

## Kiểm tra giữa kỳ

### Đề bài

#### Bài 1.

a. Lập bảng giá trị chân lý của công thức mệnh đề sau:

$$\mathcal{A} = ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$$

b. Cho hàm đại số logic  $f(x_1, x_2, x_3)$  sau:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

Tìm dạng chuẩn tắc tuyển, hội hoàn toàn của  $f(x_1, x_2, x_3)$ .

**Bài 2.** Chứng minh rằng với mọi số nguyên  $n \geq 12$ , tồn tại các số nguyên không âm  $a$  và  $b$  sao cho  $n = 3a + 7b$

#### Bài 3.

a. Hãy sử dụng O-lớn để so sánh hai hàm:  $\sqrt{n} \log n$  và  $(\log n)^{1000}$ . Chứng minh chi tiết

b. Sử dụng cây đệ quy để ước lượng  $T(n)$  được cho bởi hệ thức sau:  $T(n) = 3T(n/3) + \sqrt{n}$ .

### Đáp án

#### Bài 1.

a.

$A$	$B$	$C$	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$B \rightarrow C$	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$	$\mathcal{A}$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1

#### Bài 1.

b.

Dạng chuẩn tắc tuyển hoàn toàn:  $f_T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3})$

Dạng chuẩn tắc hội hoàn toàn:  $f_H(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$

#### Bài 2.

**Chứng minh 1** - Ta đặt  $P(n) = \text{"Tồn tại các số nguyên không âm } a \text{ và } b \text{ sao cho } n = 3a + 7b \text{"}$ .

- Bước cơ sở, ta có  $P(12), P(13), P(14)$  đúng

- Bước quy nạp, giả sử  $P(k), P(k+1), P(k+2)$  đúng với mọi số nguyên  $12 \leq k$ , ta chứng minh  $p(k+3)$  đúng.

Thật vậy,

Vì  $P(k)$  đúng nên tồn tại hai số nguyên không âm  $a, b$  để  $k = 3a + 7b$ .

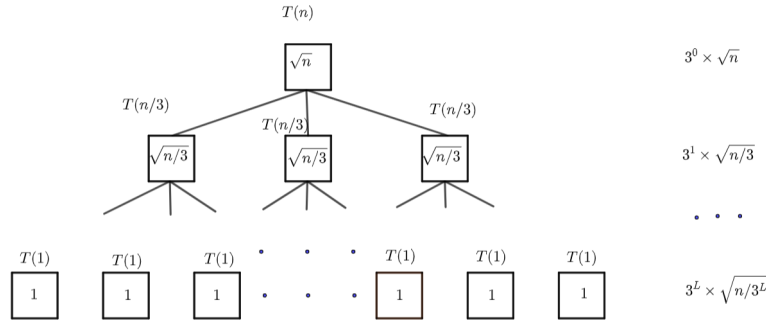
Khi đó,  $k+3 = 3a+3+7b = 3(a+1)+7b$ .

### Bài 3.

a. Dễ dàng chứng minh được  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\log n)^{1000}}{\sqrt{n} \log n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\log n)^{999}}{\sqrt{n}} = 0$

Từ đó suy ra  $(\log n)^{1000} = O(\sqrt{n} \log n)$ .

b. Vẽ sơ đồ cây đệ quy



Với  $L = \log_3 n$  là chiều cao của cây. Khi đó

$$T(n) = \sum_{i=0}^L 3^i \times \sqrt{\frac{n}{3^i}} = \sqrt{n} \sum_{i=0}^L 3^{\frac{i}{2}} = \sqrt{n} \frac{\sqrt{3}^{L+1} - 1}{\sqrt{3} - 1} = O(n).$$