

BÀI TẬP GIẢI TÍCH

HỆ LIÊN THÔNG - KHỐI KỸ THUẬT

Chương 1. Hàm nhiều biến

1.1. Đạo hàm riêng và vi phân toàn phần.

1. Tìm vi phân toàn phần dz của hàm số:

$$z(x, y) = (x + 2y) \sin(xy).$$

2. Tìm vi phân toàn phần dz của hàm số:

$$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 + y^2).$$

3. Tính các đạo hàm riêng của hàm ẩn $z = z(x, y)$ biết:

$$x + 2y + 3z = e^{xyz}.$$

4. Tính $y'(x)$, biết $y = y(x)$ là hàm ẩn xác định từ hệ thức: $x^2y = e^{x+y}$.

5. Tính vi phân cấp 1 của hàm ẩn $z = z(x, y)$ xác định từ hệ thức:

$$3xyz = x^3 + y^3 + z^3.$$

1.2. Tìm cực trị của hàm số.

1. $f(x, y) = 2x - 6y - x^2 - y^2$.

2. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 1$.

3. $f(x, y) = x^2 + xy + 2y^2 - 3x - 2y$.

4. $f(x, y) = x^2 + 3xy + 2y^2 - 4x - 3y$.

5. $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$.

Chương 2. Tích phân hai lớp

1. Tính tích phân hai lớp $\iint_D (3x + 4y) dx dy$,

D là miền tam giác OAB với $O(0, 0)$; $A(1, 1)$; $B(0, 2)$.

2. Tính tích phân hai lớp $\iint_D (x + 2) dx dy$,

D là miền phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 2 - x$.

3. Tính tích phân hai lớp $\iint_D (x + y) dx dy$,

D là miền tam giác OAB với $O(0, 0)$; $A(1, -1)$; $B(0, -2)$.

4. Tính tích phân hai lớp: $I = \iint_D xy dx dy$;
 D là miền phẳng giới hạn bởi $y = 0$, $x = 1$, $y = x^2$.
5. Tính tích phân hai lớp: $I = \iint_D 2xy dx dy$, D
là miền giới hạn bởi các đường $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$.
6. Tính tích phân hai lớp: $I = \iint_D (y + x) dx dy$,
trong đó D là miền giới hạn bởi $y = x$, $y = -x$, $x = 1$.
7. Tính tích phân: $I = \iint_D (x + 2y) dx dy$; $D = \{x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.
8. Tính tích phân hai lớp $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$,
 D là miền phẳng giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 4$ và $y \geq 0$.

Chương 3. Tích phân đường loại hai

1. Tính tích phân đường $\int_{\widehat{AB}} (x - 2y) dx + (2x + 3y) dy$,
với \widehat{AB} là đường cong $y = x^2 + 1$ từ $A(0, 1)$ đến $B(2, 5)$.
2. Tính tích phân đường $\int_{\widehat{AB}} (x + y) dx + (2x - y) dy$,
với \widehat{AB} là đoạn thẳng từ $A(0, 1)$ đến $B(2, 3)$.
3. Tính tích phân đường $\int_{C^+} (x + y) dx + (2x - y) dy$,
với C là đường cong $\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 3 \sin t, \end{cases}$ từ $A(2, 0)$ đến $B(0, 3)$.
4. Tính tích phân đường loại hai $\int_{\widehat{AB}} (xy) dx + (x + 3) dy$,
với \widehat{AB} là đường cong $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t^2, \end{cases}$ từ $A(1, 0)$ đến $B(5, 4)$.
5. Tính tích phân đường: $I = \int_L (x^2 + y^2) dx + (x - y) dy$;
 L là đường $y = x^2$ đi từ $A(0, 0) \rightarrow B(2, 4)$.
6. Tính tích phân đường: $I = \oint_{L^+} xy dx$; L là đường elip $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$.

7. Tính tích phân đường: $I = \int_L xydx + ydy$;
 L là đường cong $y = 1 - x^2$ đi từ $A(0, 1)$ đến $B(-1, 0)$.
8. Tính tích phân: $I = \int_C (y + x)dx$, C là cung $y = e^x$ đi từ $A(0, 1)$ đến $B(1, e)$.
9. Tính tích phân: $I = \int_C (y + x)dy$, C là cung $y = x^3$ đi từ $O(0, 0)$ đến $A(1, 1)$.

Chương 4. Phương trình vi phân

4.1. Giải phương trình vi phân cấp 1.

1. $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$.
2. $y' + y = 4x$.
3. $y' = \frac{y^2 - 2x^2}{x^2}$.
4. $(x^2 + y^2)dx + (y^3 + 2xy)dy = 0$.
5. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.
6. $y' = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$.

4.2. Giải phương trình vi phân cấp 2.

1. $y'' - 5y' + 6y = e^{4x}$.
2. $y'' + 4y' + 4y = 2x + 3$.
3. $y'' + 4y' - 5y = \sin x$.
4. $y'' + 5y' + 4y = 2 - 3x$.
5. $y'' - 5y' + 6y = 0$; $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$.
6. $y'' + 4y' + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.