

Kiểm tra giữa kỳ

Đề bài

Bài 1.

- a. Lập bảng giá trị chân lý của công thức mệnh đề sau:

$$\mathcal{A} = ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$$

- b. Cho hàm đại số logic $f(x_1, x_2, x_3)$ sau:

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

Tìm dạng chuẩn tắc tuyển, hội hoàn toàn của $f(x_1, x_2, x_3)$.

- Bài 2.** Chứng minh rằng với mọi số nguyên $n \geq 12$, tồn tại các số nguyên không âm a và b sao cho $n = 3a + 7b$

Bài 3.

- a. Hãy sử dụng O-lớn để so sánh hai hàm: $\sqrt{n} \log n$ và $(\log n)^{1000}$. Chứng minh chi tiết
 b. Sử dụng cây đệ quy để ước lượng $T(n)$ được cho bởi hệ thức sau: $T(n) = 3T(n/3) + \sqrt{n}$.

Đáp án

Bài 1.

- a.

A	B	C	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$B \rightarrow C$	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$	\mathcal{A}
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1

Bài 1.

- b.

Dạng chuẩn tắc tuyển hoàn toàn: $f_T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3)$

Dạng chuẩn tắc hội hoàn toàn: $f_H(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$

Bài 2.

Chứng minh 1 - Ta đặt $P(n) = "Tồn tại các số nguyên không âm a và b sao cho $n = 3a + 7b"$.$

- Bước cơ sở, ta có $P(12), P(13), P(14)$ đúng

- Butốc quy nạp, giả sử $P(k), P(k+1), P(k+2)$ đúng với mọi số nguyên $12 \leq k$, ta chứng minh $P(k+3)$ đúng.

Thật vậy,

Vì $P(k)$ đúng nên tồn tại hai số nguyên không âm a, b để $k = 3a + 7b$.

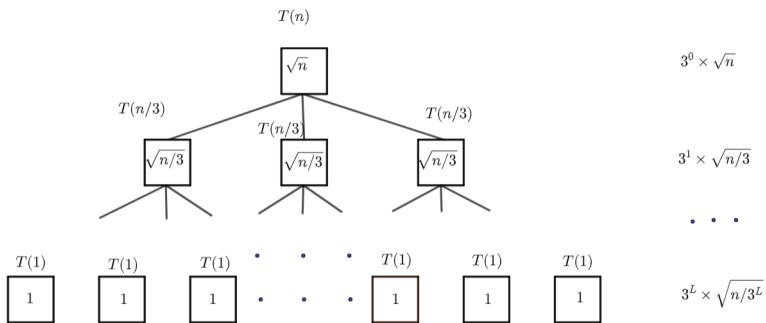
Khi đó, $k+3 = 3a+3+7b = 3(a+1)+7b$.

Bài 3.

a. Dễ dàng chứng minh được $\lim \frac{(\log n)^{1000}}{\sqrt{n} \log n} = \lim \frac{(\log n)^{999}}{\sqrt{n}} = 0$

Từ đó suy ra $(\log n)^{1000} = O(\sqrt{n} \log n)$.

b. Vẽ sơ đồ cây đệ quy



Với $L = \log_3 n$ là chiều cao của cây. Khi đó

$$T(n) = \sum_{i=0}^L 3^i \times \sqrt{\frac{n}{3^i}} = \sqrt{n} \sum_{i=0}^L 3^{\frac{i}{2}} = \sqrt{n} \frac{\sqrt{3}^{L+1} - 1}{\sqrt{3} - 1} = O(n).$$