

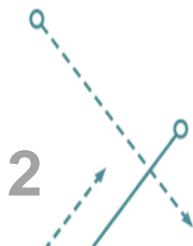


CHƯƠNG 6: THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP EINSTEIN

1. HAI TIÊN ĐỀ EINSTEIN

1.1 Những khái niệm mở đầu

- **Hệ quán tính:**
 - Là một hệ mà trong đó một vật có gia tốc bằng 0 nếu như nó không tương tác với các vật khác (ĐL 1 Newton)
 - Một hệ chuyển động đều so với một hệ quán tính thì bản thân nó cũng là một hệ quán tính
- **Khối lượng và trọng lượng:** m – bất biến, không phụ thuộc vào môi trường xung quanh và phương pháp đo. p – là độ lớn của lực trọng trường tác dụng lên vật và nó thay đổi theo vị trí: $p=mg$



- **Cơ học cổ điển – Cơ học Newton:**

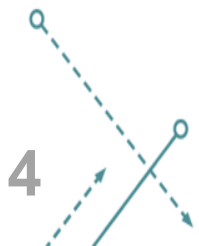
- Không gian, thời gian và vật không phụ thuộc vào sự chuyển động của nó,
- Trong hệ quán tính đứng yên và hệ quán tính chuyển động thẳng đều, thời gian xảy ra hiện tượng đang quan sát không thay đổi, kích thước và khối lượng của vật ở mọi trạng thái cũng không thay đổi.

Như vậy: thời gian và không gian trong cơ học cổ điển là tuyệt đối – không phụ thuộc vào chuyển động. Khối lượng của vật là bất biến và vật tốc truyền tương tác giữa các vật có thể là vô hạn??



- **Thuyết tương đối Galile:**

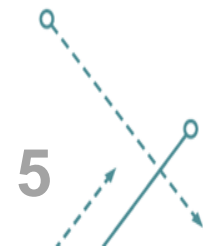
- Tất cả các định luật cơ học đều như nhau trong các hệ quy chiếu quán tính
- Những chuyển động cơ học đều tuân theo các định luật của Newton
- Không có khái niệm chuyển động tuyệt đối trong không gian và cũng không có khái niệm về hệ quán tính ưu tiên.



1. 2. Các phép đo thời gian và độ dài - Một vấn đề nguyên lý

Einstein đã không thể tìm được một chứng minh thỏa đáng nào cho phép biến đổi Galileo $t = t'$, nghĩa là cho việc khẳng định rằng hai quan sát viên có thể đảm bảo là một biến cố xảy ra tại cùng một thời điểm.

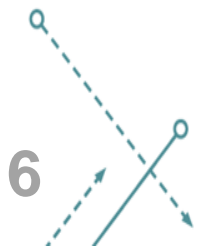
Trong những điều kiện đó Einstein đã loại bỏ phép biến đổi $t = t'$, và tất cả các phép biến đổi Galileo nói chung.



1.3. Các tiên đề Einstein

1. Tiên đề về tương đối: *(nguyên lý tương đối)*

“Các định luật vật lý hoàn toàn giống nhau đối với những người quan sát trong mọi hệ quy chiếu quán tính. Không có hệ nào ưu tiên hơn hệ nào”



2. Tiên đề về vận tốc ánh sáng (Nguyên lí về sự bất biến của vận tốc ánh sáng)

“Vận tốc ánh sáng trong chân không có cùng một giá trị bằng

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.10^8 \text{ m/s}$$

theo mọi phương và trong hệ quy chiếu quán tính”.

Cũng có thể nói rằng *“Vận tốc ánh sáng trong chân không đều bằng nhau đối với mọi hệ quán tính. Nó có giá trị bằng $c = 3.10^8 \text{ m/s}$ và là giá trị vận tốc cực đại trong tự nhiên”.*

2. PHÉP BIẾN ĐỔI GALILEO

Xét hai hệ qui chiếu quán tính K và K'. Hệ K' chuyển động thẳng đều với vận tốc V so với hệ K, dọc theo phương x.

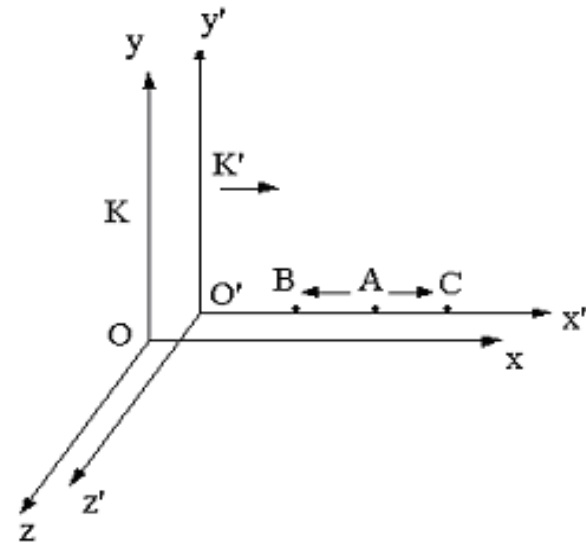
Biến đổi Galileo:

- Thời gian diễn biến một quá trình vật lí trong các hệ qui chiếu quán tính K và K' là như nhau: $t = t'$.
- Khoảng cách giữa hai điểm 1 và 2 trong hệ K và K' bằng nhau':

và vận tốc của chất điểm trong hệ K và K':

Các kết quả trên đây đều đúng đối với

$v \ll c$



$$\Delta \ell = \underbrace{x_2 - x_1}_{\text{trong hệ K}} = \Delta \ell' = \underbrace{x'_2 - x'_1}_{\text{trong hệ K'}}$$

$$v = v' + V$$

- Định luật cộng vận tốc, hệ quả của nguyên lý tương đối Galileo cũng không áp dụng được: tức là ánh sáng truyền đến B với vận tốc $c + V > c$, còn ánh sáng truyền đến C với vận tốc $c - V < c$.

Điều này mâu thuẫn với nguyên lý thứ 2 trong thuyết tương đối Einstein.

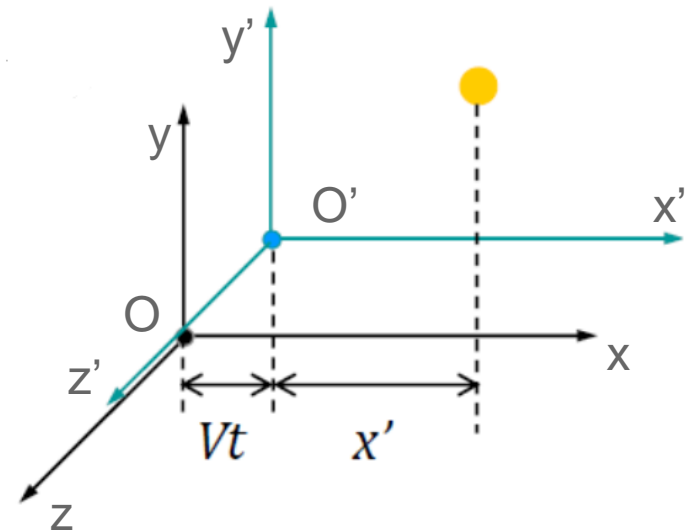
- Đối với hệ K' bóng đèn là đứng yên vì nó cùng chuyển động với hệ K' . Trong hệ K' các tín hiệu sáng sẽ tới các điểm B và C ở cách đều A cùng một lúc.

Nhưng trong hệ K , điểm B chuyển động đến gặp tín hiệu sáng, còn điểm C chuyển động ra xa khỏi tín hiệu sáng, do đó trong hệ K tín hiệu sáng sẽ đến điểm B sớm hơn đến điểm C. Như vậy trong hệ K , các tín hiệu sáng tới điểm B và điểm C không đồng thời.



3. PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

- Xét hai hệ qui chiếu quán tính K và K'.
- **Tại $t = 0$: O, O' trùng nhau**, K' chuyển động thẳng đều so với K với vận tốc V theo phương x . Theo thuyết tương đối thời gian không có tính chất tuyệt đối mà phụ thuộc vào hệ qui chiếu, nghĩa là $t \neq t'$.
- Giả sử tọa độ x' là hàm của x và t theo phương trình: $x' = f(x, t)$



- Đối với hệ K, gốc O' chuyển động với vận tốc V:

$$x = Vt \quad \text{hay} \quad x - Vt = 0$$

x là tọa độ của gốc O' trong hệ K.

Đối với hệ K', gốc O' đứng yên, do đó:

$$x' = 0 \Rightarrow x' = f(x, t) = \alpha(x - Vt)$$

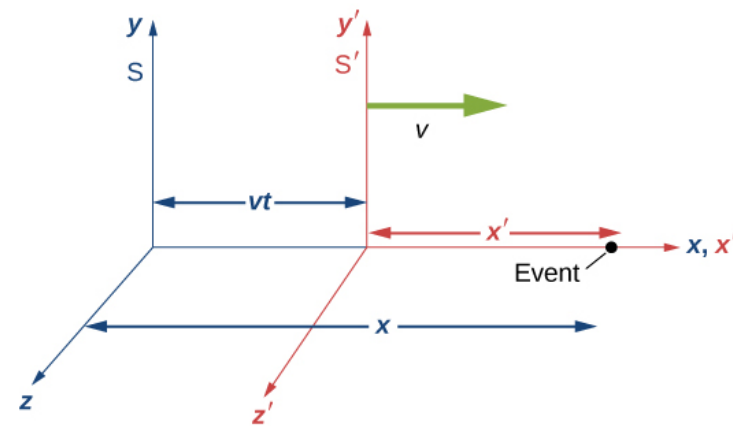
trong đó α là hằng số.

- Tương tự: Đối với hệ K', gốc O chuyển động với vận tốc $-V$. Nhưng đối với hệ K, gốc O là đứng yên.

$$x = \beta(x' + Vt')$$

Theo tiên đề thứ nhất của Einstein thì mọi hệ qui chiếu quán tính đều tương đương nhau, nghĩa là phương trình tọa độ cho x có thể suy ra x' và ngược lại. (thay V bằng $-V$; t bằng t' ..) như vậy ta có:

$$\alpha = \beta$$



- Theo tiên đề hai: $x = ct \Rightarrow t = \frac{x}{c}$

$$x' = ct' \Rightarrow t' = \frac{x'}{c}$$

Thay vào phương trình cho x và x' :

$$\begin{aligned} x' &= \alpha \left(x - \frac{xV}{c} \right) \\ x &= \alpha \left(x' + \frac{x'V}{c} \right) \end{aligned} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Thay α vào các công thức trên ta nhận được các **công thức của phép biến đổi Lorentz**.



Phép biến đổi Lorentz:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{V} \cdot x - \frac{x'}{V} \rightarrow$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Vì hệ K' chuyển động dọc theo trục x nên $y = y'$ và $z = z'$



Từ kết quả trên ta nhận thấy:

- Nếu $c \rightarrow \infty$ (tương tác tức thời) hay khi $V/c \rightarrow 0$ (sự gần đúng cổ điển khi $V \ll c$) thì:

$$x' = x - Vt; y' = y; z' = z; t' = t$$

$$x = x' + Vt; y' = y; z' = z; t' = t$$

nghĩa là chuyển về phép biến đổi Galileo.

- Khi $V > c$, tọa độ x , t trở nên ảo, do đó không thể có các chuyển động với vận tốc lớn hơn vận tốc ánh sáng.



3. CÁC HỆ QUẢ CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

3.1. Khái niệm về tính đồng thời và quan hệ nhân quả

Giả sử trong hệ quán tính K có hai biến cố $A_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$ và biến cố $A_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$ với $x_1 \neq x_2$

Theo biến đổi Lorentz ta có khoảng thời gian giữa hai biến cố đó trong hệ K' chuyển động đều đối với hệ K với vận tốc V dọc theo trục x :

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{V}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \neq 0$$

Như vậy khái niệm đồng thời là một khái niệm tương đối.



Ví dụ về quan hệ nhân quả:

viên đạn được bắn ra (nguyên nhân), viên đạn trúng đích (kết quả). Gọi $A_1(x_1, t_1)$ là biến cố viên đạn bắn ra và $A_2(x_2, t_2)$ là biến cố viên đạn trúng đích. Trong hệ K: $t_2 > t_1$. Gọi u là vận tốc viên đạn và giả sử $x_2 > x_1$, ta có $x_2 - x_1 = u(t_2 - t_1)$. Thay vào phương trình trên ta có:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{V}{c^2} \cdot u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{(t_2 - t_1) \left[1 - \frac{V \cdot u}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Ta luôn có $u \ll c \rightarrow$ nếu $t_2 > t_1$ thì $t'_2 > t'_1$

Trong quan hệ nhân quả, nguyên nhân (biến cố viên đạn được bắn ra) luôn xảy ra trước, kết quả (biến cố viên đạn trúng đích) xảy ra sau.



3.2. Sự co của độ dài (sự co ngắn Lorentz)

Xét hai hệ qui chiếu quán tính K và K'. Hệ K' chuyển động thẳng đều với vận tốc V so với hệ K dọc theo trục x. Giả sử có một thanh đứng yên trong hệ K' đặt dọc theo trục x', độ dài của nó trong hệ K' bằng:

$$\ell_0 = x'_2 - x'_1$$

Gọi ℓ là độ dài của thanh trong hệ K. Từ phép biến đổi Lorentz ta có:

$$x'_2 = \frac{x_2 - Vt_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x'_1 = \frac{x_1 - Vt_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



Vị trí các đầu của thanh trong hệ K tại cùng một thời điểm: $t_2 = t_1$ là:

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\rightarrow \ell = \ell_o \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < \ell_o$$

Vậy: “**độ dài (dọc theo phương chuyển động) của thanh trong hệ qui chiếu mà thanh chuyển động ngắn hơn độ dài của thanh ở trong hệ mà thanh đứng yên**”.

Nói một cách khác khi vật chuyển động, kích thước của nó bị co ngắn theo phương chuyển động.





$$v = 0$$

$$L^* = L$$



$$v = 0.87c$$

$$L^* = 0.5L$$



$$v = 0.995c$$

$$L^* = 0.25L$$



$$v = 0.999c$$

$$L^* = 0.045L$$



$$v \rightarrow c$$

$$L^* \rightarrow 0$$

3.3. Sự giãn của thời gian

- Xét hai hệ qui chiếu quán tính K, K'. Hệ K' chuyển động đều với vận tốc V so với hệ K dọc theo trục x.

Ta đặt một đồng hồ đứng yên trong hệ K'.

Xét hai biến cố xảy ra tại cùng một điểm A trong hệ K' ($x'_1 = x'_2$)

- Từ phép biến đổi Lorentz ta có:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2} x'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2} x'_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Khoảng thời gian giữa hai biến cố trong hệ K và K':

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \Leftrightarrow \Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < \Delta t$$



4. Phép biến đổi vận tốc

Giả sử v là vận tốc của chất điểm đối với hệ quán tính K , v' là vận tốc của chất điểm đó đối với hệ quán tính K' . Hệ K' chuyển động thẳng đều với vận tốc V đối với hệ K dọc theo phương x .

Ta hãy tìm định luật tổng hợp vận tốc liên hệ giữa v và v' :

$$dx' = \frac{dx - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad dt' = \frac{dt - \frac{V}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - Vdt}{dt - \frac{V}{c^2}dx} = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$



Định lí tổng hợp vận tốc trong thuyết tương đối theo phương y,z:

$$dy' = dy \Rightarrow v'_y = \frac{dy \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt - \frac{V}{c^2} dx} = \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$

$$dz' = dz \Rightarrow v'_z = \frac{dz \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt - \frac{V}{c^2} dx} = \frac{v_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$

- Nếu $V/c \ll 1$ thì sẽ như trong cơ học cổ điển:

$$v'_x = v_x - V$$

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

- Nếu $v_x = c \Rightarrow v'_x = \frac{c - V}{1 - \frac{Vc}{c^2}} = c$



4. ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI - HỆ THỨC EINSTEIN

1. Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm

- Khi một vật chuyển động với vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng thì khối lượng của vật phụ thuộc vào vận tốc:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

=> Khối lượng có tính tương đối, nó phụ thuộc hệ qui chiếu.

Do đó để mô tả chuyển động của chất điểm với vận tốc lớn cần có phương trình khác tổng quát hơn cho định luật II Newton. Theo thuyết tương đối phương trình:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v})$$



2. Động lượng và năng lượng

- Động lượng của một vật bằng:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v}$$

- Tính năng lượng của vật:

Theo định luật bảo toàn năng lượng, độ tăng năng lượng của vật bằng công của ngoại lực tác dụng lên vật:

$$dE = dA = \vec{F} \vec{ds} \Leftrightarrow dE = Fds = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) ds$$

$$\Rightarrow dE = \frac{m_o v dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}}$$



- Mặt khác

$$dm = \frac{m_0 v dv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow dE = c^2 dm$$

$$E = mc^2 + C$$

trong đó C là một hằng số tích phân. Do $m = 0$ thì $E = 0$, ta rút ra $C = 0$.

Vậy ta có hệ thức ***Einstein***:

$$E = mc^2$$

Ý nghĩa của hệ thức Einstein: Khối lượng là đại lượng đặc trưng cho mức **quán tính** của vật, năng lượng đặc trưng cho **mức độ vận động** của vật.

3. Các hệ quả

a. Năng lượng nghỉ của vật: đó là năng lượng lúc vật đứng yên.

$$E = m_0 c^2$$

Lúc chuyển động vật có thêm động năng:

$$mc^2 = m_0 c^2 + E_d \quad \Rightarrow W_d = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Khi $v \ll c$ thì:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots$$

Ta thu được biểu thức động năng trong cơ học cổ điển:

$$\Rightarrow E_d \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{m_0 v^2}{2}$$



b. Năng lượng và động lượng của vật

$$E = mc^2 = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2$$

$$\rightarrow m_o^2 c^4 = E^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$\rightarrow E^2 = m_o^2 c^4 + p^2 c^2$$

Đây là biểu thức liên hệ giữa năng lượng và động lượng.



Bài tập ví dụ

Thí dụ 1: Vật chuyển động phải có vận tốc bao nhiêu để người quan sát đứng ở hệ qui chiếu gắn với trái đất thấy chiều dài của nó giảm đi 25%.

Bài giải: Chiều dài của vật chuyển động xác định theo công thức:

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{\ell_0 - \ell}{\ell_0} = 0,25 \rightarrow \frac{\ell}{\ell_0} = 0,75 \rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,75$$

$$\rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1 - 0,75^2} = 0,6615 \rightarrow v = 198600 (km / s)$$



Thí dụ 2: Tìm vận tốc của hạt mêzôn để năng lượng toàn phần của nó lớn gấp 10 lần năng lượng nghỉ của nó.

Theo thuyết tương đối:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 10 \rightarrow \frac{v}{c} = 0,995$$

Suy ra vận tốc của hạt mêzôn là:

$$v = 2,985.10^8 \text{ m/s}$$

