Nhận xét Bài kiểm tra thường xuyên 1

Toán rời rạc (MAT3500 2, 2023-2024)

Hoàng Anh Đức
BMTH, ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội
hoanganhduc@hus.edu.vn

Ngày 4 tháng 3 năm 2024

- Với bài số 1,
  - Phần lớn các bạn không làm được câu (b).
- Với bài số 2,
  - Một số bạn chứng minh rằng nếu $5n + 6$ lẻ thì n cũng lẻ bằng phương pháp chứng minh trực tiếp như sau: Giả sử $5n + 6$ lẻ. Do 6 là số chẵn nên $5n$ lẻ và do đó n là số lẻ.

    Chứng minh này hoàn toàn đúng và mình vẫn cho điểm các bạn làm như vậy. Tuy nhiên các bạn cần chú ý rằng **ở đây các bạn đã vận dụng một số kiến thức liên quan đến lý thuyết số để giải**. (Cụ thể, việc các bạn suy ra được n lẻ khi biết $5n$ lẻ.)

    Theo định nghĩa, để chứng minh $x \in \mathbb{Z}$ là một số lẻ, các bạn cần chỉ ra là x có thể được viết dưới dạng $x = 2k + 1$ với số nguyên k nào đó. Ở trong chứng minh trên, các bạn hoàn toàn không chỉ ra điều này.
  - Một số bạn có ý tưởng chứng minh nếu n chẵn thì $5n + 6$ chẵn và nếu n lẻ thì $5n + 6$ lẻ. Ý tưởng này hoàn toàn có thể thực hiện.
- Với bài số 3,
  - Ở câu (a), có một số bạn chứng minh bằng phản chứng như sau: Giả sử tồn tại tập hợp A sao cho $\emptyset = \mathcal{P}(A)$. Do đó, không tồn tại tập B sao cho $B \subseteq A$, vô lý (do mọi tập B có hai tập con là $\emptyset$ và B). Suy ra $\emptyset$ không là tập lũy thừa của bất kỳ tập hợp nào. Chứng minh này là đúng.
  - Ở câu (a), một số bạn lý luận theo phương pháp phản chứng như sau: Giả sử tập rỗng là tập lũy thừa của tập A nào đó thì $|\emptyset| = 0 = 2^{|A|}$, vô lý. Do đó tập rỗng không là tập lũy thừa của bất kỳ tập hợp nào. Chú ý rằng **chứng minh trên chỉ đúng trong trường hợp A là tập hữu hạn.**
  - Ở câu (a), một số bạn viết **"vì tập rỗng không có phần tử nào nên nó không có tập con" hoặc "$A \subseteq \emptyset$ luôn là mệnh đề sai". Điều này là sai.** Tập rỗng có một tập con duy nhất là chính nó $\emptyset \subseteq \emptyset$.
  - Ở câu (a), một số bạn lý luận rằng do tập rỗng là tập con của mọi tập hợp, nó là tập bé nhất và do đó không là tập lũy thừa của bất kỳ tập nào. Lý luận này là sai.
  - Ở câu (d), một số bạn lý luận rằng do $A = B$ nên số phần tử của A bằng với số phần tử của B và bằng số a nào đó, do đó $\mathcal{P}(A)$ và $\mathcal{P}(B)$ có lực lượng bằng nhau và đều bằng 2^a, và do đó $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$. Chứng minh này là sai. Hai tập hợp bằng nhau có lực lượng bằng nhau. **Tuy nhiên, hai tập hợp có lực lượng bằng nhau thì chưa chắc đã bằng nhau.**
  - Một số bạn viết $x \in \mathcal{P}(A) \Rightarrow x \in A$. Điều này là sai. $x \in \mathcal{P}(A)$ suy ra $x \subseteq A$.

- Có thể chứng minh câu (d) bằng phương pháp phản chứng như sau: Giả sử $A = B$ và $\mathcal{P}(A) \neq \mathcal{P}(B)$. Do $\mathcal{P}(A) \neq \mathcal{P}(B)$, tồn tại $C \in \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$ hoặc tồn tại $D \in \mathcal{P}(B) \setminus \mathcal{P}(A)$. Nếu tồn tại $C \in \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$, ta có $C \subseteq A$ và $C \nsubseteq B$, mâu thuẫn với giả thiết $A = B$. Tương tự, nếu tồn tại $D \in \mathcal{P}(B) \setminus \mathcal{P}(A)$, ta có $D \nsubseteq A$ và $D \subseteq B$, mâu thuẫn với giả thiết $A = B$. Một số bạn chỉ chứng minh cho một trong hai khả năng trên.
- Khi chứng minh câu (d), một số bạn chỉ phát biểu $A \subseteq B \to \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$ mà không chứng minh tại sao mệnh đề này đúng.