CHƯƠNG IV. HỆ THỨC ĐỆ QUY

1. Giải các hệ thức đệ quy tuyến tính thuần nhất sau đây:

(a)
$$\begin{cases} x_{n+1} + 3x_n = 0, \ \forall n \ge 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$
(b)
$$\begin{cases} x_n = 2x_{n-1}, \ \forall n \ge 2 \\ x_1 = 1 \end{cases}$$
(c)
$$\begin{cases} x_n = 4x_{n-2}, \ \forall n \ge 4 \\ x_2 = 28; x_3 = -8 \end{cases}$$
(d)
$$\begin{cases} x_n - 3x_{n-1} + 2x_{n-2} = 0, \ \forall n \ge 2 \\ x_1 = 0; x_2 = 1 \end{cases}$$
(e)
$$\begin{cases} x_{n+2} = 4x_{n+1} - 4x_n, \ \forall n \ge 1 \\ x_1 = 6; x_2 = 8 \end{cases}$$

2. Giải các hệ thức đệ quy tuyến tính không thuần nhất sau đây:

(a)
$$\begin{cases} x_n - x_{n-1} = 9, \ \forall n \ge 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$$
(b)
$$\begin{cases} x_{n+1} = 3x_n + 4n - 6, \ \forall n \ge 2 \\ x_2 = 61 \end{cases}$$
(c)
$$\begin{cases} x_{n+2} = -2x_{n+1} + 5 \cdot 2^{n+1}, \ \forall n \ge 0 \\ x_1 = 13 \end{cases}$$
(d)
$$\begin{cases} x_{n+2} = 5x_{n+1} - 12, \ \forall n \ge 2 \\ x_3 = 128 \end{cases}$$
(e)
$$\begin{cases} x_{n+1} = -4x_n - 2(-4)^{n+1}(n-2), \ \forall n \ge 0 \\ x_0 = -7 \end{cases}$$

3. Giải các hệ thức đệ quy tuyến tính không thuần nhất sau đây:

(a)
$$\begin{cases} x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 2, \ \forall n \ge 0 \\ x_0 = 1; x_1 = 0 \end{cases}$$
(b)
$$\begin{cases} x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n + 4, \ \forall n \ge 0 \\ x_0 = 1; x_1 = 2 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x_{n+1} = 5x_n - 4x_{n-1} + 3, \ \forall n \geq 2 \\ x_0 = -4; x_2 = 19 \end{cases}$$
(d)
$$\begin{cases} x_n = 2x_{n-1} - x_{n-2} - 10, \ \forall n \geq 4 \\ x_2 = -5; x_3 = -26 \end{cases}$$
(e)
$$\begin{cases} x_n + 4x_{n-1} - 5x_{n-2} = 12n + 8, \ \forall n \geq 2 \\ x_0 = 0; x_1 = -5 \end{cases}$$
(f)
$$\begin{cases} 2x_n - 5x_{n-1} + 2x_{n-2} = -n^2 - 2n + 3, \ \forall n \geq 2 \\ x_0 = 1; x_1 = 3 \end{cases}$$
(g)
$$\begin{cases} x_{n+2} - 16x_{n+1} + 64x_n = 128.8^n, \ \forall n \geq 0 \\ x_0 = 2; x_1 = 32 \end{cases}$$
(h)
$$\begin{cases} 2x_{n+2} + 5x_{n+1} + 2x_n = 3^n.(35n + 51), \ \forall n \geq 2 \\ x_0 = 3; x_1 = 0 \end{cases}$$
(i)
$$\begin{cases} x_n = 2x_{n-1} + 3x_{n-2} + 8.(-1)^{n+1}, \ \forall n \geq 2 \\ x_0 = 3; x_1 = -5 \end{cases}$$
(j)
$$\begin{cases} x_{n+1} = 2x_n - x_{n-1} - 12n^2 - 24n + 4.(-1)^{n+1}, \ \forall n \geq 3 \\ x_2 = -28; x_3 = -149 \end{cases}$$
(k)
$$\begin{cases} x_{n+2} - 8x_{n+1} + 15x_n = 2.5^{n+1}, \ \forall n \geq 3 \\ x_0 = 1; x_1 = -2 \end{cases}$$