

# Midterm Examination

VNU-HUS MAT3508 1 — Introduction to AI

Date: 2025-11-03      Time allowed: 90 minutes      Credits: 3

Total: 10 points

---

Name (Tên): \_\_\_\_\_ Student ID (Mã Sinh Viên): \_\_\_\_\_

Instructions (Hướng dẫn):

- Write your answers on the blank spaces provided below each problem. Your answers must be written in either Vietnamese or English but NOT a mixture of both languages. Answers which are hard to read or understand (because of bad handwriting, unclear expression, etc.) may receive no credit. (Viết câu trả lời vào chỗ trống được cung cấp dưới mỗi câu hỏi. Các câu trả lời phải được viết bằng một trong hai ngôn ngữ: Tiếng Việt hoặc Tiếng Anh, KHÔNG được trộn lẫn cả hai. Các câu trả lời khó đọc hoặc khó hiểu (do chữ viết tay xấu, diễn đạt không rõ ràng, v.v.) có thể không được chấm điểm.)
- This is a closed-book exam. No documents (e.g., books, notes, etc.) or electronic devices (e.g., phones, tablets, laptops, smart watches, etc.) are allowed, except a basic calculator. Blank papers can be used for rough work and must contain student names and ID at the top of every page. (Đây là bài kiểm tra đóng sách. Không được mang theo tài liệu (ví dụ: sách, vở ghi chép, v.v.) hoặc thiết bị điện tử (ví dụ: điện thoại, máy tính bảng, laptop, đồng hồ thông minh, v.v.), trừ máy tính cầm tay cơ bản. Giấy trắng có thể được sử dụng để làm nháp và phải ghi rõ họ tên và mã sinh viên ở góc trên của mỗi trang.)
- Any form of cheating or discussing with others (despite whether it is related to the exam content) during the exam will result in a zero score. (Mọi hình thức gian lận hoặc thảo luận với người khác (dù có liên quan đến nội dung kiểm tra hay không) trong thời gian làm bài sẽ bị điểm 0.)
- Show all work. Answers without justification will receive no credit. (Trình bày đầy đủ các bước giải. Các câu trả lời không có lý giải sẽ không được chấm điểm.)
- Clearly indicate final answers. (Ghi rõ đáp án cuối cùng.)
- The score of this exam takes 20% of the total course score. (Điểm số của bài kiểm tra này chiếm 20% tổng điểm học phần.)

---

Problem (Câu)	Score (Điểm)
1	/ 1.5
2	/ 2.0
3	/ 1.5
4	/ 2.5
5	/ 1.5
6	/ 1.0
Total (Tổng)	/ 10.0

**Problem 1 (Câu 1). (1.5 points)**

Give a brief description of the Turing test. Give reasons for the unsuitability of the Turing test as a definition of “artificial intelligence” in practical AI. (Hãy mô tả ngắn gọn về Phép thử Turing. Nêu lý do vì sao Phép thử Turing không phù hợp làm định nghĩa cho “trí tuệ nhân tạo” trong các ứng dụng AI thực tiễn.)

What are your thoughts on whether machines can think? Explain your answer. (Bạn nghĩ gì về việc máy móc có thể suy nghĩ hay không? Hãy giải thích câu trả lời của bạn.)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

*The Turing test, proposed by Alan Turing in 1950, is a test of a machine’s ability to exhibit intelligent behavior indistinguishable from that of a human. In the test, a human evaluator interacts with both a machine and a human through a text-based interface. The machine is said to have passed the test if it can convince the evaluator that it is human in about 30% of the interactions.*

*However, the Turing test is often criticized as an inadequate definition of artificial intelligence for several reasons, some of which include:*

- ***Focus on Behavior, Not Understanding:*** *The Turing test measures a machine’s ability to mimic human conversation, but it does not assess whether the machine truly understands the content or possesses genuine intelligence.*
- ***Limited Scope:*** *The test is based on linguistic capabilities and does not account for other forms of intelligence, such as emotional or social intelligence.*
- ***Easily Deceived:*** *A machine could potentially pass the Turing test through clever tricks or pre-programmed responses without possessing real intelligence.*

*(Any reasonable arguments can be accepted.)*

*Regarding whether machines can think, there is no definitive answer. Any reasonable argument is accepted.*

**Problem 2 (Câu 2). (2 points)**

Consider the following knowledge base: (Xét cơ sở tri thức sau:)

- (1)  $A \rightarrow (B \wedge C)$
- (2)  $B \rightarrow \neg D$
- (3)  $C \rightarrow D$

- (a) Convert each formula into an equivalent CNF. (Chuyển mỗi công thức đã cho sang dạng CNF.)
- (b) Write the resulting set of clauses. (Viết tập hợp các mệnh đề thu được.)
- (c) Using resolution by refutation, show that the knowledge base entails  $\neg A$ . (Dùng phương pháp suy diễn bằng phản chứng để chứng minh rằng cơ sở tri thức suy ra  $\neg A$ .)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

(a) *Convert to CNF:*

1.  $A \rightarrow (B \wedge C) \equiv \neg A \vee (B \wedge C) \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$ .
2.  $B \rightarrow \neg D \equiv \neg B \vee \neg D$ .
3.  $C \rightarrow D \equiv \neg C \vee D$ .

(b) *Clause set:*

$$\{ \neg A \vee B, \neg A \vee C, \neg B \vee \neg D, \neg C \vee D \}.$$

(c) *Refutation: assume A and derive a contradiction.*

- (1)  $\neg A \vee B$
- (2)  $\neg A \vee C$
- (3)  $\neg B \vee \neg D$
- (4)  $\neg C \vee D$
- (5)  $A$  (assumption for refutation)

*Resolve:*

- (6)  $B$  from (5) and (1)
- (7)  $C$  from (5) and (2)
- (8)  $\neg D$  from (6) and (3)
- (9)  $D$  from (7) and (4)
- (10)  $()$  from (8) and (9) (empty clause)

Since assuming  $A$  leads to contradiction, the knowledge base entails  $\neg A$ .

**Problem 3 (Câu 3). (1.5 points)**

Provide the most general unifier (MGU) of the two formulas below, or show that none exists. Explain your steps. (Hãy tìm bộ hợp nhất tổng quát nhất (MGU) của hai công thức dưới đây, hoặc chứng minh không tồn tại. Giải thích các bước thực hiện.)

$$P(f(x), g(y), y) \quad \text{and} \quad P(z, g(f(a)), f(a)).$$

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

*Apply the algorithm mentioned in the lecture slides step by step.*

1. Start with the set of corresponding argument equations obtained from equating the two predicates:  $S_0 = \{f(x) = z, g(y) = g(f(a)), y = f(a)\}$ .

2. Find a disagreement in  $S_0$ . Consider the first equation  $f(x) = z$ . The top symbols disagree (function  $f$  vs variable  $z$ ). Choose the variable-side substitution that can eliminate this disagreement:  $\theta_1 = \{z/f(x)\}$ , which passes the occurs-check since  $z$  does not occur in  $f(x)$ .

3. Apply  $\theta_1$  to  $S_0$  to obtain  $S_1 = \theta_1(S_0) = \{f(x) = f(x), g(y) = g(f(a)), y = f(a)\}$ . Remove the trivial equation  $f(x) = f(x)$ , leaving  $S'_1 = \{g(y) = g(f(a)), y = f(a)\}$ .

4. Find a disagreement in  $S'_1$ . In  $g(y) = g(f(a))$  the top symbols agree (both  $g$ ), so inspect arguments:  $y$  vs  $f(a)$ . Choose the substitution  $\theta_2 = \{y/f(a)\}$ , which also passes the occurs-check.

5. Apply  $\theta_2$  to  $S'_1$ :  $S_2 = \theta_2(S'_1) = \{g(f(a)) = g(f(a)), f(a) = f(a)\}$ , which contains only trivial equations, so the process terminates.

6. Compose the substitutions in the order applied to get the unifier  $\sigma = \theta_2 \circ \theta_1 = \{z/f(x), y/f(a)\}$ .

7. Verify and argue most-generality: - Applying  $\sigma$  to both atoms yields  $P(f(x), g(f(a)), f(a))$ , so  $\sigma$  is a unifier. - It is most general because  $x$  remains a variable (not instantiated); any other unifier must further instantiate  $x$  (or leave it), so any other unifier can be obtained by composing  $\sigma$  with a substitution for  $x$ .

Therefore the MGU is  $\sigma = \{z/f(x), y/f(a)\}$ .

**Problem 4 (Câu 4). (2.5 points)**

Consider the following Prolog program. (Xét chương trình Prolog sau.)

```
parent(john, mary).
parent(mary, susan).
parent(john, bill).
parent(bill, tom).

male(john).
male(bill).
male(tom).
female(mary).
female(susan).

ancestor(X,Y) :- parent(X,Y).
ancestor(X,Y) :- parent(X,Z), ancestor(Z,Y).

sibling(X,Y) :- parent(P,X), parent(P,Y), X \= Y.

grandparent(X,Y) :- parent(X,Z), parent(Z,Y).
```

For each query below, state the answers Prolog will return in the order given (include all solutions and indicate success/failure). (Với mỗi truy vấn dưới đây, nêu các câu trả lời Prolog trả về theo thứ tự — bao gồm tất cả nghiệm và chỉ ra truy vấn thành công hay thất bại.)

1. ?- ancestor(john, Who).
2. ?- sibling(mary, Who).
3. ?- grandparent(Who, tom).
4. ?- ancestor(X, susan).
5. ?- parent(\_, tom).

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

```
?- ancestor(john, Who).
Who = mary ;
Who = bill ;
Who = susan ;
Who = tom.

?- sibling(mary, Who).
Who = bill.

?- grandparent(Who, tom).
Who = john.

?- ancestor(X, susan).
X = mary ;
X = john.

?- parent(_, tom).
true.
```

**Problem 5 (Câu 5). (1.5 points)**

Using A\* search for the 8-puzzle, search (manually) for a path from the starting node

1		3
4	2	6
7	5	8

to the goal node

1	2	3
4	5	6
7	8	

. Use the number of misplaced tiles as the heuristic

function  $h(n)$ . Show the steps of your search, including the values of  $g(n)$ ,  $h(n)$ , and  $f(n)$  for each node you expand and the contents of the priority queue after each expansion. (Sử dụng

thuật toán A\* để tìm đường đi từ trạng thái ban đầu

1		3
4	2	6
7	5	8

đến trạng thái mục tiêu

1	2	3
4	5	6
7	8	

. Dùng số lượng ô sai vị trí làm hàm đánh giá  $h(n)$ . Trình bày các bước tìm kiếm

của bạn, bao gồm giá trị của  $g(n)$ ,  $h(n)$ , và  $f(n)$  cho mỗi nút bạn mở rộng và nội dung của hàng đợi ưu tiên sau mỗi lần mở rộng.)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

We perform A\* with  $h(n)$  = number of misplaced tiles (excluding the blank 0). Goal  $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$ .

Notation: state shown as a 9-tuple  $[p_1\ p_2\ \dots\ p_9]$ ; tuples are read row-wise.  $g$  = cost from start;  $h$  = heuristic;  $f = g+h$ . Start  $S = [1\ 0\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$ .

1) Initialize - Expand:  $S$  -  $g(S)=0$ ,  $h(S)=3$  (tiles 2,5,8 misplaced),  $f(S)=3$ . - Successors of  $S$  ( $g=1$ ):  $A = [0\ 1\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$ ,  $h(A)=4$ ,  $f(A)=5$   $B = [1\ 3\ 0\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$ ,  $h(B)=4$ ,  $f(B)=5$   $C = [1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8]$ ,  $h(C)=2$ ,  $f(C)=3$

Priority queue (open) after expanding  $S$  (sorted by  $f$  then insertion): 1.  $C$  ( $g=1, h=2, f=3$ ) 2.  $A$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 3.  $B$  ( $g=1, h=4, f=5$ )

Closed:  $S$ .

2) Expand node with smallest  $f$ :  $C$  - Expand:  $C = [1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8]$ ,  $g(C)=1$ ,  $h(C)=2$ ,  $f(C)=3$ . - Successors ( $g=2$ ):  $D = S$  (return to start)  $[1\ 0\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$ ,  $h(D)=3$ ,  $f=5$  (already closed with  $g=0$ , ignore as worse)  $E = [1\ 2\ 3\ 0\ 4\ 6\ 7\ 5\ 8]$ ,  $h(E)=3$ ,  $f(E)=5$   $F = [1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 0\ 7\ 5\ 8]$ ,  $h(F)=3$ ,  $f(F)=5$   $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 0\ 8]$ ,  $h(G)=1$ ,  $f(G)=3$

Priority queue after expanding  $C$ : 1.  $G$  ( $g=2, h=1, f=3$ ) 2.  $A$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 3.  $B$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 4.  $E$  ( $g=2, h=3, f=5$ ) 5.  $F$  ( $g=2, h=3, f=5$ )

Closed:  $S, C$ .

3) Expand  $G$  - Expand:  $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 0\ 8]$ ,  $g(G)=2$ ,  $h(G)=1$ ,  $f(G)=3$ . - Successors ( $g=3$ ):  $C$  (back to previously expanded  $C$ )  $[1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8]$ ,  $h=2$ ,  $f=5$  (worse  $g$ , already closed)  $H = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 0\ 7\ 8]$ ,  $h(H)=2$ ,  $f(H)=5$   $I = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$  = Goal,  $h(I)=0$ ,  $g(I)=3$ ,  $f(I)=3$

Priority queue after expanding  $G$  (before popping goal): 1.  $I$  ( $g=3, h=0, f=3$ ) ← goal node inserted 2.  $A$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 3.  $B$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 4.  $E$  ( $g=2, h=3, f=5$ ) 5.  $F$  ( $g=2, h=3, f=5$ ) 6.  $H$  ( $g=3, h=2, f=5$ )

Closed:  $S, C, G$ .

4) Pop and expand/recognize goal  $I$  - Pop  $I = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$ ,  $g(I)=3$ ,  $h(I)=0$ ,  $f(I)=3$ . This is the goal. Stop.

Resulting optimal path (moves of the blank):  $S = [1\ 0\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8] \rightarrow$  (down)  $C = [1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8] \rightarrow$  (down)  $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 0\ 8] \rightarrow$  (right)  $I = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$

Cost:  $g(\text{goal}) = 3$  moves.

*Summary of expanded nodes (in order) with  $(g,h,f)$ : -  $S (0,3,3)$  -  $C (1,2,3)$  -  $G (2,1,3)$  -  $I (3,0,3)$  — goal reached*

*Priority queue contents shown after each expansion above.*

**Problem 6 (Câu 6). (1 points)**

Let  $A$  and  $B$  be two binary random variables. Given the constraints  $P(A) = \alpha$  and  $P(A \vee B) = \beta$ , manually calculate  $P(B)$  using the MaxEnt method. (Giả sử  $A$  và  $B$  là hai biến ngẫu nhiên nhị phân. Cho các ràng buộc  $P(A) = \alpha$  và  $P(A \vee B) = \beta$ , hãy tính thủ công  $P(B)$  sử dụng phương pháp MaxEnt.)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

- $p_1 = P(A, B)$ ,  $p_2 = P(A, \neg B)$ ,  $p_3 = P(\neg A, B)$ ,  $p_4 = P(\neg A, \neg B)$
- $P(A) = \alpha$  and  $P(A \vee B) = \beta$
- *Normalization:*  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$
- We have  $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A, B)$ , which implies  $P(B) = P(A \vee B) - P(A) + P(A, B) = \beta - \alpha + p_1$ .
- From  $P(A) = P(A, B) + P(A, \neg B)$ , we have  $\alpha = p_1 + p_2$ .
- From  $P(B) = P(A, B) + P(\neg A, B) = p_1 + p_3$  and  $P(B) = \beta - \alpha + p_1$ , we have  $p_3 = \beta - \alpha$ .
- In short, we have the following system of equations

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 + p_3 + p_4 &= 1 \\ p_1 + p_2 &= \alpha \\ p_3 &= \beta - \alpha \end{aligned}$$

- Solve the above system for the variables  $p_i$ , one can derive

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= \alpha \\ p_3 &= \beta - \alpha \\ p_4 &= 1 - \beta \end{aligned}$$

- One equation is missing! Thus, we cannot derive  $p_1$  and  $p_2$ . Using the indifferent principle, we must have  $p_1 = p_2 = \alpha/2$ . (Another way is to maximize the entropy  $H = -p_1 \ln p_1 - p_2 \ln p_2$  under the above constraints using Lagrange multipliers.)
- Therefore,  $P(B) = \beta - \alpha + p_1 = \beta - \alpha/2 = P(A \vee B) - P(A)/2$ .