

# Midterm Examination

VNU-HUS MAT3508 3 — Introduction to AI

Date: 2025-11-03    Time allowed: 90 minutes    Credits: 3

Total: 10 points

Name (Tên): \_\_\_\_\_ Student ID (Mã Sinh Viên): \_\_\_\_\_

Instructions (Hướng dẫn):

- Write your answers on the blank spaces provided below each problem. Your answers must be written in either Vietnamese or English but NOT a mixture of both languages. Answers which are hard to read or understand (because of bad handwriting, unclear expression, etc.) may receive no credit. (Viết câu trả lời vào chỗ trống được cung cấp dưới mỗi câu hỏi. Các câu trả lời phải được viết bằng một trong hai ngôn ngữ: Tiếng Việt hoặc Tiếng Anh, KHÔNG được trộn lẫn cả hai. Các câu trả lời khó đọc hoặc khó hiểu (do chữ viết tay xấu, diễn đạt không rõ ràng, v.v.) có thể không được chấm điểm.)
- This is a closed-book exam. No documents (e.g., books, notes, etc.) or electronic devices (e.g., phones, tablets, laptops, smart watches, etc.) are allowed, except a basic calculator. Blank papers can be used for rough work and must contain student names and ID at the top of every page. (Đây là bài kiểm tra đóng sách. Không được mang theo tài liệu (ví dụ: sách, vở ghi chép, v.v.) hoặc thiết bị điện tử (ví dụ: điện thoại, máy tính bảng, laptop, đồng hồ thông minh, v.v.), trừ máy tính cầm tay cơ bản. Giấy trắng có thể được sử dụng để làm nháp và phải ghi rõ họ tên và mã sinh viên ở góc trên của mỗi trang.)
- Any form of cheating or discussing with others (despite whether it is related to the exam content) during the exam will result in a zero score. (Mọi hình thức gian lận hoặc thảo luận với người khác (dù có liên quan đến nội dung kiểm tra hay không) trong thời gian làm bài sẽ bị điểm 0.)
- Show all work. Answers without justification will receive no credit. (Trình bày đầy đủ các bước giải. Các câu trả lời không có lý giải sẽ không được chấm điểm.)
- Clearly indicate final answers. (Ghi rõ đáp án cuối cùng.)
- The score of this exam takes 20% of the total course score. (Điểm số của bài kiểm tra này chiếm 20% tổng điểm học phần.)

Problem (Câu)	Score (Điểm)
1	/ 1.5
2	/ 2.0
3	/ 1.5
4	/ 2.5
5	/ 1.5
6	/ 1.0
<b>Total (Tổng)</b>	<b>/ 10.0</b>

**Problem 1 (Câu 1). (1.5 points)**

Give a brief description of the Turing test and the Chinese Room argument. What are your thoughts on whether machines can think? Explain your answer. (Hãy đưa ra mô tả ngắn gọn về Phép thử Turing và Luận cứ căn phòng tiếng Trung. Bạn nghĩ gì về việc liệu máy móc có thể suy nghĩ hay không? Giải thích câu trả lời của bạn.)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

- **Turing Test:** Proposed by Alan Turing in 1950, the Turing Test is a measure of a machine's ability to exhibit intelligent behavior indistinguishable from that of a human. In this test, a human evaluator interacts with both a machine and a human without knowing which is which. If the evaluator cannot reliably tell the machine from the human in about 30% of the interactions, the machine is said to have passed the test and demonstrated "thinking" capabilities.
- **Chinese Room Argument:** Proposed by John Searle in 1980, the Chinese Room Argument challenges the notion that a computer running a program can be said to "understand" or "think." In this thought experiment, Searle imagines himself in a room where he receives Chinese characters and uses a set of rules (a program/a guide book/etc.) to produce appropriate responses in Chinese, despite not understanding the language. Searle argues that, although the system (the room) can produce correct responses, it does not genuinely understand Chinese, thus questioning whether machines can truly think.
- **Personal Thoughts:** There is no correct answer. Any reasonable argument is accepted.

**Problem 2 (Câu 2). (2 points)**

Show by SLD resolution that the following Horn clause set is unsatisfiable. (Chứng minh bằng phương pháp suy diễn SLD rằng tập hợp các mệnh đề Horn sau là không thể thỏa mãn được.)

- $(A)_1$
- $(D)_4$
- $(A \wedge D \Rightarrow G)_7$
- $(B)_2$
- $(E)_5$
- $(C \wedge F \wedge E \Rightarrow H)_8$
- $(C)_3$
- $(A \wedge B \wedge C \Rightarrow F)_6$
- $(H \Rightarrow \mathbf{f})_9$

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

*Resolution Proof:*

- $Res(8, 9): (C \wedge F \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{10}$
- $Res(3, 10): (F \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{11}$
- $Res(6, 11): (A \wedge B \wedge C \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{12}$
- $Res(1, 12): (B \wedge C \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{13}$
- $Res(2, 13): (C \wedge E \Rightarrow \mathbf{f})_{14}$
- $Res(3, 14): (E \Rightarrow \mathbf{f})_{15}$
- $Res(5, 15): ()_{16}$

**Problem 3 (Câu 3). (1.5 points)**

Provide the most general unifier (MGU) of the two formulas below, or show that none exists. Explain your steps. (Hãy tìm bộ hợp nhất tổng quát nhất (MGU) của hai công thức dưới đây, hoặc chứng minh không tồn tại. Giải thích các bước thực hiện.)

$$x = 4 - 7 \cdot x \quad \text{and} \quad \cos y = z$$

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

We apply the unification algorithm to find the MGU of the two expressions:

$$\begin{aligned} E_1 &: x = 4 - 7 \cdot x \\ E_2 &: \cos y = z \end{aligned}$$

**Step 1:** Identify the disagreement set.

Comparing  $E_1$  and  $E_2$  from left to right, the first position where they differ is at the outermost level. The disagreement set is:

$$D_1 = \{x, \cos y\}$$

**Step 2:** Attempt to build a substitution.

We need a substitution  $\sigma_1$  such that  $\sigma_1(x) = \sigma_1(\cos y)$ .

Consider  $\sigma_1 = \{x/\cos y\}$ .

**Step 3:** Apply substitution and check the right-hand sides.

After applying  $\sigma_1$  to both expressions:

$$\begin{aligned} \sigma_1(E_1) &: \cos y = 4 - 7 \cdot \cos y \\ \sigma_1(E_2) &: \cos y = z \end{aligned}$$

**Step 4:** Find the next disagreement set.

The disagreement set for the right-hand sides is:

$$D_2 = \{4 - 7 \cdot \cos y, z\}$$

**Step 5:** Build the next substitution.

We need  $\sigma_2 = \{z/4 - 7 \cdot \cos y\}$ .

**Step 6:** Combine substitutions.

The MGU is the composition:

$$\sigma = \sigma_2 \circ \sigma_1 = \{x/\cos y, z/4 - 7 \cdot \cos y\}$$

**Verification:** Applying  $\sigma$  to both expressions:

$$\begin{aligned} \sigma(E_1) &: \cos y = 4 - 7 \cdot \cos y \\ \sigma(E_2) &: \cos y = 4 - 7 \cdot \cos y \end{aligned}$$

Both expressions are now identical. Therefore, the MGU exists and is:

$$\sigma = \{x/\cos y, z/4 - 7 \cdot \cos y\}$$

**Problem 4 (Câu 4). (2.5 points)**

Consider the following Prolog program (Cho chương trình Prolog sau):

```
parent(tom, bob).
parent(tom, liz).
parent(bob, ann).
parent(bob, pat).
parent(pat, jim).
```

and the query (và truy vấn):

```
?- parent(X, Y), parent(Y, Z).
```

Describe/Draw the complete search tree for this query showing all branches explored during the execution. For each node in the tree, clearly indicate:

- The current goal(s) to be satisfied
- The clause being applied
- The substitution/unification at that step
- Whether the branch succeeds or fails

(Mô tả/Vẽ cây tìm kiếm đầy đủ cho truy vấn trên, thể hiện tất cả các nhánh được khám phá trong quá trình thực thi. Với mỗi nút trong cây, chỉ rõ: mục tiêu hiện tại cần thỏa mãn, mệnh đề đang được áp dụng, phép thê/hợp nhất ở bước đó, và nhánh đó thành công hay thất bại.)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

```
?- parent(X, Y), parent(Y, Z)
|
|-- Clause: parent(tom, bob)
|   Substitution: X=tom, Y=bob
|   New goal: parent(bob, Z)
|
|   |-- Clause: parent(tom, bob)
|   |   Unification: fails (bob != tom)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(tom, liz)
|   |   Unification: fails (bob != tom)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(bob, ann)
|   |   Unification: Z=ann
|   |   Status: [] (success)
|
|   |-- Clause: parent(bob, pat)
|   |   Unification: Z=pat
|   |   Status: [] (success)
|   |
```

```
|   |-- Clause: parent(pat, jim)
|   |   Unification: fails (bob != pat)
|   |   Status: X (fail)

|
|-- Clause: parent(tom, liz)
|   Substitution: X=tom, Y=liz
|   New goal: parent(liz, Z)
|
|   |-- Clause: parent(tom, bob)
|   |   Unification: fails (liz != tom)
|   |   Status: X (fail)

|
|   |-- Clause: parent(tom, liz)
|   |   Unification: fails (liz != tom)
|   |   Status: X (fail)

|
|   |-- Clause: parent(bob, ann)
|   |   Unification: fails (liz != bob)
|   |   Status: X (fail)

|
|   |-- Clause: parent(bob, pat)
|   |   Unification: fails (liz != bob)
|   |   Status: X (fail)

|
|   |-- Clause: parent(pat, jim)
|   |   Unification: fails (liz != pat)
|   |   Status: X (fail)

|
|-- Clause: parent(bob, ann)
|   Substitution: X=bob, Y=ann
|   New goal: parent(ann, Z)
|
|   |-- Clause: parent(tom, bob)
|   |   Unification: fails (ann != tom)
|   |   Status: X (fail)

|
|   |-- Clause: parent(tom, liz)
|   |   Unification: fails (ann != tom)
|   |   Status: X (fail)

|
|   |-- Clause: parent(bob, ann)
|   |   Unification: fails (ann != bob)
|   |   Status: X (fail)

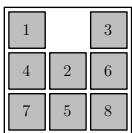
|
|   |-- Clause: parent(bob, pat)
|   |   Unification: fails (ann != bob)
|   |   Status: X (fail)

|
|   |-- Clause: parent(pat, jim)
|   |   Unification: fails (ann != pat)
```

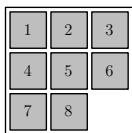
```
|     |   Status: X (fail)
|
|-- Clause: parent(bob, pat)
|   Substitution: X=bob, Y=pat
|   New goal: parent(pat, Z)
|
|   |-- Clause: parent(tom, bob)
|   |   Unification: fails (pat != tom)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(tom, liz)
|   |   Unification: fails (pat != tom)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(bob, ann)
|   |   Unification: fails (pat != bob)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(bob, pat)
|   |   Unification: fails (pat != bob)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(pat, jim)
|   |   Unification: Z=jim
|   |   Status: [] (success)
|
|-- Clause: parent(pat, jim)
|   Substitution: X=pat, Y=jim
|   New goal: parent(jim, Z)
|
|   |-- Clause: parent(tom, bob)
|   |   Unification: fails (jim != tom)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(tom, liz)
|   |   Unification: fails (jim != tom)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(bob, ann)
|   |   Unification: fails (jim != bob)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(bob, pat)
|   |   Unification: fails (jim != bob)
|   |   Status: X (fail)
|
|   |-- Clause: parent(pat, jim)
|   |   Unification: fails (jim != pat)
|   |   Status: X (fail)
```

**Problem 5 (Câu 5). (1.5 points)**

Using A\* search for the 8-puzzle, search (manually) for a path from the starting node



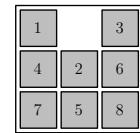
to the goal node



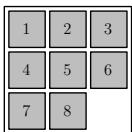
. Use the number of misplaced tiles as the heuristic

function  $h(n)$ . Show the steps of your search, including the values of  $g(n)$ ,  $h(n)$ , and  $f(n)$  for each node you expand and the contents of the priority queue after each expansion. (Sử dụng

thuật toán A\* để tìm đường đi từ trạng thái ban đầu



đến trạng thái mục tiêu



. Dùng số lượng ô sai vị trí làm hàm đánh giá  $h(n)$ . Trình bày các bước tìm kiếm của bạn, bao gồm giá trị của  $g(n)$ ,  $h(n)$ , và  $f(n)$  cho mỗi nút bạn mở rộng và nội dung của hàng đợi ưu tiên sau mỗi lần mở rộng.)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

We perform A\* with  $h(n) = \text{number of misplaced tiles (excluding the blank 0)}$ . Goal  $G = [1 2 3 4 5 6 7 8 0]$ .

Notation: state shown as a 9-tuple  $[p1 p2 \dots p9]$ ; tuples are read row-wise.  $g = \text{cost from start}$ ;  $h = \text{heuristic}$ ;  $f = g+h$ . Start  $S = [1 0 3 4 2 6 7 5 8]$ .

1) Initialize - Expand:  $S - g(S)=0, h(S)=3$  (tiles 2,5,8 misplaced),  $f(S)=3$ . - Successors of  $S$  ( $g=1$ ):  $A = [0 1 3 4 2 6 7 5 8]$ ,  $h(A)=4$ ,  $f(A)=5$   $B = [1 3 0 4 2 6 7 5 8]$ ,  $h(B)=4$ ,  $f(B)=5$   $C = [1 2 3 4 0 6 7 5 8]$ ,  $h(C)=2$ ,  $f(C)=3$

Priority queue (open) after expanding  $S$  (sorted by  $f$  then insertion): 1.  $C$  ( $g=1, h=2, f=3$ ) 2.  $A$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 3.  $B$  ( $g=1, h=4, f=5$ )

Closed:  $S$ .

2) Expand node with smallest  $f$ :  $C$  - Expand:  $C = [1 2 3 4 0 6 7 5 8]$ ,  $g(C)=1$ ,  $h(C)=2$ ,  $f(C)=3$ . - Successors ( $g=2$ ):  $D = S$  (return to start)  $[1 0 3 4 2 6 7 5 8]$ ,  $h(D)=3$ ,  $f=5$  (already closed with  $g=0$ , ignore as worse)  $E = [1 2 3 0 4 6 7 5 8]$ ,  $h(E)=3$ ,  $f(E)=5$   $F = [1 2 3 4 6 0 7 5 8]$ ,  $h(F)=3$ ,  $f(F)=5$   $G = [1 2 3 4 5 6 7 0 8]$ ,  $h(G)=1$ ,  $f(G)=3$

Priority queue after expanding  $C$ : 1.  $G$  ( $g=2, h=1, f=3$ ) 2.  $A$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 3.  $B$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 4.  $E$  ( $g=2, h=3, f=5$ ) 5.  $F$  ( $g=2, h=3, f=5$ )

Closed:  $S, C$ .

3) Expand  $G$  - Expand:  $G = [1 2 3 4 5 6 7 0 8]$ ,  $g(G)=2$ ,  $h(G)=1$ ,  $f(G)=3$ . - Successors ( $g=3$ ):  $C$  (back to previously expanded  $C$ )  $[1 2 3 4 0 6 7 5 8]$ ,  $h(H)=2$ ,  $f=5$  (worse  $g$ , already closed)  $H = [1 2 3 4 5 6 0 7 8]$ ,  $h(H)=2$ ,  $f(H)=5$   $I = [1 2 3 4 5 6 7 8 0] = \text{Goal}$ ,  $h(I)=0$ ,  $g(I)=3$ ,  $f(I)=3$

Priority queue after expanding  $G$  (before popping goal): 1.  $I$  ( $g=3, h=0, f=3$ )  $\leftarrow$  goal node inserted 2.  $A$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 3.  $B$  ( $g=1, h=4, f=5$ ) 4.  $E$  ( $g=2, h=3, f=5$ ) 5.  $F$  ( $g=2, h=3, f=5$ ) 6.  $H$  ( $g=3, h=2, f=5$ )

Closed:  $S, C, G$ .

4) Pop and expand/recognize goal  $I$  - Pop  $I = [1 2 3 4 5 6 7 8 0]$ ,  $g(I)=3$ ,  $h(I)=0$ ,  $f(I)=3$ . This is the goal. Stop.

Resulting optimal path (moves of the blank):  $S = [1 0 3 4 2 6 7 5 8] \rightarrow (\text{down}) C = [1 2 3 4 5 6 7 0 8] \rightarrow (\text{down}) G = [1 2 3 4 5 6 7 0 8] \rightarrow (\text{right}) I = [1 2 3 4 5 6 7 8 0]$

Cost:  $g(\text{goal}) = 3$  moves.

*Summary of expanded nodes (in order) with  $(g,h,f)$ : -  $S(0,3,3)$  -  $C(1,2,3)$  -  $G(2,1,3)$  -  $I(3,0,3)$  — goal reached*

*Priority queue contents shown after each expansion above.*

**Problem 6 (Câu 6). (1 points)**

Given the constraints:  $p_1 + p_2 = \alpha$ ,  $p_1 + p_3 = \gamma$ ,  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$ . Show that  $p_1 = \alpha\gamma$ ,  $p_2 = \alpha(1 - \gamma)$ ,  $p_3 = \gamma(1 - \alpha)$ ,  $p_4 = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$  represents the entropy maximum under these constraints. (Cho các ràng buộc:  $p_1 + p_2 = \alpha$ ,  $p_1 + p_3 = \gamma$ ,  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$ . Chứng minh rằng  $p_1 = \alpha\gamma$ ,  $p_2 = \alpha(1 - \gamma)$ ,  $p_3 = \gamma(1 - \alpha)$ ,  $p_4 = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$  biểu diễn giá trị cực đại của entropy dưới các ràng buộc này.)

**Solution/Hint (Lời giải/Gợi ý).**

- *Constraints:*

$$p_1 + p_2 = \alpha \quad (1)$$

$$p_1 + p_3 = \gamma \quad (2)$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1 \quad (3)$$

- *Lagrange function:*

$$L = -p_1 \ln p_1 - p_2 \ln p_2 - p_3 \ln p_3 - p_4 \ln p_4 + \lambda_1(p_1 + p_2 - \alpha) + \lambda_2(p_1 + p_3 - \gamma) + \lambda_3(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - 1).$$

- *Taking partial derivatives with respect to each  $p_i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ), we have*

$$\frac{\partial L}{\partial p_1} = -\ln p_1 - 1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_2} = -\ln p_2 - 1 + \lambda_1 + \lambda_3 = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_3} = -\ln p_3 - 1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_4} = -\ln p_4 - 1 + \lambda_3 = 0 \quad (7)$$

- *From eqs. (6) and (7), we have*

$$\ln p_4 - \ln p_3 + \lambda_2 = 0 \quad (8)$$

*Similarly, from eqs. (4) and (5), we also have*

$$\ln p_2 - \ln p_1 + \lambda_2 = 0 \quad (9)$$

- *From eqs. (8) and (9), we have*

$$\ln p_4 - \ln p_3 = \ln p_2 - \ln p_1 \quad (10)$$

*which means*

$$\ln(p_4/p_3) = \ln(p_2/p_1) \quad (11)$$

*or equivalently*

$$p_4 p_1 = p_3 p_2 \quad (12)$$

- *From eqs. (3) and (12), we have*

$$p_1 + p_2 + p_3 + \frac{p_2 p_3}{p_1} = 1 \quad (13)$$

*Additionally, from eqs. (1) and (2), we have*

$$p_2 = \alpha - p_1 \quad (14)$$

$$p_3 = \gamma - p_1 \quad (15)$$

- Combining eqs. (13) to (15), we have

$$p_1 + (\alpha - p_1) + (\gamma - p_1) + \frac{(\alpha - p_1)(\gamma - p_1)}{p_1} = 1 \quad (16)$$

which implies  $p_1 = \alpha\gamma$ .

- Therefore, we have  $p_2 = \alpha - p_1 = \alpha(1 - \gamma)$ ,  $p_3 = \gamma - p_1 = \gamma(1 - \alpha)$ , and  $p_4 = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$ .