

Midterm Examination

VNU-HUS MAT3508 2 — Introduction to AI

Date: 2025-11-03 Time allowed: 90 minutes Credits: 3

Total: 10 points

Name (Tên): _____ Student ID (Mã Sinh Viên): _____

Instructions (Hướng dẫn):

- Write your answers on the blank spaces provided below each problem. Your answers must be written in either Vietnamese or English but NOT a mixture of both languages. Answers which are hard to read or understand (because of bad handwriting, unclear expression, etc.) may receive no credit. (Viết câu trả lời vào chỗ trống được cung cấp dưới mỗi câu hỏi. Các câu trả lời phải được viết bằng một trong hai ngôn ngữ: Tiếng Việt hoặc Tiếng Anh, KHÔNG được trộn lẫn cả hai. Các câu trả lời khó đọc hoặc khó hiểu (do chữ viết tay xấu, diễn đạt không rõ ràng, v.v.) có thể không được chấm điểm.)
- This is a closed-book exam. No documents (e.g., books, notes, etc.) or electronic devices (e.g., phones, tablets, laptops, smart watches, etc.) are allowed, except a basic calculator. Blank papers can be used for rough work and must contain student names and ID at the top of every page. (Đây là bài kiểm tra đóng sách. Không được mang theo tài liệu (ví dụ: sách, vở ghi chép, v.v.) hoặc thiết bị điện tử (ví dụ: điện thoại, máy tính bảng, laptop, đồng hồ thông minh, v.v.), trừ máy tính cầm tay cơ bản. Giấy trắng có thể được sử dụng để làm nháp và phải ghi rõ họ tên và mã sinh viên ở góc trên của mỗi trang.)
- Any form of cheating or discussing with others (despite whether it is related to the exam content) during the exam will result in a zero score. (Mọi hình thức gian lận hoặc thảo luận với người khác (dù có liên quan đến nội dung kiểm tra hay không) trong thời gian làm bài sẽ bị điểm 0.)
- Show all work. Answers without justification will receive no credit. (Trình bày đầy đủ các bước giải. Các câu trả lời không có lý giải sẽ không được chấm điểm.)
- Clearly indicate final answers. (Ghi rõ đáp án cuối cùng.)
- The score of this exam takes 20% of the total course score. (Điểm số của bài kiểm tra này chiếm 20% tổng điểm học phần.)

Problem (Câu)	Score (Điểm)
1	/ 1.5
2	/ 2.0
3	/ 1.5
4	/ 2.5
5	/ 1.5
6	/ 1.0
Total (Tổng)	/ 10.0

Problem 1 (Câu 1). (1.5 points)

Give a brief definition of the concepts *agent*, *software agent*, and *hardware agent*. Why an agent with memory is in general not a function from the set of all inputs to the set of all outputs, in the mathematical sense? (Đưa ra định nghĩa ngắn gọn về các khái niệm *tác nhân*, *tác nhân phần mềm*, và *tác nhân phần cứng*. Tại sao một tác nhân có bộ nhớ nói chung không phải là một hàm từ tập hợp tất cả các đầu vào đến tập hợp tất cả các đầu ra, theo nghĩa toán học?)

What are your thoughts on whether machines can think? Explain your answer. (Bạn nghĩ gì về việc máy móc có thể suy nghĩ hay không? Hãy giải thích câu trả lời của bạn.)

Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).

An **agent** is a system that processes information and produces an output from an input. It can perceive its environment through sensors and act upon that environment through actuators.

A **software agent** is a type of agent that operates in a digital environment, using software to perform tasks autonomously or semi-autonomously. Examples include chatbots and web crawlers.

A **hardware agent** is a physical entity that can perceive and act in the real world. This includes robots, drones, and other automated machinery.

An agent with memory is not a function from the set of all inputs to the set of all outputs because its behavior can depend on its internal state, which is influenced by past interactions. In mathematical terms, a function is defined by a specific mapping from inputs to outputs, with each input producing a unique output. However, an agent with memory can produce different outputs for the same input based on its history, making it state-dependent rather than purely input-dependent.

Regarding whether machines can think, there is no definitive answer. Any reasonable argument is accepted.

Problem 2 (Câu 2). (2 points)

Show by SLD resolution that the following Horn clause set is unsatisfiable. (Chứng minh bằng phương pháp suy diễn SLD rằng tập hợp các mệnh đề Horn sau là không thể thỏa mãn được.)

- $(A)_1$ • $(D)_4$ • $(A \wedge D \Rightarrow G)_7$
- $(B)_2$ • $(E)_5$ • $(C \wedge F \wedge E \Rightarrow H)_8$
- $(C)_3$ • $(A \wedge B \wedge C \Rightarrow F)_6$ • $(H \Rightarrow \mathbf{f})_9$

Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).

Resolution Proof:

- $Res(8, 9): (C \wedge F \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{10}$
- $Res(3, 10): (F \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{11}$
- $Res(6, 11): (A \wedge B \wedge C \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{12}$
- $Res(1, 12): (B \wedge C \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{13}$
- $Res(2, 13): (C \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{14}$
- $Res(3, 14): (E \Rightarrow \mathbf{f})_{15}$
- $Res(5, 15): ()_{16}$

Problem 3 (Câu 3). (1.5 points)

Provide the most general unifier (MGU) of the two formulas below, or show that none exists. Explain your steps. (Hãy tìm bộ hợp nhất tổng quát nhất (MGU) của hai công thức dưới đây, hoặc chứng minh không tồn tại. Giải thích các bước thực hiện.)

$$P(f(x), g(a), x) \quad \text{and} \quad P(f(b), y, b).$$

Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).

Apply the unification algorithm step by step.

1. Start with the set of corresponding argument equations obtained from equating the two predicates: $S_0 = \{f(x) = f(b), g(a) = y, x = b\}$.

2. Find a disagreement in S_0 . Consider the first equation $f(x) = f(b)$. The top symbols agree (both f), so inspect arguments: x vs b . Choose the substitution $\theta_1 = \{x/b\}$, which passes the occurs-check since x does not occur in b .

3. Apply θ_1 to S_0 to obtain $S_1 = \theta_1(S_0) = \{f(b) = f(b), g(a) = y, b = b\}$. Remove the trivial equations $f(b) = f(b)$ and $b = b$, leaving $S'_1 = \{g(a) = y\}$.

4. Find a disagreement in S'_1 . In $g(a) = y$ we have a function term $g(a)$ versus a variable y . Choose the substitution $\theta_2 = \{y/g(a)\}$, which passes the occurs-check since y does not occur in $g(a)$.

5. Apply θ_2 to S'_1 : $S_2 = \theta_2(S'_1) = \{g(a) = g(a)\}$, which contains only a trivial equation, so the process terminates.

6. Compose the substitutions in the order applied to get the unifier $\sigma = \theta_2 \circ \theta_1 = \{x/b, y/g(a)\}$.

7. Verify and argue most-generality: - Applying σ to both atoms yields $P(f(b), g(a), b)$, so σ is a unifier. - It is most general because no variables are left uninstantiated unnecessarily; any other unifier must be at least as specific as σ .

Therefore the MGU is $\sigma = \{x/b, y/g(a)\}$.

Problem 4 (Câu 4). (2.5 points)

Write as short a PROLOG program as possible that outputs 1000 ones. (Viết một chương trình PROLOG càng ngắn càng tốt để in ra 1000 số một.)

Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).

A possible solution is:

```
one(1) :- write(1).  
one(N) :- N1 is N-1, write(1), one(N1).
```

To run the program, query:

```
?- one(1000).
```

Problem 5 (Câu 5). (1.5 points)

Using A* search for the 8-puzzle, search (manually) for a path from the starting node

1		3
4	2	6
7	5	8

to the goal node

1	2	3
4	5	6
7	8	

. Use the sum of Manhattan distances as the heuristic

function $h(n)$. Show the steps of your search, including the values of $g(n)$, $h(n)$, and $f(n)$ for each node you expand and the contents of the priority queue after each expansion. (Sử dụng

thuật toán A* để tìm đường đi từ trạng thái ban đầu

1		3
4	2	6
7	5	8

đến trạng thái mục tiêu

1	2	3
4	5	6
7	8	

. Dùng tổng khoảng cách Manhattan làm hàm đánh giá $h(n)$. Trình bày các bước

tìm kiếm của bạn, bao gồm giá trị của $g(n)$, $h(n)$, và $f(n)$ cho mỗi nút bạn mở rộng và nội dung của hàng đợi ưu tiên sau mỗi lần mở rộng.)

Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).

We perform A* with $h(n)$ = sum of Manhattan distances of all tiles (excluding blank 0) from their goal positions. Goal $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$.

Notation: state shown as a 9-tuple $[p_1\ p_2\ \dots\ p_9]$; tuples are read row-wise (3×3 grid). g = cost from start; h = Manhattan distance heuristic; $f = g + h$. Start $S = [1\ 0\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$.

Manhattan distance calculation for S : - Tile 1: at position $(0,0)$, goal $(0,0) \rightarrow$ distance 0 - Tile 2: at position $(1,1)$, goal $(0,1) \rightarrow$ distance 1 - Tile 3: at position $(0,2)$, goal $(0,2) \rightarrow$ distance 0 - Tile 4: at position $(1,0)$, goal $(1,0) \rightarrow$ distance 0 - Tile 5: at position $(2,1)$, goal $(1,1) \rightarrow$ distance 1 - Tile 6: at position $(1,2)$, goal $(1,2) \rightarrow$ distance 0 - Tile 7: at position $(2,0)$, goal $(2,0) \rightarrow$ distance 0 - Tile 8: at position $(2,2)$, goal $(2,1) \rightarrow$ distance 1 - $h(S) = 0 + 1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 1 = 3$

1) Initialize - Expand: S - $g(S)=0$, $h(S)=3$, $f(S)=3$. - Successors of S ($g=1$): $A = [0\ 1\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$, $h(A)=4$, $f(A)=5$ $B = [1\ 3\ 0\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$, $h(B)=4$, $f(B)=5$ $C = [1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8]$, $h(C)=2$, $f(C)=3$

Priority queue (open) after expanding S : 1. C ($g=1, h=2, f=3$) 2. A ($g=1, h=4, f=5$) 3. B ($g=1, h=4, f=5$)

Closed: S .

2) Expand node with smallest f : C - Expand: $C = [1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8]$, $g(C)=1$, $h(C)=2$, $f(C)=3$. - $h(C)$ calculation: tiles 5 and 8 each have Manhattan distance 1 from goal. - Successors ($g=2$): $D = S$ $[1\ 0\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8]$, already closed (ignore) $E = [1\ 2\ 3\ 0\ 4\ 6\ 7\ 5\ 8]$, $h(E)=3$, $f(E)=5$ $F = [1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 0\ 7\ 5\ 8]$, $h(F)=3$, $f(F)=5$ $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 0\ 8]$, $h(G)=1$, $f(G)=3$

Priority queue after expanding C : 1. G ($g=2, h=1, f=3$) 2. A ($g=1, h=4, f=5$) 3. B ($g=1, h=4, f=5$) 4. E ($g=2, h=3, f=5$) 5. F ($g=2, h=3, f=5$)

Closed: S, C .

3) Expand G - Expand: $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 0\ 8]$, $g(G)=2$, $h(G)=1$, $f(G)=3$. - $h(G)$ calculation: only tile 8 has Manhattan distance 1 from goal. - Successors ($g=3$): C $[1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8]$, already closed (ignore) $H = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 0\ 7\ 8]$, $h(H)=2$, $f(H)=5$ $I = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$ = Goal, $h(I)=0$, $g(I)=3$, $f(I)=3$

Priority queue after expanding G : 1. I ($g=3, h=0, f=3$) \leftarrow goal node 2. A ($g=1, h=4, f=5$) 3. B ($g=1, h=4, f=5$) 4. E ($g=2, h=3, f=5$) 5. F ($g=2, h=3, f=5$) 6. H ($g=3, h=2, f=5$)

Closed: S, C, G .

4) Pop and recognize goal I - Pop $I = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$, $g(I)=3$, $h(I)=0$, $f(I)=3$. Goal reached. Stop.

Resulting optimal path: $S = [1\ 0\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 5\ 8] \rightarrow$ (blank moves down) $C = [1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 6\ 7\ 5\ 8] \rightarrow$ (blank moves down) $G = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 0\ 8] \rightarrow$ (blank moves right) $I = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 0]$

Cost: $g(\text{goal}) = 3$ moves.

Summary of expanded nodes with (g,h,f) : - $S\ (0,3,3)$ - $C\ (1,2,3)$ - $G\ (2,1,3)$ - $I\ (3,0,3)$ — goal reached

Problem 6 (Câu 6). (1 points)

Given the constraints: $p_1 + p_2 = \alpha$, $p_1 + p_3 = \gamma$, $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$. Show that $p_1 = \alpha\gamma$, $p_2 = \alpha(1 - \gamma)$, $p_3 = \gamma(1 - \alpha)$, $p_4 = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$ represents the entropy maximum under these constraints. (Cho các ràng buộc: $p_1 + p_2 = \alpha$, $p_1 + p_3 = \gamma$, $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$. Chứng minh rằng $p_1 = \alpha\gamma$, $p_2 = \alpha(1 - \gamma)$, $p_3 = \gamma(1 - \alpha)$, $p_4 = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$ biểu diễn giá trị cực đại của entropy dưới các ràng buộc này.)

Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).

- *Constraints:*

$$p_1 + p_2 = \alpha \quad (1)$$

$$p_1 + p_3 = \gamma \quad (2)$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1 \quad (3)$$

- *Largrange function:*

$$L = -p_1 \ln p_1 - p_2 \ln p_2 - p_3 \ln p_3 - p_4 \ln p_4 + \lambda_1(p_1 + p_2 - \alpha) + \lambda_2(p_1 + p_3 - \gamma) + \lambda_3(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - 1).$$

- *Taking partial derivatives with respect to each p_i ($1 \leq i \leq 4$), we have*

$$\frac{\partial L}{\partial p_1} = -\ln p_1 - 1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_2} = -\ln p_2 - 1 + \lambda_1 + \lambda_3 = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_3} = -\ln p_3 - 1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_4} = -\ln p_4 - 1 + \lambda_3 = 0 \quad (7)$$

- *From eqs. (6) and (7), we have*

$$\ln p_4 - \ln p_3 + \lambda_2 = 0 \quad (8)$$

Similarly, from eqs. (4) and (5), we also have

$$\ln p_2 - \ln p_1 + \lambda_2 = 0 \quad (9)$$

- *From eqs. (8) and (9), we have*

$$\ln p_4 - \ln p_3 = \ln p_2 - \ln p_1 \quad (10)$$

which means

$$\ln(p_4/p_3) = \ln(p_2/p_1) \quad (11)$$

or equivalently

$$p_4 p_1 = p_3 p_2 \quad (12)$$

- *From eqs. (3) and (12), we have*

$$p_1 + p_2 + p_3 + \frac{p_2 p_3}{p_1} = 1 \quad (13)$$

Additionally, from eqs. (1) and (2), we have

$$p_2 = \alpha - p_1 \quad (14)$$

$$p_3 = \gamma - p_1 \quad (15)$$

- Combining eqs. (13) to (15), we have

$$p_1 + (\alpha - p_1) + (\gamma - p_1) + \frac{(\alpha - p_1)(\gamma - p_1)}{p_1} = 1 \quad (16)$$

which implies $p_1 = \alpha\gamma$.

- Therefore, we have $p_2 = \alpha - p_1 = \alpha(1 - \gamma)$, $p_3 = \gamma - p_1 = \gamma(1 - \alpha)$, and $p_4 = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$.