

# EE2090: Kỹ thuật điện & Điều khiển quá trình

## Chương 2: Mô hình quá trình





# Nội dung chương 2

2.1 Giới thiệu chung

2.2 Các khái niệm động học cơ bản

2.3 Các bước xây dựng mô hình lý thuyết

2.4 Tuyến tính hóa mô hình

2.5 Mô phỏng quá trình (sử dụng MATLAB & Simulink)

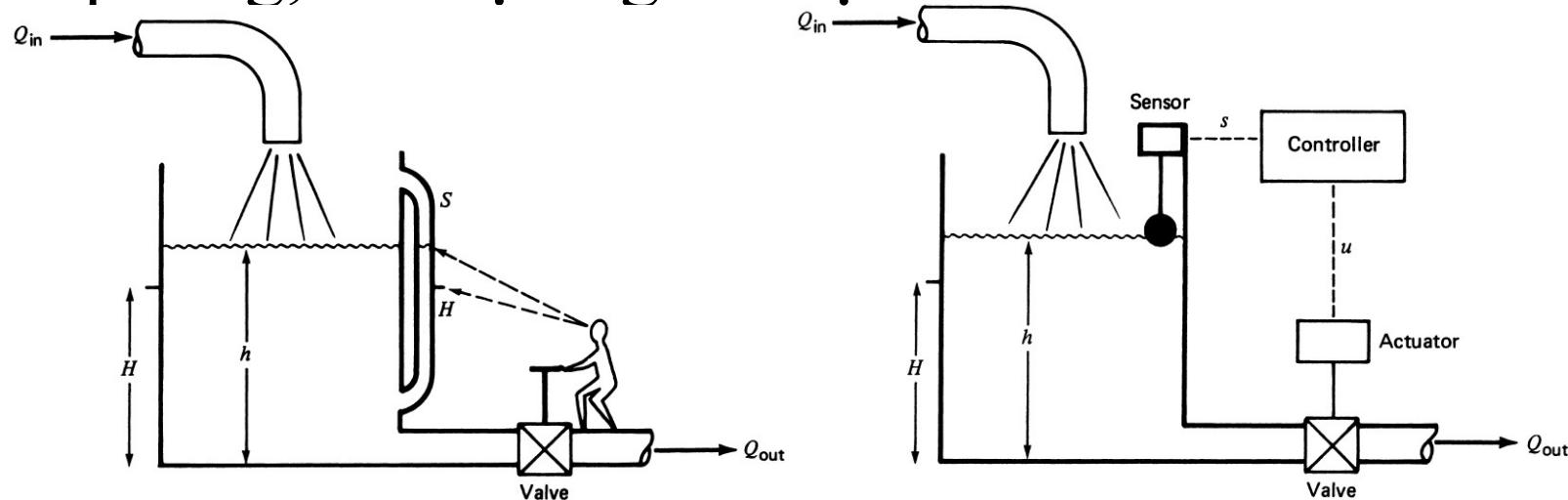


## 2.1 Giới thiệu chung

- Mô hình là một hình thức mô tả khoa học và cô đọng các khía cạnh thiết yếu của một hệ thống thực, có thể có sẵn hoặc cần phải xây dựng.
- Một mô hình phản ánh hệ thống thực từ một góc nhìn nào đó phục vụ hữu ích cho mục đích sử dụng.
- Phân loại mô hình:
  - Mô hình đồ họa: Sơ đồ khối, lưu đồ P&ID, lưu đồ thuật toán
  - Mô hình toán học: ODE, hàm truyền, mô hình trạng thái
  - Mô hình máy tính: Chương trình phần mềm
  - Mô hình suy luận: Cơ sở tri thức, luật
- Trong nội dung chương 2 ta quan tâm tới xây dựng mô hình toán học cho các quá trình công nghệ.

# Mục đích sử dụng mô hình

1. Hiểu rõ hơn về quá trình
2. Thiết kế cấu trúc/sách lược điều khiển và lựa chọn kiểu bộ điều khiển
3. Tính toán và chỉnh định các tham số của bộ điều khiển
4. Xác định điểm làm việc tối ưu cho hệ thống
5. Mô phỏng, đào tạo người vận hành

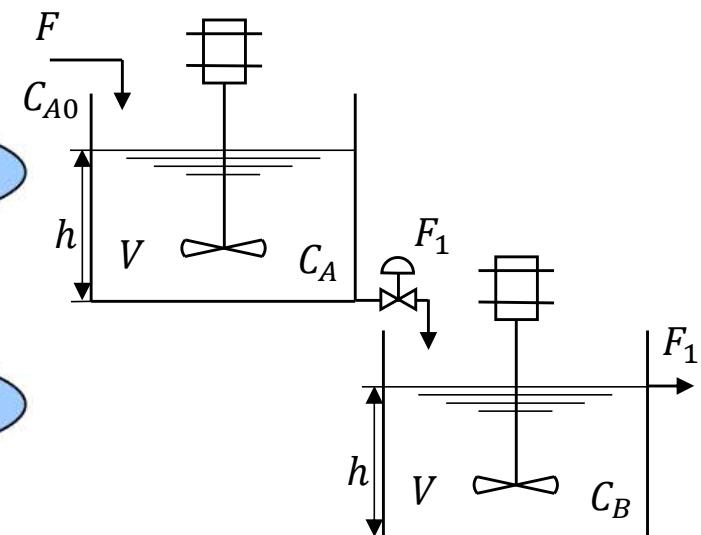
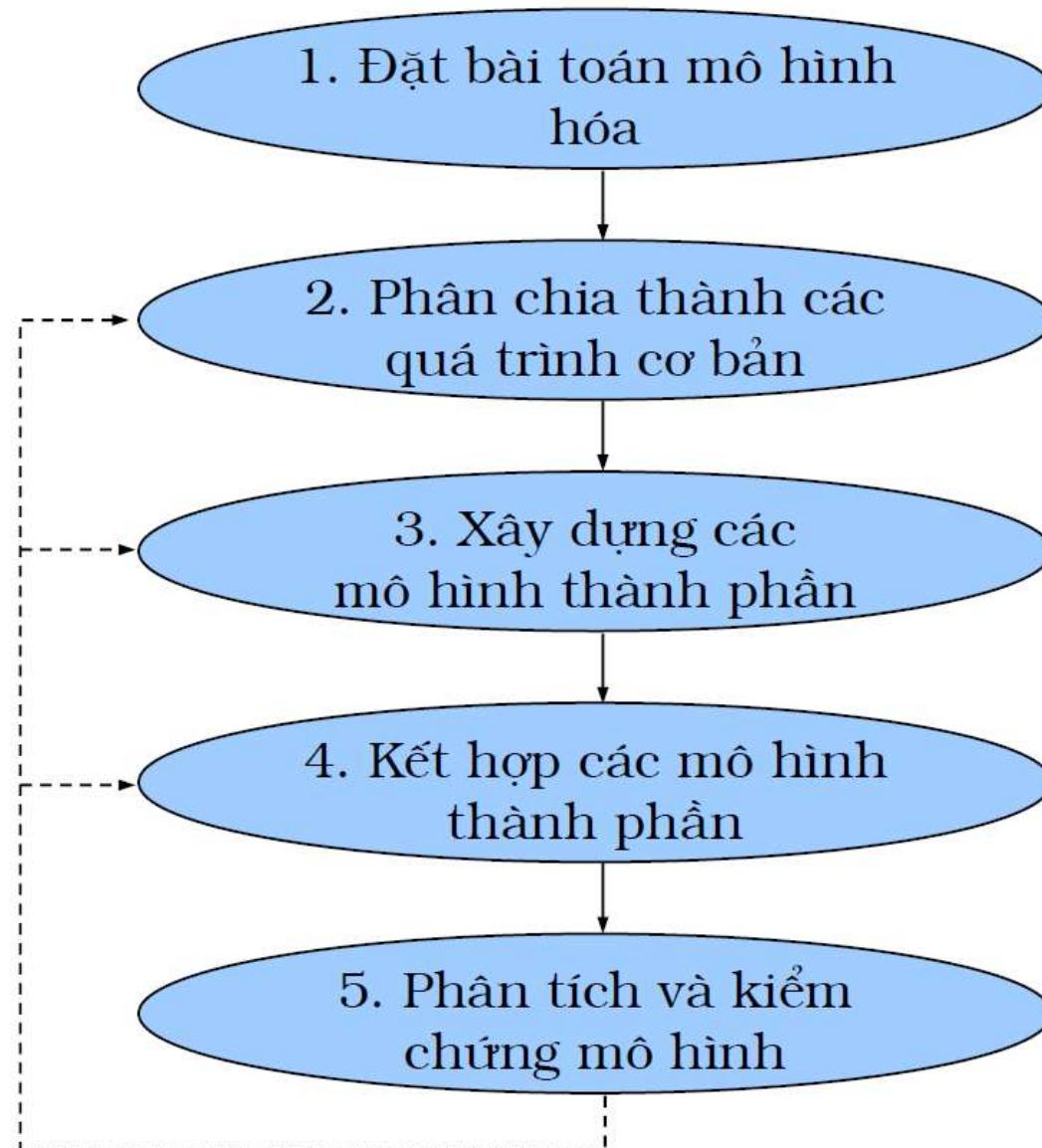




# Thế nào là một mô hình tốt

- Chất lượng mô hình thể hiện qua:
  - Tính trung thực của mô hình: Mức độ chi tiết và mức độ chính xác của mô hình
  - Giá trị sử dụng (phù hợp theo mục đích sử dụng)
  - Mức độ đơn giản của mô hình
- “Essentially, all models are wrong, but some are useful.”
  - Box, George E. P
- Một mô hình tốt cần đơn giản nhưng thâu tóm được các đặc tính thiết yếu cần quan tâm của thế giới thực trong một ngữ cảnh sử dụng.

# Tổng quan qui trình mô hình hóa



# Phương pháp xây dựng mô hình toán học



- Phương pháp lý thuyết (*mô hình hóa lý thuyết, phân tích quá trình, mô hình hóa vật lý*):
  - Xây dựng mô hình trên nền tảng các định luật vật lý, hóa học cơ bản
  - Phù hợp nhất cho các mục đích 1., 2. và 5. (tìm hiểu, thiết kế, mô phỏng, đào tạo)
  - **Ưu điểm:** Giúp hiểu sâu hơn về bản chất bên trong của quá trình và các mối liên quan trực tiếp tới các hiện tượng vật lý, hóa học hoặc sinh học. Cho phép xác định được tương đối chính xác cấu trúc của quá trình.
  - **Nhược điểm:** Khó xây dựng được mô hình cho các quá trình phức tạp tuân theo các bước bài bản thống nhất, phụ thuộc vào quá trình cụ thể, đòi hỏi kinh nghiệm, công sức thời gian.



# Phương pháp xây dựng mô hình toán học

- Phương pháp thực nghiệm (*nhận dạng quá trình, phương pháp hợp đen*):
  - Ước lượng mô hình trên cơ sở các quan sát số liệu vào ra thực nghiệm
  - Phù hợp nhất cho các mục đích 3. và 4. (chỉnh định, tối ưu hóa)
  - **Ưu điểm:** cho phép xác định tương đối chính xác các tham số mô hình trong trường hợp cấu trúc mô hình biết trước. Có nhiều công cụ phần mềm hỗ trợ rất mạnh (online/offline).
  - **Nhược điểm:** phụ thuộc vào độ tin cậy của phép đo, phải có giả thiết về các lớp mô hình thích hợp (nếu không có phải thực hiện phép “chọn thử”)
- Phương pháp kết hợp:
  - Mô hình hóa lý thuyết để xác định cấu trúc mô hình
  - Mô hình hóa thực nghiệm để ước lượng các tham số mô hình



# Các dạng mô hình

- Mô hình tuyến tính/Mô hình phí tuyến
- Mô hình tuyến tính:
  - Có quan hệ giữa các tín hiệu vào/ra thỏa mãn nguyên lý xếp chồng:
  - $$M(u_1 + u_2) = M(u_1) + M(u_2)$$
  - Biểu diễn bằng phương trình vi phân tuyến tính, mô hình hàm truyền, mô hình trạng thái tuyến tính, đáp ứng quá độ, đáp ứng tần số...
  - Đơn giản cho phân tích và thiết kế điều khiển với các công cụ toán học rất phong phú



# Các dạng mô hình

- Mô hình tuyến tính/Mô hình phí tuyến
- Mô hình phi tuyến:
  - Chỉ cần bắt cứ một quan hệ vào/ra nào không thỏa mãn nguyên lý xếp chồng
  - Biểu diễn bằng phương trình vi phân (phi tuyến), mô hình trạng thái
  - Phổ biến trên thực tế, phức tạp => tuyến tính hóa



# Các dạng mô hình

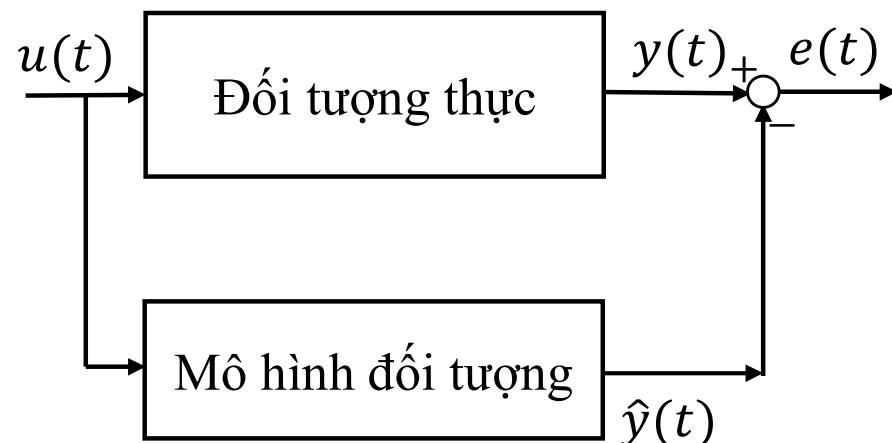
- Mô hình đơn biến/Mô hình đa biến
- Mô hình đơn biến:
  - Một biến vào điều khiển và một biến ra được điều khiển
  - Biến vào-ra được biểu diễn là các đại lượng vô hướng
  - Biểu diễn bằng hàm truyền đạt và hàm quá độ (chỉ có ý nghĩa cho hệ tuyến tính) hoặc phương trình vi phân
- Mô hình đa biến:
  - Nhiều biến vào điều khiển hoặc/và nhiều biến ra
  - Các biến vào-ra có thể được biểu diễn dưới dạng vector
  - Biểu diễn bằng hệ phương trình vi phân, ma trận hàm truyền đạt, và ma trận hàm quá độ

# Phân loại mô hình (tiếp)

- Mô hình tham số hằng/ Mô hình tham số biến thiên:
  - Mô hình tham số hằng: các tham số mô hình không thay đổi theo thời gian
  - Mô hình tham số biến thiên: ít nhất 1 tham số mô hình thay đổi theo thời gian
- Mô hình tham số tập trung / Mô hình tham số rải:
  - Mô hình tham số tập trung: các tham số mô hình không phụ thuộc vào vị trí, có thể biểu diễn mô hình bằng (hệ) phương trình vi phân thường (ODEs)
  - Mô hình tham số rải: ít nhất một tham số mô hình phụ thuộc vị trí, biểu diễn mô hình bằng (hệ) phương trình vi phân đạo hàm riêng
- Mô hình liên tục / mô hình gián đoạn:
  - Mô hình liên tục mô tả quan hệ giữa các biến quá trình liên tục theo thời gian
  - Mô hình gián đoạn: phản ánh đặc tính tại những thời điểm nhất định

## 2.2 Các khâu động học cơ bản

- Định nghĩa hàm truyền đạt, hàm quá độ
- Các khâu động học cơ bản:
  - Khâu quan tính bậc nhất
  - Khâu quan tính tích phân bậc nhất
  - Khâu quan tính bậc hai
  - Khâu khâu dao động bậc hai
  - Khâu trễ
  - Khâu quan tích bậc nhất có trễ



# Hàm truyền đạt

- Phương trình vi phân mô tả quan hệ vào ra:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ b_m \frac{d_m u(t-\theta)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d_{m-1} u(t-\theta)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{du(t-\theta)}{dt} + b_0 u(t - \theta)$$

- Hàm truyền đạt* là một hàm biến phức biểu diễn quan hệ vào-ra của một hệ tuyến tính (đơn biến):

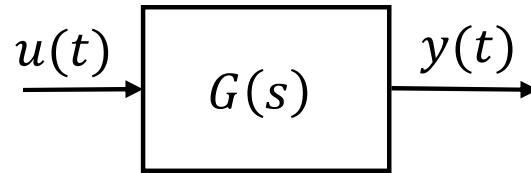
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

với toàn bộ sơ kiện bằng 0

- Áp dụng biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0)} e^{-\theta s}$$

# Hàm quá độ



- Hàm quá độ  $h(t)$  là đáp ứng của hệ thống khi hệ ở trạng thái 0 (có các giá trị đầu =0) bởi một *tín hiệu bậc thang Heaviside* (unit step)

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

- $1(t)$  có ảnh Laplace  $1(s) = \frac{1}{s}$
- Giả sử hệ thống có hàm truyền  $G(s)$ , hàm quá độ  $h(t)$  có ảnh Laplace

$$H(s) = Y(s) = G(s)1(s) = \frac{G(s)}{s}$$

- Tín hiệu ra bất kỳ

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)U(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{sH(s)U(s)\}$$

# Khâu quát tính bậc nhất

- Khâu quát tính bậc nhất có hàm truyền

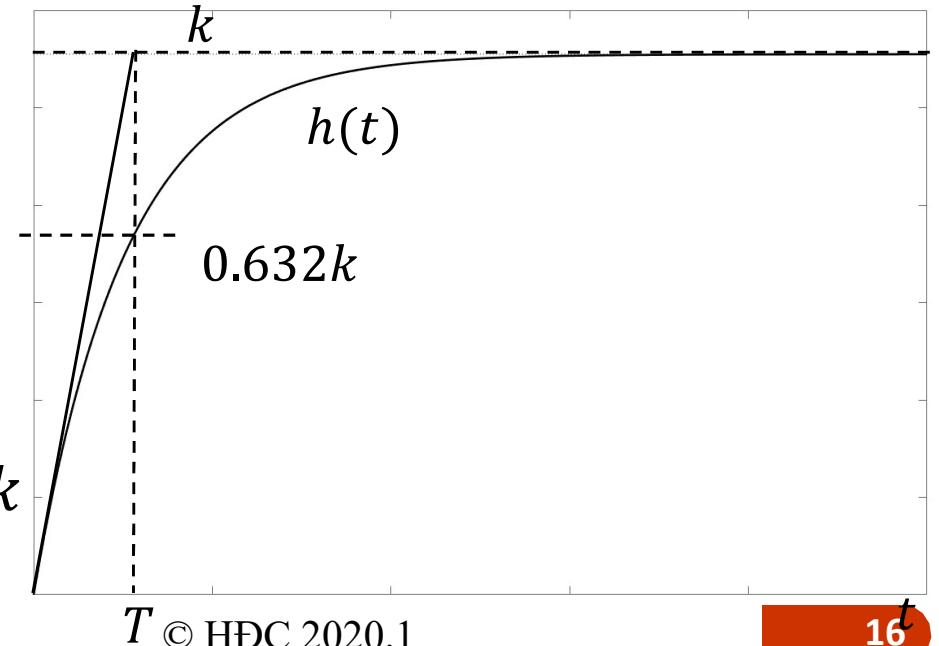
$$G(s) = \frac{k}{1+Ts} \text{ với } k, T > 0$$

Trong đó  $k$  được gọi là *hệ số khuếch đại* và  $T$  là *hàng số thời gian*

- Phương trình vi phân:  $T \frac{dy}{dt} + y(t) = ku(t)$
- Hàm quá độ của khâu quát tính bậc nhất:

$$h(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

- Cân xác định  $k, T$ :
  - $k = h(\infty)$
  - Kẻ tiếp tuyến với  $h(t)$
  - Chọn  $T$  tại điểm có  $h(t) = 0.632k$



# Khâu quát tích phân bậc nhất

- Khâu tích phân – quát tích bậc nhất có hàm truyền

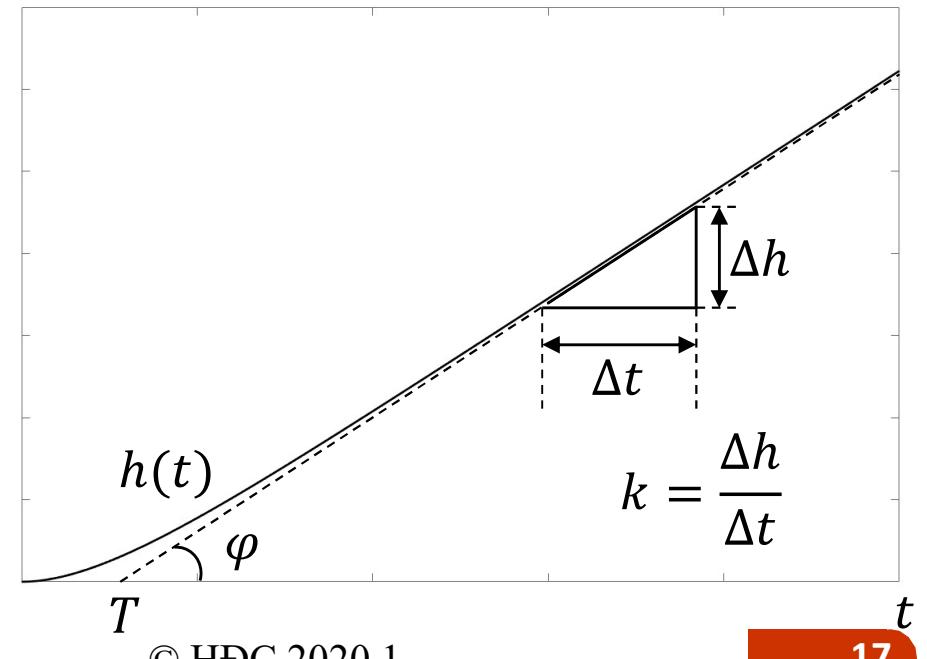
$$G(s) = \frac{k}{s(1 + Ts)}$$

- Hàm quá độ

$$h(t) = k[t - T(1 - e^{-\frac{t}{T}})]$$

- Xác định k, T:

- Kẻ đường tiệm cận với  $h(t)$  cắt trục  $t$  tại  $T$
- $k = \tan \varphi$



# Khâu quán tích bậc 2

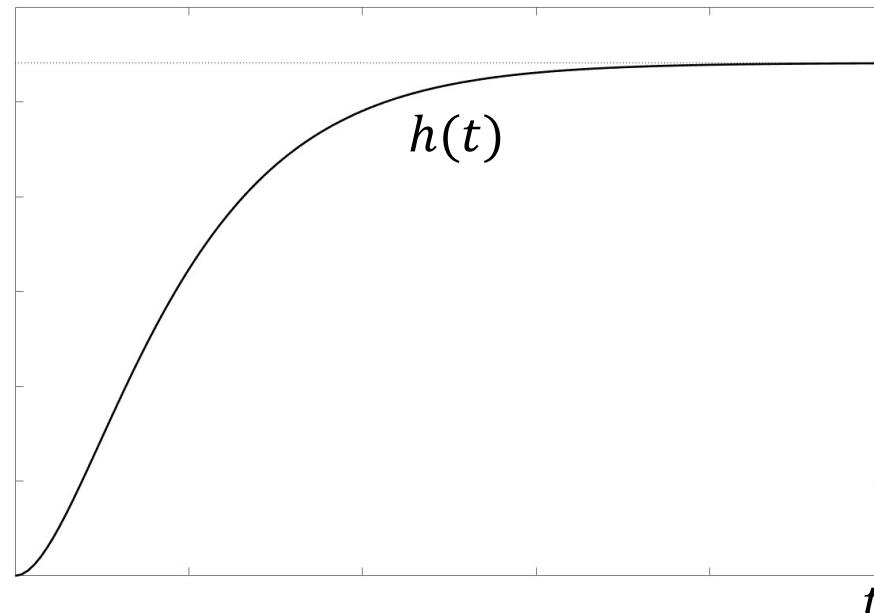
- Khâu quán tính bậc 2 có hàm truyền

$$G(s) = \frac{k}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}, T_1 > T_2$$

- Hàm quá độ của khâu quán tính bậc 2

$$h(t) = k \left[ 1 - \frac{T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2} \right]$$

Trong đó  $k$  được gọi là *hệ số khuếch đại* và  $T_1, T_2$  là *hằng số thời gian*

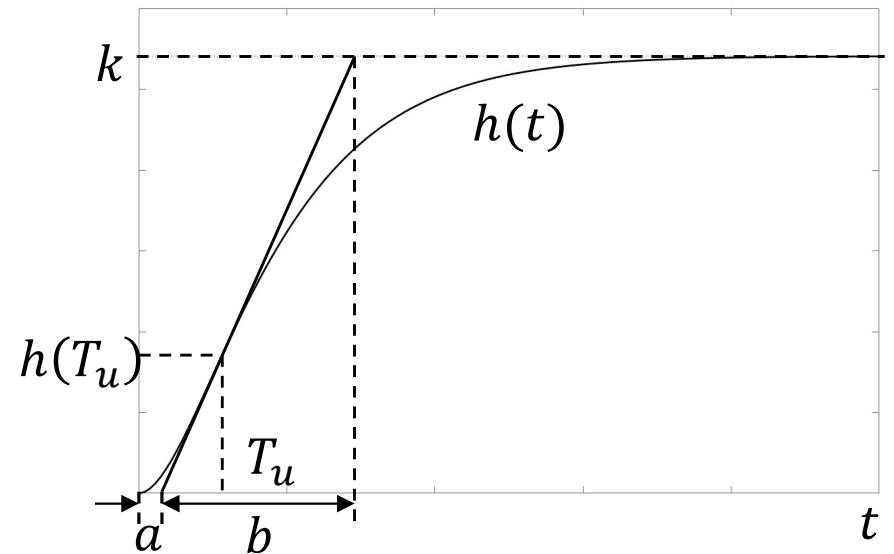


# Khâu quan tích bậc 2 (tiếp)

- Xác định  $k, T_1, T_2$ :
  - $k = h(\infty)$
  - Kẻ tiếp tuyến tại điểm uốn:  $a, b$
  - Nếu  $\frac{a}{b} \geq 0.103648 \Rightarrow$  dừng, mô hình không phù hợp
  - Tìm  $x$  với  $0 < x < 1$  từ  $\frac{a}{b}$  như sau :
$$x = f_2^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) \text{ với } \frac{a}{b} = f_2(x) = x^{x/(1-x)} \frac{x \ln x + 2 + 1}{x - 1} - 1$$

hoặc tra bảng lập sẵn

    - $T_1 = \frac{b}{f_1(x)}$  với  $f_1(x) = \frac{a}{x^{x-1}}$
    - $T_2 = xT_1$



$a/b$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
$x$	0.012	0.0275	0.0467	0.707	0.1008	0.1393	0.1904	0.2622	0.3740	0.6113

# Khâu dao động bậc 2

- Khâu dao động bậc 2 có hàm truyền

$$G(s) = \frac{k}{1 + 2DT_s + T^2s^2} = \frac{k}{(Ts + D)^2 + 1 - D^2}, 0 < D < 1$$

- Hàm quá độ của khâu quán tính bậc 2

$$h(t) = k \left[ 1 - \frac{e^{-\frac{Dt}{T}}}{\sqrt{1 - D^2}} \sin \left( \frac{\sqrt{1 - D^2}t}{T} + \arccos D \right) \right]$$

- Xác định  $k, T, D$ :

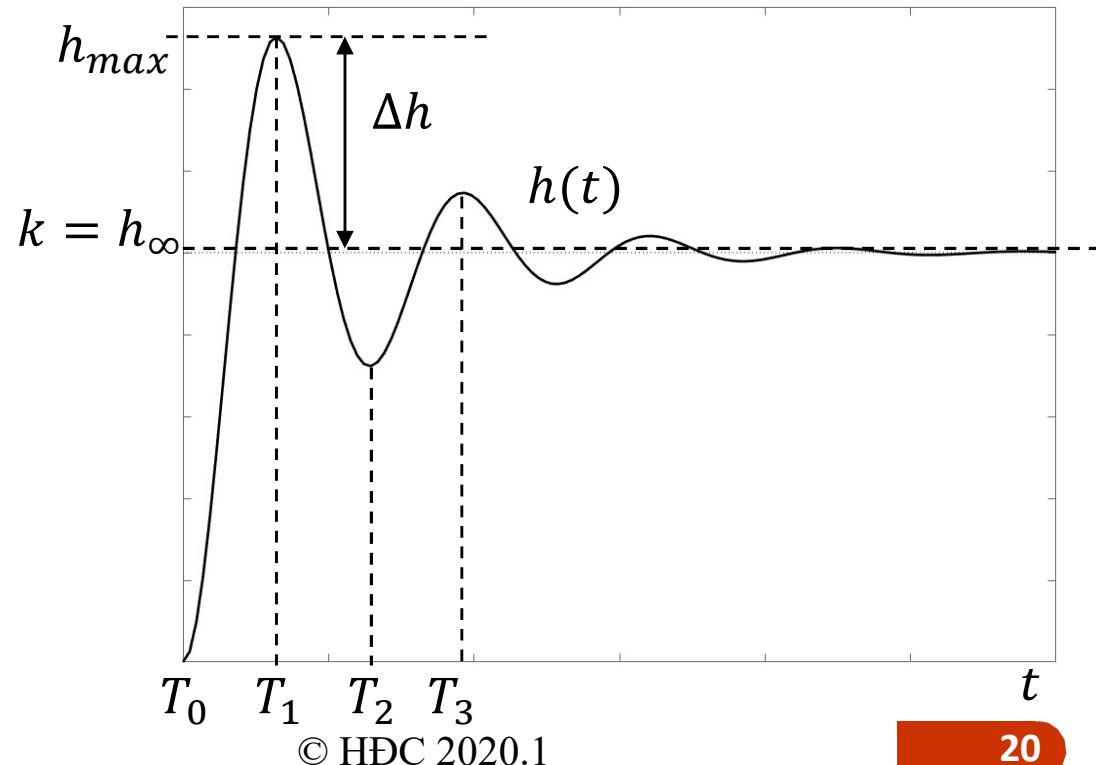
-  $k = h(\infty) = h_\infty$

-  $T_i = i\pi T / \sqrt{1 - D^2}$

-  $h_{max} = h(T_1) = k[1 + e^{-\pi D / \sqrt{1 - D^2}}]$

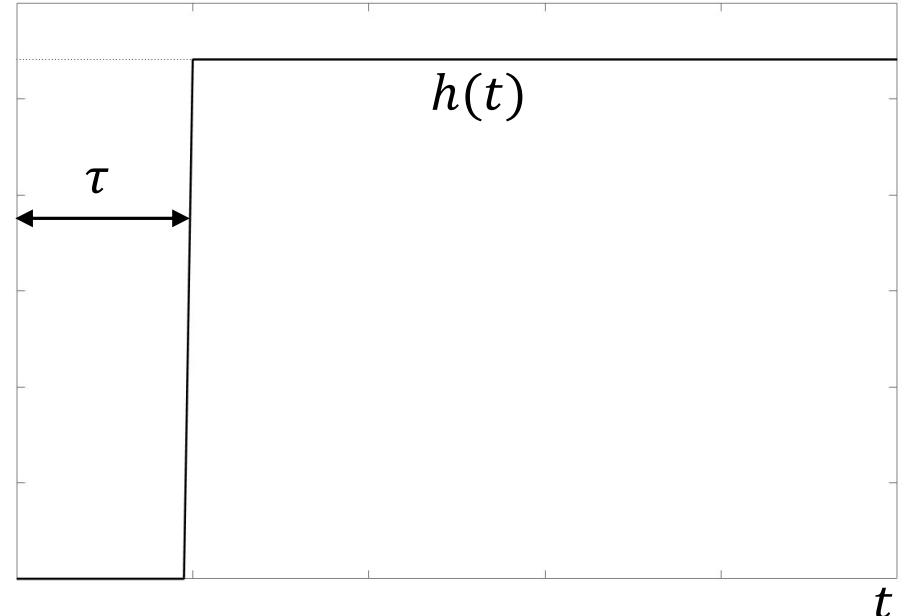
-  $\Delta h = h_{max} - h_\infty \Leftrightarrow D = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{\ln^2 \left| \frac{\Delta h}{k} \right|}}}$

-  $T_1 = \frac{\pi T}{\sqrt{1 - D^2}} \Leftrightarrow T = \frac{T_1 \sqrt{1 - D^2}}{\pi}$



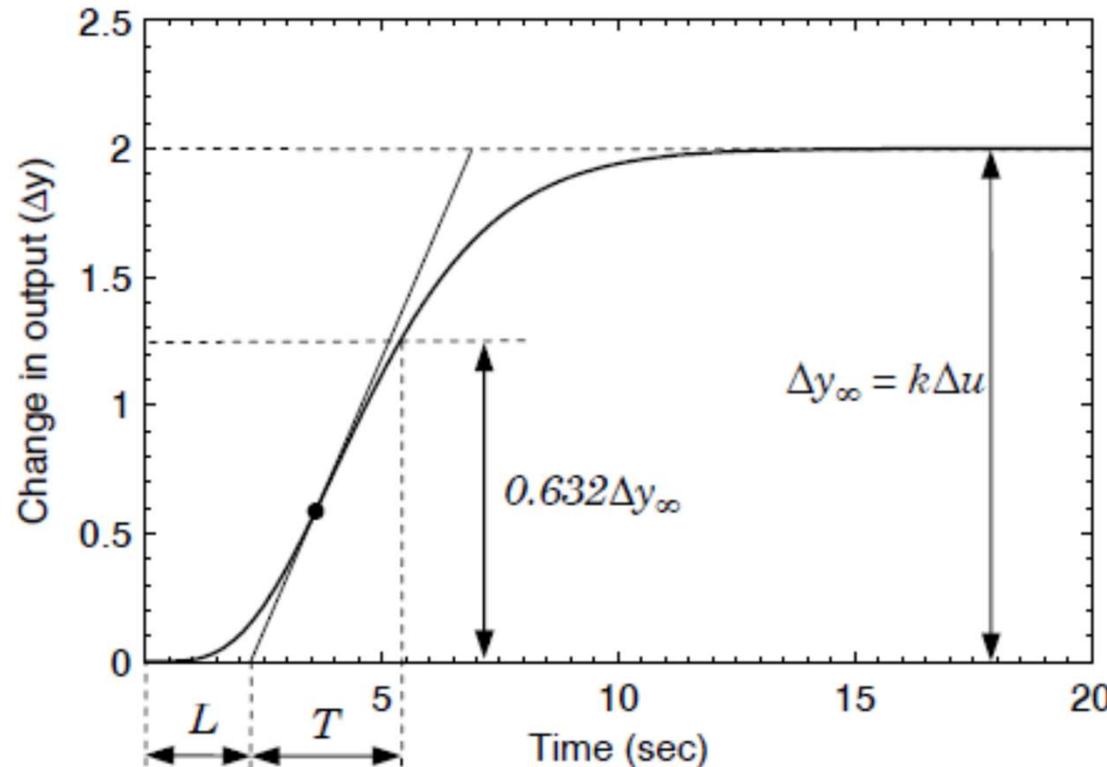
# Khâu có trễ

- Khâu trễ là một hệ động học cơ bản có quan hệ giữa tín hiệu vào  $u(t)$  và ra  $y(t)$  là  $y(t) = u(t - \tau)$
- Hàm truyền đạt:  $G(s) = e^{-s\tau}$
- Công thức xấp xỉ:
  - $G(s) = e^{-\tau s} \approx \frac{1}{(1+Ts)^n}, T = \frac{\tau}{n}$
  - Hoặc
  - $G(s) = e^{-\tau s} \approx \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0)}$   
(công thức Pade)



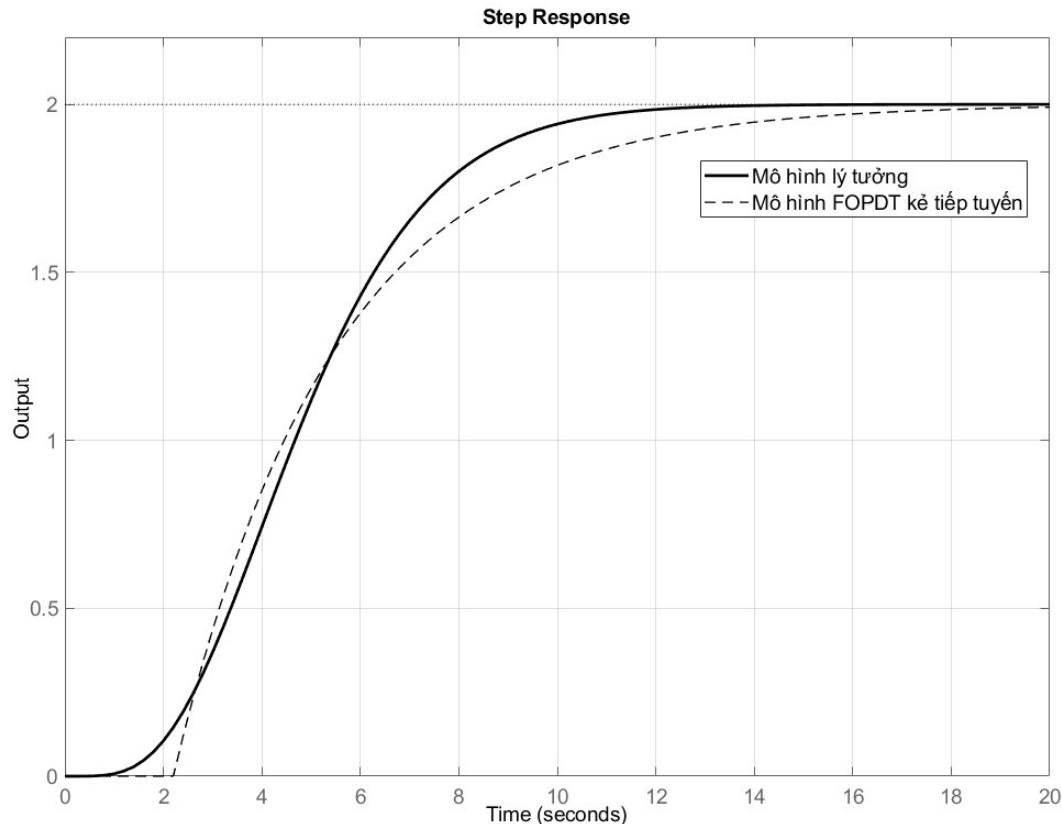
# Mô hình quán tính bậc nhất có trễ

- Mô hình FOPDT:  $\hat{G}(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-Ls}$
- Phương pháp kẻ tiếp tuyến



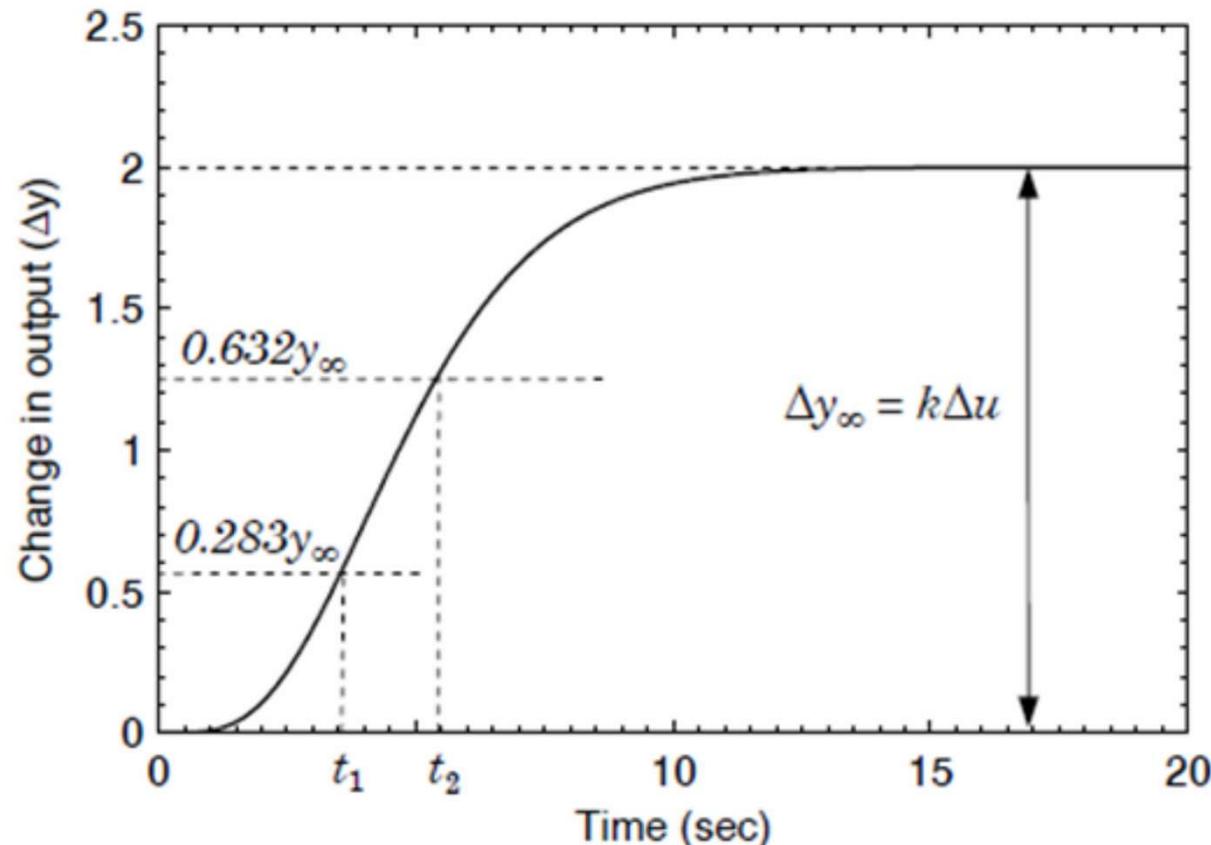
# Ví dụ:

- Quá trình có mô hình lý tưởng  $G(s) = \frac{2}{(s+1)^5}$
- Mô hình ước lượng:  $\hat{G}(s) = \frac{2}{1+3.25s} e^{-2.2s}$



# Mô hình quán tính bậc nhất có trễ

- Mô hình FOPDT:  $\hat{G}(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-Ls}$
- Phương pháp hai điểm qui chiếu

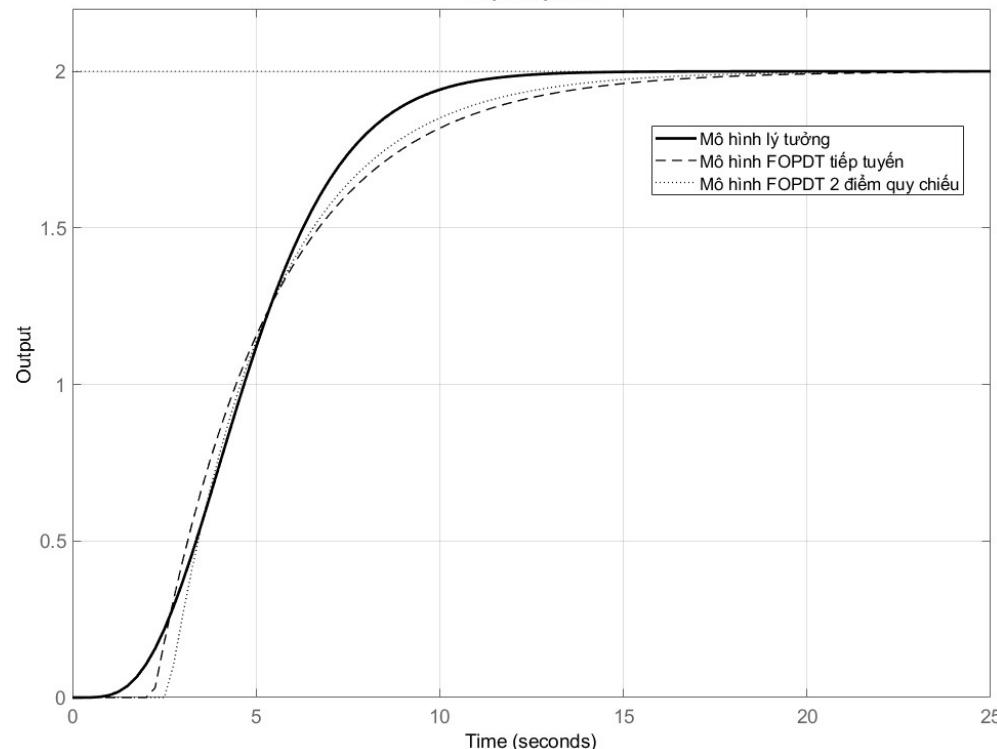


$$T = 1.5(t_2 - t_1)$$

$$L = 1.5(t_1 - t_2/3) = t_2 - T$$

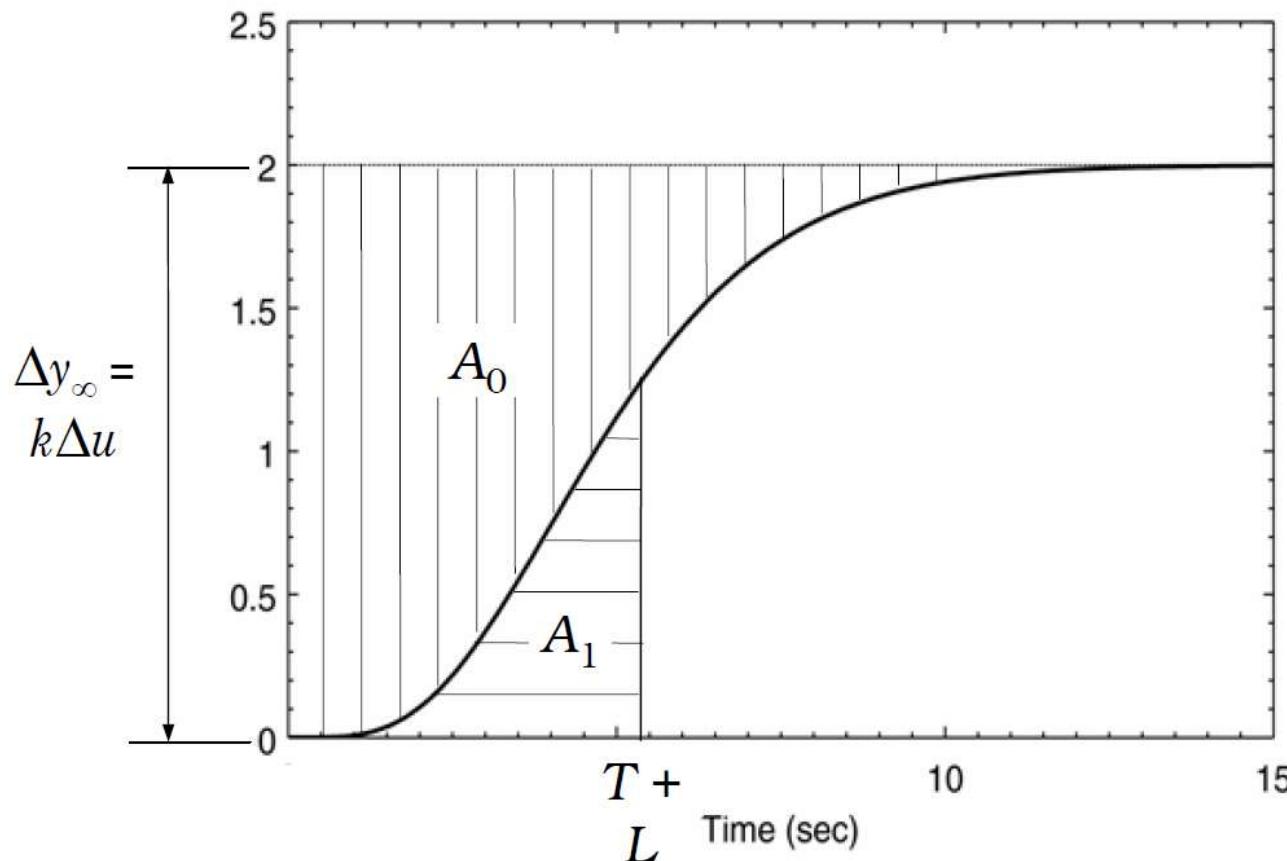
# Ví dụ

- Quá trình có mô hình lý tưởng:  $G(s) = \frac{2}{(s+1)^5}$   
 $t_1 = 3.55 [s], t_2 = 5.45 [s]$   
 $\Rightarrow T = 1.5(5.4 - 3.5)$  và  $L = 5.45 - 2.85 = 2.66$
- Mô hình ước lượng:  $\hat{G}(s) = \frac{2}{1+2.85s} e^{-2.6s}$



# Mô hình quán tính bậc nhất có trễ

- Mô hình FOPDT:  $\hat{G}(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-Ls}$
- Phương pháp diện tích



$$T + L = \frac{A_0}{k\Delta u}$$

$$= \frac{\int_0^{t_\infty} [\Delta y_\infty - \Delta y(t)] dt}{k\Delta u}$$

$$T = \frac{eA_1}{k\Delta u} = \frac{\int_0^{T+L} \Delta y dt}{k\Delta u}$$

# Mô hình quán tính bậc nhất có trễ

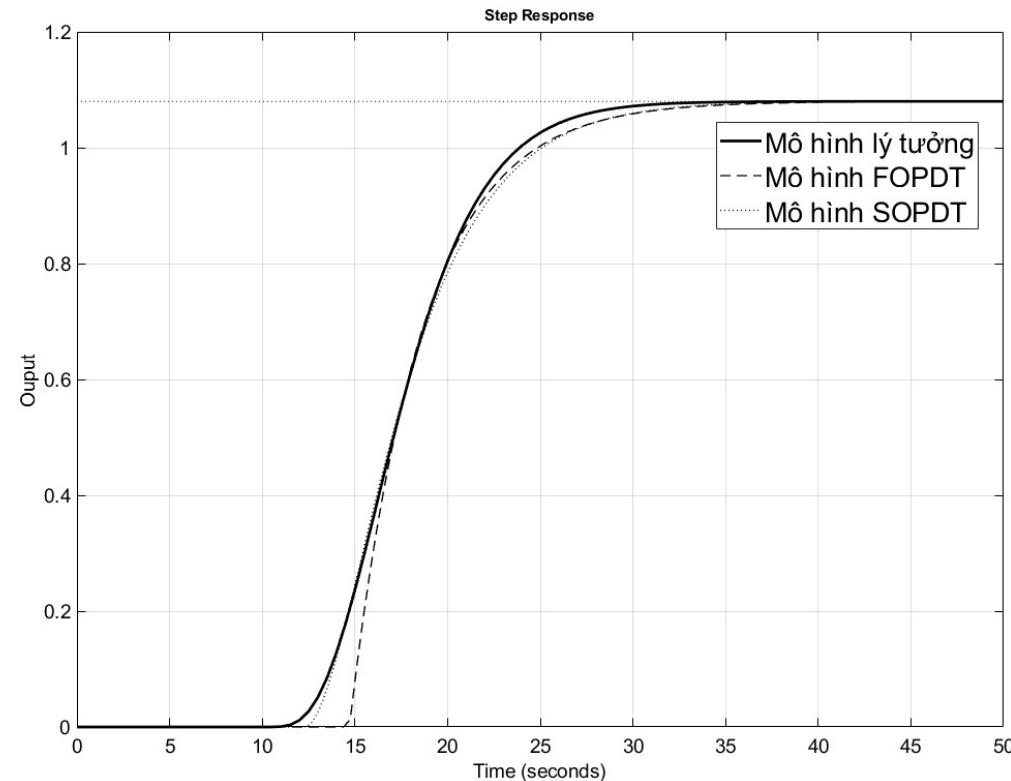
- Mô hình SOPDT:  $\hat{G}(s) = \frac{k}{(1+T_1s)(1+T_2s)} e^{-Ls}$
- Phương pháp hai điểm qui chiếu
  - Hệ số khuếch đại tĩnh xác định dựa trên giá trị xác lập
  - Thời gian trễ xác định dựa trên kẻ tiếp tuyến tại điểm uốn (hoặc phân tích số liệu trên máy tính)
  - Chọn hai điểm qui chiếu  $T_1$  và  $T_2$  (ví dụ tương ứng với 33% và 67% giá trị xác lập):

$$1 + \frac{T_2 e^{\frac{t_i-L}{T_2}} - T_1 e^{\frac{t_i-L}{T_1}}}{T_1 - T_2} - \frac{\Delta y(t_i)}{\Delta y_\infty} = 0, \quad i = 1, 2$$

- Giải được bằng phương pháp số, không có gì phức tạp nếu sử dụng các công cụ tính toán như MATLAB (ví dụ hàm fsolve trong Optimization Toolbox)

# Ví dụ mô hình SOPDT

- Quá trình có mô hình lý tưởng:  $G(s) = \frac{1.08}{(s+1)^2(2s+1)^3} e^{-10s}$
- Mô hình ước lượng:  
 $k = 1.08, L = 12.3 [s]$   
 $T_1 = 2.9985 [s]$  và  $T_2 = 2.9986 [s]$



# Mô hình chứa khâu tích phân

- Mô hình hàm truyề̉n:

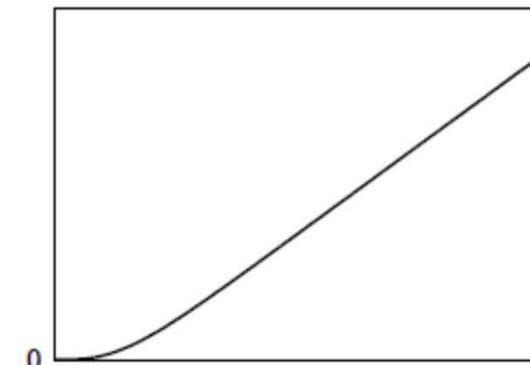
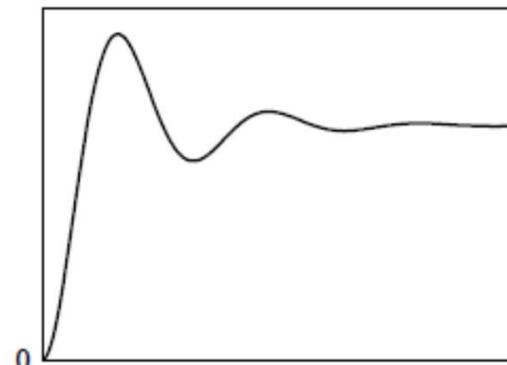
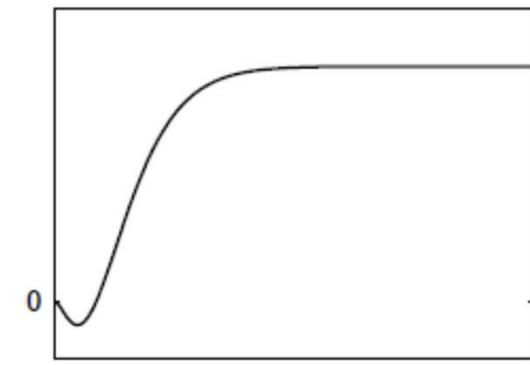
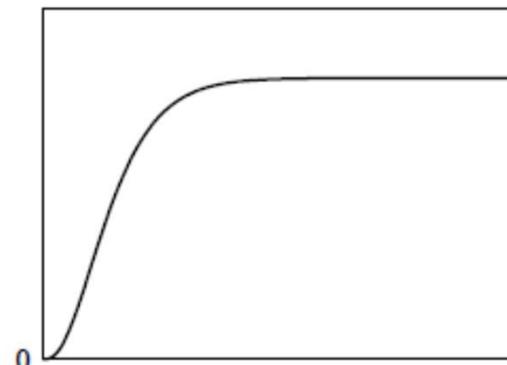
$$G_{IT1D} = \frac{k}{s(1+Ts)} e^{-Ls} \quad G_{IT2D} = \frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} e^{-Ls}$$

- Có thể đưa về nhận dạng mô hình FOPDT hoặc SOPDT :
  - Sử dụng tín hiệu kích thích dạng xung thay cho tín hiệu bậc thang.
  - Sử dụng tín hiệu kích thích dạng bậc thang, nhưng lấy số liệu là đạo hàm của tín hiệu đầu ra thay cho trực tiếp giá trị đầu ra.  
Nhược điểm: có thể đưa quá trình ra khỏi phạm vi làm việc cho phép.

# Nhận dạng dựa trên đáp ứng quá độ



- Một số đường cong đáp ứng quá độ tiêu biểu của các quá trình công nghiệp không có trễ
- FOPDT: first order plus dead-time
- $\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t - \theta)$
- SOPDT: second order plus dead-time
- $\tau^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\tau\xi \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t - \theta)$



# Mô hình hóa thực nghiệm



$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$$

...



# Nhận dạng hệ thống

- Phương pháp xây dựng mô hình toán học trên cơ sở các số liệu vào-ra thực nghiệm được gọi là mô hình hóa thực nghiệm hay nhận dạng hệ thống (system identification).
- Theo IEC 60050-351: “Nhận dạng hệ thống là những thủ tục suy luận một mô hình toán học biểu diễn đặc tính tinh và đặc tính quá độ của một hệ thống từ đáp ứng của nó đối với một tín hiệu đầu vào xác định rõ, ví dụ hàm bậc thang, một xung hoặc nhiễu tạp trắng”.
- Theo Lofti A. Zadeh: Trên cơ sở quan sát số liệu vào/ra thực nghiệm, các định các tham số của mô hình từ một lớp các mô hình thích hợp, sao cho sai số là nhỏ nhất.



# Các yếu tố cơ bản của nhận dạng

- Số liệu vào/ra thực nghiệm:
  - Xác định như thế nào? Trong điều kiện nào?
  - Dạng nhiễu (nhiễu quá trình, nhiễu đo), độ lớn của nhiễu?
- Dạng mô hình, cấu trúc mô hình
  - Mô hình phi tuyến/tuyến tính, liên tục/gián đoạn hàm truyền đạt/không gian trạng thái, ...
  - Bậc mô hình, thời gian trễ
- Chỉ tiêu đánh giá chất lượng mô hình
  - Mô phỏng và so sánh với số liệu đo như thế nào?
- Thuật toán xác định tham số
  - Rất đa dạng → thuật toán nào phù hợp với bài toán nào?



# Các bước tiến hành

1. Thu thập, khai thác thông tin ban đầu về quá trình (“*apriori*” information)
2. Lựa chọn phương pháp nhận dạng (trực tuyến/ ngoại tuyến, vòng hở/vòng kín, chủ động/bị động, thuật toán nhận dạng, ...).
3. Lấy số liệu thực nghiệm cho từng cặp biến vào/ra, xử lý thô các số liệu nhằm loại bỏ những giá trị đo kém tin cậy.
4. Quyết định về dạng mô hình và giả thiết ban đầu về cấu trúc mô hình
5. Lựa chọn thuật toán và xác định các tham số mô hình
6. Mô phỏng, kiểm chứng và đánh giá mô hình
7. Quay lại một trong các bước 1-4 nếu cần



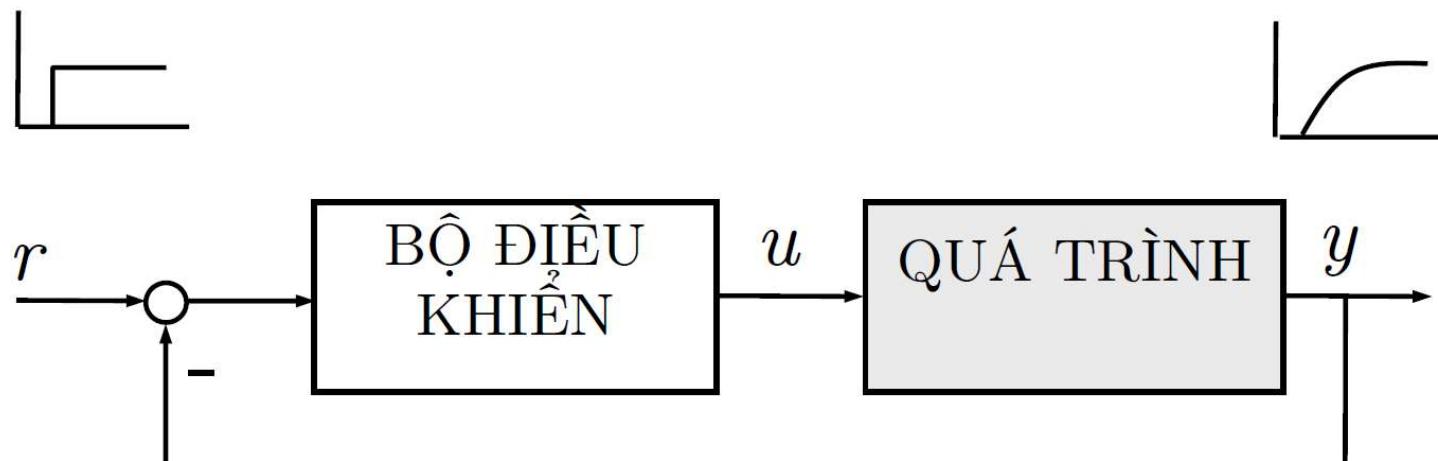
# Phân loại các phương pháp nhận dạng

- Theo dạng mô hình sử dụng: phi tuyến/tuyến tính, liên tục/gián đoạn, mô hình thời gian/tần số
- Theo dạng số liệu thực nghiệm: chủ động/bị động
- Theo mục đích sử dụng mô hình: trực tuyến, ngoại tuyến
- Theo thuật toán ước lượng mô hình:
  - bình phương tối thiểu (least squares, LS),
  - phân tích tương quan (correlation analysis), phân tích phổ (spectrum analysis),
  - phương pháp lỗi dự báo (prediction error method, PEM)
  - phương pháp không gian con (subspace method).
- Nhận dạng vòng hở/vòng kín

# Nhận dạng vòng hở/vòng kín



(a) Nhận dạng vòng hở



(b) Nhận dạng vòng kín

# Đánh giá và kiểm chứng mô hình

- Tốt nhất: Bộ số liệu phục vụ kiểm chứng khác bộ số liệu phục vụ ước lượng mô hình
- Đánh giá trên miền thời gian:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(kh) - \hat{y}(kh)]^2$$

- $h$  là chu kỳ trích mẫu tín hiệu (chu kỳ thu thập số liệu)
- $k$  là bước trích mẫu tín hiệu (bước thu thập số liệu)
- $y$  là giá trị đầu ra đo được thực nghiệm
- $\hat{y}$  là giá trị đầu ra dự báo trên mô hình

- Đánh giá trên miền tần số

$$E = \max_{\omega \in \mathcal{O}} \left\{ \left| \frac{\hat{G}(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| \times 100\% \right\}$$

# Lựa chọn phương pháp nhận dạng

- Quá trình cho phép nhận dạng chủ động và đối tượng có thể xấp xỉ về mô hình FOPDT (hoặc có thể có thêm thành phần tích phân):
  - Phương pháp hai điểm qui chiếu theo đơn giản và dễ áp dụng trực quan nhất,
  - Nếu có nhiều đo và thuật toán được thực hiện trên máy tính thì phương pháp diện tích cho kết quả chính xác hơn.
- Quá trình cho phép nhận dạng chủ động và phương pháp thiết kế điều khiển sử dụng trực tiếp mô hình gián đoạn:
  - Nên chọn các phương pháp ước lượng dựa trên nguyên lý bình phương tối thiểu áp dụng cho mô hình phù hợp với bài toán điều khiển (FIR, ARX, ARMAX,...).

# Lựa chọn phương pháp nhận dạng

- Quá trình không cho phép nhận dạng chủ động vòng hở:
  - Phương pháp nhận dạng dựa trên phản hồi rơ-le và các phiên bản cải tiến tỏ ra tương đối đa năng và đặc biệt phù hợp cho thiết kế điều khiển trên miền tần số.
  - Nếu chất lượng mô hình cần cao hơn thì nên áp dụng các phương pháp bình phương tối thiểu.
- Quá trình hoàn toàn không cho phép nhận dạng chủ động:
  - Nếu phương pháp thiết kế điều khiển sử dụng trực tiếp mô hình gián đoạn thì các phương pháp bình phương tối thiểu là phù hợp nhất.
  - Chỉ nên sử dụng phương pháp phân tích phổ tín hiệu khi phương pháp thiết kế điều khiển hoàn toàn trên đặc tính tần số.



## 2.3 Mô hình hóa lý thuyết

Các bước xây dựng mô hình hóa lý thuyết:

### 1. Phân tích bài toán mô hình hóa

- Tìm hiểu lưu đồ công nghệ, nêu rõ mục đích sử dụng của mô hình, từ đó xác định mức độ chi tiết và độ chính xác của mô hình cần xây dựng.
- Phân chia thành các quá trình con,
- Liệt kê các giả thiết liên quan tới xây dựng mô hình nhằm đơn giản hóa mô hình.
- Nhận biết và đặt tên các biến quá trình và các tham số quá trình.

### 2. Xây dựng các phương trình mô hình



## 2.3 Mô hình hóa lý thuyết (tiếp)

### 3. Kiểm chứng mô hình:

- Phân tích bậc tự do của quá trình dựa trên số lượng các biến quá trình và số lượng các quan hệ phụ thuộc.
- Phân tích khả năng giải được của mô hình, khả năng điều khiển được
- Đánh giá mô hình về mức độ phù hợp với yêu cầu dựa trên phân tích các tính chất của mô hình kết hợp mô phỏng máy tính.

### 4. Phát triển mô hình:

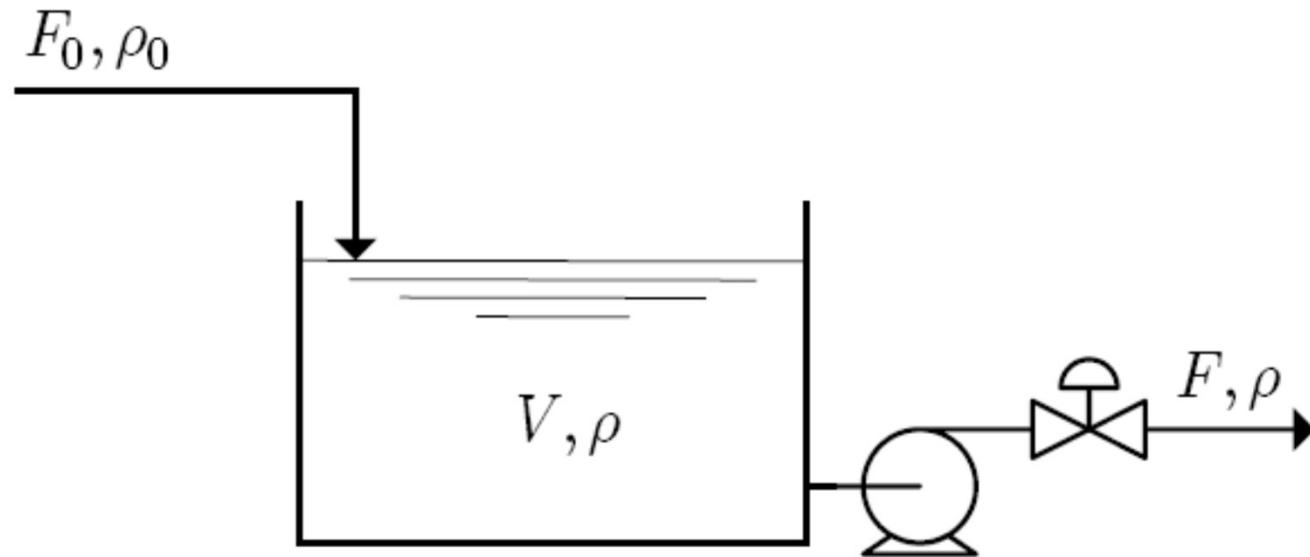
- Phân tích các đặc tính của mô hình
- Chuyển đổi mô hình về các dạng thích hợp
- Tuyến tính hóa mô hình tại điểm làm việc nếu cần thiết.
- Mô phỏng, so sánh mô hình tuyến tính hóa với mô hình phi tuyến ban đầu
- Thực hiện chuẩn hóa mô hình theo yêu cầu của phương pháp phân tích và thiết kế điều khiển.

### 5. Lắp lại một trong các bước trên nếu cần thiết

# Nhận biết các biến quá trình

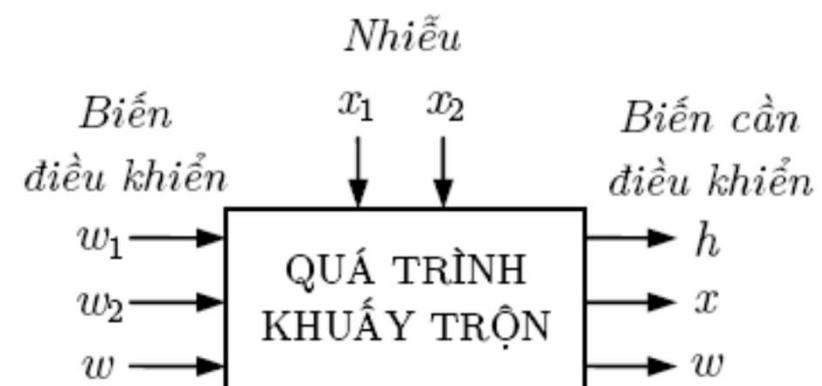
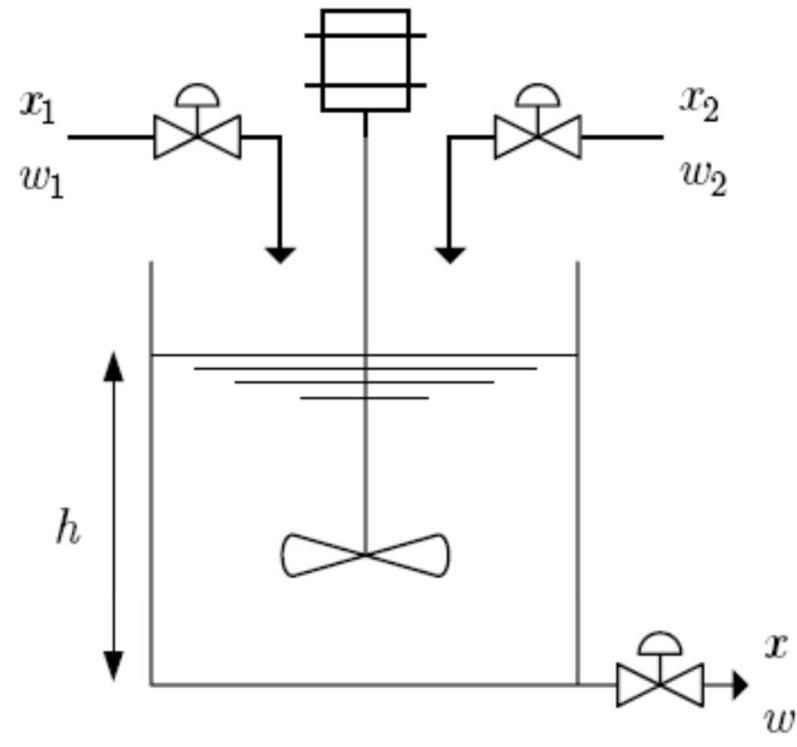
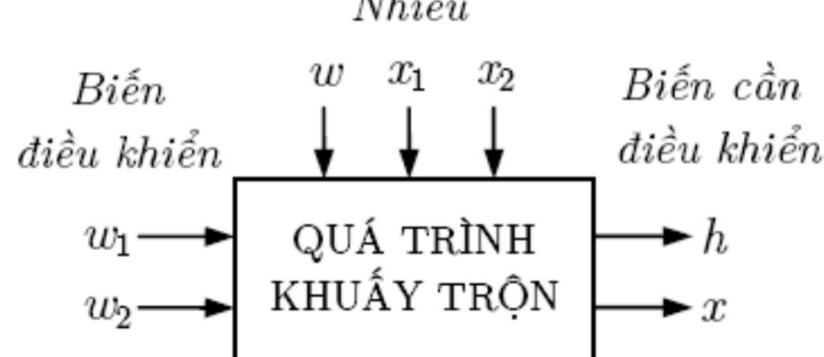
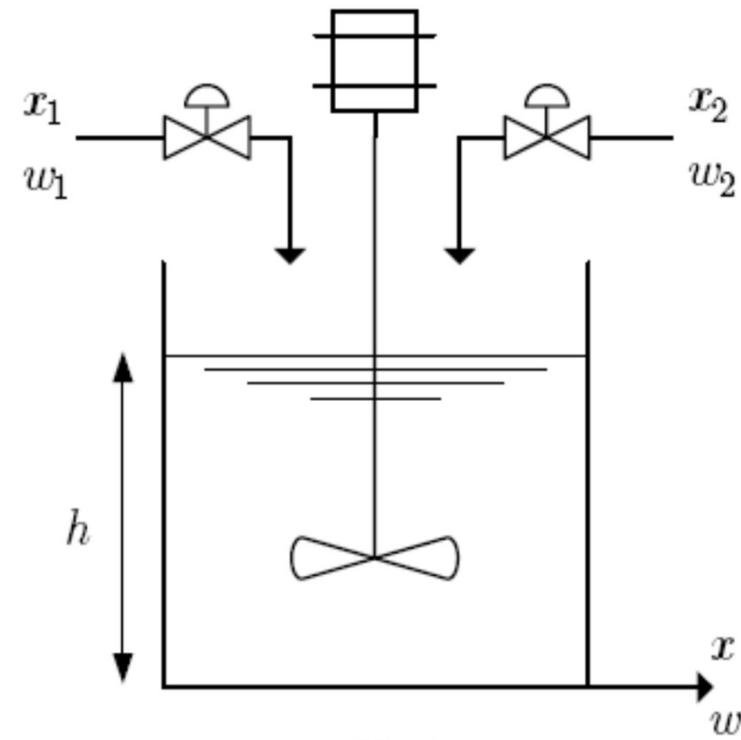
- Tìm hiểu lưu đồ công nghệ, nêu rõ mục đích sử dụng của mô hình, từ đó xác định mức độ chi tiết và độ chính xác của mô hình cần xây dựng.
- Phân chia thành các quá trình con, nhận biết và đặt tên các biến quá trình và các tham số quá trình. Liệt kê các giả thiết liên quan tới xây dựng mô hình nhằm đơn giản hóa mô hình.
  - Phân biệt giữa tham số công nghệ và biến quá trình
  - Nhận biết các biến ra cần điều khiển theo mục đích điều khiển: thường là áp suất, nồng độ, mức
  - Nhận biết các biến điều khiển tiềm năng: thường là lưu lượng, công suất nhiệt (can thiệp được qua van điều khiển, qua thay đổi điện áp, v.v...)
  - Các biến nhiễu quá trình

# Ví dụ bình chứa chất lỏng

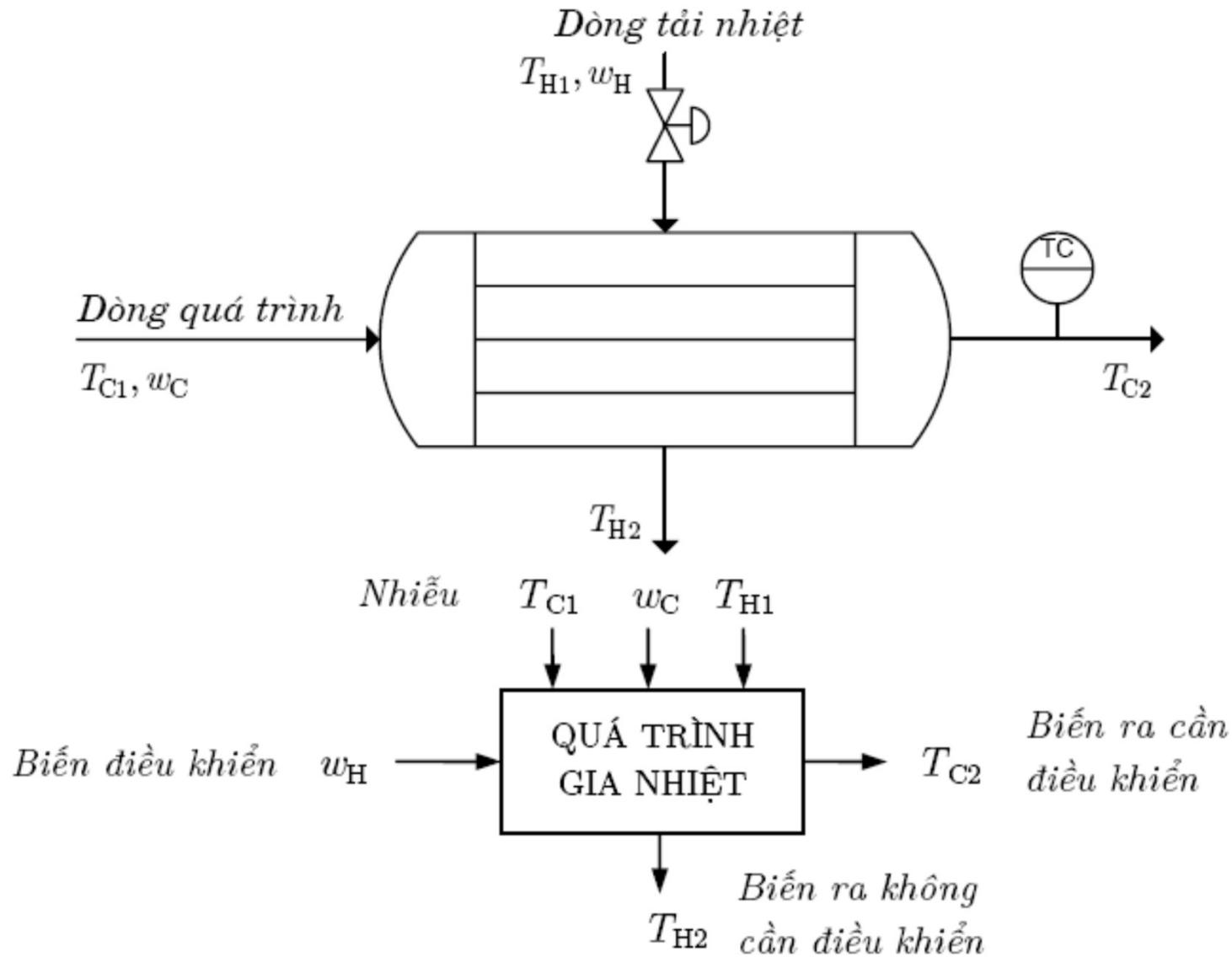


- Giả thiết  $\rho_0$  không thay đổi đáng kể  $\Rightarrow \rho = \rho_0$  và được coi là một tham số quá trình.
- Dựa quan hệ nhân quả  $\Rightarrow V$  là một biến ra,  $F$  và  $F_0$  là các biến vào.
- Phân tích mục đích điều khiển  $\Rightarrow$  Biến cần điều khiển là  $V$ .
- $F_0$  phụ thuộc vào quá trình đứng trước  $\Rightarrow$  nhiễu
- $F$  phải là biến điều khiển.

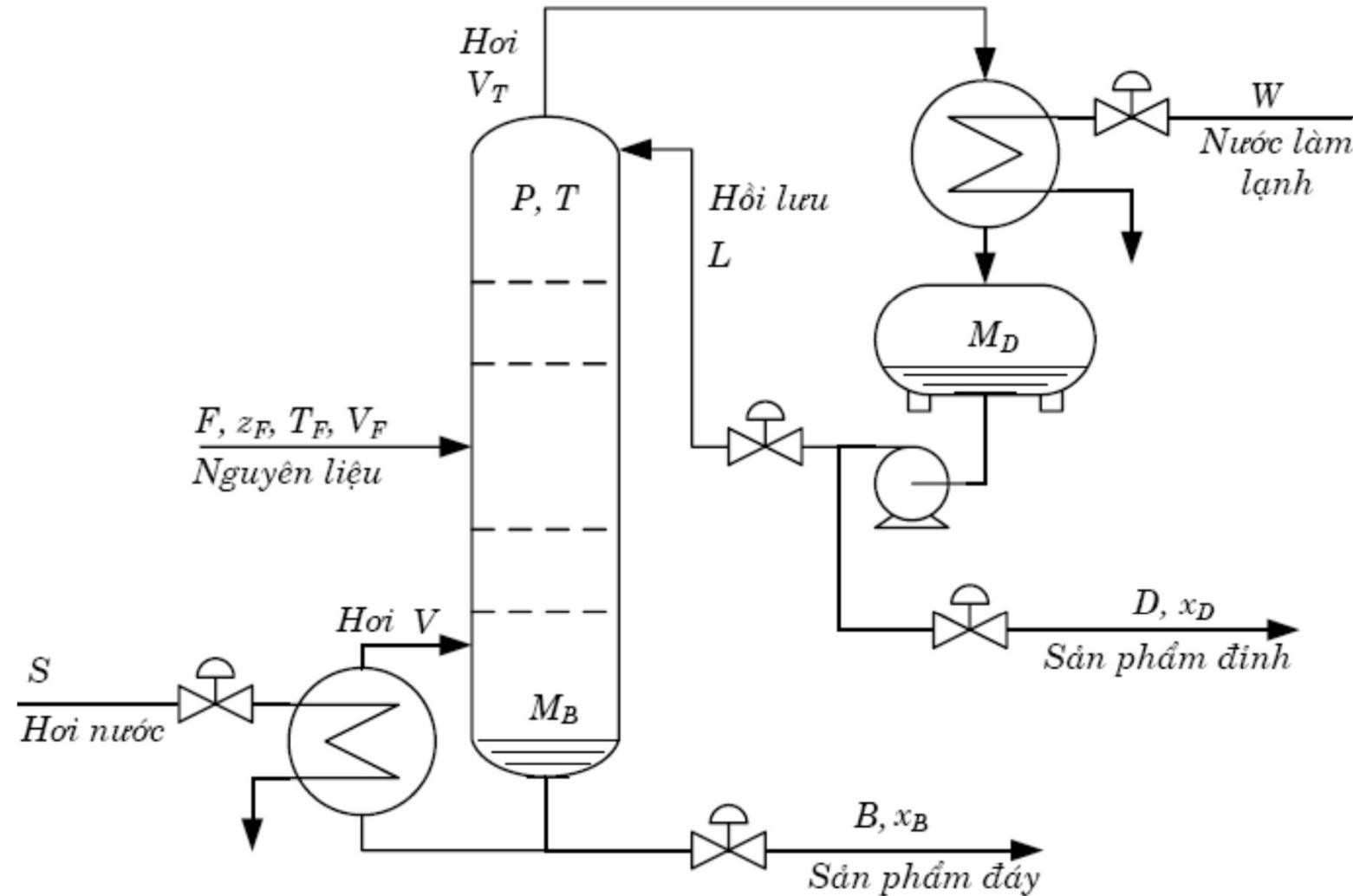
# Ví dụ thiết bị khuấy trộn liên tục



# Ví dụ thiết bị gia nhiệt



# Ví dụ tháp chưng luyện hai cấu tử





# Phân tích mục đích điều khiển

- Đảm bảo chất lượng: Duy trì nồng độ sản phẩm đỉnh ( $x_D$ ) và nồng độ sản phẩm đáy ( $x_B$ ) tại giá trị đặt mong muốn
- Đảm bảo năng suất: Đảm bảo lưu lượng sản phẩm đỉnh ( $D$ ) và lưu lượng sản phẩm đáy ( $B$ ) theo năng suất mong muốn
- Đảm bảo vận hành an toàn, ổn định: Duy trì nhiệt độ và áp suất trong tháp ( $T, P$ ), mức đáy tháp ( $M_B$ ) và mức tại bình chứa ( $M_D$ ) trong phạm vi cho phép
  - Tùy theo yêu cầu bài toán cụ thể mà chọn các biến cần điều khiển thích hợp!

# Các biến quá trình trong bài toán tiêu biểu



- Biến cần điều khiển:

$$y = [x_D \quad x_B \quad M_D \quad M_B \quad P]^T$$

- Biến điều khiển:

$$u = [L \quad V \quad D \quad B \quad V_T]^T$$

- Nhiều quá trình:

$$d = [F \quad x_F \quad T_F \quad V_F \quad \dots]^T$$



## 2.4 Các quan hệ cơ bản của quá trình

- Viết các phương trình cân bằng và các phương trình cấu thành
  - Các phương trình cân bằng có tính chất nền tảng, viết dưới dạng phương trình vi phân hoặc phương trình đại số, được xây dựng trên cơ sở các định luật bảo toàn vật chất, bảo toàn năng lượng và các định luật khác
  - Các phương trình cấu thành liên quan nhiều tới quá trình cụ thể, thường được đưa ra dưới dạng phương trình đại số.
- Đơn giản hóa mô hình bằng cách thay thế, rút gọn và đưa về dạng phương trình vi phân chuẩn tắc.
- Tính toán các tham số của mô hình dựa trên các thông số công nghệ đã được đặc tả



## 2.4 Các quan hệ cơ bản của quá trình (tiếp)

- Phương trình cân bằng vật chất (tổng phần)

$$\frac{dM_{\text{tích lũy}}}{dt} = \frac{dM_{\text{vào}}}{dt} - \frac{dM_{\text{ra}}}{dt} = \sum w_{\text{vào}}^i - \sum w_{\text{ra}}^i$$

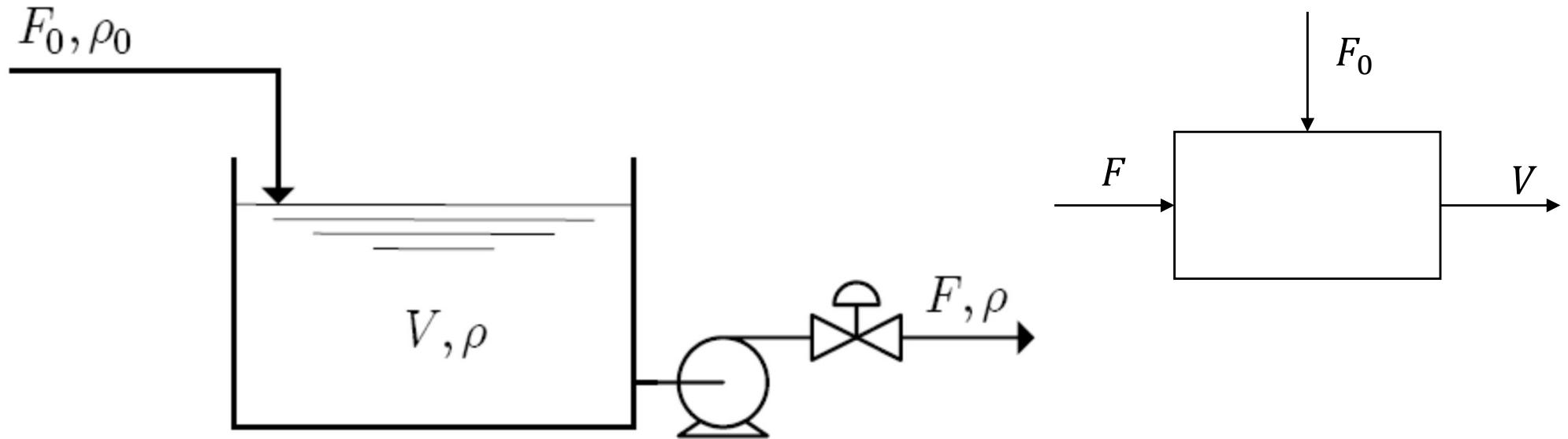
Ở trạng thái xác lập

$$\sum w_{\text{vào}}^i - \sum w_{\text{ra}}^i = 0$$

- Phương trình cân bằng thành phần

$$\frac{dM_{\text{tích lũy}}^j}{dt} = \frac{dM_{\text{vào}}^j}{dt} - \frac{dM_{\text{ra}}^j}{dt} + \frac{dM_{\text{sinh ra}}^j}{dt} - \frac{dM_{\text{mất đi}}^j}{dt}$$

# Ví dụ bình chứa chất lỏng



$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_0 F_0 - \rho F$$

- Giả thiết  $\rho_0 = \rho = \text{const}$

$$\frac{dV}{dt} = F_0 - F$$

# Ví dụ thiết bị khuấy trộn liên tục

- Cân bằng khối lượng:

$$\rho \frac{dV}{dt} = w_1 + w_2 - w$$

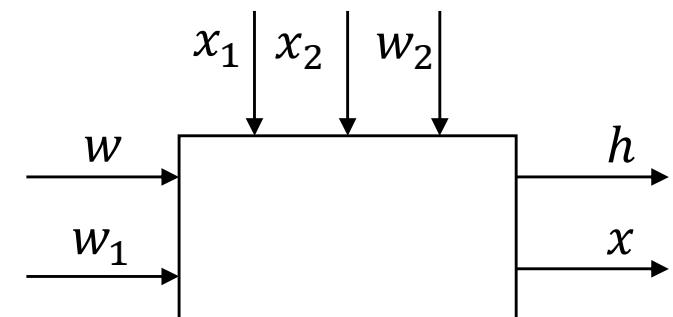
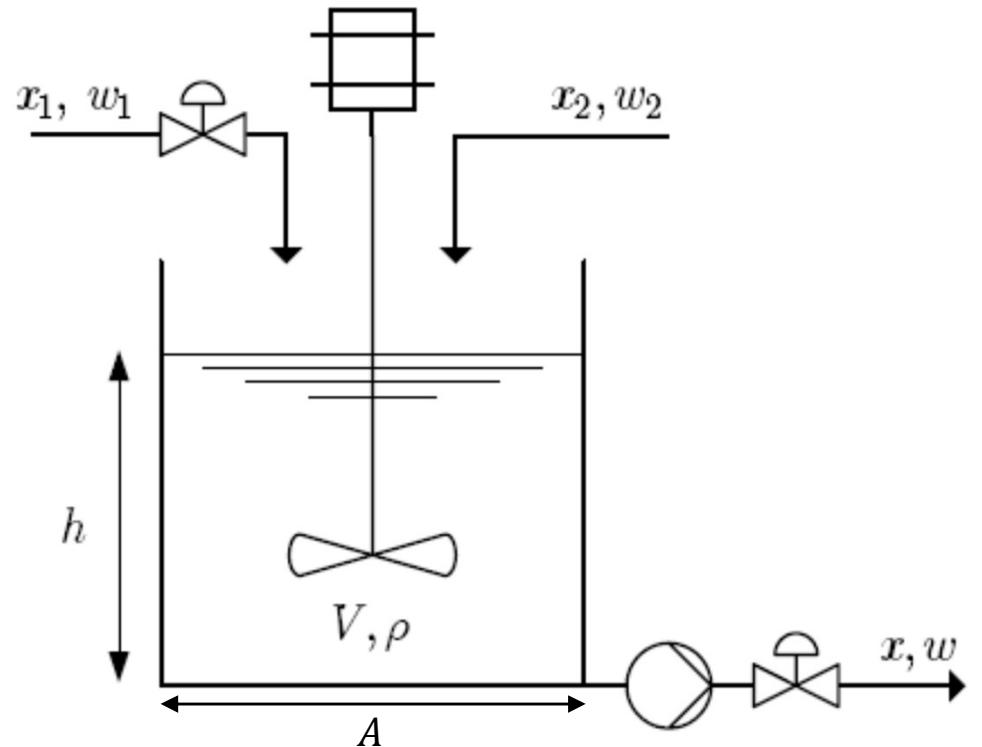
- Cân bằng thành phần:

$$\rho \frac{d(Vx)}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

$$\Leftrightarrow \rho V \frac{dx}{dt} + \rho x \frac{dV}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

$$\Leftrightarrow \rho V \frac{dx}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - (w_1 + w_2)x$$

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A} (w_1 + w_2 - w) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho Ah} (w_1 x_1 + w_2 x_2) - \frac{1}{\rho Ah} (w_1 + w_2)x \end{cases}$$



# Các phương trình cân bằng năng lượng

- Phương trình cân bằng năng lượng tổng quát

$$\left\{ \begin{array}{l} Biến\ thiêng \\ năng\ lượng \\ tích\ lũy \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} Tổng\ dòng \\ năng\ lượng \\ đưa\ vào \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} Tổng\ dòng \\ năng\ lượng \\ dẫn\ ra \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} Tổng\ công \\ suất\ nhiệt \\ hấp\ thụ \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} Công\ tiêu \\ hao\ ra \\ bên\ ngoài \end{array} \right\}$$

- Bỏ qua thế năng và động năng

$$\frac{dU_I}{dt} = \sum_{i=1}^m w_{vào}^i \hat{H}_{vào}^i - \sum_{i=1}^n w_{ra}^i \hat{H}_{ra}^i + q$$

- $U_I$  – nội năng của hệ thống [J]
- $w_{vào}$  – lưu lượng khói lượng dòng vào hệ thống [kg/s hoặc kg/phút]
- $w_{ra}$  – lưu lượng khói lượng dòng ra hệ thống [kg/s hoặc kg/phút]
- $\hat{H}_{vào}$  – enthalpy của dòng vào (tính trên đơn vị khói lượng) [J/kg]
- $\hat{H}_{ra}$  – enthalpy của dòng ra (tính trên đơn vị khói lượng) [J/kg]
- $q$  – tổng lưu lượng nhiệt (công suất cấp nhiệt) bổ sung cho hệ thống thông qua dẫn nhiệt, bức xạ nhiệt hoặc phản ứng hóa học [J/s hoặc J/phút]



# Các phương trình cân bằng năng lượng (tiếp)

- Phương trình cân bằng nhiệt cho chất lỏng (đơn giản hóa)

$$\frac{d\hat{H}}{dt} = \sum_{i=1}^m w_{vào}^i \hat{H}_{vào}^i - \sum_{j=1}^n w_{ra}^j \hat{H}_{ra}^j + q$$

$\hat{H}$  – enthalpy trên một đơn vị khối lượng

- Định nghĩa nhiệt dung riêng tại một áp suất không đổi:

$$C_p = \left. \frac{\partial \hat{H}}{\partial T} \right|_{P=\text{const}}$$

- Giả thiết enthalpy tại một nhiệt độ quy chiếu  $T_{ref}$  là  $\hat{H}_{ref}$

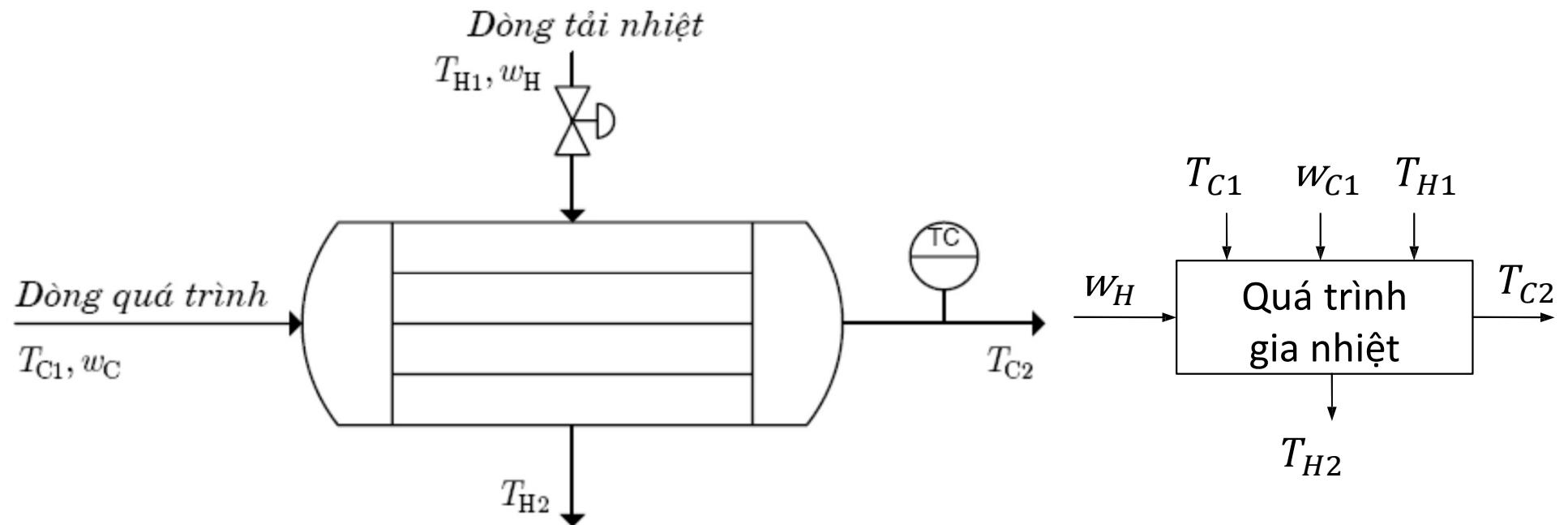
$$\hat{H} - \hat{H}_{ref} = C_p(T - T_{ref})$$

- Áp suất và nhiệt độ k0 thay đổi quá lớn, có thể viết:

- $\hat{H} = C_p T$  (chất lỏng)

- $\hat{H}_v = C_p T + \lambda_v$  (khí và hơi với  $\lambda_v$  là nhiệt hóa hơi trung bình)

# Ví dụ thiết bị trao đổi nhiệt



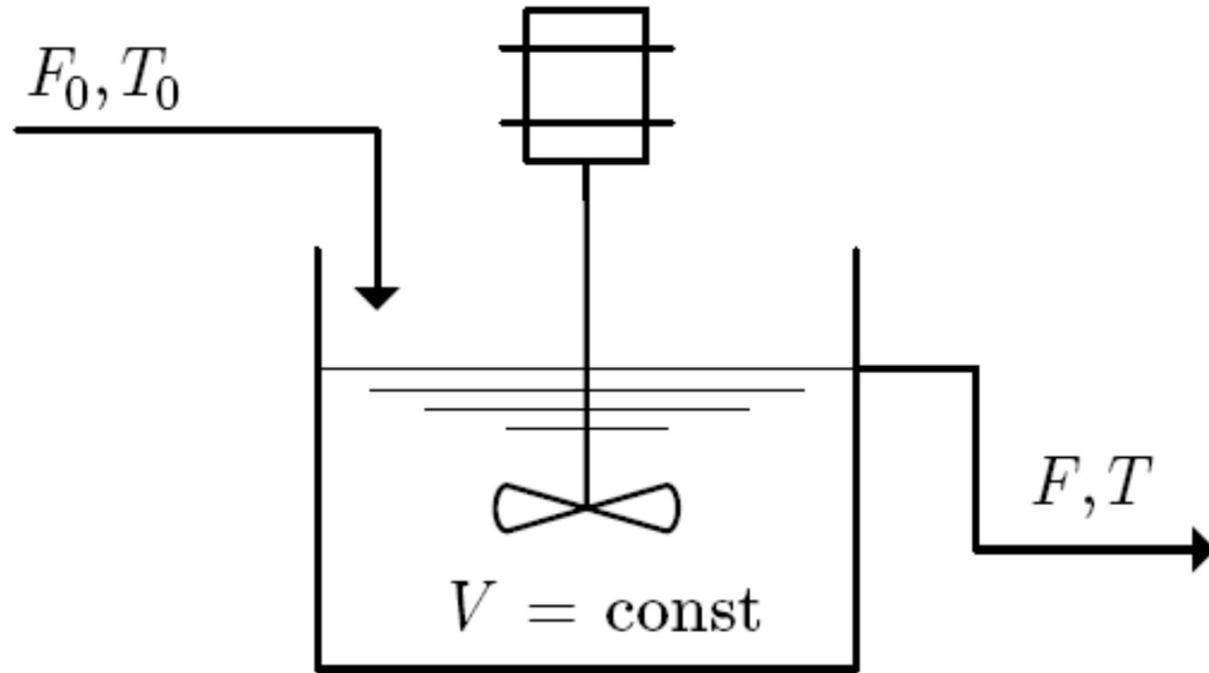
- Phương trình cân bằng nhiệt ở trạng thái xác lập

$$w_H(\hat{H}_{H1} - \hat{H}_{H2}) = w_C(\hat{H}_{C2} - \hat{H}_{C1})$$

- Coi nhiệt dung riêng không thay đổi

$$w_H C_{pH}(T_{H1} - T_{H2}) = w_C C_{pC}(T_{C2} - T_{C1})$$

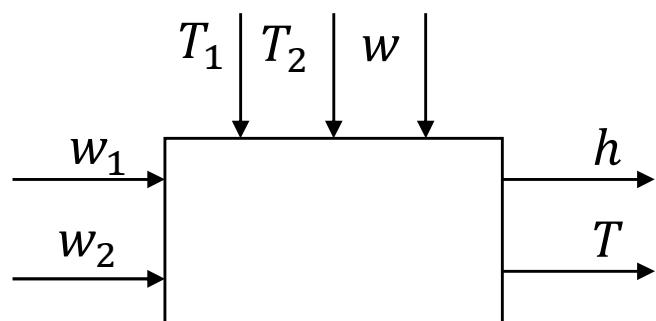
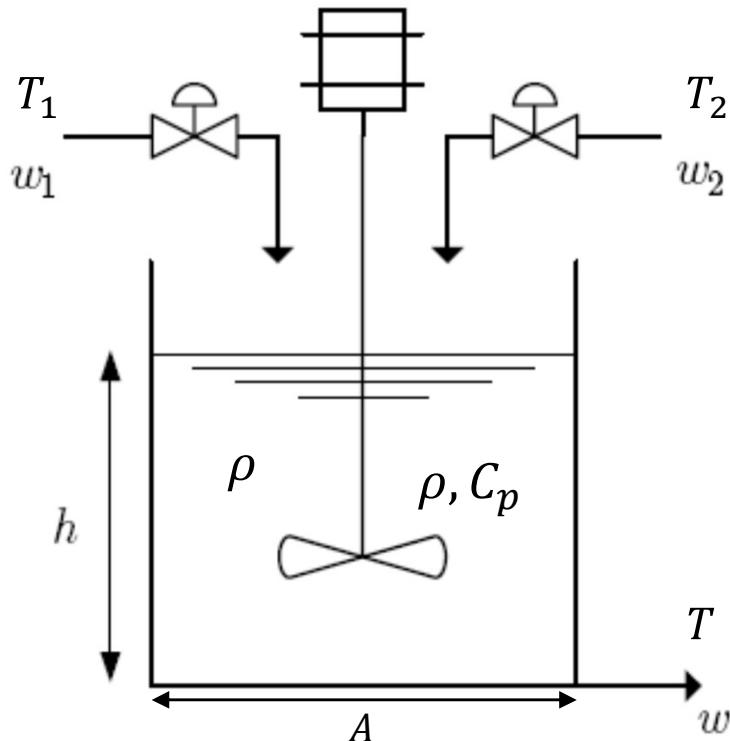
# Ví dụ bình chứa nhiệt



Phương trình cân bằng nhiệt:  $\frac{d(\rho V \hat{H})}{dt} = F_0 \rho \hat{H}_0 - F \rho \hat{H}$

Bình tự tràn nên  $V = \text{const}$  và  $F_0 = F \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{F}{V} (T_0 - T)$

# Ví dụ thiết bị khuấy trộn



■ Phương trình cân bằng vật chất:

$$\rho \frac{dV}{dt} = A\rho \frac{dh}{dt} = w_1 + w_2 - w \quad (1)$$

■ Phương trình cân bằng năng lượng:

$$\frac{d(\rho V C_p T)}{dt} = w_1 \hat{H}_1 + w_2 \hat{H}_2 - w \hat{H} \quad (2)$$

Kết hợp với phương trình (1)

$$\Rightarrow \rho V \frac{dT}{dt} = w_1(T_1 - T) + w_2(T_2 - T)$$



# Các phương trình cấu thành khác

- Các phương trình truyền nhiệt
  - Dẫn nhiệt
  - Đồi lưu
  - Bức xạ nhiệt
- Các phương trình động học phản ứng hóa học
- Các phương trình cân bằng pha
- ...

# Phân tích bậc tự do của mô hình

- Bài toán mô phỏng:
  - Cho mô hình + các đầu vào + các trạng thái ban đầu
  - Xác định (tính toán) diễn biến đầu ra  
=> Đưa về bài toán giải các phương trình mô hình theo các biến đầu ra độc lập
- Vấn đề: Các phương trình mô hình đã mô tả đủ quan hệ giữa các biến quá trình hay chưa?
  - Nếu thiếu: Số phương trình ít hơn số biến ra độc lập, hệ phương trình có vô số nghiệm
  - Nếu thừa: Số phương trình nhiều hơn số biến ra độc lập, hệ phương trình vô nghiệm
- Khả năng mô phỏng được liên quan tới khả năng điều khiển được.

# Phân tích bậc tự do của mô hình

- Bậc tự do của mô hình = Số biến quá trình trừ đi số phương trình độc lập

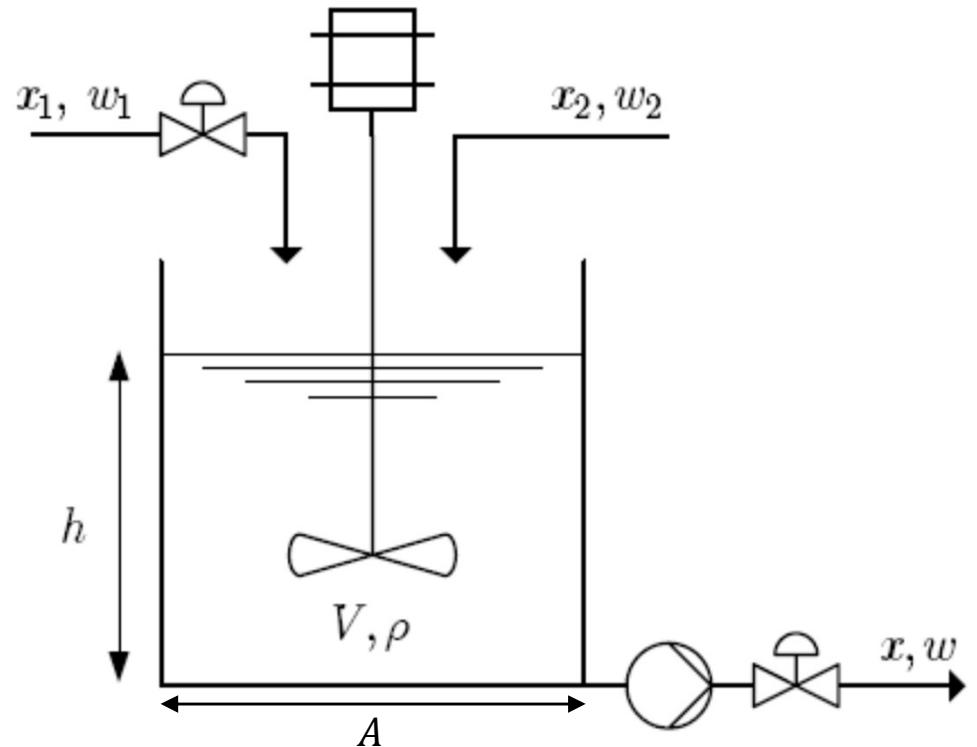
$$N_f = N_v - N_e$$

- Số các biến tự do có trong mô hình, hay chính là
  - Số lượng tối đa các vòng điều khiển đơn tác động độc lập có thể sử dụng
- Mô hình đảm bảo tính nhất quán:
    - Điều kiện cần để điều khiển được  $n$  biến ra độc lập là phải có ít nhất  $n$  biến điều khiển
    - Số bậc tự do = số biến vào và cần phân biệt thành các biến điều khiển và các biến nhiễu.

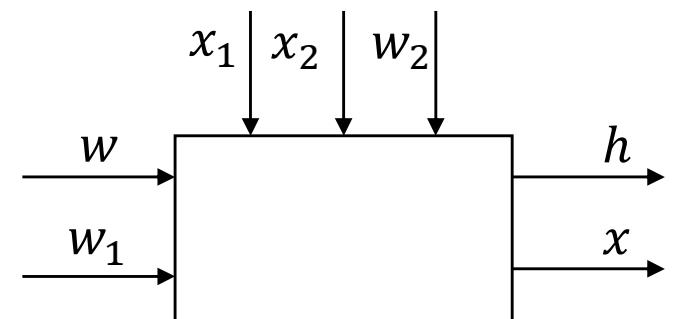
# Ví dụ thiết bị khuấy trộn liên tục

- Phân tích bậc tự do:

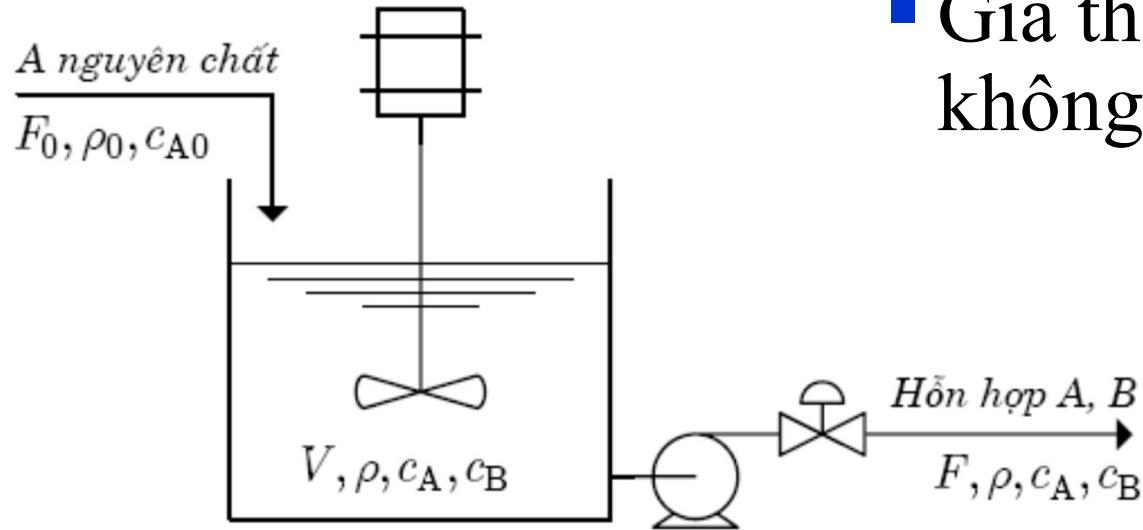
- Số biến quá trình: 7 ( $w, w_1, h, x, x_1, x_2, w_2$ )
- 2 biến điều khiển:  $w_1, w$
- 3 biến nhiễu:  $x_1, x_2, w_2$
- Số phương trình độc lập: 2
- Số bậc tự do:  $5 \Rightarrow$  mô hình nhất quán



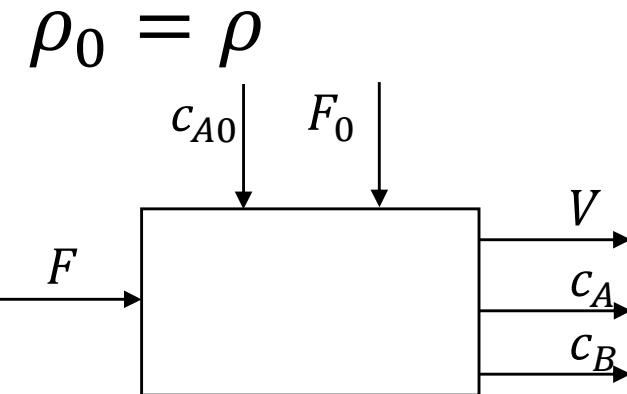
$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A} (w_1 + w_2 - w) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho Ah} (w_1 x_1 + w_2 x_2) - \frac{1}{\rho Ah} (w_1 + w_2)x \end{cases}$$



# Ví dụ thiết bị phản ứng liên tục



- Giả thiết khối lượng riêng không khác nhau đáng kể:



- Cân bằng vật chất toàn phần

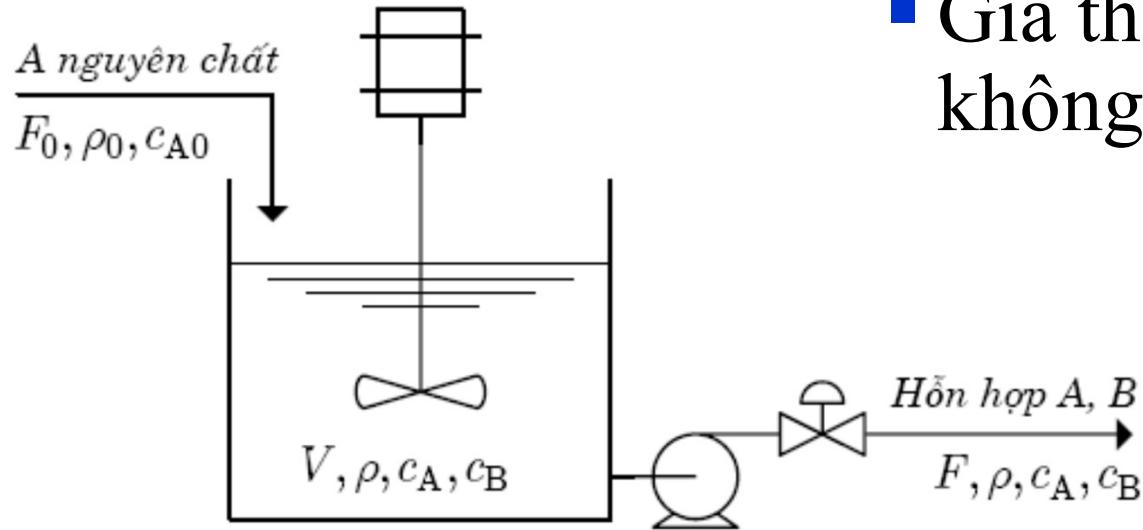
$$\frac{dV}{dt} = F_0 - F \quad (1)$$

- Cân bằng thành phần

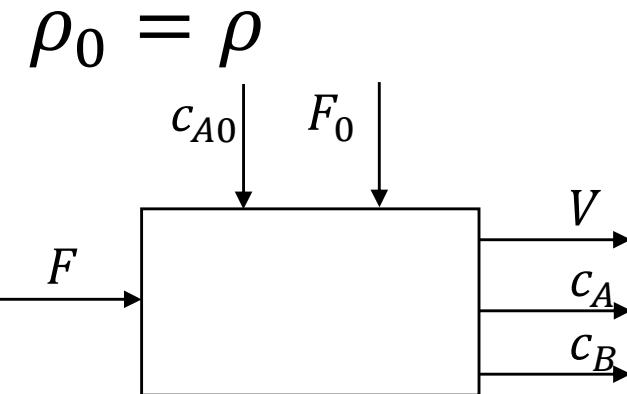
$$\frac{d(Vc_A)}{dt} = F_0 c_{A0} - F c_A - V k c_A \quad (2)$$

$$\frac{d(Vc_B)}{dt} = -F c_B + V k c_A \quad (3)$$

# Ví dụ thiết bị phản ứng liên tục



- Giả thiết khối lượng riêng không khác nhau đáng kể:



- Cân bằng vật chất toàn phần

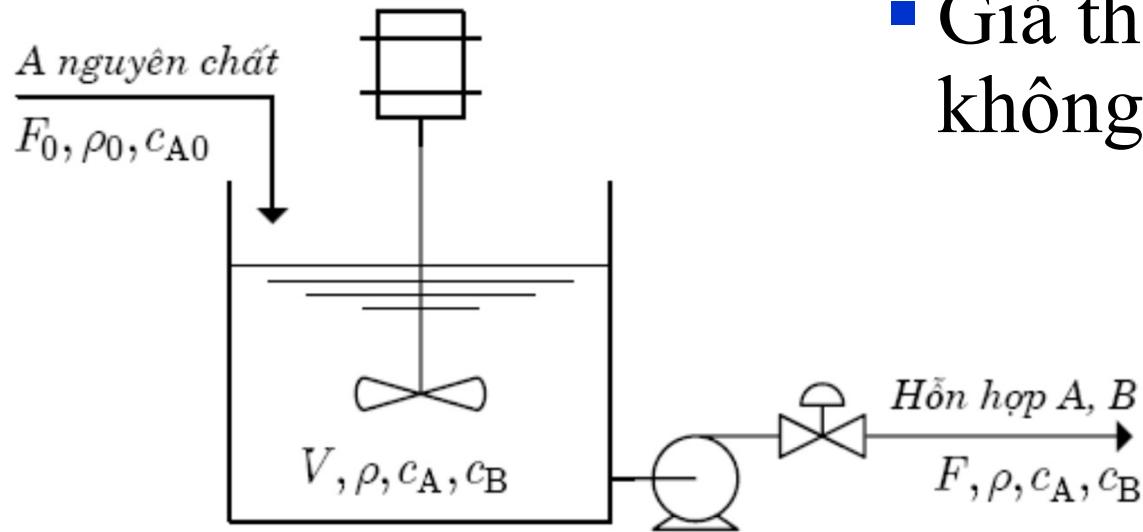
$$\frac{dV}{dt} = F_0 - F \quad (1)$$

- Cân bằng thành phần

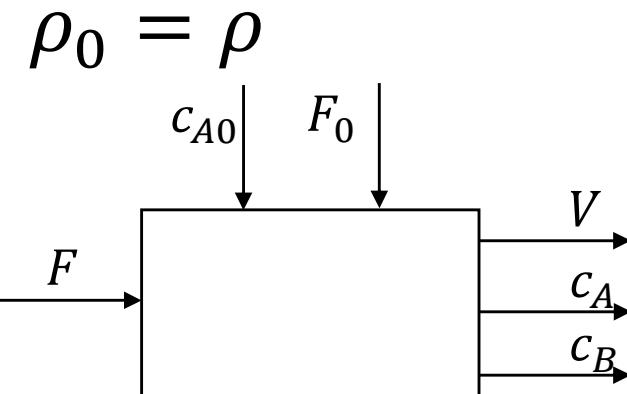
$$c_A \frac{dV}{dt} + V \frac{dc_A}{dt} = F_0 c_{A0} - F c_A - V k c_A$$

$$\Rightarrow \frac{dc_A}{dt} = - \left( \frac{F_0}{V} + k \right) c_A + \frac{F_0}{V} c_{A0}$$

# Ví dụ thiết bị phản ứng liên tục



- Giả thiết khối lượng riêng không khác nhau đáng kể:



- Phân tích bậc tự do:
  - Số biến quá trình: 6 ( $F, F_0, c_{A0}, V, c_A, c_B$ )
  - 1 biến điều khiển:  $F$
  - 2 biến nhiễu:  $c_{A0}, F_0$
  - Số phương trình độc lập: 2
  - Số bậc tự do:  $4 >$  số biến vào 3  
=> mô hình chưa nhất quán

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = F_0 - F \\ \frac{d(Vc_A)}{dt} = F_0 c_{A0} - F c_A - V k c_A \end{cases}$$

# Mô hình không nhất quán: Nguyên nhân?



## ■ Số bậc tự do > số biến vào:

- Mô hình còn thiếu phương trình cần xây dựng
- Thừa số biến ra có thể điều khiển độc lập (trong ví dụ thiết bị phản ứng chỉ có một trong hai biến  $c_A, c_B$  có thể điều khiển độc lập)

## ■ Số bậc tự do < số biến vào:

- Các phương trình mô hình chưa hoàn toàn độc lập với nhau
- Quá trình được thiết kế có lỗi, chưa đủ số biến vào để điều khiển

# Ví dụ trong công nghiệp

- Quá trình sản xuất Vinyl Acetate: 26 degrees of freedom

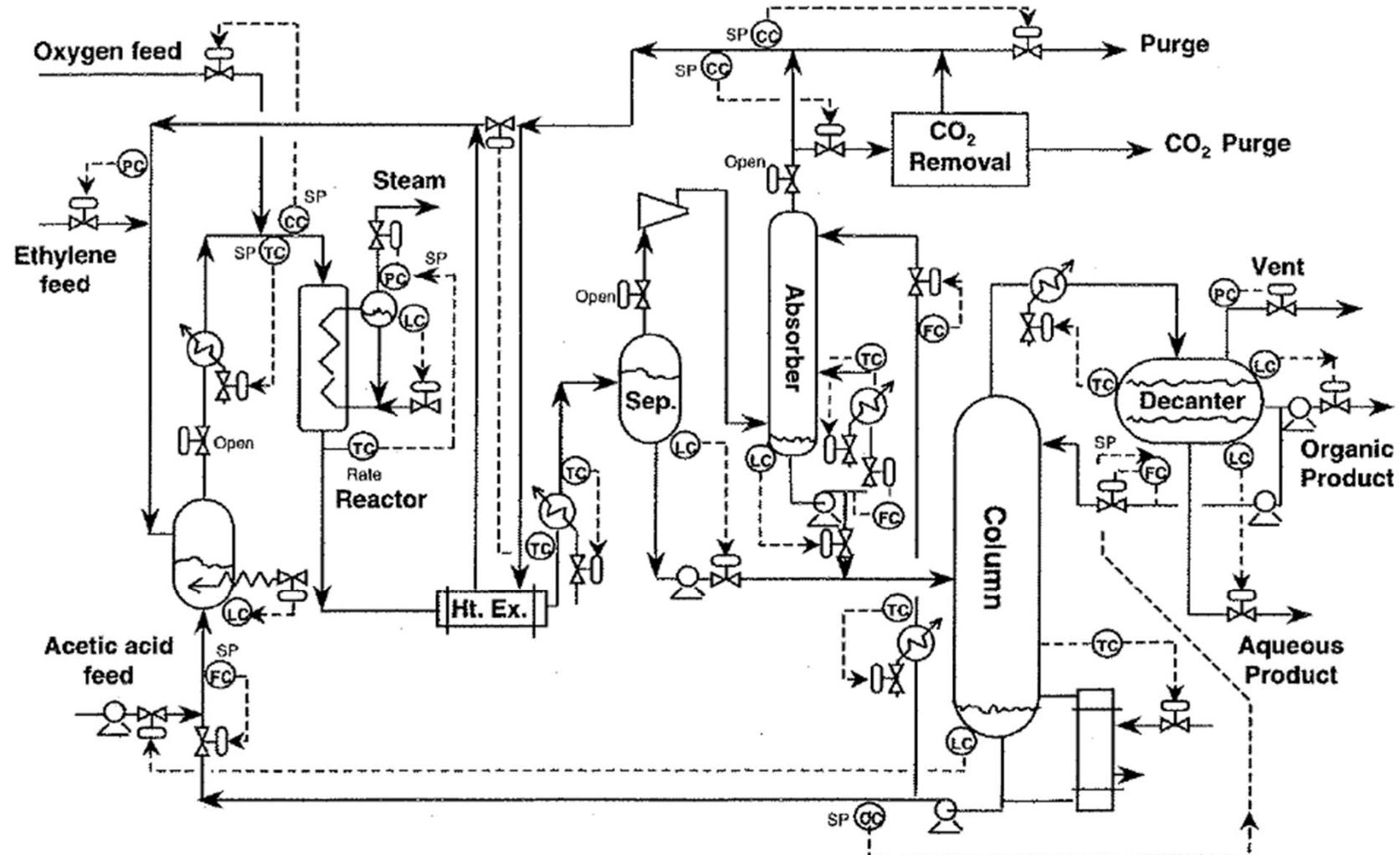


Figure 11.3 Vinyl acetate process control strategy.

Hanoi UR Luyben, L., Tyreus, B. and Luyben, M.. Plantwide Process Control. Mc Graw-Hill, 1999, pp. 321



## 2.5 Tuyến tính hóa mô hình

### ■ Tại sao cần tuyến tính hóa?

- Tất cả quá trình thực tế đều là phi tuyến (ít hay nhiều)
- Các mô hình tuyến tính dễ sử dụng (thỏa mãn nguyên lý xếp chồng)
- Phần lớn lý thuyết điều khiển tự động sử dụng mô hình tuyến tính (ví dụ hàm truyền đạt)

### ■ Tại sao tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc?

- Quá trình thường được vận hành trong một phạm vi xung quanh điểm làm việc (bài toán điều chỉnh!)
- Tuyến tính hóa trong một phạm vi nhỏ giúp giảm sai lệch mô hình
- Cho phép sử dụng biến chênh lệch, đảm bảo điều kiện áp dụng phép biến đổi Laplace (sơ kiện bằng 0)

# Hai phương pháp tiếp cận

- Tuyến tính hóa trực tiếp trên phương trình vi phân dựa theo các giả thiết về điểm làm việc:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A} (w_1 + w_2 - w) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho Ah} (w_1 x_1 + w_2 x_2) - \frac{1}{\rho Ah} (w_1 + w_2) x \end{cases}$$

Giả thiết cố định

- Sử dụng biến chênh lệch và phép khai triển chuỗi Taylor: đa năng, thông dụng



# Phép khai triển Taylor

$$\dot{x} = f(x, u), x(0) = x_0 \quad x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$y = g(x, u) \quad y \in \mathbb{R}^p, g: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$$

- Giả sử có điểm cân bằng  $(\bar{x}, \bar{u})$  hay  $x = f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$
- Đặt:

$$x = \bar{x} + \Delta x$$

$$u = \bar{u} + \Delta u$$

- Ta có:

$$\dot{x} = \Delta \dot{x} = f(\bar{x} + \Delta x, \bar{u} + \Delta u) \approx \underbrace{f(\bar{x}, \bar{u})}_0 + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta u$$

$$y = \bar{y} + \Delta y = g(\bar{x} + \Delta x, \bar{u} + \Delta u) \approx \underbrace{g(\bar{x}, \bar{u})}_{\bar{y}} + \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta x + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta u$$

# Phép khai triển Taylor (tiếp)

- Đặt các ma trận Jacobi

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad B \in \mathbb{R}^{n \times m}$$

$$C = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad C \in \mathbb{R}^{p \times n}$$

$$D = \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad D \in \mathbb{R}^{p \times m}$$

- Thay lại ký hiệu  $\Delta x \rightarrow x, \Delta u \rightarrow u, \Delta y \rightarrow y$

$$\dot{x} = Ax + Bu, x(0) = x_0 - \bar{x}$$

$$y = Cx + Du$$

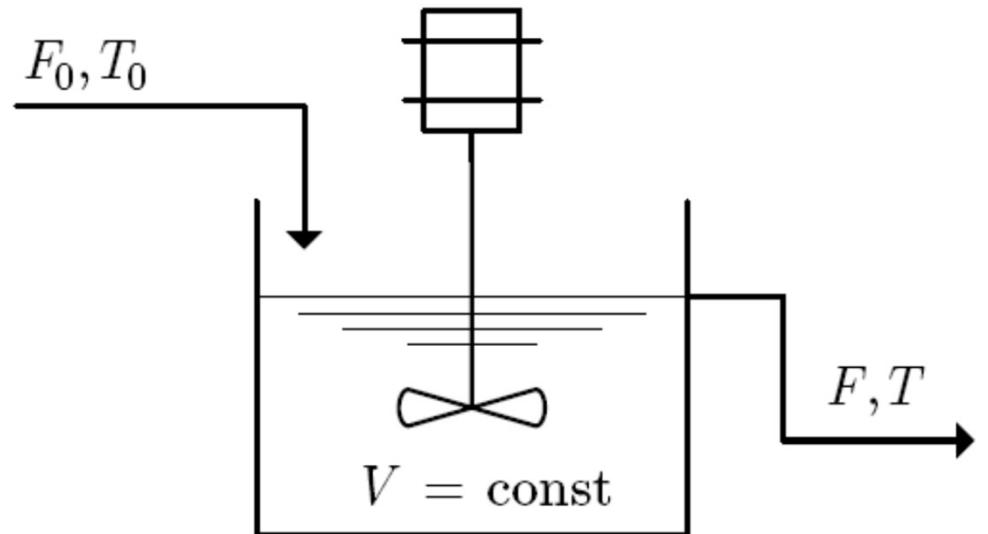
# Ví dụ bình chứa nhiệt

- Phương trình vi phân

$$\frac{dT}{dt} = f(F, T, T_0) = \frac{F}{V} (T_0 - T)$$

- Tại điểm làm việc

$$0 = f(\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0) = \frac{\bar{F}}{V} (\bar{T}_0 - \bar{T})$$



$$\frac{dT}{dt} = f(F, T, T_0) \approx \underbrace{f(\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0)}_0 + \left( \frac{\partial f}{\partial F} \Delta F + \frac{\partial f}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial f}{\partial T_0} \Delta T_0 \right)_{\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0}$$

$$= \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{V} \Delta F - \frac{\bar{F}}{V} \Delta T + \frac{\bar{F}}{V} \Delta T_0$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d\Delta T}{dt} \rightarrow \frac{d\Delta T}{dt} + \frac{\bar{F}}{V} \Delta T = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{V} \Delta F + \frac{\bar{F}}{V} \Delta T_0$$

# Ví dụ bình chứa nhiệt (tiếp)

- Sử dụng các ký hiệu:  $y = \Delta T, u = \Delta F, d = \Delta T_0$

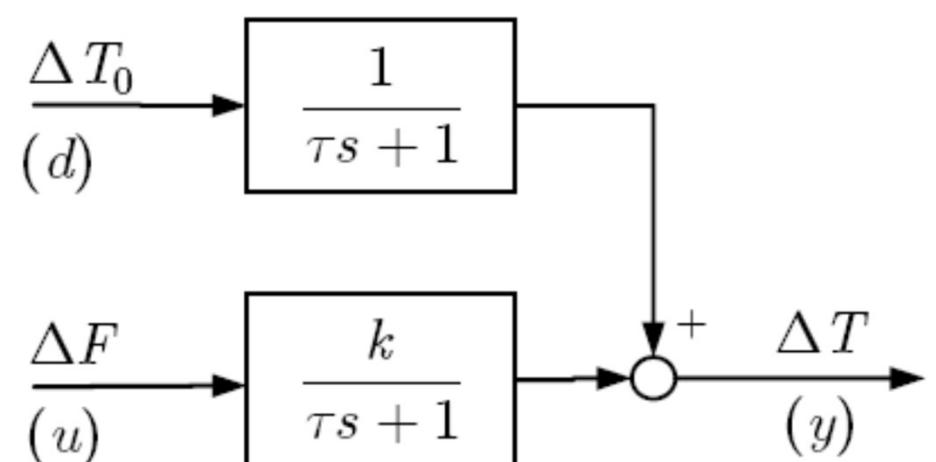
$$\rightarrow \frac{V}{\bar{F}} \frac{dy}{dt} + y = \frac{(\bar{T}_0 - \bar{T})}{\bar{F}} u + d$$

- Biến đổi Laplace cho cả 2 vế:

$$s \frac{V}{\bar{F}} y(s) + y(s) = \frac{(\bar{T}_0 - \bar{T})}{\bar{F}} u(s) + d(s)$$

$$y(s) = \underbrace{\frac{k}{\tau s + 1}}_{G_p(s)} u(s) + \underbrace{\frac{1}{\tau s + 1}}_{G_d(s)} d(s)$$

$$\tau = \frac{V}{\bar{F}}, k = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{\bar{F}}$$



# Ví dụ thiết bị khuấy trộn

$$\begin{cases} \dot{h} = f_1 = \frac{1}{\rho A} (w_1 + w_2 - w) & 0 = \overline{w_1} + \overline{w_2} - \overline{w} \\ \dot{x} = f_2 = \frac{1}{\rho Ah} (w_1 x_1 + w_2 x_2 - (w_1 + w_2)x) & 0 = \overline{w_1} \overline{x_1} + \overline{w_2} \overline{x_2} - (\overline{w_1} + \overline{w_2}) \overline{x} \end{cases}$$

- Phương trình thứ nhất đã tuyến tính, chỉ cần viết lại với biến chênh lệch:

$$\Delta \dot{h} = \frac{1}{\rho A} (\Delta w_1 + \Delta w_2 - \Delta w)$$

- Biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$s \Delta H(s) = \frac{1}{\rho A} (\Delta W_1(s) + \Delta W_2(s) - \Delta W(s))$$

- Đặt  $k_{wh} = \frac{1}{\rho A}$

$$\Delta H(s) = \frac{k_{wh}}{s} (-\Delta W(s) + \Delta W_1(s) + \Delta W_2(s))$$

# Ví dụ thiết bị khuấy trộn (tiếp)

- Khai triển chuỗi Taylor cho phương trình thứ hai:

$$\Delta \dot{x} = (\dot{x} - \bar{\dot{x}}) = \dot{x}$$

$$\approx \left( \frac{\partial f_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial f_2}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_2}{\partial w_1} \Delta w_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Delta x_2 \right)_*$$

$$= -\frac{1}{\rho A \bar{h}^2} \underbrace{(\bar{w}_1 \bar{x}_1 + \bar{w}_2 \bar{x}_2 - (\bar{w}_1 + \bar{w}_2) \bar{x})}_{0} \Delta h - \frac{1}{\rho A \bar{h}} \underbrace{(\bar{w}_1 + \bar{w}_2)}_{\bar{w}} \Delta x$$

$$+ \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\rho A \bar{h}} \Delta w_1 + \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\rho A \bar{h}} \Delta w_2 + \frac{\bar{w}_1}{\rho A \bar{h}} \Delta x_1 + \frac{\bar{w}_2}{\rho A \bar{h}} \Delta x_2$$

$$= \frac{1}{\rho A \bar{h}} (-\bar{w} \Delta x + (\bar{x}_1 - \bar{x}) \Delta w_1 + (\bar{x}_2 - \bar{x}) \Delta w_2 + \bar{w}_1 \Delta x_1 + \bar{w}_2 \Delta x_2)$$

- Biến đổi Laplace cả hai vế:

$$\rho A \bar{h} s \Delta X(s)$$

$$= -\bar{w} \Delta X(s) + (\bar{x}_1 - \bar{x}) \Delta W_1(s) + (\bar{x}_2 - \bar{x}) \Delta W_2(s) + \bar{w}_1 \Delta X_1(s) + \bar{w}_2 \Delta X_2(s)$$

# Ví dụ thiết bị khuấy trộn (tiếp)

- Chia cả hai vế cho  $\bar{w}$  và chuyển vế

$$\left(\frac{\rho A \bar{h}}{\bar{w}} s + 1\right) \Delta X(s) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\bar{w}} \Delta W_1(s) + \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\bar{w}} \Delta W_2(s) + \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}} \Delta X_1(s) + \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}} \Delta X_2(s)$$

- Ký hiệu các tham số (đặc biệt quan tâm đến thứ nguyên):

$$\tau = \frac{\rho A \bar{h}}{\bar{w}}, k_{w_1 x} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\bar{w}}, k_{w_2 x} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\bar{w}}, k_{w_1 x} = \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}}, k_{w_2 x} = \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}}$$

- Ta đi tới mô hình hàm truyền đạt quen thuộc:

$$\Delta X(s) = \frac{k_{w_1 x}}{\tau s + 1} \Delta W_1(s) + \frac{k_{w_2 x}}{\tau s + 1} \Delta W_2(s) + \frac{k_{x_1 x}}{\tau s + 1} \Delta X_1(s) + \frac{k_{x_2 x}}{\tau s + 1} \Delta X_2(s)$$

- Đặt lại ký hiệu (vector):

$$x = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta x \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta w_1 \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} \Delta w_2 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}, y = x$$

# Ví dụ thiết bị khuấy trộn (tiếp)

- Mô hình hàm truyền đạt của quá trình được viết gọn lại:

$$y(s) = G_p(s)u(s) + G_d(s)d(s)$$

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} -\frac{k_{wh}}{s} & \frac{k_{wh}}{s} \\ 0 & \frac{k_{w_1x}}{\tau s + 1} \end{bmatrix}, G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_{wh}}{s} & 0 & 0 \\ \frac{k_{w_2x}}{\tau s + 1} & \frac{k_{x_1x}}{\tau s + 1} & \frac{k_{x_2x}}{\tau s + 1} \end{bmatrix}$$

- Từ hai phương trình vi phân tuyến tính hóa ta cũng có thể đi tới mô hình trạng thái:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ed \quad A = \frac{1}{\rho A \bar{h}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\bar{w} \end{bmatrix}, B = \frac{1}{\rho A} \begin{bmatrix} -\bar{h} & \bar{h} \\ 0 & \bar{x}_1 - \bar{x} \end{bmatrix}$$

$$y = Cx \quad E = \frac{1}{\rho A \bar{h}} \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & 0 \\ \bar{x}_2 - \bar{x} & \bar{w}_1 & \bar{w}_2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

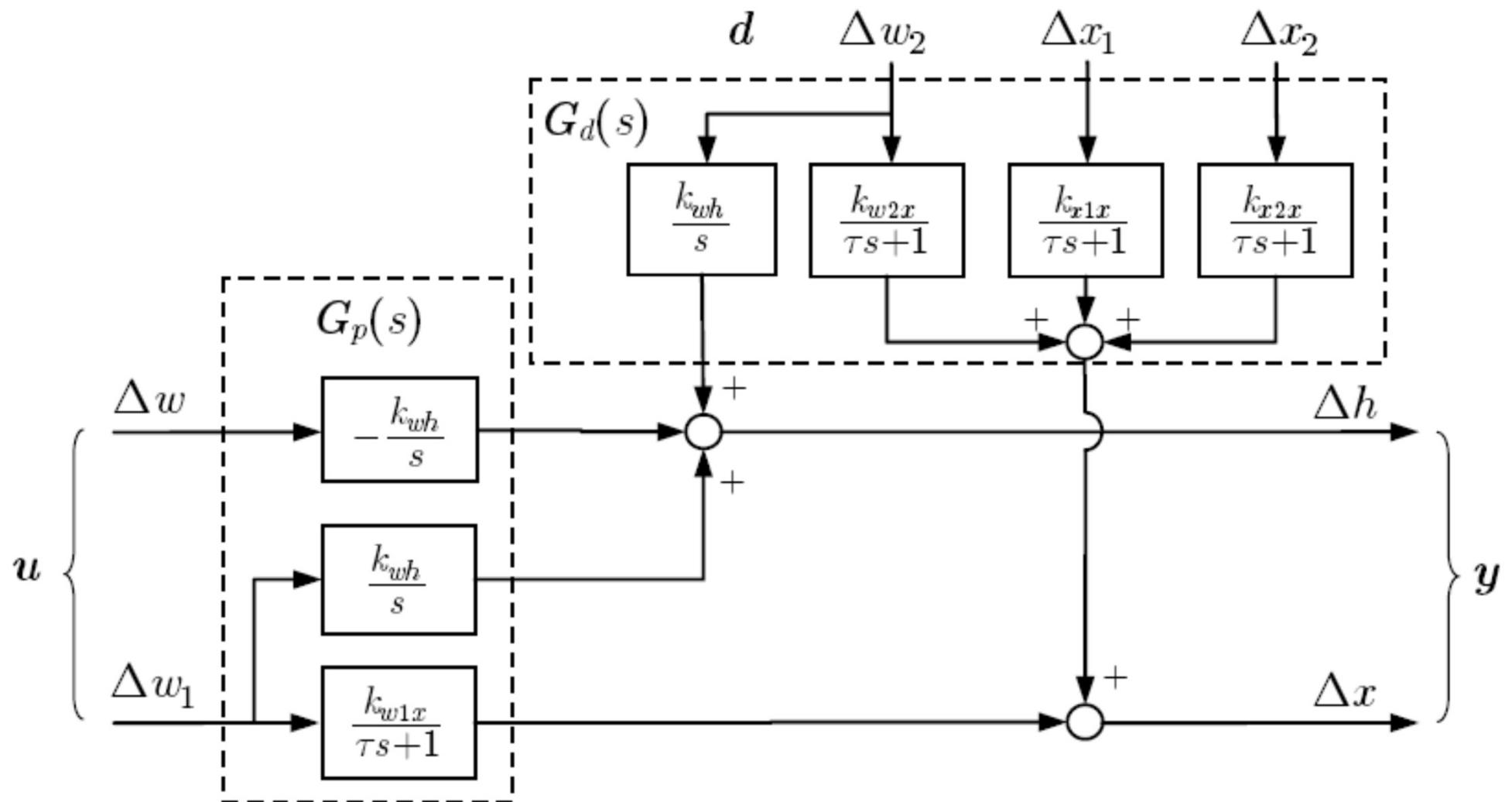
- Quan hệ giữa hai mô hình:

$$G_p(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

$$G_d(s) = C(sI - A)^{-1}E$$

# Ví dụ thiết bị khuấy trộn (tiếp)

- Sơ đồ khối của hàm truyền đạt



# Tóm tắt các bước tuyến tính hóa

1. Đơn giản hóa mô hình như có thể, nếu được thì nên tách thành nhiều mô hình con độc lập.
2. Xác định rõ điểm làm việc và giá trị các biến quá trình tại điểm làm việc để có mô hình trạng thái xác lập.
3. Đối với các phương trình tuyến tính, thay thế các biến thực bằng các biến chênh lệch.
4. Tuyến tính hóa từng phương trình phi tuyến của mô hình tại điểm làm việc bằng phép khai triển Taylor, bắt đầu với các phương trình đại số và sau đó là với các phương trình vi phân.
5. Đặt lại ký hiệu cho các biến chênh lệch (sử dụng ký hiệu vector nếu cần) và viết gọn lại các phương trình mô hình.
6. Tính toán lại các tham số của mô hình dựa vào giá trị các biến quá trình tại điểm làm việc.
7. Chuyển mô hình tuyến tính về dạng mong muốn, ví dụ biểu diễn trong không gian trạng thái hoặc bằng hàm truyền đạt.

## 2.6 Mô phỏng quá trình

- Mô phỏng là phương pháp tái tạo các hành vi của một hệ thống thực trên cơ sở mô hình nhằm tìm ra các đặc tính cần quan tâm.
- Mô phỏng các quá trình công nghệ phục vụ nhiều mục đích như:
  - Kiểm chứng mô hình toán học
  - Kiểm chứng thiết kế công nghệ
  - Khảo sát các tính chất của quá trình
  - Thiết kế cấu trúc và thuật toán điều khiển
  - Kiểm chứng phần mềm điều khiển
  - Dự báo diễn biến của quá trình
  - Đào tạo cơ bản và đào tạo vận hành



# Phân loại các phương pháp mô phỏng

- Mô phỏng tĩnh, hay còn gọi là mô phỏng ở trạng thái xác lập
  - Được sử dụng trong thiết kế các quá trình và thiết bị công nghệ, giúp xác định các tham số trên lưu đồ P&ID
  - Dựa trên các phương trình cân bằng vật chất và năng lượng ở trạng thái xác lập (tại điểm làm việc) và một số phương trình đại số khác
- Mô phỏng động sử dụng mô hình động học để phản ánh diễn tiến của quá trình theo thời gian
  - Mô phỏng động gọi là *liên tục* nếu các biến vào/ra là liên tục theo thời gian một cách có hưu, và gọi là *rời rạc* nếu các biến vào ra có tính rời rạc theo sự kiện
  - Sử dụng trong phân tích và thiết kế các sách lược và thuật toán điều khiển, hoặc trong mô phỏng rời rạc phục vụ bài toán điều khiển khóa liên động và điều khiển trình tự



# Phân loại các phương pháp mô phỏng (tiếp)

- Mô phỏng tuần tự là phương pháp cho phép tiến hành giải các phương trình mô hình và đưa ngay ra toàn bộ các kết quả chung nào các phép toán kết thúc
  - Các kết quả mô phỏng là các số liệu vào/ra theo thời gian có thể được hiển thị và đánh giá ngay một lúc
  - Được sử dụng chủ yếu trong phân tích, thiết kế và tối ưu hóa hệ thống
- Mô phỏng thời gian thực cũng là một dạng mô phỏng động, trong đó đặc tính hệ thống được đưa lại theo đúng diễn biến thời gian thực.
  - Được sử dụng trong kiểm chứng cấu hình hệ thống, đặc tính và sự phối hợp giữa các thành phần
  - Ngoài ra có thể dùng để đào tạo vận hành trực quan, xử lý các tình huống

# Mô phỏng dựa trên mô hình phi tuyến



$$\frac{dx}{dt} = f(x, u), x(0) = x_0$$

- Nghiệm của phương trình:  $x(t) = x_0 + \int_0^t f(x, u) dt$
- Gián đoạn hóa:  $x_{i+1} = x_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(x, u) dt$
- Phương pháp Euler:  $x_{i+1} \approx x_i + (t_{i+1} - t_i)f(x_i, u_i)$
- Phương pháp hình thang:
- $x_{i+1} \approx x_i + \frac{1}{2}(t_{i+1} - t_i) \left[ f(x_i, u_i) + \underbrace{f(x_{i+1}, u_{i+1})}_{(1)} \right]$
- (1) phụ thuộc vào chính  $x_{i+1}$ , nhưng có thể ước lượng dựa vào công thức Euler (pp Runge-Kutta bậc 2)

# Mô phỏng dựa trên mô hình phi tuyến



$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, x(0) = x_0$$

- Gián đoạn hóa:

$$\begin{aligned}x(kT + T) &= e^{AT}x(KT) + \int_{kT}^{kT+T} e^{A(kT+\tau-T)}Bu(\tau)d\tau \\&= e^{AT}x(KT) + \int_{kT}^{kT+T} e^{A(kT+\tau-T)}d\tau Bu(kT) \\&= e^{AT}x(KT) + \int_0^T e^{AT}dt Bu(kT) \\&= \Phi x(kT) + \Gamma u(kT)\end{aligned}$$

$$\Phi = e^{AT}$$

$$\Gamma = \int_0^T e^{AT}dt B$$

# Mô phỏng quá trình (sử dụng MATLAB & Simulink)



- MATLAB là một gói phần mềm tính toán và mô phỏng được sử dụng rộng rãi nhất hiện nay, đặc biệt phục vụ nghiên cứu
- MATLAB bao gồm phần lõi tính toán, xử lý ngôn ngữ, giao diện sử dụng và các thư viện (toolbox)
- Simulink là một hộp công cụ trong MATLAB, hỗ trợ mô phỏng tuần tự trên cơ sở sơ đồ khối

# Mô phỏng quá trình (sử dụng MATLAB & Simulink)



- Các nhiệm vụ hỗ trợ bởi MATLAB trong việc mô phỏng quá trình:
  - Giải các hệ phương trình vi phân thường (ODE) và các hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng (PD) => mô phỏng hệ phi tuyến
  - Ghép nối mô hình, biến đổi mô hình, tính toán mô phỏng trên cơ sở các mô hình tuyến tính tham số hằng (LTI) sử dụng Control Toolbox => mô phỏng hệ tuyến tính
  - Tạo ứng dụng mô phỏng trực quan một hệ thống trên cơ sở sơ đồ khối (với Simulink) cho phép ghép nối nhiều mô hình thành phần và lựa chọn phương pháp giải phương trình vi phân thích hợp => mô phỏng các hệ tuyến tính và phi tuyến

# Mô phỏng quá trình (sử dụng MATLAB & Simulink)



## ■ Mô phỏng hệ tuyến tính

- Sử dụng Control System Toolbox
- Các hàm hỗ trợ quá trình mô phỏng:
  - **initial** mô phỏng quá trình tự do
  - **impulse** mô phỏng đáp ứng xung
  - **step** mô phỏng đáp ứng bậc thang đơn vị
  - **lsim** mô phỏng đáp ứng với một tín hiệu vào bất kỳ
  - **gensig** tạo một tín hiệu đầu vào (sử dụng cho lsim)

# Ví dụ mô phỏng đối tượng khâu quán tính bậc nhất có trễ



- Quá trình có hàm truyền đạt:  $\hat{G}(s) = \frac{2}{1+3.25s} e^{-2.2s}$

```
% first order dead time
a=[3.25 1];
b = 2;
L=2.2;
sys = tf(b,a,'InputDelay',L);
figure(1);
step(sys,25)
```

# Ví dụ mô phỏng bình khuấy trộn

- Tính toán với các thông số cho trước:

$$A = 0.8 \text{ m}^2, \rho = 1.25 \text{ kg/lít}$$

$$\overline{w_2} = 200 \text{ kg/phút}$$

$$\bar{x} = 0.4, \overline{x_1} = 0.8, \overline{x_2} = 0.2$$

$$\bar{h} = 1 \text{ mét}$$

- Từ các phương trình mô hình ở trạng thái xác lập:

$$\begin{cases} 0 = \overline{w_1} + \overline{w_2} - \bar{w} \\ 0 = \overline{w_1} \overline{x_1} + \overline{w_2} \overline{x_2} - (\overline{w_1} + \overline{w_2}) \bar{x} \end{cases}$$

- Ta xác định được các giá trị còn lại tại điểm làm việc:

$$\overline{w_1} = 100 \text{ [kg/phút]}$$

$$\bar{w} = 300 \text{ [kg/phút]}$$

- Đặc vector ra  $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ x \end{bmatrix}$  và ký hiệu hệ số  $k = \frac{1}{\rho A} = 0.001 \text{ [m/kg]}$

# Ví dụ mô phỏng bình khuấy trộn

- Có thể viết lại hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A} (w_1 + w_2 - w) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho Ah} (w_1 x_1 + w_2 x_2) - \frac{1}{\rho Ah} (w_1 + w_2) x \end{cases}$$

về dạng:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, w_1, w_2, w, x_1, x_2) = \begin{bmatrix} k(w_1 + w_2 - w) \\ k(w_1 x_1 + w_2 x_2 - (w_1 + w_2) y_2 / y_1) \end{bmatrix}$$

1. Định nghĩa vector đạo hàm  $f$  trong MATLAB

```
function dydt = f(t, y, k, w1, w2, w, x1, x2)
dydt = [ k*(w1+w2-w)
          k*(w1*x1+w2*x2-w1*y(2)-w2*y(2))/y(1) ];
```

2. Đặt các giá trị đầu (trạng thái xác lập):

$w1=100; w2=200; w = 300;$

$x1=0.8; x2=0.2; k = 0.001;$

# Ví dụ mô phỏng bình khuấy trộn

## 3. Giải (hệ) phương trình vi phân:\

```
tspan=0:0.1:20; y0=[1; 0.4]; % simulation time and
operation values
% use ode45 to solve with w1 increase 10%
[t,y]=ode45(@f,tspan,y0,[],k,1.1*w1,w2,w,x1,x2);
```

## 4. Vẽ đồ thị biểu diễn kết quả mô phỏng

```
figure(1);
plot(t,y(:,1));
title('Step change in 10% feed rate \itw_1');
xlabel('Time(min)'); ylabel('Level h (m)');
grid on;

figure(2);
plot(t,y(:,2));
title('Step change in 10% feed rate \itw_1');
xlabel('Time (min)'); ylabel('Composition x');
grid on;
```

# Ví dụ mô phỏng bình khuấy trộn

- Chương trình mô phỏng đáp ứng với thay đổi 10% lưu lượng vào  $w_1$ :

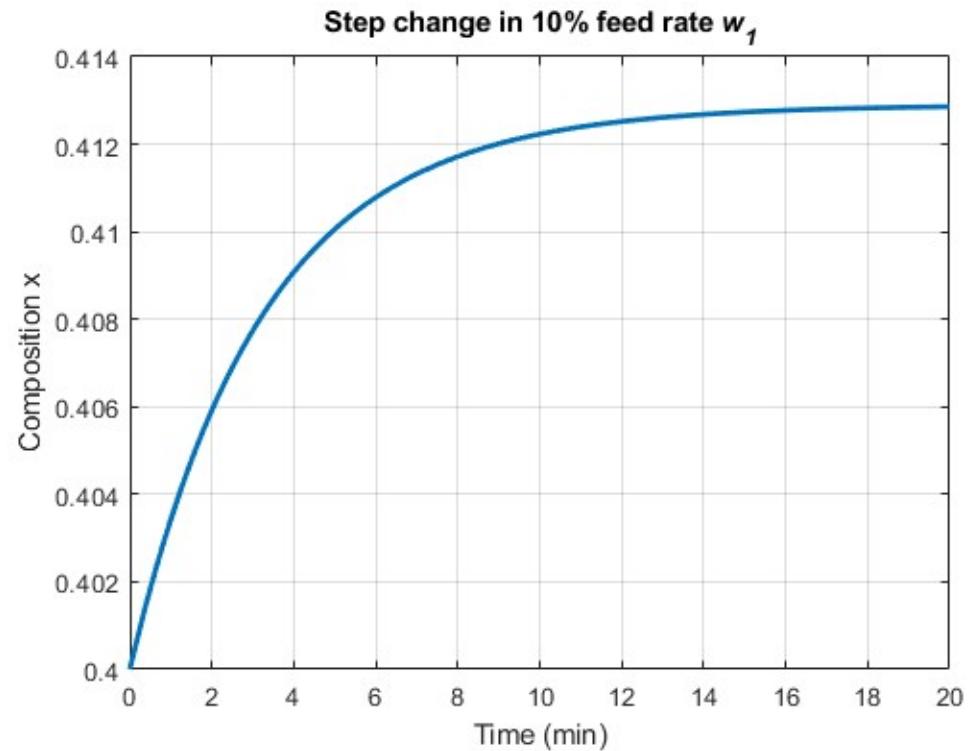
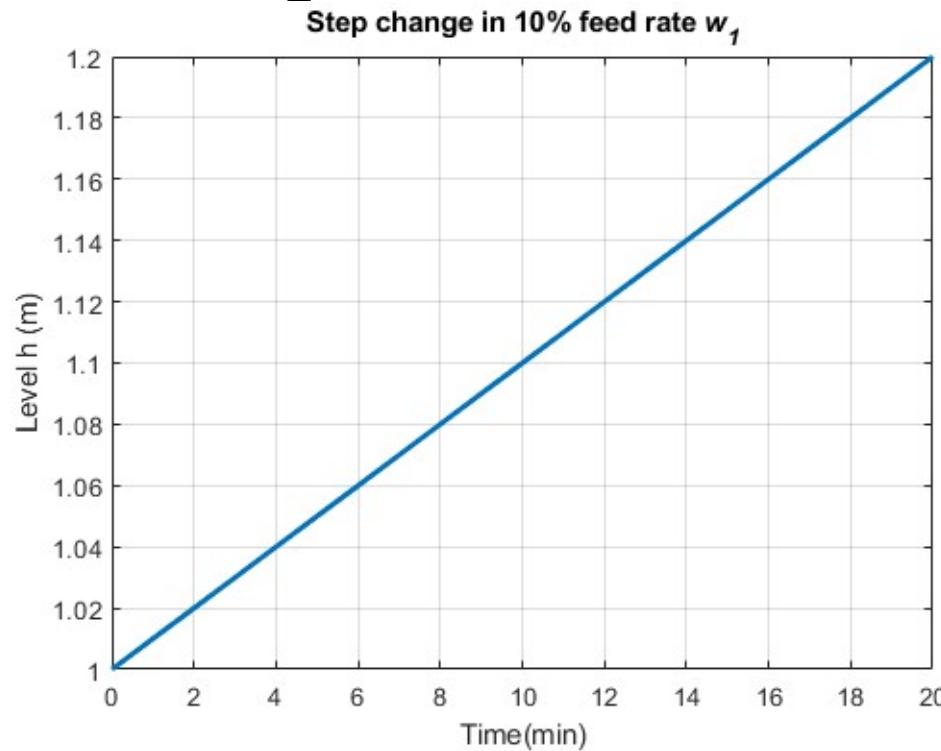
```
function blendingsim
% Simulation of the blending process, solution of OEDs
w1=100; w2=200; w =300; x1=0.8; x2=0.2; k =0.001; % initial values
tspan=0:0.1:20; y0=[1; 0.4]; % simulation time and operation values
% use ode45 to solve with w1 increase 10%
[t,y]=ode45(@f,tspan,y0,[],k,1.1*w1,w2,w,x1,x2);

figure(1);
plot(t,y(:,1));
title('Step change in 10% feed rate \itw_1');
xlabel('Time(min)'); ylabel('Level h (m)');
grid on;

figure(2);
plot(t,y(:,2));
title('Step change in 10% feed rate \itw_1');
xlabel('Time (min)'); ylabel('Composition x');
grid on;
%-----
function dydt = f(t, y, k, w1, w2, w, x1, x2)
dydt = [ k*(w1+w2-w)
          k*(w1*x1+w2*x2-w1*y(2)-w2*y(2))/y(1) ];
```

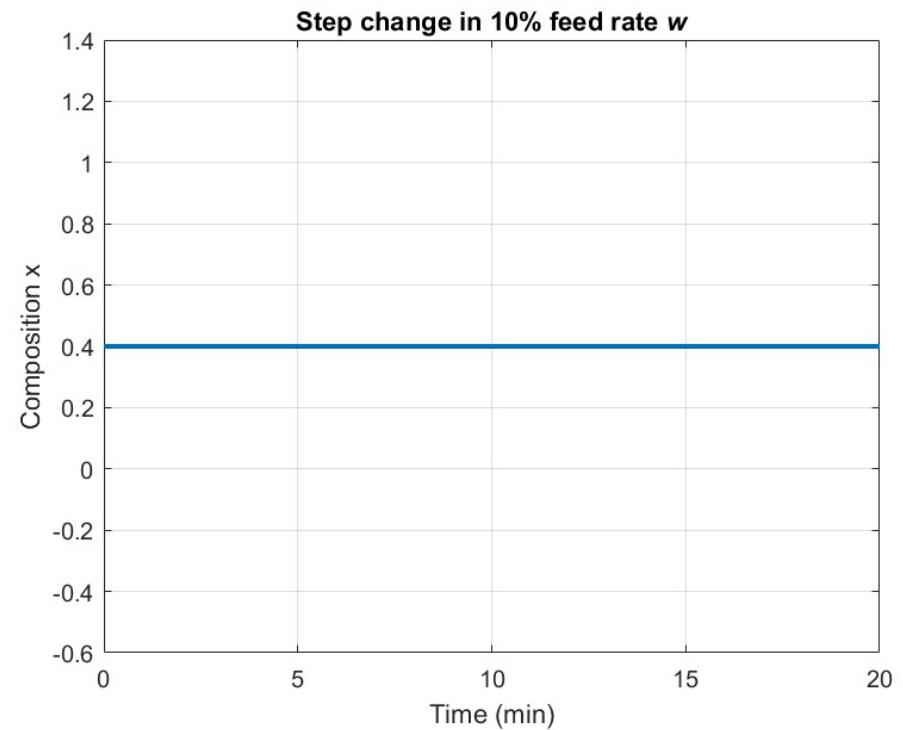
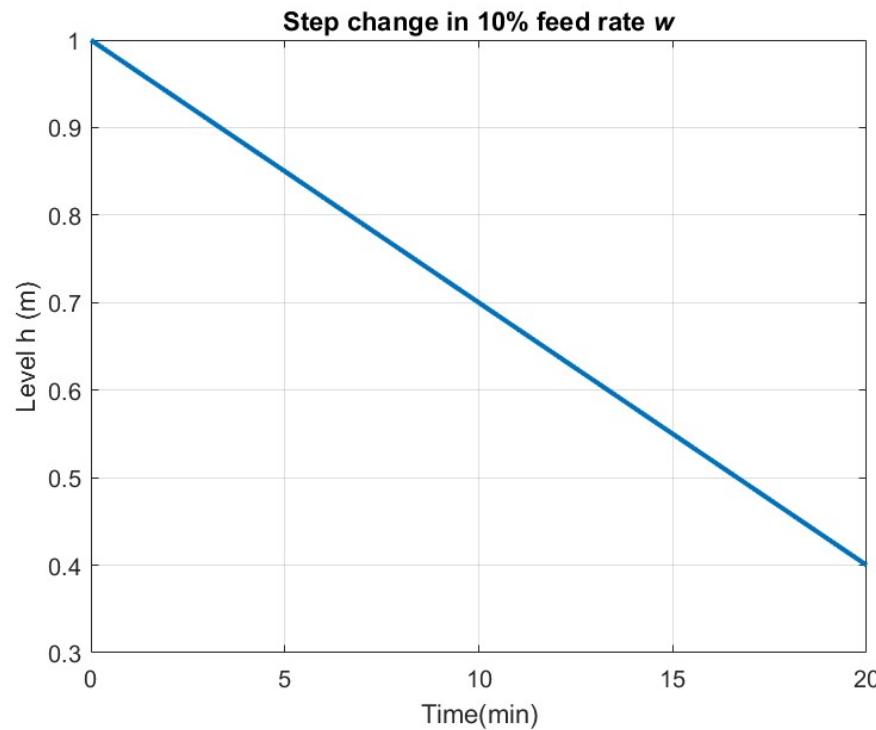
# Ví dụ mô phỏng bình khuấy trộn

- Kết quả mô phỏng đáp ứng với thay đổi 10% lưu lượng vào  $w_1$



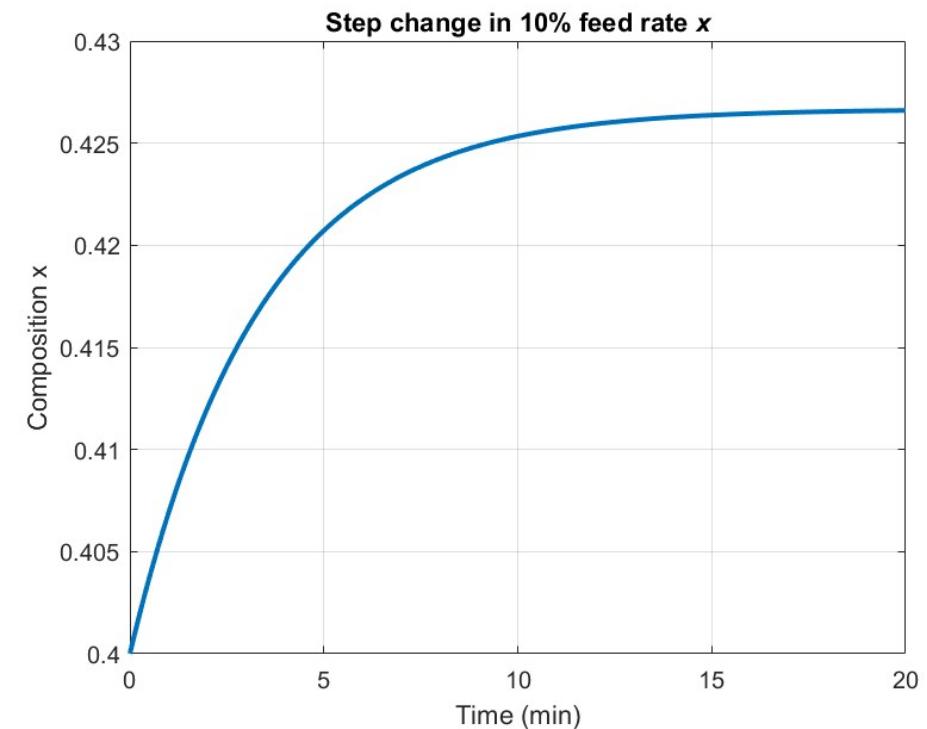
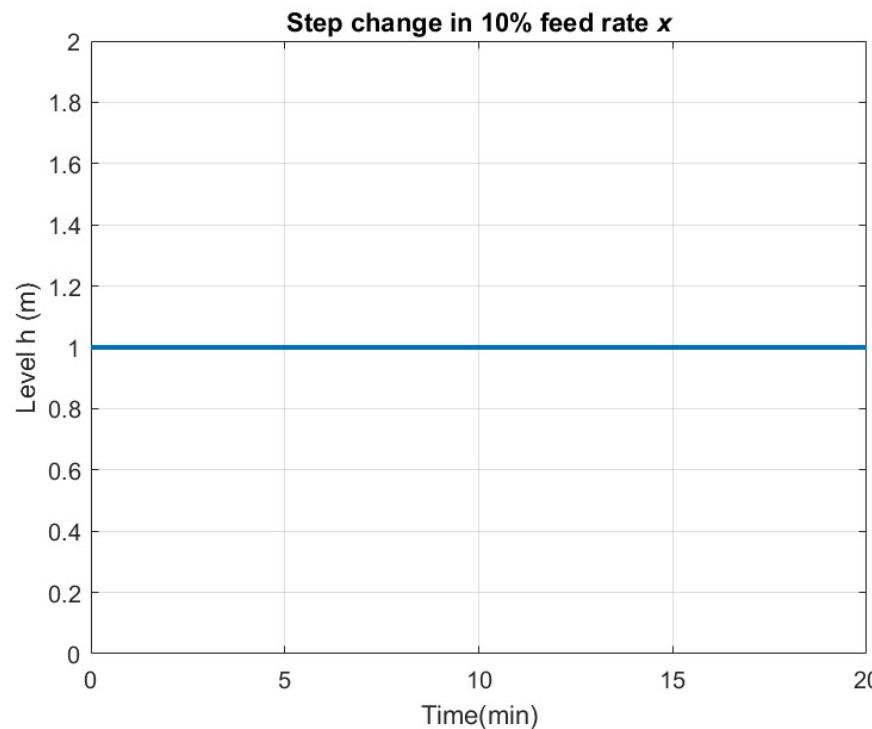
# Ví dụ mô phỏng bình khuấy trộn

- Kết quả mô phỏng đáp ứng với thay đổi 10% lưu lượng ra  $w$



# Ví dụ mô phỏng bình khuấy trộn

- Kết quả mô phỏng đáp ứng với thay đổi 10% thành phần vào  $x_1$



# Ví dụ thiết bị khuấy trộn (mô hình tuyến tính)



- Ví dụ tính toán với các thông số cho trước:

$$A = 0.8 \text{ m}^2, \rho = 1.25 \text{ kg/lít}$$

$$\overline{w_2} = 200 \text{ kg/phút}$$

$$\bar{x} = 0.4, \overline{x_1} = 0.8, \overline{x_2} = 0.2$$

$$\bar{h} = 1 \text{ mét}$$

- Từ các phương trình mô hình ở trạng thái xác lập:

$$\begin{cases} 0 = \overline{w_1} + \overline{w_2} - \bar{w} \\ 0 = \overline{w_1} \overline{x_1} + \overline{w_2} \overline{x_2} - (\overline{w_1} + \overline{w_2}) \bar{x} \end{cases}$$

- Ta xác định được các giá trị còn lại tại điểm làm việc:

$$\overline{w_1} = 100 \text{ [kg/phút]}$$

$$\bar{w} = 300 \text{ [kg/phút]}$$

- Thay vào các ma trận truyền đạt:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} -\frac{0.001}{s} & \frac{0.001}{s} \\ 0 & -\frac{0.00067}{3.333s + 1} \end{bmatrix}, G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.001}{s} & 0 & 0 \\ -\frac{0.000667}{3.333s + 1} & \frac{0.333}{3.333s + 1} & \frac{0.667}{3.333s + 1} \end{bmatrix}$$

# Ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục (mô hình tuyến tính)



% Simulation of the blending process with linearized model

```
w1 = 100;  
w2 = 200;  
w = 300;  
x1 = 0.8;  
x2 = 0.2;  
x = 0.4;  
k = 0.001;  
T = 1/(k*w);  
Gw1h = tf(k, [1 0]);  
Gw1x = tf((x1-x)/w, [T 1]);  
t = 0:0.1:20;  
y0 = [1; 0.4];  
y = step([Gw1h Gw1x], t)*w1*0.1;
```

# Ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục (mô hình tuyến tính)



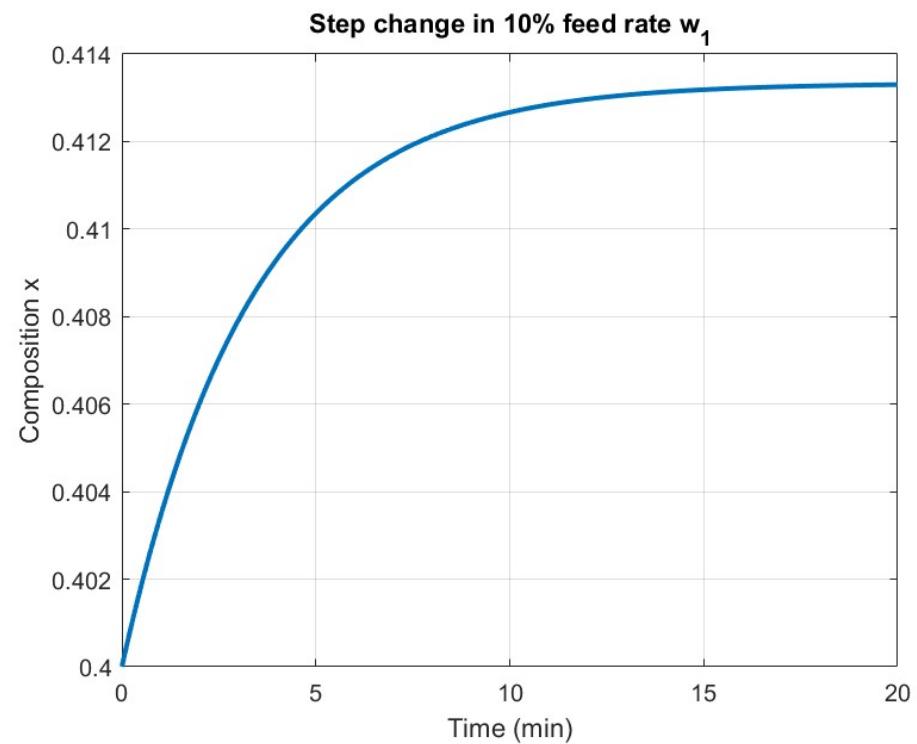
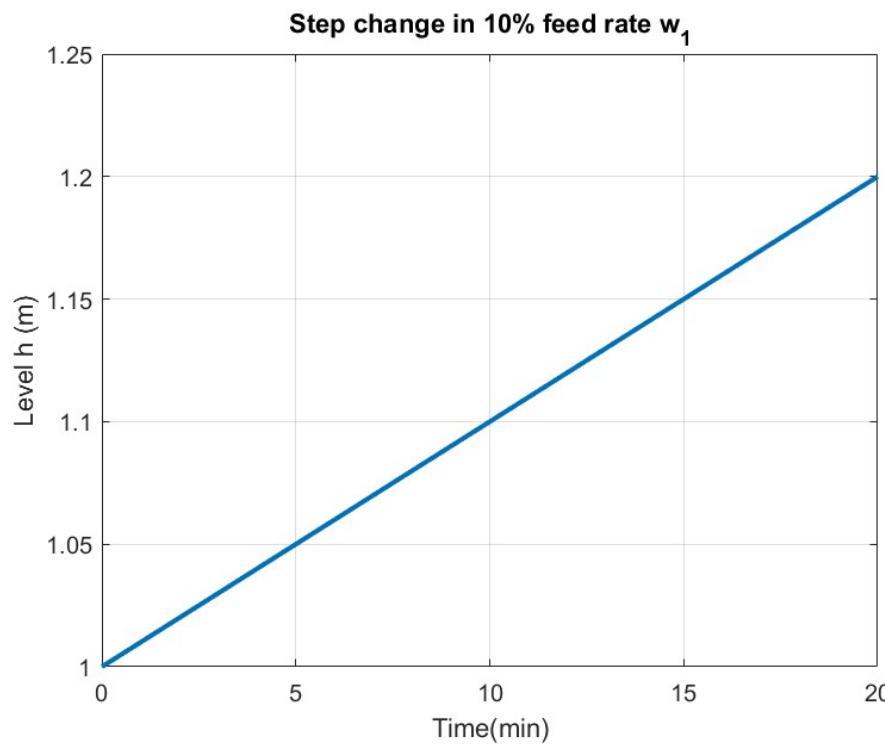
Vẽ đồ thị biểu diễn kết quả mô phỏng

```
figure(1);
plot(t,y(:,1)+y0(1));
title('Step change in 10% feed rate w_1');
xlabel('Time (min)');
ylabel('Level h (m)');
grid
figure(2);
plot(t,y(:,2)+y0(2));
title('Step change in 10% feed rate w_1');
xlabel('Time (min)');
ylabel('Composition x');
grid
```

# Ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục (mô hình tuyến tính)



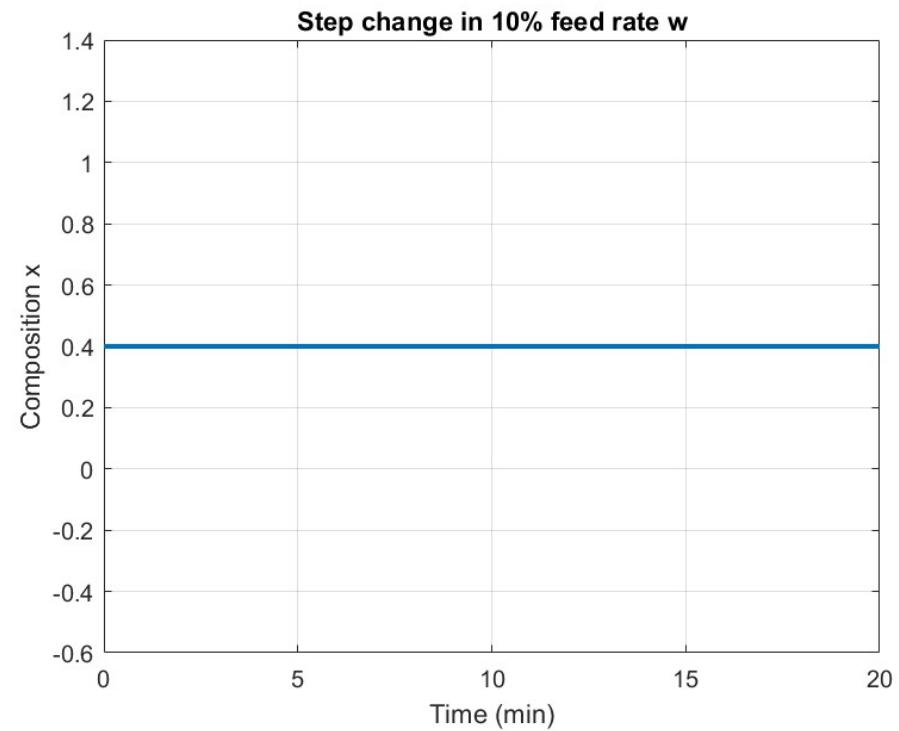
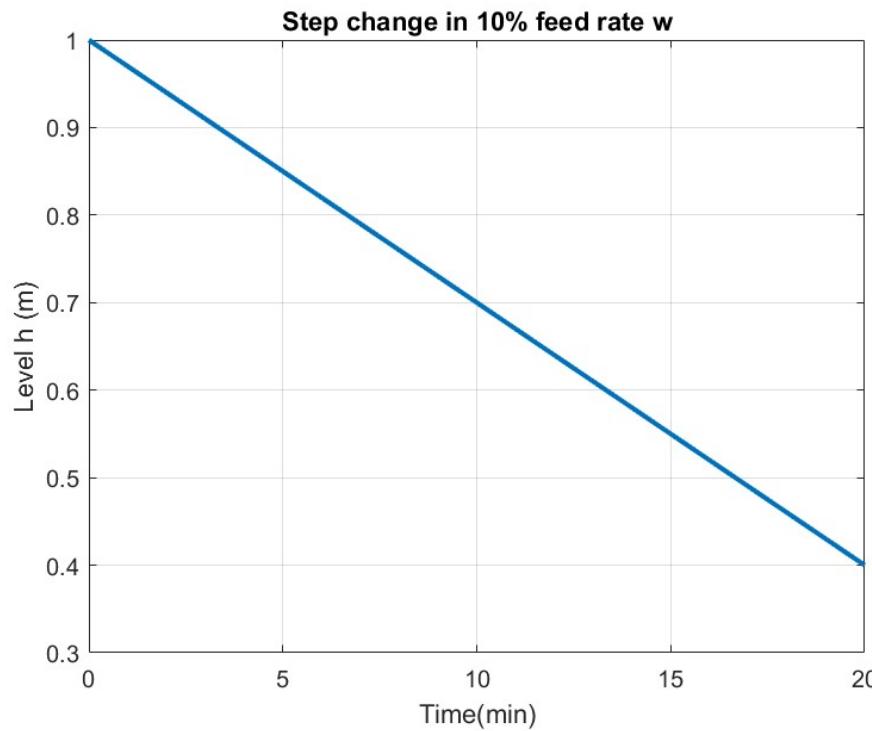
- Kết quả mô phỏng đáp ứng với thay đổi 10% lưu lượng vào  $w_1$



# Ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục (mô hình tuyến tính)



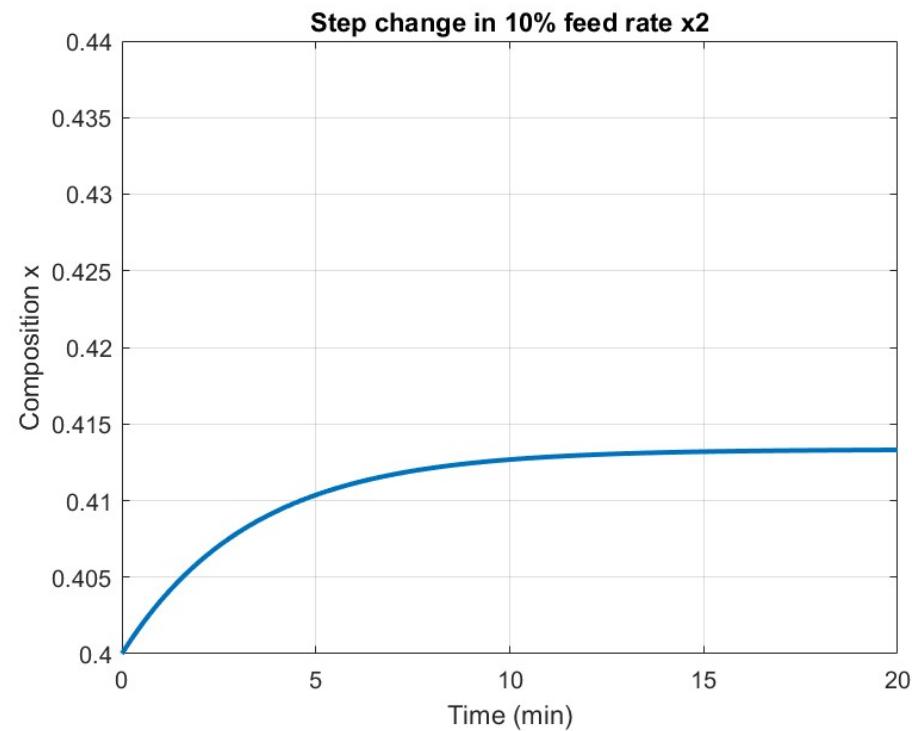
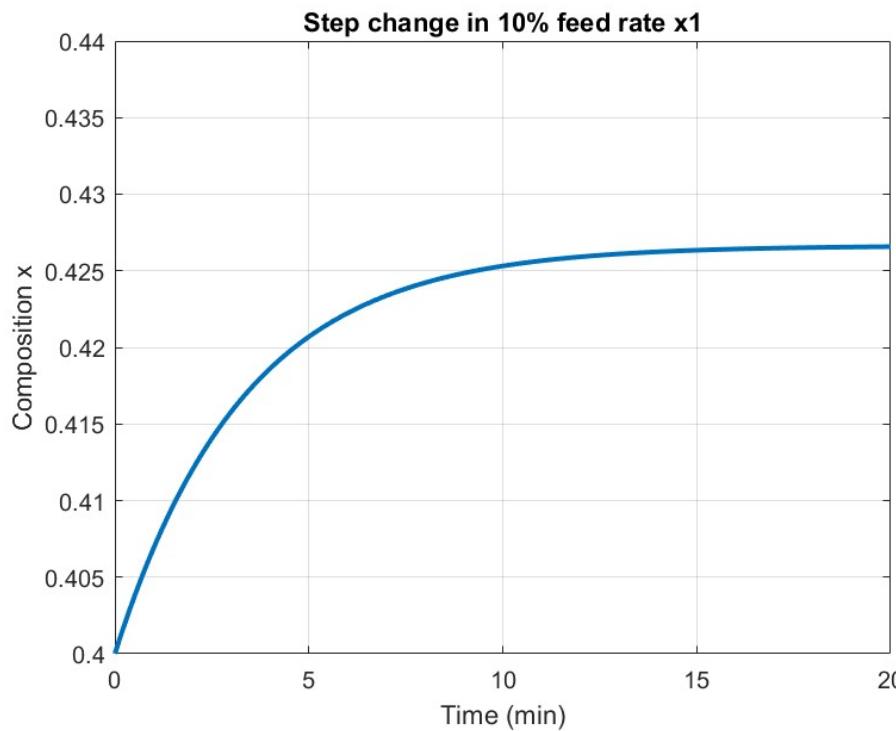
- Kết quả mô phỏng đáp ứng với thay đổi 10% lưu lượng ra  $w$



# Ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục (mô hình tuyến tính)



- Kết quả mô phỏng đáp ứng của thành phần ra với thay đổi 10% thành phần vào  $x_1$  và  $x_2$  tương ứng





# Tóm tắt yêu cầu bài giảng

- Nắm vững ý nghĩa, mục đích sử dụng của mô hình quá trình trong các bước phát triển hệ thống
- Nắm vững các bước xây dựng mô hình toán học bằng lý thuyết, ý nghĩa của từng bước:
  - Phân tích bài toán, nhận biết các biến quá trình (Để làm gì? Dựa vào đâu?)
  - Xây dựng các phương trình mô hình (Dạng phương trình? Cơ sở nào?)
  - Phân tích bậc tự do của mô hình (Để làm gì? Diễn giải ý nghĩa cụ thể?)
  - Tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc (Để làm gì? Như thế nào? Kết quả là gì?)



# Phần tự học/tự nghiên cứu

- Đọc thêm cuốn sách giáo trình: Cơ sở hệ thống điều khiển quá trình.
  - Xem chương 2 về tổng quan và phân loại các mô hình toán học thông dụng trong điều khiển
  - Nghiên cứu thêm các ví dụ mô hình hóa trong chương 3
- Câu hỏi, bài tập:
  - Các câu hỏi và bài tập cuối chương 3 trong sách giáo trình
  - Sử dụng MATLAB, chạy lại ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục
  - Tự luyện tập ví dụ mô phỏng bình chứa nhiệt (phi tuyến và tuyến tính hóa) sử dụng MATLAB, tự cho các thông số công nghệ phù hợp.