

# **COPYRIGHT NOTICE**

## **THÔNG BÁO BẢN QUYỀN**

© 2023 Duc A. Hoang (Hoàng Anh Đức)

### **COPYRIGHT (English):**

This document is licensed under Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC-BY-SA 4.0). You are free to share and adapt this material with appropriate attribution and under the same license.

This document is not up to date and may contain several errors or outdated information.

Last revision date: 2023-04-13

### **BẢN QUYỀN (Tiếng Việt):**

Tài liệu này được cấp phép theo Giấy phép Quốc tế Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (CC-BY-SA 4.0). Bạn được tự do chia sẻ và chỉnh sửa tài liệu này với điều kiện ghi nguồn phù hợp và sử dụng cùng loại giấy phép.

Tài liệu này không được cập nhật và có thể chứa nhiều lỗi hoặc thông tin cũ.

Ngày sửa đổi cuối cùng: 2023-04-13



Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International

# Nhận xét Bài kiểm tra thường xuyên 2

Toán rời rạc (MAT3500 2, 2022-2023)

Hoàng Anh Đức  
BMTH, ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội  
hoanganhduc@hus.edu.vn

Ngày 13 tháng 4 năm 2023

- Với câu (a),

- Một số bạn chứng minh như sau. Từ  $a \equiv b \pmod{m_1}$ , ta có  $a - b$  chia hết cho  $m_1$ , nghĩa là tồn tại  $k_1 \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn  $a - b = k_1 m_1$ . Tương tự, tồn tại  $k_2 \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn  $a - b = k_2 m_2$ . Do đó,  $k_1 m_1 = k_2 m_2$ , nghĩa là  $k_1 m_1$  chia hết cho  $m_2$ . Do  $\gcd(m_1, m_2) = 1$ ,  $k_1$  phải chia hết cho  $m_2$ . Nghĩa là tồn tại  $h \in \mathbb{Z}$  sao cho  $k_1 = h m_2$ . Do đó,  $a - b = k_1 m_1 = h m_1 m_2$ . Suy ra  $a - b$  chia hết cho  $m_1 m_2$  và do đó  $a \equiv b \pmod{m_1 m_2}$ . Lời giải này là hoàn toàn chính xác.

- Một số bạn chứng minh như sau. Từ  $a \equiv b \pmod{m_1}$  suy ra  $m_1 \mid (a - b)$  và do đó tồn tại  $k \in \mathbb{Z}$  sao cho  $a - b = k m_1$ . Tương tự, tồn tại  $p \in \mathbb{Z}$  sao cho  $a - b = m_2 p$ . Suy ra  $(a - b) m_2 = m_1 k m_2 = (m_1 m_2) k$ . Do đó,  $m_1 m_2 \mid (a - b) m_2$ . Kết hợp với  $\gcd(m_1, m_2) = 1$ , ta có  $m_1 m_2 \mid (a - b)$ . Suy ra  $a \equiv b \pmod{m_1 m_2}$ .

Ở bước suy luận ra  $m_1 m_2 \mid (a - b)$ , có thể là các bạn đã áp dụng mệnh đề sau: “Cho các số nguyên dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $\gcd(a, b) = 1$  và  $a \mid bc$ . Ta có  $a \mid c$ ”. Tuy nhiên, để áp dụng mệnh đề này, ta cần  $\gcd(m_1 m_2, m_2) = 1$ , và điều này không phải luôn đúng. Do đó, chứng minh trên của các bạn không chính xác.

- Với câu (b),

- Một số bạn lý luận như sau. Giả sử  $\gcd(m_i, m/m_i) = d \neq 1$  với  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  nào đó. Do đó,  $d \mid m_i$  và  $d \mid (m/m_i)$ . Do đó, ta có thể viết  $m_i = dx$  và  $m/m_i = dy$  với các số nguyên dương  $x, y$  nào đó. Khi đó  $m = m_i(m/m_i) = d^2 xy$ . Do đó  $d \mid m$ . Do  $\gcd(m_i, m_j) = 1$  với mọi  $i \neq j$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ , ta có  $d$  phải bằng 1. Một số bạn viết  $\gcd(m, m_i) = 1$  thay vì  $\gcd(m_i, m_j) = 1$ . Trong cả hai trường hợp, tại sao các bạn suy ra được  $d = 1$ ?

- Một số bạn lý luận như sau. Giả sử  $\gcd(m_i, m/m_i) = \alpha > 1$  với  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  nào đó. Do đó, tồn tại  $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$  sao cho  $m_i = k_1 \alpha$  và  $m/m_i = k_2 \alpha$ . Do đó,  $m_1 m_2 \dots m_{i-1} m_{i+1} \dots m_n = k_2 \alpha$ . Suy ra có ít nhất một số trong  $m_1, m_2, \dots, m_{i-1}, m_{i+1}, \dots, m_n$  chia hết cho một ước  $\alpha_i$  khác một của  $\alpha$ . Không mất tính tổng quát, giả sử  $m_k$  chia hết cho  $\alpha_i$ . Suy ra  $\gcd(m_i, m_k) = \alpha_i > 1$ , mâu thuẫn với giả thiết  $\gcd(m_i, m_k) = 1$ .

Tại sao các bạn suy ra được có ít nhất một số trong  $m_1, m_2, \dots, m_{i-1}, m_{i+1}, \dots, m_n$  chia hết cho một ước  $\alpha_i$  khác một của  $\alpha$ ? Chú ý rằng điều này đúng với một ước nguyên tố nào đó của  $\alpha$ , nhưng **không đúng với mọi ước lớn hơn một của  $\alpha$** . Các bạn xem lại các Bài tập 4 và 5 của slides Lý thuyết số cơ bản I.

- Với câu (c),

–