

# BÀI TẬP GIẢI TÍCH 2 - 2021

## Chương 1. Hàm nhiều biến

### A. Tính giới hạn

1.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sqrt{x^2 + (y-2)^2 + 1} - 1}{x^2 + (y-2)^2}$
2.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$
3.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 + x^2 + y^2}{y^2} (1 - \cos y)$

### B. Đạo hàm và vi phân

Bài 1. Tính đạo hàm riêng và vi phân toàn phần của:

- (1)  $z = \ln \left( \sqrt{x + \sqrt{x^2 + y^2}} \right)$
- (2)  $z = \ln \tan \frac{x}{y}$
- (3)  $f(x, y, z) = \arctan \frac{y}{xz}$
- (4)  $f(x, y, z) = x^2 + 3y^2z + xz^3 + e^{xyz}$

Bài 2. Đạo hàm của hàm hợp

- (1) Cho  $z = \ln(u^2 + v^2)$ ,  $u = xy$ ,  $v = e^{x+y}$ . Tính  $z'_x$  và  $z'_y$ .
- (2) Cho  $z = \ln(3x + 2y - 1)$ ,  $x = e^t$ ,  $y = \sin t$ .  
Tính  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ ,  $\frac{dz}{dt}$ .
- (3) Cho  $z = f(xy + y^2)$ ,  $f$  là hàm khả vi. Rút gọn biểu thức

$$A = (x + 2y) \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$$

- (4) Cho hàm:  $u(x, y, z) = \arctan \frac{y}{x} + \left( \frac{x}{z} \right)^2$ . Rút gọn biểu thức  $B = x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z}$ .

Bài 3. Tính  $z'_x(0, 0)$ ,  $z'_y(0, 0)$  với  $z = \sqrt[3]{xy}$

Bài 4. Tính  $y'(x)$  biết  $y = y(x)$  là hàm ẩn xác định bởi phương trình

$$(1) \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \arctan \frac{x}{y}$$

$$(2) xe^y + ye^x = 1$$

Từ đó, tính  $y'(0)$  biết  $y(0) = 1$ .

Bài 5. Tính  $dz$  biết  $z = z(x, y)$  là hàm ẩn xác định bởi

- (1)  $\arctan z + z^2 = e^{xy}$
- (2)  $z - ye^{x/z} = 0$
- (3)  $3x + 2y + z = e^{-x-y-z}$
- (4)  $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$
- (5)  $ze^z = ye^x + xe^y$ .

Bài 6. Tính  $y'(x)$ ,  $z'(x)$  biết  $y = y(x)$ ,  $z = z(x)$  xác định bởi

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^3 = 4 \end{cases}$$

Bài 7. Đạo hàm cấp cao

- (1) Cho  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Chứng minh rằng:

$$u''_{x^2} + u''_{y^2} + u''_{z^2} = \frac{2}{u}$$

- (2) Tính các đạo hàm riêng cấp 2 của hàm số  $f(x, y) = x \sin(x^2 + 3y) + \ln(x + 2y)$ .

- (3) Tính các đạo hàm riêng cấp 2 tại  $(0, 1)$  của hàm số

$$f(x, y) = e^{2x+3y} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Bài 8. Tìm  $d^2z$  biết:

- (1)  $z = x^2 \ln(x + y)$
- (2)  $z = \arctan \frac{y}{x}$
- (3)  $z = \sin(x^2 + 3y)$

### C. Dùng vi phân tính gần đúng

1.  $A = \sqrt{1,98^4 + 3,03^2}$
2.  $B = \ln(\sqrt{1,03} + \sqrt[3]{0,99} - 1)$
3.  $C = \arctan \frac{1 + 0,02^3}{0,99^2}$
4.  $D = \sqrt{(1,04)^{1,99} + \ln(1,02)}$

## D. Cực trị của hàm nhiều biến

Bài 1. Tìm cực trị các hàm sau:

- (1)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y$ .
- (2)  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 15xy$ .
- (3)  $f(x, y) = xy + \frac{8}{x} + \frac{1}{y}$
- (4)  $f(x, y) = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 7y + 5$ .
- (5)  $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 2\ln(xy)$ .
- (6)  $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ .
- (7)  $f(x, y) = x + 2y$  với điều kiện  $x^2 + y^2 = 5$
- (8)  $f(x, y) = x^2 + y^2$  với điều kiện  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

- (1)  $f(x, y) = x^2 + 3y^2 + x - y$ , trên miền đóng  $D$  giới hạn bởi các đường  $x = 1, y = 1, x + y = 1$ .
- (2)  $f(x, y) = x^2 - y^2$  trên miền  $D = \{x^2 + y^2 \leq 9\}$ .
- (3)  $f(x, y) = xy$  trên miền  $D = \left\{\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} \leq 1\right\}$ .
- (4)  $z = 1 + xy - x - y$ , trên miền đóng  $D$  giới hạn bởi  $y = x^2$  và  $y = 1$

## Chương 2. Tích phân nhiều lớp

### A. Tích phân hai lớp

Bài 1. Tính các tích phân hai lớp sau:

- (1)  $I = \iint_D (x - y) dx dy$ ;  $D$  là miền giới hạn bởi các đường  $y = x, y = 2 - x^2$
- (2)  $I = \iint_D (x^2 + 2y) dx dy$ ;  $D$  là miền giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 1, y = x + 1$ .
- (3)  $I = \iint_D (x + y) dx dy$ ;  $D$  là miền phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x, y = 0, x + y = 2, x + y = 4$ .
- (4)  $I = \iint_D (x^3 + 4y) dx dy$ ,  $D$  là miền phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = 0; x = \sqrt{y}; y = 2 - x$ .

- (5)  $I = \iint_D xy dx dy$ ,  $D$  là miền phẳng được giới hạn bởi các đường  $x = 0, y = 1, x^2 + y^2 = 2x$ .
- (6)  $I = \iint_D (3x + 4y) dx dy$ ,  $D$  là tam giác  $OBC$ ,  $O(0, 0), B(-2, 2), C(2, 0)$ .
- (7)  $I = \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ,  $D$  là miền phẳng được giới hạn bởi các đường  $x = 2, xy = 1, y = x$ .
- (8)  $I = \iint_D xy dx dy$ ,  $D$  là miền phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{2x - x^2}, y = 0$
- (9)  $I = \iint_D x^2 y dx dy$ ,  $D$  là miền phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2, y = \frac{x^2}{4}, y = 1$
- (10)  $I = \iint_D (x + 2y) dx dy$ ,  $D$  là tam giác  $ABC$ , với  $A(1, 1), B(2, 2), C(4, -2)$ .

Bài 2. Đổi thứ tự lấy tích phân:

- (1)  $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{1-x^2}}^{4-x^2} f(x, y) dy$
- (2)  $I = \int_0^1 dx \int_{2x-x^2}^{2x} f(x, y) dy$
- (3)  $I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{2y}} f(x, y) dx$ .
- (4)  $I = \int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$

Bài 3. Tính các tích phân sau bằng cách đổi biến:

- (1)  $I = \iint_D (x^3 - y^3) dx dy$ ;  $D$  giới hạn bởi  $x + y = 1, x + y = 4, x - y = 1, x - y = -1$
- (2)  $I = \iint_D \sqrt{(x^2 + y^2)^3} dx dy$ ;  $D$  giới hạn bởi các đường  $x = \sqrt{1 - y^2}, y = x, y = -x$ .

$$(3) \quad I = \iint_D (1 + xy) dx dy;$$

$$\text{với } D = \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x\}$$

$$(4) \quad I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

$$\text{với } D = \{x^2 + y^2 \leq x, y \geq 0\}$$

$$(5) \quad I = \iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy; \text{ trong đó}$$

$$D = \{x^2 + y^2 \leq R^2, y \geq 0\}.$$

$$(6) \quad I = \iint_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dx dy;$$

$$\text{với } D = \left\{ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}.$$

$$(7) \quad I = \iint_D (x + y) dx dy; \text{ trong đó}$$

$$D = \left\{ \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{1} \leq 1 \right\}$$

## B. Tích phân ba lớp

Tính các tích phân ba lớp sau:

$$(1) \quad I = \iiint_V x dx dy dz; \quad V \text{ là tứ diện được giới hạn bởi}$$

các mặt  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .

$$(2) \quad I = \iiint_V (x + y + z) dx dy dz; \quad V \text{ là lăng trụ tam}$$

giác được giới hạn bởi các mặt  $x = 0, y = 0, z = 0, z = 1, x + y = 1$ .

$$(3) \quad I = \iiint_V (z + x^2 + y^2) dx dy dz; \quad V \text{ được giới hạn}$$

bởi các mặt  $z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 1$ .

$$(4) \quad I = \iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz; \quad V \text{ giới hạn bởi}$$

$$z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$(5) \quad I = \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz; \text{ trong đó}$$

$$V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq z\}$$

$$(6) \quad I = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz; \text{ trong đó}$$

$$V = \{1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

## C. Ứng dụng của tích phân nhiều lớp

Bài 1. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi các mặt

$$(1) \quad 2x + 3y = 12, x = 0, z = 0, z = \frac{1}{2}y$$

$$(2) \quad z = x^2 + y^2, z = 2 - x^2 - y^2$$

$$(3) \quad z = x^2 + y^2 \text{ và } z^2 = x^2 + y^2$$

$$(4) \quad z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$(5) \quad z = 6 - x^2 - y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Bài 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi

$$(1) \quad y = x^2, y = 2 - x, y = 0$$

$$(2) \quad y = e^x, y = e^{-2x}, y = 4$$

$$(3) \quad x^2 = y, x^2 = 2y, y^2 = x, y^2 = 4x$$

$$(4) \quad x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x, y = x, y = 0$$

## Chương 3. Tích phân đường và tích phân mặt

### Bài 1. Tính tích phân đường loại 1

$$(1) \quad I = \int_{\widehat{AB}} x^2 ds, \quad \widehat{AB} \text{ là cung } y = \ln x \text{ và } A(1, 0), B(e, 1).$$

$$(2) \quad I = \int_{\widehat{OA}} \frac{ds}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}, \quad \widehat{OA} \text{ là đoạn thẳng nối gốc } O(0, 0) \text{ với điểm } A(1, 2).$$

$$(3) \quad I = \int_L (x^2 + y^2) ds, \quad L \text{ là biên của tam giác } OAB \text{ với } O(0, 0), A(1, 1), B(-1, 1).$$

$$(4) \quad I = \int_L (x + y) ds; \quad L: x^2 + y^2 = ax, a > 0$$

$$(5) \quad I = \int_L (x + y + z) ds; \quad L \text{ là đường cong}$$

$$x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, z = t, 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$(6) \quad I = \int_C (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}) ds; \quad C: \quad x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}, \quad a > 0$$

$$(7) \quad I = \int_C \sqrt{x^2 + y^2} \, ds; \quad C: \quad x^2 + y^2 = 2y.$$

## Bài 2. Tính tích phân đường loại 2

$$(1) \quad I = \int_L ye^{xy} dx + x^4 e^{xy} dy; \quad \text{trong đó } L: y = x^2 \text{ đi từ } A(0, 0) \rightarrow B(1, 1).$$

$$(2) \quad I = \int_L \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{5/3} + y^{5/3}}; \quad \text{trong đó:}$$

$$L: \begin{cases} x = R \cos^3 t \\ y = R \sin^3 t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$

$$(3) \quad I = \oint_L |x| dx + |y| dy; \quad L \text{ là đường gấp khúc nối các điểm}$$

$$A(1, 0) \rightarrow B(0, 2) \rightarrow C(-1, 0) \rightarrow D(0, -2) \rightarrow A(1, 0).$$

$$(4) \quad I = \oint_{L^+} (x + y)^2 dx + (x - y) dy; \quad L: \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$(5) \quad I = \oint_{L^+} 2(x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 dy, \quad L \text{ là biên của tam giác } \triangle LMN, \quad L(1, 1), \quad M(2, 2), \quad N(1, 3).$$

$$(6) \quad I = \oint_{L^+} (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy; \quad \text{trong đó } L: x^2 + y^2 = ax, \quad a > 0.$$

$$(7) \quad I = \int_{(2,1)}^{(4,3)} e^{xy} (1 + xy) dx + x^2 e^{xy} dy.$$

$$(8) \quad I = \oint_{L^+} (-x^2 y) dx + xy^2 dy; \quad L: \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1.$$

$$(9) \quad I = \oint_{L^+} \frac{(x + y) dx - (x - y) dy}{x^2 + y^2}; \quad L: \quad x^2 + y^2 = 4.$$

$$(10) \quad I = \int_{(0,0)}^{(1,1)} (x + y) dx + (x - y) dy.$$

$$(11) \quad I = \int_L (x + y + z) dx - x dy + xy dz; \quad \text{trong đó } L \text{ là đoạn thẳng đi từ } A(1, 2, 3) \text{ đến } B(2, 4, 5).$$

$$(12) \quad I = \int_C (ye^{xy} - x^2 y + 3x) dx + (xe^{xy} + xy^2 + 2y) dy; \quad \text{trong đó } C: x^2 + y^2 = 1, \quad y \geq 0, \text{ đi từ } A(1, 0) \text{ đến } B(-1, 0).$$

## Bài 3. Tính tích phân mặt loại 1

$$(1) \quad I = \iint_S (x^2 + y^2) dS; \quad S \text{ là phần mặt cầu}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \quad z \geq 0.$$

$$(2) \quad I = \iint_S (x^2 + z^2) dS; \quad \text{trong đó } S \text{ là phần mặt } z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}, \quad z \geq 1.$$

$$(3) \quad I = \iint_S \frac{dS}{(1 + x + y)^2}; \quad S \text{ là phần mặt } x + y + z = 1 \text{ nằm trong góc phần tám thứ nhất.}$$

$$(4) \quad I = \iint_S x dS; \quad S \text{ là phần mặt } 10x = y^2 + z^2 \text{ bị cắt bởi mặt } x = 10.$$

$$(5) \quad \iint_S xyz dS, \quad S \text{ là phần mặt } z = x^2 + y^2 \text{ giới hạn bởi } z = 1.$$

$$(6) \quad I = \iint_S \left( z + 2x + \frac{4y}{3} \right) dS; \quad \text{trong đó } S \text{ là phần mặt } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1 \text{ nằm trong góc phần tám thứ nhất.}$$

$$(7) \quad I = \int_S (x^2 + z^2) dS; \quad S \text{ là biên của vật thể giới hạn bởi } y = \sqrt{x^2 + z^2}, \quad y = 1.$$

## Bài 4. Tính tích phân mặt loại 2

$$(1) \quad I = \iint_S z dx dy; \quad S \text{ là phía ngoài mặt cầu } x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

$$(2) \quad I = \iint_S x^2 dy dz + y^2 dx dz + z^2 dx dy; \quad S \text{ là phía ngoài của nửa mặt cầu } x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z \geq 0.$$

$$(3) \quad I = \iint_S xyz dy dx; \quad S \text{ là phía ngoài phần mặt cầu}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z \geq 0, \quad y \geq 0.$$

$$(4) \quad I = \iint_S yz dx dy; \quad S \text{ là mặt phía ngoài của vật thể}$$

giới hạn bởi  $x^2 + y^2 \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1.$

$$(5) \quad I = \iint_S y^2 dx dz + z^2 dx dy; \quad S \text{ là mặt phía ngoài}$$

của vật thể giới hạn bởi  $z = x^2 + y^2, \quad z = 1.$

$$(6) \quad I = \iint_S z^2 dx dy, \quad S \text{ là phía ngoài mặt}$$

$$x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1.$$

## Chương 4. Phương trình vi phân

### A. Phương trình vi phân cấp 1

Bài 1. Giải các phương trình tách biến

$$(1) \quad x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0$$

$$(2) \quad y' = x^2 + xy + \frac{y^2}{4} - 1$$

$$(3) \quad y' = (x + y + 1)^2$$

$$(4) \quad y' = \cos(x - y - 1)$$

Bài 2. Giải các phương trình đẳng cấp

$$(1) \quad y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$$

$$(2) \quad xy' - y + x \cos \frac{y}{x} = 0$$

$$(3) \quad xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$$

$$(4) \quad y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}$$

$$(5) \quad y' = \frac{3x^2 - xy - y^2}{x^2}$$

$$(6) \quad y' = \frac{x^2 - xy + y^2}{xy}$$

Bài 3. Giải các phương trình vi phân tuyến tính cấp 1

$$(1) \quad y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$$

$$(2) \quad y' + y = \frac{1}{e^x(1-x)}, \quad y(2) = 1.$$

$$(3) \quad y' + 2xy = xe^{-x^2}$$

$$(4) \quad (x^2 + y)dx = xdy$$

$$(5) \quad (y + \ln x)dx - xdy = 0$$

$$(6) \quad y' \cos y + \sin y = x$$

Bài 4. Giải các phương trình Bernoulli

$$(1) \quad y' - 2xy = 3x^3y^2$$

$$(2) \quad 2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}$$

$$(3) \quad y' + 2y = y^2e^x$$

$$(4) \quad xy' + y = y^2 \ln x; \quad y(1) = 1$$

$$(5) \quad ydx - (x^2y^2 + x)dy = 0$$

$$(6) \quad xy' - 2x\sqrt{y} \cos x = -2y$$

Bài 5. Giải các phương trình vi phân toàn phần

$$(1) \quad (x + y)dx + (x - y)dy = 0; \quad y(0) = 0.$$

$$(2) \quad (1 + e^{\frac{x}{y}})dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$$

$$(3) \quad \frac{2x}{y^3}dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$$

$$(4) \quad (1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$$

### B. Phương trình vi phân cấp 2

Bài 1. Giải các phương trình vi phân cấp 2 giảm cấp

$$(1) \quad (1 + x^2)y'' + 1 = 0$$

$$(2) \quad y'' = \frac{y'}{x} + x^2$$

$$(3) \quad (1 - x^2)y'' - xy' = 2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$(4) \quad (y')^2 + 2yy'' = 0$$

Bài 2. Giải các phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 với hệ số hằng

$$(1) \quad y'' - 2y' + y = 2e^{2x}.$$

$$(2) \quad y'' - 6y' + 9y = \cos 3x.$$

$$(3) \quad 2y'' + 3y' + y = xe^{-x}$$

$$(4) \quad y'' + 2y' + 2y = x^2 - 4x + 3$$

$$(5) \quad y'' - 4y' = 4x^2 + 3x + 2; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

$$(6) \quad y'' + 4y' + 4y = 3e^{-2x}, \quad y(2) = y'(2) = 0$$

$$(7) \quad 4y'' - 4y' + y = xe^{\frac{1}{2}x}$$

$$(8) \quad y'' + 2y' + 2y = e^x \sin x.$$

$$(9) \quad y'' + 9y = \cos 3x + e^x$$

$$(10) \quad y'' + y = 4xe^x$$

$$(11) \quad y'' + y = 6 \sin x$$

$$(12) \quad y'' - 2y' + y = xe^x$$

$$(13) \quad y'' - 4y' = x^2 + 2x + 3$$

$$(14) \quad y'' - 2y' = 2 \cos^2 x$$

$$(15) \quad y'' - y = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

$$(16) \quad y'' + y = \frac{1}{\sin x}.$$

**Bài 3.** Giải các phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 với hệ số hàm

$$(1) \quad (x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0 \text{ biết một nghiệm riêng } y_1 = x.$$

$$(2) \quad x^2(\ln x - 1)y'' - xy' + y = 0 \text{ biết một nghiệm riêng } y_1 = x.$$

$$(3) \quad y'' + \frac{2}{x}y' + y = 0 \text{ biết một nghiệm riêng } y_1 = \frac{\cos x}{x}.$$

$$(4) \quad (x^2 - 1)y'' + 4xy' + 2y = 0 \text{ biết một nghiệm riêng } y_1 = \frac{1}{1 + x}.$$

### Bài 3. Tính độ cong

$$(1) \quad xy = 1 \text{ tại } A(1, 1)$$

$$(2) \quad y = x^3 - 3x + 2, \text{ tại } A(0, 2)$$

$$(3) \quad \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t^2 + 1 \end{cases}, \text{ tại điểm ứng với } t = \sqrt{3}$$

$$(4) \quad \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad a > 0, \text{ tại điểm ứng với } t = \frac{\pi}{2}$$

$$(5) \quad y^2 = x \text{ tại } A(1, 1)$$

$$(6) \quad r = a(1 + \cos \varphi), \quad a > 0$$

$$(7) \quad r = e^{a\varphi}$$

$$(8) \quad y^2 = (x - 1)^3 \text{ tại } A(2, 1)$$

## Chương 5. Hình học vi phân

### Bài 1. Viết phương trình tiếp diện, pháp tuyến của mặt

$$(1) \quad z = x^2 + y^2 \text{ tại } A(1, 2, 5)$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 + z^2 = 14 \text{ tại } A(1, 2, 3)$$

$$(3) \quad z^3 + 2xy + y^2 = 0 \text{ tại } A(-1, 2, 0)$$

$$(4) \quad x^2 - 4y^2 + 2z^2 = 0 \text{ tại } A(2, 3, 4)$$

$$(5) \quad z^2 = x^2 + y^2 \text{ tại } A(3, 4, 5).$$

$$(6) \quad x^2 - 4y^2 + 2z^2 = 6 \text{ tại } A(2, 2, 3)$$

### Bài 2. Viết phương trình tiếp tuyến, pháp diện của các đường cong

$$(1) \quad x = 3 \cos t, \quad y = 3 \sin t, \quad z = 2t \text{ tại } t = \frac{\pi}{2}$$

$$(2) \quad x = t, \quad y = 2t^2, \quad z = t^3 \text{ tại } t = 2$$

$$(3) \quad x = \frac{e^t \sin t}{\sqrt{2}}, \quad y = 1, \quad z = \frac{e^t \sin t}{\sqrt{2}} \text{ tại } t = \frac{\pi}{4}$$