

# **COPYRIGHT NOTICE**

## **THÔNG BÁO BẢN QUYỀN**

© 2023 Duc A. Hoang (Hoàng Anh Đức)

### **COPYRIGHT (English):**

This document is licensed under Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC-BY-SA 4.0). You are free to share and adapt this material with appropriate attribution and under the same license.

This document is not up to date and may contain several errors or outdated information.

Last revision date: 2023-05-10

### **BẢN QUYỀN (Tiếng Việt):**

Tài liệu này được cấp phép theo Giấy phép Quốc tế Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (CC-BY-SA 4.0). Bạn được tự do chia sẻ và chỉnh sửa tài liệu này với điều kiện ghi nguồn phù hợp và sử dụng cùng loại giấy phép.

Tài liệu này không được cập nhật và có thể chứa nhiều lỗi hoặc thông tin cũ.

Ngày sửa đổi cuối cùng: 2023-05-10



Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International

- Trình bày lời giải vào các khoảng trống sau đề bài. Sử dụng mặt sau nếu thiếu khoảng trống.
- Không sử dụng tài liệu. Không trao đổi, bàn bạc khi làm bài.

Họ và Tên: \_\_\_\_\_

Mã Sinh Viên: \_\_\_\_\_ Lớp: \_\_\_\_\_

Câu:	1	2	Tổng
Điểm tối đa:	5	5	10
Điểm:			

1. (5 điểm) Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21$  có bao nhiêu nghiệm nguyên thỏa mãn điều kiện  $x_i \geq 0$  với mọi  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  và  $x_1 \leq 3$ ?

**Lời giải:** Ta đếm số nghiệm nguyên của phương trình thỏa mãn  $x_i \geq 0$  với mọi  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  và số nghiệm nguyên của phương trình thỏa mãn  $x_1 \geq 4$  và  $x_i \geq 0$  với mọi  $i \in \{2, 3, 4, 5\}$ . Hiệu của hai số này cho ta số nghiệm nguyên của phương trình thỏa mãn  $0 \leq x_1 \leq 3$  và  $x_i \geq 0$  với mọi  $i \in \{2, 3, 4, 5\}$ .

- Phương trình có  $\binom{5+21-1}{5-1} = 12650$  nghiệm nguyên thỏa mãn  $x_i \geq 0$  với mọi  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- Đặt  $x'_1 = x_1 - 4$ . Số nghiệm nguyên của phương trình thỏa mãn  $x_1 \geq 4$  và  $x_i \geq 0$  với mọi  $i \in \{2, 3, 4, 5\}$  bằng với số nghiệm nguyên không âm của phương trình  $x'_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21 - 4 = 17$  và do đó bằng  $\binom{5+17-1}{5-1} = 5985$ .
- Do đó, số nghiệm nguyên của phương trình thỏa mãn  $0 \leq x_1 \leq 3$  và  $x_i \geq 0$  với mọi  $i \in \{2, 3, 4, 5\}$  là  $12650 - 5985 = 6665$ .

2. (5 điểm) Cho  $G = (V, E)$  là một đồ thị với  $n$  đỉnh và  $m$  cạnh. Gọi  $\Delta(G)$  và  $\delta(G)$  lần lượt là bậc lớn nhất và nhỏ nhất của một đỉnh của  $G$ . Chứng minh rằng  $\delta(G) \leq 2m/n \leq \Delta(G)$ .

**Lời giải:** Theo định nghĩa, với mọi  $v \in V$ , ta có  $\delta(G) \leq \deg(v) \leq \Delta(G)$ . Do đó,

$$\delta(G) \cdot n \leq \sum_{v \in V} \deg(v) \leq \Delta(G) \cdot n.$$

Định lý bắt tay cho ta  $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2m$ , và do đó

$$\delta(G) \cdot n \leq 2m \leq \Delta(G) \cdot n.$$

Nghĩa là

$$\delta(G) \leq 2m/n \leq \Delta(G).$$