

COPYRIGHT NOTICE

THÔNG BÁO BẢN QUYỀN

© 2024 Duc A. Hoang (Hoàng Anh Đức)

COPYRIGHT (English):

This document is licensed under Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC-BY-SA 4.0). You are free to share and adapt this material with appropriate attribution and under the same license.

This document is not up to date and may contain several errors or outdated information.

Last revision date: 2024-04-14

BẢN QUYỀN (Tiếng Việt):

Tài liệu này được cấp phép theo Giấy phép Quốc tế Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (CC-BY-SA 4.0). Bạn được tự do chia sẻ và chỉnh sửa tài liệu này với điều kiện ghi nguồn phù hợp và sử dụng cùng loại giấy phép.

Tài liệu này không được cập nhật và có thể chứa nhiều lỗi hoặc thông tin cũ.

Ngày sửa đổi cuối cùng: 2024-04-14



Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International

- Chọn 1 trong 2 câu. Nếu làm cả 2 câu thì tính câu điểm cao nhất
- Trình bày lời giải vào các khoảng trống sau đề bài. Sử dụng mặt sau nếu thiếu khoảng trống.
- Không sử dụng tài liệu. Không trao đổi, bàn bạc khi làm bài.

Họ và Tên: _____

Mã Sinh Viên: _____ Lớp: _____

Câu:	1	2	Tổng
Điểm tối đa:	10	10	20
Điểm:			

1. Tìm một nghịch đảo của a theo môđun m trong các trường hợp sau

- (a) (4 điểm) $a = 55, m = 89$
(b) (4 điểm) $a = 89, m = 232$
(c) (2 điểm) $a = 51, m = 225$

Lời giải:

(a) Từ thuật toán Euclid, ta có:

$$89 = 55 \cdot 1 + 34$$

$$55 = 34 \cdot 1 + 21$$

$$34 = 21 \cdot 1 + 13$$

$$21 = 13 \cdot 1 + 8$$

$$13 = 8 \cdot 1 + 5$$

$$8 = 5 \cdot 1 + 3$$

$$5 = 3 \cdot 1 + 2$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1$$

$$2 = 1 \cdot 2 + 0$$

Do đó, ta cũng có:

$$\begin{aligned}1 &= 3 - 2 \cdot 1 \\&= 3 - (5 - 3 \cdot 1) \cdot 1 \\&= -1 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \\&= -1 \cdot 5 + 2 \cdot (8 - 5 \cdot 1) \\&= 2 \cdot 8 + (-3) \cdot 5 \\&= 2 \cdot 8 + (-3) \cdot (13 - 8 \cdot 1) \\&= 5 \cdot 8 + (-3) \cdot 13 \\&= 5 \cdot (21 - 13 \cdot 1) + (-3) \cdot 13 \\&= 5 \cdot 21 + (-8) \cdot 13 \\&= 5 \cdot 21 + (-8) \cdot (34 - 21 \cdot 1) \\&= 13 \cdot 21 + (-8) \cdot 34 \\&= 13 \cdot (55 - 34 \cdot 1) + (-8) \cdot 34 \\&= 13 \cdot 55 + (-21) \cdot 34 \\&= 13 \cdot 55 + (-21) \cdot (89 - 55 \cdot 1) \\&= (-21) \cdot 89 + 34 \cdot 55\end{aligned}$$

Suy ra một nghịch đảo của 55 theo môđun 89 là 34.

(b) Từ thuật toán Euclid, ta có:

$$\begin{aligned}232 &= 89 \cdot 2 + 54 \\89 &= 54 \cdot 1 + 35 \\54 &= 35 \cdot 1 + 19 \\35 &= 19 \cdot 1 + 16 \\19 &= 16 \cdot 1 + 3 \\16 &= 3 \cdot 5 + 1 \\3 &= 1 \cdot 3 + 0\end{aligned}$$

Do đó, ta cũng có:

$$\begin{aligned}1 &= 16 - 3 \cdot 5 \\&= 16 - (19 - 16 \cdot 1) \cdot 5 \\&= (-5) \cdot 19 + 6 \cdot 16 \\&= (-5) \cdot 19 + 6 \cdot (35 - 19 \cdot 1) \\&= (-11) \cdot 19 + 6 \cdot 35 \\&= (-11) \cdot (54 - 35 \cdot 1) + 6 \cdot 35 \\&= (-11) \cdot 54 + 17 \cdot 35 \\&= (-11) \cdot 54 + 17 \cdot (89 - 54 \cdot 1) \\&= 17 \cdot 89 + (-28) \cdot 54 \\&= 17 \cdot 89 + (-28) \cdot (232 - 89 \cdot 2) \\&= (-28) \cdot 232 + 73 \cdot 89\end{aligned}$$

Suy ra một nghịch đảo của 89 theo môđun 232 là 73.

(c) Do $\gcd(51, 225) = 3 > 1$ và $225 > 2$, không tồn tại nghịch đảo của 51 theo môđun 225.

2. Có bao nhiêu số nguyên dương chẵn nhỏ hơn hoặc bằng 1000 thỏa mãn

- (a) (2 điểm) là bội của 7?
 (b) (2 điểm) là bội của cả 7 và 11?
 (c) (2 điểm) là bội của 7 nhưng không là bội của 11?
 (d) (2 điểm) là bội của 7 hoặc là bội của 11?
 (e) (2 điểm) không là bội của 7 và không là bội của 11?

Lời giải: Gọi $A = \{x \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq x \leq 1000 \wedge 2 \mid x \wedge 7 \mid x\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq x \leq 1000 \wedge 2 \mid x \wedge 11 \mid x\}$. Gọi $U = \{x \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq x \leq 1000 \wedge 2 \mid x\}$.

- (a) Ta cần đếm $|A|$. Theo giả thiết, với mọi $x \in A$, x đồng thời là bội của 2 và 7, do đó, $x = 14k$ với $k \in \mathbb{Z}^+$. Do đó,

$$\begin{aligned} |A| &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq 14k \leq 1000\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq \lfloor 1000/14 \rfloor\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq 71\}| \\ &= 71 \end{aligned}$$

- (b) Ta cần đếm $|A \cap B|$. Theo giả thiết, với mọi $x \in A$, x đồng thời là bội của 2, 7, và 11, do đó, $x = 154k$ với $k \in \mathbb{Z}^+$. Tương tự câu (a), ta có

$$\begin{aligned} |A \cap B| &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq 154k \leq 1000\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq \lfloor 1000/154 \rfloor\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq 6\}| \\ &= 6 \end{aligned}$$

- (c) Ta cần đếm $|A \setminus B|$. Ta có

$$|A \setminus B| = |A| - |A \cap B| = 71 - 6 = 65$$

- (d) Ta cần đếm $|A \cup B|$. Theo nguyên lý bù trừ, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$. Ta tính $|B|$ như sau.

$$\begin{aligned} |B| &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq 22k \leq 1000\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq \lfloor 1000/22 \rfloor\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq 45\}| \\ &= 45 \end{aligned}$$

Do đó, ta có

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 71 + 45 - 6 = 110$$

- (e) Ta cần tính $|U \setminus (A \cup B)|$. Trước tiên, ta tính $|U|$ như sau.

$$\begin{aligned} |U| &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq 2k \leq 1000\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq \lfloor 1000/2 \rfloor\}| \\ &= |\{k \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq k \leq 500\}| \\ &= 500 \end{aligned}$$

Do $A \cup B \subseteq U$, ta có

$$|U \setminus (A \cup B)| = |U| - |A \cup B| = 500 - 110 = 390$$