

## BÀI TẬP CHƯƠNG 2

BÀI 1:

Ta có  $\int_{-\infty}^{\infty} f x^{(x)} = F(t)$

Xét  $t \leq 0 : F(t) = \int_{-\infty}^0 f x^{(x)} dx = 0$

Xét  $0 < t \leq 1 : F(t) = \int_{-\infty}^0 f x^{(x)} dx + \int_0^t f x^{(x)} dx$   
$$= 0 + \left(\frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^t = \frac{t^2}{2}$$

Xét  $1 < t \leq 2 :$

$$\begin{aligned} F(t) &= \int_{-\infty}^0 f x^{(x)} dx + \int_0^1 f x^{(x)} dx + \int_1^t f x^{(x)} dx \\ &= 2t - \frac{t^2}{2} - 1 \end{aligned}$$

Xét  $t > 2$

$$\begin{aligned} F(t) &= \int_{-\infty}^0 f x^{(x)} dx + \int_0^1 f x^{(x)} dx + \int_1^2 f x^{(x)} dx + \int_2^t f x^{(x)} dx \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b, P\left(\left\{\frac{6}{5} < X \leq 3\right\}\right) &= \int_{6/5}^2 f x^{(x)} dx + \int_2^3 f x^{(x)} dx \\ &= \frac{8}{25} \end{aligned}$$

Số lần nhiều nhất mà có thể xảy ra là

$$(n+1).p = (10+1).0,32 = 3,52 \text{ nhiều nhất là } 3$$

$$\text{Xác suất tương ứng là : } C_{10}^3 \cdot 0,32^3 \cdot 0,68^7 = 0,264$$

## BÀI 2:

$$a, k + 2k + 3k + 4k = 1$$

$$\text{suy ra } k = 0,1$$

ta có hàm phân bố xác suất như sau:

$$f_{X(x)} = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 1 \\ 0,1 & \text{nếu } 1 \leq x < 2 \\ 0,3 & \text{nếu } 2 \leq x < 3 \\ 0,6 & \text{nếu } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{nếu } x \geq 4 \end{cases}$$

$$b, \text{ Kỳ vọng } EX: 0,1+0,4+0,9+1,3 = 3$$

$$EX^2 = 0,1+4.0,2+9.0,3+16.0,4 = 10$$

$$DX = EX^2 - (EX)^2 = 10-9 = 1$$

c,

X	1	2	3	4
$Y=X^2-5X+5$	1	-1	-1	1

$$P(Y=1) = P(X=1) \cup P(X=4) = 0,1 + 0,4 = 0,5$$

$$P(Y=-1) = P(X=2) \cup P(X=3) = 0,2+0,3 = 0,5$$

Bảng phân bố xác suất của Y

Y	-1	1
P(Y)	0,5	0,5

$$EX = -0,5+0,5 = 0$$

### BÀI 3:

Gọi X là số sản phẩm loại 1 lấy được

Bảng phân bố xác suất

X	0	1	2
P(X)	36/91	45/91	10/91

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \\ \frac{36}{91} & \text{nếu } 0 \leq x < 1 \\ \frac{45}{91} & \text{nếu } 1 \leq x < 2 \\ \frac{10}{91} & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$$

Kỳ vọng  $EX = 65/91$

Phương sai  $DX = 85/91 - (65/91)^2 = 20/91$

### BÀI 4:

Gọi X là số lần thử bóng

Tính xác suất của các lần thử

$$P(X=2) = \frac{2.1}{5.4} = \frac{1}{10}$$

$$P(X=3) = 2 \cdot \frac{2.3.1}{5.4.3} = \frac{2}{10}$$

$$P(X=4) = 3 \cdot \frac{2.3.2.1}{5.4.3.2} = \frac{3}{10}$$

$$P(X=5) = 4 \cdot \frac{2.3.2.1}{5.4.3.2} = \frac{4}{10}$$

Ta có bảng phân bố xác suất như sau

X	2	3	4	5
P(X)	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

$$\text{Kỳ vọng là } EX = 2 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{2}{10} + 4 \cdot \frac{3}{10} + 5 \cdot \frac{4}{10} = 4$$

BÀI 5:

$$f x^{(x)} = F_x(x)'$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f x^{(x)} dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^1 (2x + k) dx + \int_1^{\infty} 0 dx = 1$$

$$1 + k - 0 = 1$$

$$K = 0$$

Hàm mật độ xác suất  $f x^{(x)}$  là :

$$f x^{(x)} = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \leq 0 \\ 2x & \text{nếu } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& P\left(\left\{-\frac{1}{2} < X \leq \frac{1}{4}\right\}\right) \cup \left\{X > \frac{1}{2}\right\} \\
&= P\left(\left\{-\frac{1}{2} < X \leq \frac{1}{4}\right\}\right) + P\left\{X > \frac{1}{2}\right\} - P\left(\left\{-\frac{1}{2} < X \leq \frac{1}{4}\right\}\right) \cdot P\left\{X > \frac{1}{2}\right\} \\
&= \frac{1}{16} + \frac{3}{4} - 0 \\
&= \frac{13}{16}
\end{aligned}$$

BÀI 6:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f x^{(x)} dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} f x^{(x)} dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f x^{(x)} dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} f x^{(x)} dx = 1$$

$$k \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - k \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$2k = 1$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có } \int_{-\infty}^{\infty} f x^{(x)} dx = F(t)$$

$$\text{Xét } t \leq -\frac{\pi}{2} : F(t) = \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} f x^{(x)} dx = 0$$

$$\begin{aligned}
\text{Xét } -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} : F(t) &= \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} f x^{(x)} dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^t f x^{(x)} dx \\
&= \frac{1}{2} \sin(t) - \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot [\sin(t) + 1]
\end{aligned}$$

$$\text{Xét } \frac{\pi}{2} \leq t :$$

$$\begin{aligned}
 F(t) &= \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} f x^{(x)} dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f x^{(x)} dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^t f x^{(x)} dx \\
 &= \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1
 \end{aligned}$$

Ta có hàm phân bố xác suất như sau:

$$f x^{(x)} = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2} \cdot [\sin(t) + 1] & \text{nếu } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{nếu } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$P\left(\left\{0 < X \leq \frac{\pi}{4}\right\}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f x^{(x)} dx$$

$$\begin{aligned}
 EX &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f x^{(x)} dx \\
 &= \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} x \cdot f x^{(x)} dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cdot f x^{(x)} dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} x \cdot f x^{(x)} dx \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cdot f x^{(x)} dx \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos(x) dx
 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x = u \\ \cos(x) dx = dv \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} dx = du \\ \sin(x) = v \end{cases}$$

$$EX = \frac{1}{2} \cdot \left[ x \cdot \sin(x) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

BÀI 7:

$$0,1 + 0,3 + k + 0,4 = 1$$

$$k = 0,2$$

Hàm phân bố xác suất

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < -2 \\ 0,1 & \text{nếu } -2 \leq x < 1 \\ 0,4 & \text{nếu } 1 \leq x < 2 \\ 0,6 & \text{nếu } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{nếu } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{Kỳ vọng } EX = -0,2 + 0,3 + 0,6 + 1,2 = 1,9$$

$$\text{Phương sai } DX = 5,1 - 3,61 = 1,49$$

$$P(\{0 < X \leq 2\}) = P(X=1) + P(X=2) = 0,5$$

$$P(X = 2 | X \geq 1) = \frac{P(X=2 | X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{0,2}{(0,3 + 0,2 + 0,4)} = \frac{2}{9}$$

BÀI 8:

Gọi Y là số đạn xạ thủ đó bắn

Y	3	4	5
P(Y)	0,614	0,092	0,294

Hàm phân bố xác suất

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 3 \\ 0,614 & \text{nếu } 3 \leq x < 4 \\ 0,706 & \text{nếu } 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{nếu } x \geq 5 \end{cases}$$

Kỳ vọng  $EY = 3.0,614 + 4.0,092 + 5.0,294$

Gọi Z là số đạn còn thừa

Z	0	1	2
P(Z)	0,294	0,092	0,614

BÀI 9:

Gọi X là số sản phẩm loại 1

$$a, P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$= C_{15}^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{15} + C_{15}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^{14}$$

$$= 0,167$$

$$b, P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$$

$$= 1 - C_{15}^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{15}$$

$$= 0,965$$

Ta có  $(n+1) \cdot p = 3,2 \in \mathbb{Z}$

Suy ra số sản phẩm loại 1 cao nhất có thể nhận được là 3

$$P(X=4) = C_{15}^3 \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^{12} = 0,25$$

BÀI 10:

Gọi X là số sản phẩm có trọng lượng lớn hơn 99,35 kg

$$P(X > 99,35) = 1 - \Phi(-0,65)$$

$$= 1 - [1 - (1 - 0,7422)]$$



$$= 0,7422$$

$$\text{có } (n+1).p = 4,4532 \in \mathbb{Z}$$

Suy ra số sản phẩm có trọng lượng lớn hơn 99,35 kg là 4

$$P(X=4) = C_5^4 \cdot 0,7422^4 \cdot 0,2578^1 = 0,391$$

BÀI 11:

Gọi X là số cuộc điện thoại trong vòng t phút

a, Có ít nhất 1 cuộc gọi trong vòng 10s

$$\lambda = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Suy ra } P(Y) = e^{-1/3} \cdot \frac{1/3^0}{0!} = e^{-1/3}$$

$$P(X) = 1 - P(Y) = 0,283$$

b, trong khoảng 3 phút có nhiều nhất 3 cuộc gọi

$$\lambda = 2.3 = 6$$

$$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\ = \frac{61}{e^6}$$

c, Xét mỗi phút có nhiều nhất một cuộc gọi

$$\lambda = 2$$

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) \\ = \frac{3}{e^2}$$

Xác suất để trong 3 phút liên tiếp có nhiều nhất 1 cuộc gọi mỗi phút là :

$$P(X \leq 1)^3 = \frac{27}{e^6}$$

BÀI 12:

Gọi x là số vụ tai nạn xảy ra trong tháng

$$\lambda = 3.4 = 12$$

Xác suất để có ít nhất 4 vụ tai nạn xảy ra trong vòng 1 tháng

$$\begin{aligned} P(X \geq 4) &= 1 - P(X < 4) \\ &= 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)] \\ &= 1 - 0,0076 = 0,9924 \end{aligned}$$

BÀI 13:

Gọi X là số động cơ bị hỏng

a, Xác suất để máy bay thứ nhất hoạt động an toàn là

$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\ &= C_4^0 \cdot (1 - q) + C_4^1 \cdot q^1 \cdot (1 - q)^3 \\ &\quad + C_4^2 \cdot q^2 \cdot (1 - q)^2 \end{aligned}$$

b, Xác suất để máy thứ hai hoạt động an toàn là

$$\begin{aligned} P(X \leq 1) &= P(X=0) + P(X=1) \\ &= C_4^0 \cdot (1 - q) + C_4^1 \cdot q^1 \cdot (1 - q)^3 \end{aligned}$$

c, máy bay thứ nhất bay an toàn hơn vì

$$P(X \leq 2) > P(X \leq 1)$$

BÀI 14:

Gọi X là số trường hợp tử vong

a,  $\lambda = 8$

Xác suất để không có trường hợp nào tử vong

$$P(X=0) = e^{-8}$$

b,  $\lambda = 2$

Xác suất để ko có trường hợp nào tử vong trong vòng 15'

$$P(X=0) = e^{-2}$$

c,  $\lambda = 0,8$

Xác suất để không có trường hợp nào tử vong trong vòng 6 phút là

$$P(X=0) = e^{-0,8}$$

Trong 4 khoảng thời gian 6 phút liên tiếp không chồng nhau không có trường hợp tử vong nào là

$$P(X = 0)^4 = (e^{-0,8})^4$$

