (IMO). Giả sử I, M, O là các số nguyên dương khác nhau thỏa mãn $I \times M \times O = 2001$. Giá trị lớn nhất của $I + M + O$ là bao nhiêu?

2. rút gọn $2000(2000^{2000})$

3. mỗi ngày, Jenny ăn 20% kẹo jellybean trong hũ vào đầu ngày. cuối ngày thứ hai, còn 32 viên kẹo. có bao nhiêu viên kẹo lúc ban đầu.

4. dãy số Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... là dãy số bắt đầu với hai số 1, sau đó mỗi phần tử là tổng của hai số trước đó. các chữ số từ 0 đến 9 đều có thể là chữ số hàng đơn vị của các phần tử, hỏi chữ số nào xuất hiện cuối cùng khi các phần tử tăng dần?

5. cho $x < 2$ và $|x - 2| = p$, tính $x - p$

6. chọn hai số nguyên tố khác nhau giữa 4 và 18. lấy tích của chúng trừ đi tổng sẽ được số nào sau đây:

$$\{22, 60, 119, 180, 231\}$$

-----separator-----

1. tác cả ước số của 2001 là

$$\{1, 3, 23, 29, 3 \times 23, 23 \times 29, 29 \times 3, 2001\}$$

I,M,O không thể là 2001 được và không thể có hai số 1 nên ít nhất hai số phải thuộc tập hợp:

$$\{3, 23, 29, 3 \times 23, 23 \times 29, 29 \times 3\}$$

do hai số đó không thể đồng thời nằm trong

$$\{3 \times 23, 23 \times 29, 29 \times 3\}$$

nên một trong ba số phải là 3, 23 hoặc 29

không mất tính tổng quát, giả sử $I = 3$, khi đó $M \times O = 23 \times 29$. dễ thấy M,O chỉ có thể là 23,29 hoặc $23 \times 29, 1$. mặt khác ta có

$$(a - 1)(b - 1) \geq 0 \Leftrightarrow ab + 1 \geq a + b$$

vậy khi $I = 3$, giá trị lớn nhất của S là $3 + 23 \times 29 + 1$ vậy giá trị lớn nhất của S là số lớn nhất trong ba số:

$$3 + 23 \times 29 + 1 = 671, 23 + 3 \times 29 + 1 = 111, 29 + 3 \times 23 + 1 = 99$$

chính là 671.

2. kết quả là 2000^{2001}

3. gọi số kẹo ban đầu là x. ăn hai lần vậy còn lại $x \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = 32 \Rightarrow x = 50$

4. ta có thể liệt kê các chữ số hàng đơn vị:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 3, 1, 4, 5, 9, 4, 3, 7, 0, 7, 7, 4, 1, 5, 6$$

ta có thể thấy chữ số cuối cùng là 6

5. ta có:

$$2 - x = p \Leftrightarrow x - p = 2 - 2p$$

6. gọi hai số đó là a,b. ta có: