

# TUYỂN HỌC VIÊN THẠC SĨ (2026-2028)

Tham gia đề tài cấp ĐHQGHN QG.25.07

## Nghiên cứu về các bài toán tái cấu hình từ góc độ thuật toán và lý thuyết đồ thị

**Chủ nhiệm đề tài:** TS. Hoàng Anh Đức (Khoa Toán-Cơ-Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN).

**Liên hệ:** [hoanganhduc@hus.edu.vn](mailto:hoanganhduc@hus.edu.vn)

**Web:** <https://hoanganhduc.github.io/>

**Mục tiêu chung của đề tài.** Xây dựng hệ thống hiểu biết hoàn chỉnh về các bài toán tái cấu hình (reconfiguration problems) cả về lý thuyết lẫn ứng dụng, với trọng tâm: (i) đánh giá độ phức tạp tính toán của các bài toán tái cấu hình, và (ii) phân tích cấu trúc của các đồ thị tái cấu hình. Xem trích dẫn giới thiệu đề tài ở cuối thông báo để biết thêm chi tiết.

### 1. Mô tả vị trí và mục tiêu đào tạo

**Số lượng:** 01 học viên thạc sĩ. (Ưu tiên học viên của Khoa Toán-Cơ-Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN hoặc học viên các trường thuộc ĐHQGHN.)

**Mục tiêu:** Hoàn thành luận văn thạc sĩ (dự kiến) **chậm nhất cuối năm 2027** thông qua việc tham gia trực tiếp các nội dung nghiên cứu của đề tài.

**Trạng thái:** Đang Tuyển

**Cập nhật:** 2026-02-24

### 2. Nhiệm vụ dự kiến của học viên

Học viên sẽ tham gia một (hoặc kết hợp) các nhóm nhiệm vụ sau:

- **Khảo cứu và hệ thống hóa:** tổng quan các kết quả đã biết, công cụ/kỹ thuật thường dùng trong tái cấu hình (ví dụ: Token Sliding/Jumping, re-coloring, dominating/independent set reconfiguration, shortest reconfiguration, v.v.).
- **Hướng thuật toán/độ phức tạp:** thiết kế/hiện thực thuật toán, đánh giá thực nghiệm (benchmarking), hoặc phân tích độ khó (NP-/PSPACE-/FPT) cho một biến thể tái cấu hình.
- **Hướng cấu trúc đồ thị tái cấu hình:** phỏng đoán và chứng minh tính chất (liên thông, đường kính, chu trình/Hamilton, hai phần, cụm, v.v.) và/hoặc **phân loại** một số đồ thị tái cấu hình theo lớp đồ thị gốc (cây, phẳng, hoàn hảo, v.v.).
- **Sản phẩm khoa học:** tối thiểu một bản thảo báo cáo/luận văn với phần đóng góp mới; khuyến khích chuẩn bị bài báo (tùy tiến độ và chất lượng kết quả). Nếu có kết quả tốt thì có thể hỗ trợ nộp bài và tham dự hội nghị quốc tế trong ngành.

### 3. Yêu cầu ứng viên

#### 3.1. Yêu cầu bắt buộc

- Tốt nghiệp đại học phù hợp: Toán tin/Khoa học máy tính/CNTT/Toán ứng dụng (hoặc tương đương); có nền tảng **Toán rời rạc, Lý thuyết đồ thị, Thuật toán**.
- Có khả năng đọc tài liệu tiếng Anh và viết báo cáo/luận văn khoa học.
- Có năng lực lập trình để mô phỏng/thực nghiệm: ưu tiên Python/C++/Julia; quen thuộc với thư viện đồ thị (NetworkX, igraph, SageMath, ...).
- Chủ động, làm việc đều đặn theo kế hoạch; tôn trọng chuẩn mực đạo đức học thuật.

#### 3.2. Yêu cầu/ưu tiên bổ sung (không bắt buộc)

- Đã học các học phần về **độ phức tạp tính toán, thuật toán tham số, tối ưu tổ hợp**, hoặc có kinh nghiệm chứng minh toán.
- Có kinh nghiệm **khoa học dữ liệu/ML**: xử lý dữ liệu, thiết kế thí nghiệm, đánh giá mô hình, trực quan hóa, hoặc làm việc với dữ liệu đồ thị.

### 4. Gợi ý một số chủ đề (Reconfiguration & Khoa học dữ liệu)

Các chủ đề dưới đây hướng đến việc kết hợp *lý thuyết tái cấu hình* với *thực nghiệm/dữ liệu* để tăng khả năng tạo ra kết quả mới và sản phẩm luận văn:

#### 4.1. Hướng 1: Thực nghiệm có hệ thống cho bài toán tái cấu hình

- Xây dựng **bộ dữ liệu** đồ thị (ngẫu nhiên + thực tế: mạng xã hội, mạng giao thông, sinh học...) và thiết kế thước đo để đánh giá: độ dài dãy tái cấu hình, độ khó tìm đường đi trong đồ thị tái cấu hình, tỷ lệ liên thông giữa các cấu hình.
- So sánh các chiến lược thuật toán/heuristics (BFS/IDS, A\*, bidirectional search, heuristic dựa trên cấu trúc,...) cho bài toán *shortest reconfiguration*.
- Phân tích hồi quy/khai phá dữ liệu để tìm **yếu tố dự đoán** độ khó (tham số cấu trúc: treewidth, degeneracy, clique number,...).

#### 4.2. Hướng 2: Học máy cho heuristic tái cấu hình

- Học mô hình dự đoán (ví dụ: GNN) cho **khả năng đạt tới** (reachability) giữa hai cấu hình, hoặc dự đoán **bước kế tiếp** tốt trong dãy tái cấu hình.
- Tối ưu heuristic bằng học tăng cường (RL) cho các biến thể Token Sliding / recoloring, đo lường hiệu quả trên các lớp đồ thị khác nhau.

### 4.3. Hướng 3: Khám phá cấu trúc đồ thị tái cấu hình bằng dữ liệu

- Sinh các đồ thị tái cấu hình kích thước vừa (bằng chương trình) và **khai phá mẫu** (motifs), tính chất phổ biến/hiếm gặp; từ đó đề xuất **phỏng đoán** và kiểm chứng bằng chứng minh.
- Phân cụm (clustering) các cấu hình theo “khoảng cách tái cấu hình” để hiểu cấu trúc không gian nghiệm.

**Ghi chú:** Chủ đề cụ thể sẽ được chốt cùng học viên sau giai đoạn khảo cứu ban đầu, phù hợp định hướng của đề tài và năng lực/quan tâm của học viên.

## 5. Lộ trình dự kiến để tốt nghiệp (không muộn hơn 2028)

Thời gian	Mốc công việc / sản phẩm
2026 (Q2-Q4)	Khảo cứu tài liệu; chọn bài toán/lớp đồ thị; dựng mã nguồn mô phỏng và bộ test; báo cáo tổng quan.
2027 (Q1-Q3)	Nghiên cứu chính: (i) thuật toán/độ phức tạp hoặc (ii) cấu trúc/thuộc tính; thử nghiệm, chứng minh; báo cáo kết quả giữa kỳ; (khuyến khích) bản thảo bài báo.
2027 (Q4)	Hoàn thiện đóng góp mới; viết luận văn; chuẩn bị bảo vệ; nộp luận văn và bảo vệ đúng hạn.

## 6. Cách ứng tuyển

Ứng viên gửi email tới [hoanganhduc@hus.edu.vn](mailto:hoanganhduc@hus.edu.vn) với tiêu đề [HV ThS--Reconfiguration] Họ tên. Hồ sơ tối thiểu:

- CV học thuật (1-2 trang) và bảng điểm.
- Mô tả ngắn (~1 trang): mối quan tâm nghiên cứu, kinh nghiệm liên quan, và (nếu có) ý tưởng chủ đề.
- (Nếu có) liên kết GitHub/Google Scholar/website hoặc các sản phẩm nghiên cứu/kỹ thuật.

(Thông báo được xây dựng dựa trên thuyết minh nhiệm vụ KH&CN cấp ĐHQGHN mã số QG.25.07.)

## **A. Giới thiệu đề tài**

Tên đơn vị chủ trì: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên

Điện thoại: 0438584615

Fax: 0438583061

E-mail: pkhcn@hus.edu.vn

Website: http://hus.vnu.edu.vn

Địa chỉ: 334 Nguyễn Trãi, Thanh Xuân, Hà Nội

**7 – Xuất xứ của nhiệm vụ** (xét chọn, tuyển chọn, hợp tác...):

Tuyển chọn

**8 – Các đơn vị phối hợp chính thực hiện nhiệm vụ** (nếu có)

**Đơn vị 1** (bắt buộc đối với đề tài KH&CN hợp tác song phương)

Tên đơn vị chủ quản:

Điện thoại:

Địa chỉ:

**9 - Các cán bộ thực hiện nhiệm vụ**

(Ghi những người có đóng góp khoa học và thực hiện những nội dung chính thuộc đơn vị chủ trì và đơn vị phối hợp tham gia thực hiện đề tài, không quá 10 người kể cả chủ trì đề tài)

TT	Họ và tên, học hàm, học vị	Tổ chức công tác	Nội dung công việc tham gia	Thời gian làm việc cho nhiệm vụ <sup>2</sup> (Số tháng quy đổi )
1	TS. Hoàng Anh Đức	Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN	- Chủ nhiệm nhiệm vụ; - Điều hành chung, tổ chức thực hiện các nội dung nghiên cứu; - Xây dựng thuyết minh đề cương nghiên cứu; - Viết báo cáo tổng kết đề tài và bài báo khoa học	10,8
2	TS. Nguyễn Hải Vinh	Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN	- Thực hiện các nội dung nghiên cứu; - Viết bài báo khoa học	6,0

## II. MỤC TIÊU, NỘI DUNG VÀ SẢN PHẨM DỰ KIẾN

### 10 - Mục tiêu

(Bám sát và cụ thể hóa mục tiêu theo đặt hàng. Nêu rõ mong muốn đạt được sản phẩm khoa học nào, trình độ khoa học và công nghệ của sản phẩm, giải quyết được vấn đề nghiên cứu

<sup>2</sup> Một (01) tháng quy đổi là tháng làm việc gồm 22 ngày, mỗi ngày làm việc gồm 08 giờ.

nào trong lý luận và thực tiễn)

### **10.1. Mục tiêu chung**

Xây dựng được một hệ thống hiểu biết hoàn chỉnh về các đồ thị tái cấu hình cả trong lý thuyết lẫn ứng dụng.

### **10.2. Mục tiêu cụ thể**

- Đánh giá độ phức tạp tính toán (hay mức độ “khó/dễ”) của các bài toán tái cấu hình;
- Phân tích cấu trúc của các đồ thị tái cấu hình.

## **11 - Tổng quan tình hình nghiên cứu trong, ngoài nước và đề xuất nghiên cứu của đề tài**

### **11.1. Đánh giá tổng quan tình hình nghiên cứu lý luận và thực tiễn thuộc lĩnh vực của đề tài**

**Ngoài nước** (Phân tích, đánh giá được những công trình nghiên cứu có liên quan và những kết quả nghiên cứu mới nhất trong lĩnh vực nghiên cứu của nhiệm vụ; nêu được những bước tiến về trình độ KH&CN của những kết quả nghiên cứu đó; những vấn đề KH&CN đang cần phải nghiên cứu và giải quyết. Cần có trích dẫn cụ thể.).

Trong khoảng vài thập kỷ gần đây, lĩnh vực nghiên cứu về các bài toán tái cấu hình (*reconfiguration problems*) là một lĩnh vực mới trong lý thuyết khoa học máy tính đã và đang nhận được sự quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu và nhóm nghiên cứu mạnh trên thế giới [31, 42, 43]. Về cơ bản, các bài toán tái cấu hình tập trung vào việc tìm hiểu mối liên hệ giữa các nghiệm (*feasible solutions*) của một bài toán  $S$  (gọi là *bài toán nguồn* (*source problem*)), ví dụ như các bài toán SATISFIABILITY, INDEPENDENT SET, DOMINATING SET, (LIST) VERTEX-COLORING, SPANNING TREE, MATCHING, MATROID BASES, v.v..., thông qua việc xây dựng và tìm hiểu tính chất của các đồ thị tương ứng với không gian nghiệm của  $S$  (gọi là *các đồ thị tái cấu hình* (*reconfiguration graphs*)). Trong một đồ thị tái cấu hình, mỗi đỉnh là một nghiệm của  $S$  và mỗi cạnh được định nghĩa thông qua một *quy tắc tái cấu hình* (*reconfiguration rule*) nào đó cho trước. Quy tắc tái cấu hình này thường thể hiện một sự thay đổi nhỏ nào đó trong một nghiệm của  $S$  sao cho sau khi áp dụng quy tắc ta thu được một nghiệm khác. Thông thường, số nghiệm của  $S$  là rất lớn (có thể là hàm mũ theo kích thước tối đa của một nghiệm), và do đó việc nghiên cứu các bài toán tái cấu hình trong những trường hợp như vậy là không đơn giản. Các bài toán tái cấu hình xuất hiện trong nhiều lĩnh vực quan trọng, ví dụ như toán học giải trí (*recreational mathematics*) [29, 30], hình học tính toán (*computational geometry*) [1], các bài toán thỏa mãn ràng buộc (*constraint satisfaction*) [8, 26], lập kế hoạch di chuyển cho robot [20, 27, 33], lý thuyết thuật toán phân tán (*distributed algorithms*) [11, 13, 14], và thậm chí cả lý thuyết độ phức tạp tính toán lượng tử (*quantum complexity theory*) [25].

Nhiều tình huống trong thực tế liên quan đến sự di chuyển và biến động có thể được mô hình

hóa bằng các bài toán tái cấu hình. Ví dụ, xét một mạng lưới phân phối điện từ nhà máy sản xuất điện đến các hộ tiêu dùng thông qua các trạm cung cấp điện. Mạng lưới này có thể được mô hình hóa bằng một đồ thị trong đó các đỉnh là các nhà máy, trạm cung cấp điện, hoặc hộ tiêu dùng, và có cạnh nối giữa hai đỉnh khi có đường dây điện trực tiếp nối giữa các địa điểm tương ứng với các đỉnh đó. Một tình huống có thể xảy ra là có sự cố nào đó với một trạm  $S$  và do đó cần phải tạm thời tắt các thiết bị trong  $S$  để sửa chữa. Trong tình huống này, một nhân viên kỹ thuật cần xem xét liệu có thể sử dụng một trạm nào khác càng gần  $S$  càng tốt để thay thế trạm  $S$  một cách tạm thời sao cho khi  $S$  ngừng hoạt động thì toàn bộ mạng lưới vẫn đảm bảo việc cung cấp điện (nghĩa là đồ thị tương ứng là một đồ thị liên thông). Tình huống này có thể được mô tả thông qua bài toán tái cấu hình đường đi (PATH RECONFIGURATION) trong đó mỗi “nghiệm” là một đường đi từ nhà máy đến hộ tiêu dùng thông qua các trạm cấp điện và “quy tắc tái cấu hình” ở đây là thay đổi một đỉnh (trạm cấp điện) trong đường đi sao cho đồ thị tương ứng luôn liên thông. Một lĩnh vực khác liên quan đến các bài toán tái cấu hình là các bài toán xây dựng kế hoạch di chuyển cho các vật thể (motion planning of objects). Ví dụ, trong các mô hình in 3D sử dụng nhiều đầu phun (printing heads) cùng lúc, một bài toán đặt ra là cần kế hoạch sẵn các đường in (mà các đầu phun sẽ đi theo) để tránh những va chạm không mong muốn và đảm bảo khoảng cách mỗi đầu phun di chuyển là càng ngắn càng tốt.

Về mặt lý thuyết, các bài toán tái cấu hình cung cấp các góc nhìn mới về các bài toán nền tảng trong lý thuyết độ phức tạp tính toán (computational complexity theory). Trong lý thuyết độ phức tạp tính toán, các lớp độ phức tạp (complexity classes)  $P$ ,  $NP$ , và  $PSPACE$  là các lớp phổ biến, và hiển nhiên là  $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$ . Các độc giả không quá quan tâm đến lý thuyết độ phức tạp tính toán có thể hiểu một cách nôm na là các lớp  $P$ ,  $NP$ -đầy đủ (lớp các bài toán “khó nhất” trong  $NP$ ), và  $PSPACE$ -đầy đủ (lớp các bài toán “khó nhất” trong  $PSPACE$ ) lần lượt chứa các bài toán “dễ”, “khó”, và “rất khó”. Các bài toán trung tâm của lý thuyết độ phức tạp tính toán liên quan đến việc trả lời câu hỏi liệu có phải là  $P \neq NP$ ,  $NP \neq PSPACE$ , hoặc  $P \neq PSPACE$  hay không. Các bài toán tái cấu hình cung cấp cho ta các góc nhìn mới về mối liên hệ giữa các lớp  $P$ ,  $NP$ , và  $PSPACE$ . Ví dụ, Ito et al. [35] chỉ ra một lớp các bài toán nguồn có độ phức tạp  $NP$ -đầy đủ thì các bài toán tái cấu hình tương ứng có độ phức tạp là  $PSPACE$ -đầy đủ, và nếu bài toán nguồn thuộc lớp  $P$  thì các phiên bản tái cấu hình của nó cũng thế. Trên thực tế, khá nhiều bài toán tái cấu hình đã được nghiên cứu đến hiện tại đều tuân theo quy luật này. Tất nhiên, điều này không phải luôn đúng. Ví dụ, bài toán 3-VERTEX-COLORING là bài toán  $NP$ -đầy đủ [24] nhưng phiên bản tái cấu hình của bài toán thuộc lớp  $P$  [15]. Một ví dụ khác là bài toán nguồn SHORTEST PATH thuộc lớp  $P$  nhưng phiên bản tái cấu hình của bài toán thì có độ phức tạp  $PSPACE$ -đầy đủ [6].

Các nghiên cứu lý thuyết liên quan đến các bài toán tái cấu hình tính đến thời điểm hiện tại

có thể được phân loại theo hai góc nhìn: góc nhìn theo hướng thuật toán (algorithmic)—chủ yếu nghiên cứu và phát triển các thuật toán hiệu quả để giải quyết vấn đề nào đó trong đồ thị tái cấu hình hoặc chứng minh rằng việc phát triển các thuật toán như thế là “rất khó”, và góc nhìn theo hướng đồ thị thuần túy (graph-theoretic)—chủ yếu nghiên cứu việc phân loại và tìm kiếm các tính chất của đồ thị tái cấu hình. Trên thực tế, các nghiên cứu về một số bài toán tái cấu hình, cụ thể là các vấn đề liên quan đến bài toán 15-PUZZLE, đã bắt đầu từ những năm 1879 [38]. Tuy nhiên, mãi cho đến 2011, các bài toán này mới thực sự được quan tâm rộng khắp cả về mặt lý thuyết lẫn ứng dụng, khi Ito et al. [35] chứng minh một loạt các bài toán tái cấu hình tương ứng với một lớp các bài toán NP-đầy đủ quan trọng có độ phức tạp tính toán (computational complexity) là PSPACE-đầy đủ và đặt ra một loạt các câu hỏi mở về độ phức tạp tính toán của các bài toán tái cấu hình. Độc giả quan tâm có thể xem các bài báo tổng quan (survey) của van den Heuvel [31] và Nishimura [43], hoặc tìm hiểu các thông tin từ trang <https://reconf.wikidot.com/>.

Từ góc nhìn theo hướng thuật toán, một số bài toán tái cấu hình tương ứng với các bài toán cổ điển và quan trọng như SATISFIABILITY, INDEPENDENT SET, DOMINATING SET, (LIST) VERTEX-COLORING, v.v... đã được nghiên cứu một cách khá triệt để và toàn diện từ nhiều hướng tiếp cận khác nhau. Một ví dụ điển hình là bài toán tái cấu hình các tập độc lập (INDEPENDENT SET RECONFIGURATION) trong một đồ thị. Độ phức tạp tính toán của bài toán và các phiên bản khác của nó đã được nghiên cứu một cách toàn diện cho nhiều lớp đồ thị khác nhau [12, 43]. Đặc biệt, năm 2018, một kết quả mang tính đột phá của Lokshtanov và Mouawad là việc các tác giả đưa ra và chứng minh ví dụ tự nhiên đầu tiên về một phiên bản thuộc NP-đầy đủ của bài toán tái cấu hình các tập độc lập [41]. Trước đó, phần lớn các bài toán đã biết chỉ thuộc P hoặc PSPACE-đầy đủ. Những nghiên cứu liên quan đến tái cấu hình các tập độc lập cũng xuất hiện trong nhiều lĩnh vực khác nhau như tối ưu [10, 37], thuật toán phân tán [13, 14], bài toán lập kế hoạch [16], v.v...

Mặt khác, góc nhìn theo hướng đồ thị thuần túy mới được khai thác trong thời gian gần đây. Phần lớn các nghiên cứu gần đây chủ yếu tập trung vào các đồ thị tái cấu hình liên quan đến các tập thống trị (dominating set), các cách tô màu đồ thị (vertex-coloring), và các đối tượng liên quan. (Xem bài tổng quan của Mynhardt và Nasserar [42].) Trên thực tế, nghiên cứu về các đồ thị tái cấu hình cho một số đối tượng như các tập độc lập (independent set) [34], các ghép cặp (cực đại) ((maximum) matching) [21], v.v... đã được bắt đầu từ những năm 1990. Tuy nhiên, theo chúng tôi được biết, các đồ thị tái cấu hình cho phần lớn các đối tượng quan trọng trong lý thuyết khoa học máy tính đều chưa được nghiên cứu một cách cụ thể và có hệ thống.

Về mặt ứng dụng, các bài toán lập kế hoạch di chuyển cho robot (robot motion planning) có thể được mô hình hóa bằng các phiên bản của bài toán TOKEN RECONFIGURATION [19, 27,

33] trong các lớp đồ thị khác nhau. Bài toán tái cấu trúc các cách tô màu đồ thị có liên quan chặt chẽ đến các bài toán gán lại tần số (frequency reassignment) cho các tháp tín hiệu điện thoại [28] và các bài toán về mô hình Potts phản sắt từ ở nhiệt độ không (anti-ferromagnetic Potts model at zero temperature) [47, 48] trong vật lý thống kê (statistical physics)---một mô hình nghiên cứu sự tương tác giữa các hạt trong một hệ thống có nhiệt độ tiến dần tới 0 độ K. Các bài toán tái cấu trúc đường đi ngắn nhất trong đồ thị được nghiên cứu và ứng dụng trong các vấn đề thực tế liên quan đến điều phối giao thông trên một mạng lưới các tuyến đường, vận chuyển các công-te-nơ hàng hóa, v.v... [23]. Gần đây, các kỹ thuật và ý tưởng liên quan đến bài toán tái cấu trúc đã được sử dụng để thiết kế các thuật toán hiệu quả cho quá trình tự động điều phối mạng lưới điện ở một số thành phố của Nhật Bản [39].

**Trong nước** (*Phân tích, đánh giá tình hình nghiên cứu trong nước thuộc lĩnh vực nghiên cứu của nhiệm vụ; những kết quả nghiên cứu liên quan đến nhiệm vụ mà các cán bộ tham gia đã thực hiện. Nếu có các nhiệm vụ cùng lĩnh vực đã và đang được thực hiện ở cấp khác, nơi khác thì phải phân tích nêu rõ các nội dung liên quan đến nhiệm vụ này. Nếu phát hiện có nhiệm vụ đang tiến hành mà có thể phối hợp nghiên cứu được thì cần ghi rõ Tên nhiệm vụ, Tên Chủ trì và Đơn vị chủ trì nhiệm vụ đó. Cần có trích dẫn cụ thể*).

Theo sự hiểu biết của chúng tôi, ở Việt Nam, các bài toán tái cấu trúc chưa được nghiên cứu một cách phổ biến. Một hướng nghiên cứu tiếp cận nhất là mô hình chip-firing game và các bài toán liên quan [44]. Trong mô hình chip-firing game, các chip được đặt trên các đỉnh của một đồ thị, và nếu một đỉnh  $v$  có số chip lớn hơn hoặc bằng số cạnh  $d$  liên thuộc với đỉnh đó thì ta có thể đẩy  $d$  chip từ  $v$  sang mỗi đỉnh liền kề với nó. Dễ thấy rằng mỗi cách đặt các chip tại các đỉnh của đồ thị cho ta một cấu hình tương ứng, và ta có thể thu được một cấu hình từ một cấu hình khác bằng cách đẩy chip theo quy tắc nêu trên. Mô hình chip-firing game và các bài toán/tính chất/mô hình liên quan đã được nghiên cứu cho nhiều lớp đồ thị khác nhau [17, 40, 46]. Gần đây, chúng tôi và một số đồng nghiệp bắt đầu khởi động các nghiên cứu về vai trò của yếu tố khoảng cách trong các bài toán tái cấu trúc phổ biến [3, 4, 32].

## **11.2. Định hướng nội dung cần nghiên cứu của nhiệm vụ, luận giải về sự cần thiết, tính cấp bách, ý nghĩa lý luận và thực tiễn**

(*Trên cơ sở đánh giá tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước, phân tích những công trình nghiên cứu có liên quan, những kết quả mới nhất trong lĩnh vực nghiên cứu, cần nêu rõ những vấn đề còn tồn tại, từ đó nêu được mục tiêu nghiên cứu và hướng giải quyết mới, những nội dung cần thực hiện – trả lời câu hỏi nhiệm vụ nghiên cứu giải quyết vấn đề gì, những thuận lợi khó khăn cần giải quyết*).

Từ tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước tính đến hiện tại, có thể thấy rõ rằng hướng nghiên cứu về các bài toán tái cấu trúc là một hướng nghiên cứu tiềm năng. Đặc biệt, chưa

có một hệ thống hiểu biết hoàn chỉnh về các bài toán tái cấu hình. Mặc dù các nghiên cứu theo hướng thuật toán có vẻ toàn diện và có hệ thống hơn các nghiên cứu theo hướng lý thuyết đồ thị thuần túy, một vấn đề ở đây là các nghiên cứu này mới chỉ được thực hiện cho một phần nhỏ khoảng 20-30 bài toán nguồn phổ biến---một số lượng quá ít so với hàng ngàn bài toán đã được nghiên cứu trong lý thuyết độ phức tạp tính toán. Do đó, việc tìm hiểu về các bài toán tái cấu hình từ các góc độ của lý thuyết thuật toán và lý thuyết đồ thị là rất cấp thiết. Về mặt lý thuyết, việc nghiên cứu các phiên bản tái cấu hình của nhiều bài toán phổ biến trong lý thuyết độ phức tạp tính toán chủ yếu được thực hiện thông qua các phương pháp và kỹ thuật phổ biến. Một ví dụ điển hình là việc áp dụng quy hoạch động (dynamic programming) để xây dựng các thuật toán giải các bài toán tái cấu hình các tập độc lập [7, 22], tái cấu hình các cách tô màu đồ thị [9], v.v... Một ví dụ khác là rất nhiều chứng minh độ phức tạp tính toán  $PSPACE$ -đầy đủ của các bài toán tái cấu hình được thực hiện thông qua việc mở rộng các chứng minh độ phức tạp tính toán  $NP$ -đầy đủ của các bài toán nguồn tương ứng [35]. Tuy nhiên, do các đồ thị tái cấu hình có số đỉnh rất lớn, những phương pháp và kỹ thuật này đôi khi rất khó áp dụng hoặc thậm chí không có hiệu quả. Một vấn đề cấp thiết là việc thiết kế các phương pháp và kỹ thuật mới dành riêng cho quá trình nghiên cứu các bài toán tái cấu hình. Một ví dụ điển hình cho các phương pháp và kỹ thuật mới này là các bài toán tái cấu hình như H-WORD RECONFIGURATION [49] và NONDETERMINISTIC CONSTRAINT LOGIC [29, 50] và các phiên bản của chúng được sử dụng để chứng minh độ phức tạp  $PSPACE$ -đầy đủ của một loạt các bài toán tái cấu hình khác [5, 41].

Về mặt ứng dụng, mặc dù đã có một số ứng dụng được phát triển, việc tìm kiếm và áp dụng các nguyên lý và phương pháp thiết kế thuật toán giải các bài toán tái cấu hình vào trong thực hành còn rất hạn chế. Đặc biệt, tính đến hiện tại, theo hiểu biết của chúng tôi, các phần mềm giải bài toán tái cấu hình mới chỉ được thiết kế cho một số các đầu vào với kích thước không quá lớn [36, 45]. Do đó, một vấn đề cấp thiết là việc phát triển các thuật toán hiệu quả và xây dựng các phần mềm tương ứng để giải các bài toán tái cấu hình.

### ***11.3 Liệt kê danh mục các công trình nghiên cứu, tài liệu có liên quan đến nhiệm vụ đã trích dẫn khi đánh giá tổng quan***

- [1] Oswin Aichholzer, Jean Cardinal, Tony Huynh, Kolja Knauer, Torsten Mütze, Raphael Steiner, and Birgit Vogtenhuber. 2021. Flip Distances Between Graph Orientations. *Algorithmica* 83, 1 (January 2021), 116–143.
- [2] David Avis and Duc A. Hoang. 2023. On Reconfiguration Graphs of Independent Sets Under Token Sliding. *Graphs Comb.* 39, 3 (May 2023).
- [3] Niranka Banerjee, Christian Engels, and Duc A. Hoang. 2024. Distance Recoloring. Retrieved May 3, 2024 from <http://arxiv.org/abs/2402.12705>
- [4] Niranka Banerjee and Duc A. Hoang. 2023. The Complexity of Distance- $\$r\$$  Dominating Set Reconfiguration. Retrieved February 5, 2024 from <https://arxiv.org/abs/2310.00241v2>

- [5] Rémy Belmonte, Eun Jung Kim, Michael Lampis, Valia Mitsou, Yota Otachi, and Florian Sikora. 2021. Token Sliding on Split Graphs. *Theory Comput. Syst.* 65, 4 (May 2021), 662–686.
- [6] Paul Bonsma. 2013. The complexity of rerouting shortest paths. *Theor. Comput. Sci.* 510, (October 2013), 1–12.
- [7] Paul Bonsma. 2016. Independent Set Reconfiguration in Cographs and their Generalizations. *J. Graph Theory* 83, 2 (2016), 164–195.
- [8] Paul Bonsma, Amer E. Mouawad, Naomi Nishimura, and Venkatesh Raman. 2014. The Complexity of Bounded Length Graph Recoloring and CSP Reconfiguration. In *Parameterized and Exact Computation - 9th International Symposium, IPEC 2014, Wroclaw, Poland, September 10-12, 2014. Revised Selected Papers*, 2014. Springer International Publishing, 110–121.
- [9] Paul Bonsma and Daniël Paulusma. 2019. Using contracted solution graphs for solving reconfiguration problems. *Acta Inform.* 56, (November 2019), 619–648.
- [10] Nicolas Bousquet, Bastien Durain, Théo Pierron, and Stéphan Thomassé. 2023. Extremal Independent Set Reconfiguration. *Electron. J. Comb.* 30, 3 (July 2023), P3.8-P3.8.
- [11] Nicolas Bousquet, Laurent Feuilloley, Marc Heinrich, and Mikaël Rabie. 2022. Distributed Recoloring of Interval and Chordal Graphs. In *25th International Conference on Principles of Distributed Systems (OPODIS 2021) (Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs))*, 2022. Schloss Dagstuhl – Leibniz-Zentrum für Informatik, Dagstuhl, Germany, 19:1-19:17.
- [12] Nicolas Bousquet, Amer E. Mouawad, Naomi Nishimura, and Sebastian Siebertz. 2024. A survey on the parameterized complexity of reconfiguration problems. *Comput. Sci. Rev.* 53, (August 2024), 100663.
- [13] Keren Censor-Hillel, Yannic Maus, Shahar Romem-Peled, and Tigran Tonoyan. 2022. Distributed Vertex Cover Reconfiguration. In *13th Innovations in Theoretical Computer Science Conference (ITCS 2022) (Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs))*, 2022. Schloss Dagstuhl – Leibniz-Zentrum für Informatik, Dagstuhl, Germany, 36:1-36:23.
- [14] Keren Censor-Hillel and Mikaël Rabie. 2020. Distributed reconfiguration of maximal independent sets. *J. Comput. Syst. Sci.* 112, (September 2020), 85–96.
- [15] Luis Cereceda, Jan van den Heuvel, and Matthew Johnson. 2011. Finding Paths Between 3-colorings. *J Graph Theory* 67, 1 (May 2011), 69–82.
- [16] Remo Christen, Salomé Eriksson, Michael Katz, Christian Muise, Alice Petrov, Florian Pommerening, Jendrik Seipp, Silvan Sievers, and David Speck. 2023. PARIS: Planning Algorithms for Reconfiguring Independent Sets. In *Proceedings of ECAI 2023 (Frontiers in Artificial Intelligence and Applications)*, 2023. IOS Press, 453–460.
- [17] Scott Corry and David Perkinson. 2018. *Divisors and Sandpiles: An Introduction to Chip-Firing*. American Mathematical Society.
- [18] Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Eli Fox-Epstein, Duc A. Hoang, Takehiro Ito, Hirotaka Ono, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, and Takeshi Yamada. 2015. Linear-time algorithm for sliding tokens on trees. *Theor. Comput. Sci.* 600, (October 2015), 132–142.
- [19] Erik D. Demaine, Isaac Grosz, Jayson Lynch, and Mikhail Rudoy. 2018. Computational Complexity of Motion Planning of a Robot through Simple Gadgets. In *9th International Conference on Fun with Algorithms (FUN 2018) (Leibniz*

- International Proceedings in Informatics (LIPIcs)*), 2018. Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik, Dagstuhl, Germany, 18:1-18:21.
- [20] Adrian Dumitrescu. 2007. Motion Planning and Reconfiguration for Systems of Multiple Objects. *Mob. Robots Percept. Navig.* (February 2007).
  - [21] Linda Eroh and Michelle Schultz. 1998. Matching graphs. *J. Graph Theory* 29, 2 (1998), 73–86.
  - [22] Eli Fox-Epstein, Duc A. Hoang, Yota Otachi, and Ryuhei Uehara. 2015. Sliding Token on Bipartite Permutation Graphs. In *Algorithms and Computation (Lecture Notes in Computer Science)*, December 09, 2015. Springer, Berlin, Heidelberg, 237–247.
  - [23] Kshitij Gajjar, Agastya Vibhuti Jha, Manish Kumar, and Abhiruk Lahiri. 2022. Reconfiguring Shortest Paths in Graphs. In *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, June 28, 2022. 9758–9766.
  - [24] M.R. Garey and D.S. Johnson. 1979. *Computer And Intractability - A Guide to The Theory Of NP-Completeness*.
  - [25] Sevag Gharibian and Dorian Rudolph. 2023. Quantum Space, Ground Space Traversal, and How to Embed Multi-Prover Interactive Proofs into Unentanglement. In *DROPS-IDN/v2/document/10.4230/LIPIcs.ITCS.2023.53*, 2023. Schloss-Dagstuhl - Leibniz Zentrum für Informatik, ITCS 2023.
  - [26] Parikshit Gopalan, Phokion G. Kolaitis, Elitza Maneva, and Christos H. Papadimitriou. 2009. The Connectivity of Boolean Satisfiability - Computational and Structural Dichotomies. *SIAM J. Comput.* 38, 6 (January 2009), 2330–2355.
  - [27] Siddharth Gupta, Guy Sa’ar, and Meirav Zehavi. 2020. The Parameterized Complexity of Motion Planning for Snake-Like Robots. *J. Artif. Intell. Res.* 69, (September 2020), 191–229.
  - [28] Junghee Han. 2007. Frequency reassignment problem in mobile communication networks. *Comput. Oper. Res.* 34, 10 (October 2007), 2939–2948.
  - [29] Robert A. Hearn and Erik D. Demaine. 2005. PSPACE-completeness of sliding-block puzzles and other problems through the nondeterministic constraint logic model of computation. *Theor. Comput. Sci.* 343, 1–2 (October 2005), 72–96.
  - [30] Robert A. Hearn and Erik D. Demaine. 2009. *Games, Puzzles, and Computation*. CRC Press.
  - [31] Jan van den Heuvel. 2013. The complexity of change. In *Surveys in Combinatorics 2013*, Simon Blackburn, Stefanie Gerke and Mark Wildon (eds.). Cambridge University Press, Cambridge, 127–160.
  - [32] Duc A. Hoang. 2023. On the Complexity of Distance-d Independent Set Reconfiguration. In *WALCOM: Algorithms and Computation (Lecture Notes in Computer Science)*, 2023. Springer Nature Switzerland, Cham, 254–266.
  - [33] J.E. Hopcroft, J.T. Schwartz, and M. Sharir. 1984. On the Complexity of Motion Planning for Multiple Independent Objects; PSPACE- Hardness of the “Warehouseman’s Problem.” *Int. J. Robot. Res.* 3, 4 (December 1984), 76–88.
  - [34] W.-J. Hsu. 1993. Fibonacci cubes-a new interconnection Topology. *IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst.* 4, 1 (January 1993), 3–12.
  - [35] Takehiro Ito, Erik D. Demaine, Nicholas J.A. Harvey, Christos H. Papadimitriou, Martha Sideri, Ryuhei Uehara, and Yushi Uno. 2011. On the complexity of reconfiguration problems. *Theor. Comput. Sci.* 412, 12–14 (March 2011), 1054–1065.
  - [36] Takehiro Ito, Jun Kawahara, Yu Nakahata, Takehide Soh, Akira Suzuki, Junichi Teruyama, and Takahisa Toda. 2023. ZDD-Based Algorithmic Framework for Solving Shortest Reconfiguration Problems. In *Integration of Constraint Programming*,

- Artificial Intelligence, and Operations Research (Lecture Notes in Computer Science)*, 2023. Springer Nature Switzerland, Cham, 167–183.
- [37] Takehiro Ito, Haruka Mizuta, Naomi Nishimura, and Akira Suzuki. 2022. Incremental optimization of independent sets under the reconfiguration framework. *J. Comb. Optim.* 43, 5 (July 2022), 1264–1279.
  - [38] Wm. Woolsey Johnson and William E. Story. 1879. Notes on the 15 Puzzle. *Am. J. Math.* 2, 4 (1879), 397–404.
  - [39] Jun Kawahara, Chuta Yamaoka, Takehiro Ito, Akira Suzuki, Daisuke Iioka, Shuhei Sugimura, Seiya Goto, and Takayuki Tanabe. 2023. Algorithmic Study for Power Restoration in Electrical Distribution Networks. In *PHM Society Asia-Pacific Conference*, September 04, 2023.
  - [40] Caroline J. Klivans. 2018. *The Mathematics of Chip-Firing*. Chapman and Hall/CRC.
  - [41] Daniel Lokshantov and Amer E. Mouawad. 2018. The Complexity of Independent Set Reconfiguration on Bipartite Graphs. *ACM Trans Algorithms* 15, 1 (October 2018), 7:1-7:19.
  - [42] C. M. Mynhardt, S. Nasserassr, and S. Nasserassr. 2019. Reconfiguration of Colourings and Dominating Sets in Graphs. In *50 years of Combinatorics, Graph Theory, and Computing* (1st ed.), Fan Chung, Ron Graham, Frederick Hoffman, Ronald C. Mullin, Leslie Hogben and Douglas B. West (eds.). Chapman and Hall/CRC, 171–191.
  - [43] Naomi Nishimura. 2018. Introduction to Reconfiguration. *Algorithms* 11, 4 (April 2018), 52.
  - [44] Thi Ha Duong Phan. 2022. A Survey on the Stability of (Extended) Linear Sand Pile Model. In *Automata and Complexity: Essays Presented to Eric Goles on the Occasion of His 70th Birthday*, Andrew Adamatzky (ed.). Springer International Publishing, Cham, 253–281.
  - [45] Takehide Soh, Tomoya Tanjo, Yoshio Okamoto, and Takehiro Ito. 2024. CoRe Challenge 2022/2023: Empirical Evaluations for Independent Set Reconfiguration Problems (Extended Abstract). In *Proceedings of the International Symposium on Combinatorial Search*, June 01, 2024. 285–286.
  - [46] Jan Van Den Heuvel. 2001. Algorithmic Aspects of a Chip-Firing Game. *Comb. Probab. Comput.* 10, 06 (November 2001), 505–529.
  - [47] Jian-Sheng Wang, Robert H. Swendsen, and Roman Kotecký. 1989. Antiferromagnetic Potts models. *Phys. Rev. Lett.* 63, 2 (July 1989), 109–112.
  - [48] Jian-Sheng Wang, Robert H. Swendsen, and Roman Kotecký. 1990. Three-state antiferromagnetic Potts models: A Monte Carlo study. *Phys. Rev. B* 42, 4 (August 1990), 2465–2474.
  - [49] Marcin Wrochna. 2018. Reconfiguration in bounded bandwidth and tree-depth. *J. Comput. Syst. Sci.* 93, (May 2018), 1–10.
  - [50] Tom C. van der Zanden. 2015. Parameterized Complexity of Graph Constraint Logic. In *10th International Symposium on Parameterized and Exact Computation (IPEC 2015) (Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs))*, 2015. Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik, Dagstuhl, Germany, 282–293.

## 12 - Cách tiếp cận (Nêu rõ cách tiếp cận vấn đề nghiên cứu, thiết kế nghiên cứu)

Nhiệm vụ được thực hiện dựa trên các hướng tiếp cận như sau (trương ứng với hai mục tiêu chính đã đề cập):