# Áp dụng tối ưu sóng nước cho các bài toán tối ưu tổ hợp

Hoàng Bảo An, Phan Tiến Đạt

Đại học Công Nghệ, ĐHQGHN

2025

# Mục lục

# Tổng quan về WWO

WWO là một kỹ thuật metaheuristic được phát triển dựa trên quan sát các sóng nước tự nhiên. Kỹ thuật này được liệt kê vào mục trí tuệ bầy đàn tự nhiên (Natural swarm-based) [1]

- Được giới thiệu lần đầu bởi Yu-Jun Zheng và các cộng sự vào năm 2015 [2]
- Mô phỏng hành vi lan truyền của sóng nước
- Ban đầu được áp dụng vào các bài toán tối ưu liên tục, nhưng sau đó được sự quan tâm và chú ý trong việc áp dụng với các bài toán tối ưu tổ hợp
- Năm 2019, các tác giả đã tổng hợp một số kỹ thuật và đánh giá WWO trong các bài toán tối ưu tổ hợp [3]

# WWO trong không gian liên tục

Mỗi lời giải **x** trong quần thể là một gợn sóng. Hàm mục tiêu đánh giá lời giải đó càng tốt thì bước sóng $\lambda_{\mathbf{x}}$ càng nhỏ (tương đương với việc năng lượng càng lớn, bước sóng càng nhỏ). Thuật toán bao gồm các toán tử cơ bản sau:

- Lan truyền
- Khúc xạ
- Vỡ sóng

# Lan truyền

Trong không gian liên tục, chiều thứ $d$ của một lời giải $x$ sẽ được cập nhật như sau

$$\mathbf{x}'(d) = \mathbf{x}(d) + \lambda_{\mathbf{x}} \cdot rand(-1, 1) \cdot L(d) \tag{1}$$

Trong đó:

- $rand$ là hàm ngẫu nhiên với phân bố đều
- $L(d)$ là khoảng tìm kiếm của chiều thứ $d$

Bước sóng của tất cả lời giải $\lambda_{\mathbf{x}}$ được khởi tạo bằng 0.5, sau đó sẽ được điều chỉnh dựa trên độ tốt của lời giải đó $f(\mathbf{x})$ qua các thế hệ.

$$\lambda_{\mathbf{x}} = \lambda_{\mathbf{x}} \cdot \alpha^{-(f(x) - f_{min} + \epsilon)/(f_{max} - f_{min} + \epsilon)} \tag{2}$$

Trong đó $f_{max}$ và $f_{min}$ là giá trí của lời giải tốt nhất và tệ nhất trong quần thể ở thế hệ hiện tại, $\alpha$ là hệ số suy giảm bước sóng (được đề xuất là 1.0026)[3].

# Khúc xạ và vỡ sóng

- Khúc xạ: Nếu một gợn sóng (một lời giải) không được cải thiện qua một vài thế hệ thì sẽ bị loại bỏ, một lời giải mới - được tạo bằng cách lấy một điểm ngẫu nhiên nằm giữa lời giải cũ và lời giải tốt nhất $\mathbf{x}^*$ - sẽ thay thế lời giải cũ.
- Vỡ sóng: Khi một lời giải tốt nhất $\mathbf{x}^*$ được tìm thấy, nó sẽ được lưu lại, sau đó vỡ ra thành các lời giải con khác bằng cách di chuyển một khoảng nhỏ so với $\mathbf{x}^*$ theo chiều ngẫu nhiên. Thực chất là ta sẽ áp dụng các kỹ thuật tìm kiếm cục bộ (local search) trong bước này.

# Mục lục

# Các bước áp dụng vào trong bài toán tối ưu tổ hợp

Để áp dụng được WWO vào trong bài toán tối ưu tổ hợp, sẽ có 4 bước để rời rạc hóa các thuật toán, cụ thể như sau:

- Xác định biểu diễn của lời giải và cấu trúc lân cận của các lời giải để sử dụng local search
- Xác định toán tử lan truyền
- Xác định cách tính toán bước sóng sử dụng trong bước lan truyền
- Điều chỉnh lại thuật toán để thích nghi với các khía cạnh khác của thuật toán tối ưu rời rạc

# Xác định toán tử lan truyền

## Biến đổi $\mathbf{x}$ với xác suất tỷ lệ thuận với bước sóng $\lambda_{\mathbf{x}}$

Ví dụ với bài toán TSP: Lời giải hiện tại là $\mathbf{x} = \{x_1, ...x_n\}$ Với mỗi $i$ từ 1 đến $n$, với xác suất $\lambda_x$, đảo ngược một dãy con $\{x_i, ..., x_{i+l}\}$ trong đó $l$ là một số ngẫu nhiên nằm giữa $[1, n - i]$. Trong trường hợp này, $\lambda_{\mathbf{x}}$ phải là một số thực nằm giữa $[0, 1]$.

## Biến đổi $\mathbf{x}$ bằng cách thực hiện $k$ bước tìm kiếm cục bộ

Với bài toán TSP, ta có thể thực hiện $k$ lần hoán đổi hai thành phố ngẫu nhiên, với $k$ là một số nguyên ngẫu nhiên trong khoảng $[1, \lambda_{\mathbf{x}}]$. Trong trường hợp này, $\lambda_{\mathbf{x}}$ phải là một số nguyên nằm trong khoảng $[1, n]$.

# Xác định cách tính toán bước sóng mới

**Đặt $\lambda_{\mathbf{x}}$ tỉ lệ nghịch với độ tốt của lời giải $f(\mathbf{x})$:**

Có hai dạng điển hình được sử dụng. Gọi $\mathbf{P}$ là quần thể các lời giải, $\lambda_{max}$ và $\lambda_{min}$ lần lượt là bước sóng cho phép lớn nhất và nhỏ nhất.

$$\lambda_{\mathbf{x}} = \lambda_{max} \frac{\left(\sum_{\mathbf{x}' \in \mathbf{P}} f(\mathbf{x}')\right) - f(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x}' \in \mathbf{P}} f(\mathbf{x}')} \tag{3}$$

và

$$\lambda_{\mathbf{x}} = \lambda_{min} + (\lambda_{max} - \lambda_{min}) \frac{f_{max} - f(\mathbf{x}) + \epsilon}{f_{max} - f_{min} + \epsilon} \tag{4}$$

# Xác định cách tính toán bước sóng mới

**Đặt $\lambda_{\mathbf{x}}$ tỉ lệ nghịch với $f(\mathbf{x})$ dựa trên mô hình hàm mũ.**

$$\lambda_{\mathbf{x}} = \lambda_{min} \cdot b^{\alpha \cdot (f_{max} - f_(x) + \epsilon)/(f_{max} - f_{min} + \epsilon)} \tag{5}$$

trong đó $b$ và $\alpha$ là hai tham số điều khiển. Để thuận tiện, $\alpha$ thường được đặt bằng 1, sau đó $b$ được điều chỉnh theo $\lambda_{max}/\lambda_{min}$.

**Cập nhật $\lambda_{\mathbf{x}}$ theo chiều nghịch đảo với sự thay đổi của $f(\mathbf{x})$**

$$\lambda_{\mathbf{x}'} = min(\lambda_{\mathbf{x}} + \alpha \frac{f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}')}{f_{max}}, \lambda_{max}) \tag{6}$$

Ngoài các giá trị tốt nhất/tệ nhất của toàn quần thể trong một thế hệ, ta có thể theo dõi các giá trị tốt nhất/tệ nhất của một lời giải qua các thế hệ khác nhau.

# Thích nghi với các khía cạnh khác của thuật toán tối ưu rời rạc

## Toán tử vỡ sóng

Đặt $n_b$ là một siêu tham số. Khi ta tìm được một lời giải tốt nhất, ta sẽ thực hiện local search để tạo ra $n_b$ lời giải mới dựa trên lời giải cũ.
Ở bước vỡ sóng, tác giả đề xuất thực hiện các kỹ thuật local search sâu hơn. Khác với bước lan truyền, bước vỡ sóng sẽ tập trung vào khía cạnh khai thacs (intesification/exploitation), còn bước lan truyền nên cân bằng cả hai yếu tố khai thác và đa dạng (diversification/exploration).

# Thích nghi với các khía cạnh khác của thuật toán tối ưu rời rạc

## Cập nhật quần thể trong bước lan truyền

Khi cập nhật quần thể, một số kỹ thuật sau thường được áp dụng:

- Thay thế một lời giải $\mathbf{x}$ bằng lời giải lan truyền $\mathbf{x}'$ chỉ khi $\mathbf{x}'$ tốt hơn.
- Thay thế một lời giải $\mathbf{x}$ bằng lời giải lan truyền $\mathbf{x}'$ chỉ khi $\mathbf{x}'$ tốt hơn, hoặc $exp((f(\mathbf{x}' - f(\mathbf{x}))/T))$ lớn hơn một siêu tham số.

# Mục lục

# Áp dụng WWO vào bài toán SO-MKNAP

**Phát biểu bài toán:**

Cho một danh sách gồm $n$ vật thể và $m$ túi. Mỗi vật thể $i$ $(1 \leq i \leq n)$ có trọng lượng trong túi $j$ $(1 \leq i \leq m)$ là $w_{ij}$ và có giá trị là $v_i$. Mỗi túi $j$ có trọng lượng là $c_j$. Chọn ra một tập con các vật thể sao cho chúng vừa tất cả các túi và tổng giá trị là lớn nhất.

Ở bài toán này, lời giải $\mathbf{x}$ sẽ là một vector gồm $n$ giá trị $[0, 1]$.

# Mục lục

# Mục lục

# Mục lục

# Tài liệu tham khảo I


Kashif Hussain, Mohd Najib Mohd Salleh, Shi Cheng, and Yuhui Shi.
Metaheuristic research: a comprehensive survey.
*Artificial intelligence review*, 52(4):2191–2233, 2019.

Yu-Jun Zheng.
Water wave optimization: a new nature-inspired metaheuristic.
*Computers & Operations Research*, 55:1–11, 2015.

Yu-Jun Zheng, Xue-Qin Lu, Yi-Chen Du, Yu Xue, and Wei-Guo Sheng.
Water wave optimization for combinatorial optimization: Design strategies and applications.
*Applied Soft Computing*, 83:105611, 2019.