poto Lũ Quang TRRI

NGÂN HÀNG CÂU HỎI THI TỰ LUẬN

Tên học phần: Toán rời rạc 1.................................... Mã học phần:.....................

Ngành đào tạo : Công nghệ thông tin .... Trình độ đào tạo: Đại học.........

By : Nguyễn Hà Giang My
Team : NHGM , Trịnh Mai Thương , Trần Việt Trinh .

1. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \to q) = (\neg p \vee q)$$

2. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) = \neg p \wedge \neg q$$

3. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \wedge q) \to (p \vee q) = T$$

4. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \leftrightarrow q) = (p \to q) \wedge (q \to p)$$

5. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$\neg p \to (q \to r) = q \to (p \vee r)$$

6. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \to r) \vee (q \to r) = (p \wedge q) \to r$$

7. Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị 568397421.

8. Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị 458796321.

9 . Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị 139587642.

10. Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị 236897541.

11 . Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liền kề tiếp theo của tổ hợp 2,6,8,9.

12. Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liền kề tiếp theo của tổ hợp 3,5,7,8.

13. Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liền kề tiếp theo của tổ hợp 4,6,7,9.

14. Cho tập A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liền kề tiếp theo của tổ hợp 1,5,6,8.

15. Có bao nhiêu biển số xe bắt đầu bằng 2 hoặc 3 chữ cái in hoa và kết thúc là 3 hoặc 4 chữ số, biết rằng có 26 chữ cái trong bảng chữ cái tiếng anh? (VD : RS 0912 là 1 biển số).

16. Có bao nhiêu biển số xe bắt đầu bằng 3 hoặc 4 chữ cái in hoa và kết thúc là 2 hoặc 3 chữ số, biết rằng có 26 chữ cái trong bảng chữ cái tiếng anh? (VD : ABZ 09 là 1 biển số).

17. Có bao nhiêu số nguyên trong khoảng từ 1000 đến 5000 chia hết cho 6 hoặc 9 ?

18. Có bao nhiêu số nguyên trong khoảng từ 5000 đến 9999 chia hết cho 8 hoặc 12 ?

19. Giả sử tất cả các số điện thoại trên thế giới đều theo quy tắc, bắt đầu bằng mã quốc gia dài từ 1 đến 3 chữ số, tức là có dạng X, XX hoặc XXX ; tiếp theo là 10 chữ số dạng NXX-NXX-XXXX trong đó N có thể nhận giá trị từ 1 đến 6, X biểu thị một chữ số từ 0 đến 9. Theo cách đánh số này, sẽ có tối đa bao nhiêu số điện thoại có thể dùng ?

20. Giả sử tất cả các số điện thoại trên thế giới đều theo quy tắc, bắt đầu bằng mã quốc gia dài từ 1 đến 3 chữ số, tức là có dạng X, XX hoặc XXX ; tiếp theo là 10 chữ số dạng NNX-NXX-XXXX trong đó N có thể nhận giá trị từ 5 đến 9, X biểu thị một chữ số từ 0 đến 9. Theo cách đánh số này, sẽ có tối đa bao nhiêu số điện thoại có thể dùng ?

21. Lớp học có 55 bạn nam và 35 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam bằng số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 6 thành viên và nhiều nhất 10 thành viên.

22. Lớp học có 60 bạn nam và 42 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam bằng số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 4 thành viên và nhiều nhất 8 thành viên.

23. Lớp học có 50 bạn nam và 20 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam đúng bằng 2 lần số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 6 thành viên và nhiều nhất 12 thành viên.

24. : Lớp học có 60 bạn nam và 25 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam đúng bằng 2 lần số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 3 thành viên và nhiều nhất 9 thành viên.

25. Trong kỳ thi tuyển sinh đại học khối A, các thí sinh thi trắc nghiệm môn Lý và Hóa, mỗi môn thi có 50 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có đúng 4 phương án trả lời và chỉ được lựa chọn tối đa 1 phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0.2 điểm, câu trả lời sai hoặc không trả lời thì không được điểm.

a) Hãy cho biết có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm môn Lý.
b) Cần có ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia để có ít nhất 10 sinh viên có tổng điểm Lý và Hóa bằng nhau. Biết rằng điểm thi không được làm tròn.

26. Trong kỳ thi tuyển sinh đại học khối A, các thí sinh thi trắc nghiệm môn Lý và Hóa, mỗi môn thi có 40 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có đúng 5 phương án trả lời và chỉ được lựa chọn tối đa 1 phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0.25 điểm, câu trả lời sai hoặc không trả lời thì không được điểm.

a) Hãy cho biết có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm môn Hóa.
b) Cần có ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia để có ít nhất 10 sinh viên có tổng điểm Lý và Hóa bằng nhau, biết rằng điểm thi không được làm tròn.

27. Một bài thi trắc nghiệm có 30 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 5 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 3 điểm, trả lời sai bị trừ 1 điểm, nếu không trả lời thì câu đó nhận 0 điểm. Biết rằng tổng điểm thấp nhất là 0. Hãy cho biết:

a) Có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm (mỗi câu chỉ được chọn tối đa 1 phương án).
b) Cần bao nhiêu sinh viên tham gia thi để đảm bảo có ít nhất 2 sinh viên có cùng kết quả thi.

28. Một bài thi trắc nghiệm có 35 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 3 điểm, trả lời sai bị trừ 1 điểm, nếu không trả lời thì câu đó nhận 0 điểm. Biết rằng tổng điểm thấp nhất là 0. Hãy cho biết:

a) Có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm (mỗi câu chỉ được chọn tối đa 1 phương án).
b) Cần bao nhiêu sinh viên tham gia thi để đảm bảo có ít nhất 2 sinh viên có cùng kết quả thi.

29. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 13$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn
a) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0$
b) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 3, x_3 \leq 5$

30. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn
a) $x_1 \geq 2, x_2 \geq 0, x_3 \geq 4$
b) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 0, x_3 \leq 7$

31. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 14$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn
a) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 3, x_3 \geq 1$
b) $x_1 \geq 0, x_2 \leq 6, x_3 \geq 3,$

32. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 16$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn
c) $x_1 \geq 2, x_2 \geq 0, x_3 \geq 2$
d) $x_1 \leq 6, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0$

33.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 2,\ a_1 = 6,\ a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 0 liên tiếp.
c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 7.

34.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 4,\ a_1 = 8,\ a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 1 liên tiếp.
c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 6.

35.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 1,\ a_1 = 5,\ a_n = -a_{n-1} + 6a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, bắt đầu bằng số 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.
c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 7.

36.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 6$, $a_1 = 7$, $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, kết thúc bằng số 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 6.

37.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 5$, $a_1 = 4$, $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, bắt đầu bằng số 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 7.

38.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 8$, $a_1 = 3$, $a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, kết thúc bằng số 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 6.

39.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 5$, $a_1 = 2$, $a_n = -3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, bắt đầu bằng số 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp..

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 7.

40.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 6$, $a_1 = 9$, $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, kết thúc bằng số 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 6.

41.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 6$, $a_1 = 9$, $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, bắt đầu bằng số 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 7.

41.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$a_0 = 8$, $a_1 = 7$, $a_n = -a_{n-1} + 12a_{n-2}$ với $n \geq 2$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n, kết thúc bằng số 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với n = 6.

42. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = 3a_{n-1}$ với $a_0 = 2$.

b) $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 0$ và $a_1 = 1$.

c) $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 35$.

43. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2$ với $a_0 = 3$.

b) $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 0$ và $a_1 = 1$.

c) $an = 13a_{n-1} - 22a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 15$.

44. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2n + 3$ với $a_0 = 4$.

b) $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = -3$.

c) $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 7$ và $a_1 = -4$, $a_2 = 8$.

45. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$.

b) $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 35$.

c) $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 6$, $a_2 = 0$.

46. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$.

b) $a_n = -13a_{n-1} - 22a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 15$.

c) $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 7$ và $a_1 = -4$, $a_2 = 8$.

46. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 0$ và $a_1 = 1$.

b) $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 6$, $a_2 = 0$.

c) $a_n = 7a_{n-2} + 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 9$ và $a_1 = 10$, $a_2 = 32$.

47. Phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$$

có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm sao cho

a) $x_i \geq 2$ *với* $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$? *b)* $1 \leq x_1 \leq 5$ *và* $x_3 \geq 8$?

c) $1 \leq x_1 \leq 5$ *và* $3 \leq x_2 \leq 7$? *d)* $1 \leq x_1 \leq 5$ *và* $3 \leq x_2 \leq 7$ *và* $x_3 \geq 8$?

48. Hãy tìm tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số thỏa mãn:

a) Số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch;

b) Số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch và có tất cả các chữ số đều khác 0;

c) Số có 7 chữ số có tổng các chữ số là 18;

49. Hãy tìm tất cả các số tự nhiên có 9 chữ số thỏa mãn:

a) Số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch;

b) Số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch và có tất cả các chữ số đều khác 0;

c) Số có 7 chữ số có tổng các chữ số là 19;

50. Hãy tìm tất cả các số tự nhiên có 10 chữ số thỏa mãn:

a) Số có 10 chữ số tạo thành một số thuận nghịch;

b) Số có 10 chữ số tạo thành một số thuận nghịch và có tất cả các chữ số đều khác 0;

c) Số có 10 chữ số có tổng các chữ số là 18.

51.

a) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n và không có k số 1 liên tiếp?

b) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n có ít nhất một dãy k số 1 liên tiếp?

52.

a) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n và không có k số 0 liên tiếp?

b) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n có ít nhất một dãy k số 0 liên tiếp?

53.

a) Một hệ thống máy tính coi một xâu các chữ số hệ thập phân là một từ mã hợp lệ nếu nó chứa một số chẵn chữ số 1. Ví dụ 1231407869 là hợp lệ, 120987045608 là không hợp lệ. Giả sử a_n là số các từ mã độ dài n. Hãy tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho a_n?

b) Giải hệ thức truy hồi $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 6$, $a_2 = 0$.

54. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 25$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

a) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3, x_4 \geq 4, x_5 \geq 5, x_6 \geq 6$?

b) $2 \leq x_1 \leq 7, 4 \leq x_2 \leq 8; x_3 \geq 5$?

55.

a) Một hệ thống máy tính coi một xâu các chữ số hệ thập phân là một từ mã hợp lệ nếu nó chứa một số lẻ chữ số 0. Ví dụ 1231407869 là hợp lệ, 12098704568 là không hợp lệ. Giả sử a_n là số các từ mã độ dài n. Hãy tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho a_n?

b) Giải hệ thức truy hồi $a_n = 7a_{n-2} + 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 9$ và $a_1 = 10$, $a_2 = 32$.

56. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 28$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

a) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3, x_4 \geq 4, x_5 \geq 5, x_6 \geq 6$?

b) $1 \leq x_1 \leq 6, 4 \leq x_2 \leq 9; x_3 \geq 4$?

57. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật giao hoán:

a) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

b) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

58. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật kết hợp

a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

59. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật phân phối

a) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

b) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

60. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật De Morgan

a) $\overline{(p \wedge q)} \Leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$

b) $\overline{(p \vee q)} \Leftrightarrow \overline{p} \wedge \overline{q}$

61. Dùng bảng chân lý để chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

a) $(p \wedge q) \rightarrow p$

b) $p \rightarrow (p \vee q)$

c) $\overline{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$

d) $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

e) $\overline{(p \rightarrow q)} \rightarrow p$

f) $\overline{(p \rightarrow q)} \rightarrow \overline{q}$

62. Dùng bảng chân lý để chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

a) $[\overline{p} \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

b) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

c) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

d) $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

63. Chứng minh các cặp mệnh đề dưới đây là tương đương.

a) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q})$

b) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \overline{q} \rightarrow \overline{p}$

c) $\overline{(p \oplus q)} \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

d) $\overline{(p \leftrightarrow q)} \Leftrightarrow (\overline{p} \leftrightarrow q)$

64. Không dùng bảng chân lý chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

a) $(p \wedge q) \to p$

b) $p \to (p \vee q)$

c) $\overline{p} \to (p \to q)$

d) $(p \wedge q) \to (p \to q)$

e) $\overline{(p \to q)} \to p$

f) $\overline{(p \to q)} \to \overline{q}$

65. Không dùng bảng chân lý chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

a) $\left[\overline{p} \wedge (p \vee q)\right] \to q$

b) $\left[(p \to q) \wedge (q \to r)\right] \to (p \to r)$

c) $\left[p \wedge (p \to q)\right] \to q$

d) $\left[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)\right] \to r$

66. Không dùng bảng chân lý, chứng minh các cặp mệnh đề dưới đây là tương đương.

a) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q})$

b) $(p \to q) \Leftrightarrow \overline{q} \to \overline{p}$

c) $\overline{(p \oplus q)} \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

d) $\overline{(p \leftrightarrow q)} \Leftrightarrow (\overline{p} \leftrightarrow q)$

67. Cho A, B, C là các tập hợp. Chứng minh rằng:

a) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$

b) $A - B = A \cap \overline{B}$

c) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$

d) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

e) $(A - B) - C = (A - B) - (B - C)$

68.

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi?

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 9x_3 + 3x_4 \to \max, \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 3x_4 \le 10, \\ x_j \in \{0,1\}, j = 1,2,3,4. \end{cases}$$

69.

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi?

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

$$\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \to \max, \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 \le 12, \\ x_j \in \{0,1\}, j = 1,2,3,4 \end{cases}$$

70.

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi?

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

$$\begin{cases} 30x_1 + 19x_2 + 13x_3 + 38x_4 + 20x_5 + 6x_6 + 8x_7 + 19x_8 + 10x_9 + 11x_{10} \to \max, \\ 15x_1 + 12x_2 + 9x_3 + 27x_4 + 15x_5 + 5x_6 + 8x_7 + 20x_8 + 12x_9 + 15x_{10} \le 62 \\ x_j \in \{0,1\}, j = 1,2\cdots,10. \end{cases}$$

71. Giải bài toán người du lịch với ma trận chi phí như sau:

$$\begin{vmatrix} \infty & 31 & 15 & 23 & 10 & 17 \\ 16 & \infty & 24 & 07 & 12 & 12 \\ 34 & 03 & \infty & 25 & 54 & 25 \\ 15 & 20 & 33 & \infty & 50 & 40 \\ 16 & 10 & 32 & 03 & \infty & 23 \\ 18 & 20 & 13 & 28 & 21 & \infty \end{vmatrix}$$

72. Giải bài toán người du lịch với ma trận chi phí như sau:

$$\begin{vmatrix} \infty & 03 & 93 & 13 & 33 & 09 \\ 04 & \infty & 77 & 42 & 21 & 16 \\ 45 & 17 & \infty & 36 & 16 & 28 \\ 39 & 90 & 80 & \infty & 56 & 07 \\ 28 & 46 & 88 & 33 & \infty & 25 \\ 03 & 88 & 18 & 46 & 92 & \infty \end{vmatrix}$$

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

By: Nguyễn Hà Giáng My
facebook.com/meeA.giangmy
(TEAM: Nguyễn Hà Giáng My; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Trinh)

1. CM $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

p	q	¬p	¬p V q	p ⇒ q
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Vậy $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

2. CM $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$

p	q	¬p	¬q	¬p ∧ ¬q	¬p ∧ q	p V (¬p ∧ q)	¬ (p V (¬p ∧ q))
T	T	F	F	F	F	T	F
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F	T

Vậy $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$

3. CM $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$

p	q	p∧q	p V q	(p∧q) ⇒ (p V q)
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

Vậy $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$

4. CM $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

p	q	p⇔q	p ⇒ q	q ⇒ p	(p ⇒ q) ∧ (q ⇒ p)
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

Vậy $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

5. CM $\neg p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \vee r)$

p	q	r	p V r	q⇒(p V r)	¬p	q ⇒ r	¬p ⇒ (q ⇒ r)
T	T	T	T	T	F	T	T
T	T	F	T	T	F	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

Vậy $\neg p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \vee r)$

6. CM $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

p	q	r	p ⇒ r	q ⇒ r	(p ⇒ r) V (q ⇒ r)	(p ∧ q)	(p ∧ q) ⇒ r
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	T	F	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	F	T

Vậy $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

7. 4 hoán vị liền kề của hoán vị 568397421
568412379; 568412397; 568412739; 568412793;

8. 4 hoán vị liền kề của hoán vị 458796321
458912367; 458912376; 458912637; 458912673;

9. 4 hoán vị liền kề của hoán vị 129587642
129624578; 129624587; 129624758; 129624785;

10. 4 hoán vị liền kề của hoán vị 236897541

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

By: Nguyễn Hà Giáng My
facebook.com/meeA.giangmy
(TEAM: Nguyễn Hà Giáng My; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Trình)

236914578; 236914587; 236914758; 236914785;

11. 4 tổ hợp chập 4 liền kề (2,6,8,9) là

(2,7,8,9); (3,4,5,6); (3,4,5,7); (3,4,5,8);

(Đề không yêu cầu thì không cần nêu thuật toán)

12. 4 tổ hợp chập 4 liền kề (3,5,7,8) là

(3,5,7,9); (3,5,8,9); (3,6,7,8); (3,6,7,9);

13. 4 tổ hợp chập 4 liền kề (4,6,7,9) là

(4,6,8,9); (4,7,8,9); (5,6,7,8); (5,6,7,9);

14. 4 tổ hợp chập 4 liền kề (1,5,6,8) là

(1,5,6,9); (1,5,7,8); (1,5,7,9); (1,5,8,9);

15. ta có 4 trường hợp thỏa mãn

TH 1: Bắt đầu bằng 2 chữ cái, kết thúc 3 chữ số là $26^2.10^3$ cách
TH 2: Bắt đầu bằng 3 chữ cái, kết thúc 3 chữ số là $26^3.10^3$ cách
TH 3: Bắt đầu bằng 2 chữ cái, kết thúc 4 chữ số là $26^2.10^4$ cách
TH 4: Bắt đầu bằng 3 chữ cái, kết thúc 4 chữ số là $26^3.10^4$ cách

Suy ra theo nguyên lý cộng, vậy có

$26^2.10^3 + 26^3.10^3 + 26^2.10^4 + 26^3.10^4 = 200772000$ biển

16. Tương tự bài 15, ta có

$26^3.10^2 + 26^4.10^2 + 26^3.10^3 + 26^4.10^3 = 522007200$ biển

17. Trong khoảng 1000 → 5000 ta có:

- Những số ⋮ 6 $\frac{4998-1002}{6} + 1 = 667$ số
- Những số ⋮ 9 $\frac{4995-1008}{9} + 1 = 444$ số
- Những số ⋮ 6 và 9 $\frac{4986-1008}{18} + 1 = 222$ số

⇒Theo nguyên lý bù trừ, vậy có 667 + 444 −222 = 889 số hoặc ⋮6 hoặc ⋮ 9

18. Trong khoảng 5000 -> 9999

- Số những số ⋮ 8 $\frac{9992-5000}{8} + 1 = 625$ số

(Đề bài không nói rõ loại thì vẫn lấy 5000)

Số những số ⋮12 $\frac{9996-5004}{12} + 1 = 417$ số

Số những số ⋮ 8 hoặc ⋮ 12 $\frac{9984-5016}{24} + 1 = 208$ số

Theo nguyên lý trừ bù, vậy trong khoảng 5000 -> 9999 có
625 + 417 − 208 = 834 số ⋮ 8 hoặc ⋮12

19.

TH1: X-NXX-NXX-XXXX (X có 10 cách chọn, N có 6 cách chọn)
Theo nguyên lý nhân có $6^2 . 10^9$ cách.
TH2: XX-NXX-NXX-XXXX có $6^2 . 10^{10}$ cách
TH3: XXX-NXX-NXX-XXXX có $6^2 . 10^{11}$ cách
⇒ Theo nguyên lý cộng, vậy có tối đa
$6^2 . 10^9 + 6^2 . 10^{10} + 6^2 . 10^{11} = 3996.10^9$ số điện thoại

20. X có 10 cách chọn, N có 5 cách chọn

TH1: X-NNX-NXX-XXXX
Theo nguyên lý nhân có $5^3 . 10^8$ cách.
TH2: XX-NNX-NXX-XXXX có $5^3 . 10^9$ cách
TH3: XXX-NNX-NXX-XXXX có $5^3 . 10^{10}$ cách
⇒ Theo nguyên lý cộng, vậy có tối đa
$5^3 . 10^8 + 5^3 . 10^9 + 5^3 . 10^{10} = 13875.10^8$ số điện thoại

21. Có 55 nam, 35 nữ

TH1 3 nam, 3 nữ $C_{55}^3 . C_{35}^3$ cách
TH2 4 nam, 4 nữ $C_{55}^4 . C_{35}^4$ cách
TH3 5 nam, 5 nữ $C_{55}^5 . C_{35}^5$ cách
Vậy có tất cả là 1147.10^9 cách

22. . Có 60 nam, 42 nữ

TH1 2 nam, 2 nữ $C_{60}^2 . C_{42}^2$ cách
TH2 3 nam, 3 nữ $C_{60}^3 . C_{42}^3$ cách
TH3 4 nam, 4 nữ $C_{60}^4 . C_{42}^4$ cách
Vậy có tất cả là 5498.10^7 cách

23. . Có 50 nam, 20 nữ

TH1 4 nam, 2 nữ $C_{50}^4 . C_{20}^2$ cách

TH2 6 nam, 3 nữ $C_{50}^{6} . C_{20}^{3}$ cách
TH3 8 nam, 4 nữ $C_{50}^{8} . C_{20}^{4}$ cách
Vậy có tất cả là 2619.10^{9} cách

24. Có 60 nam, 25 nữ
TH1 2 nam, 1 nữ $C_{60}^{2} . C_{25}^{1}$ cách
TH2 4 nam, 2 nữ $C_{60}^{4} . C_{25}^{2}$ cách
TH3 6 nam, 3 nữ $C_{60}^{6} . C_{25}^{3}$ cách
Vậy có tất cả là 1153.10^{8} cách

25. a) 1 câu có 4 phương án. Vậy 1 câu có 5 cách điền (tính cả cách để trống)
Theo nguyên lý nhân, đề 50 câu vậy có 5^{50} cách điền trắc nghiệm
b) Tổng điểm Lý + Hóa nhận các giá trị từ 0;0,2;…..;20 (có 101 giá trị khác nhau)
Gọi N là số học sinh tối thiểu để có ít nhất có 10 sinh viên có tổng điểm 2 môn bằng nhau ($N \in N^*$)
Ta có $\frac{N}{101} > 9 \Leftrightarrow N > 909$. Vậy $N_{min} = 910$ học sinh

26. a) 1 câu có 5 phương án. Vậy 1 câu có 6 cách điền (tính cả cách để trống)
Theo nguyên lý nhân, đề 40 câu vậy có 6^{40} cách điền trắc nghiệm
b) Tổng điểm Lý + Hóa nhận các giá trị từ 0;0,25;…..;20 (có 81 giá trị khác nhau)
Gọi A là số học sinh tối thiểu để có ít nhất có 10 sinh viên có tổng điểm 2 môn bằng nhau ($A \in N^*$)
Ta có $\frac{A}{81} > 9 \Leftrightarrow A > 729$. Vậy $A_{min} = 730$ học sinh

27. a) 1 câu 5 phương án. Vậy 1 câu có 6 cách điền
Theo nguyên lý nhân, đề thi có 30 câu, vậy có 6^{30} cách điền
b) Bài thi có 30 câu
TH1: Trả lời sai 3i câu trong số các câu trả lời (i = 0;1;…;10)
Có thể nhận các điểm 0;3;6;9;…;90 (31 giá trị)
TH2: Trả lời sai (3i + 1) câu trong số các câu trả lời (i = 0;1;…;9)
Có thể nhận các điểm 0;2;5;8;…;86 (29 giá trị so với TH1)
TH3: Trả lời sai (3i + 2) câu trong số các câu trả lời (i = 0;1;…;9)
Có thể nhận các điểm 0;1;4;7;…;82 (28 giá trị so với TH1và TH2)
⇒ Điểm sinh viên có thể nhận 1 trong 31+ 29 + 28 =88 giá trị khác nhau
Gọi a là số sinh viên thỏa mãn yêu cầu bài toán
$\frac{a}{88} > 1 \Leftrightarrow a > 88 \Rightarrow a_{min} = 89$ sinh viên

28. a) 1 câu 4 phương án. Vậy 1 câu có 5 cách điền
Theo nguyên lý nhân, đề thi có 35 câu vậy có 5^{35} cách điền
b) Bài thi có 35 câu
TH1: Trả lời sai 3i câu trong số các câu trả lời (i = 0;1;…;11)
Có thể nhận các điểm 0;3;6;…;105 (36 giá trị)
TH2: Trả lời sai (3i + 1) câu trong số các câu trả lời (i = 0;1;…;11)
Có thể nhận các điểm 0;2;5;…;101 (34 giá trị so với TH1)
TH3: Trả lời sai (3i + 2) câu trong số các câu trả lời (i = 0;1;…;11)
Có thể nhận các điểm 0;1;4;7;…;97 (33 giá trị so với TH1và TH2)
⇒ Điểm sinh viên có thể nhận 1 trong 36+ 34 + 33 =103 giá trị khác nhau
Gọi a là số sinh viên thỏa mãn chứa yêu cầu bài toán
$\frac{a}{103} > 1 \Leftrightarrow a > 103 \Rightarrow a_{min} = 104$ sinh viên

29. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 13$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.
a) $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$
PT $\Leftrightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 3) + x_3 = 9$
Đặt $y_1 = x_1 - 1; y_2 = x_2 - 3; y_3 = x_3$
PT $\Leftrightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 9$ (*)
Số nghiệm nguyên không âm của (*) là $C_{9+3-1}^{9} = 55$
Vậy phương trình có 55 nghiệm thỏa mãn
b) $x_1 \geq 0; x_2 \geq 3; x_3 \leq 5$
N_1 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$
$N_1 = C_{13-(0+3+0)+3-1}^{13-(0+3+0)} = C_{12}^{10} = 66$ nghiệm
N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3 \geq 6$
$N_2 = C_6^4 = 15$ nghiệm
⇒ Vậy có $N_1 - N_2 = 51$ nghiệm thỏa mãn ycbt

30. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.
a) $x_1 \geq 2; x_2 \geq 0; x_3 \geq 4$

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

By: Nguyễn Hà Giáng My
facebook.com/mecA.giangmy
(TEAM: Nguyễn Hà Giáng My; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Trinh)

Số nghiệm nguyên không âm là $C_{15-(2+0+4)+3-1}^{15-(2+0+4)} = 55$ nghiệm
b) $x_1 \geq 1; x_2 \geq 0; x_3 \leq 7$
N_1 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0$
$$N_1 = C_{15-(1+0+0)+3-1}^{15-(1+0+0)} = C_{16}^{14} = 120 \text{ nghiệm}$$
N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 0; x_3 \geq 8$
$$N_2 = C_8^6 = 28 \text{ nghiệm}$$
$\Rightarrow$ Vậy có $N_1 - N_2 = 92$ nghiệm thỏa mãn ycbt

31. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 14$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.
a) $x_1 \geq 0; x_2 \geq 3; x_3 \geq 1$
Số nghiệm nguyên không âm là $C_{14-3-1+3-1}^{14-3-1} = 66$
Vậy phương trình có 66 nghiệm thỏa mãn
b) $x_1 \geq 0; x_2 \leq 6; x_3 \geq 3$
N_1 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 3$
$$N_1 = C_{14-(0+0+3)+3-1}^{14-(0+0+3)} = C_{13}^{11} = 78 \text{ nghiệm}$$
N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 0; x_2 \geq 7; x_3 \geq 3$
$$N_2 = C_6^4 = 15 \text{ nghiệm}$$
$\Rightarrow$ Vậy có $N_1 - N_2 = 63$ nghiệm thỏa mãn ycbt
32. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 16$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.
a) $x_1 \geq 2; x_2 \geq 0; x_3 \geq 2$
Số nghiệm nguyên không âm là $C_{16-(2+0+2)+3-1}^{16-(2+0+2)} = 91$ nghiệm
b) $x_1 \leq 6; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$
N_1 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 0; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$
$$N_1 = C_{16-(0+3+0)+3-1}^{16-(0+3+0)} = C_{15}^{13} = 105 \text{ nghiệm}$$
N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 7; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$
$$N_2 = C_8^6 = 28 \text{ nghiệm}$$
$\Rightarrow$ Vậy có $N_1 - N_2 = 77$ nghiệm thỏa mãn ycbt
33. a) $a_0 = 2; a_1 = 6; a_n = 3\, a_{n-1} - 2\, a_{n-2}$ $(n \geq 2)$
Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - 3r + 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 1$ hoặc $r_2 = 2$
Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{ a_n \}$
$$a_n = \alpha_1\, 1^n + \alpha_2 \,.\, 2^n = \alpha_1 + \alpha_2 \,.\, 2^n \ (n \geq 0)$$
Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 2 \\ a0 = \alpha1 + 2.\alpha2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = -2 \\ .\alpha2 = 4 \end{cases}$
Vậy nghiệm của htth $a_n = -2 + 4.2^n$ $(n \geq 0)$
b) Xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 0 liên tiếp
Gọi xâu nhị phân độ dài n là $x_1 x_2 \ldots x_{n-2} x_{n-1} x_n$
Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 3 số 0 liên tiếp
Xét $n \geq 3$
TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên chứa 3 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu
TH2: $x_n = 0$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên chứa 3 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu

- $x_{n-1} = 0$ $\left[\begin{array}{l} x_{n-2} = 1 \text{ xâu } (n-3) \text{ số đầu tiên chứa 3 số 0 liên tiếp } a_{n-3} \\ x_{n-2} = 0 \text{ có } 2^{n-3} \text{ xâu thỏa mãn} \end{array}\right.$

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$ $(n \geq 3)$ ($a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0$)
c) n = 7
Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + a_0 + 2^0 = 1$
$a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
$a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
$a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
$a_7 = a_6 + a_5 + a_4 + 2^4 = 47$
Vậy có 47 xâu độ dài n = 7 thỏa mã ycbt
34 . a) $a_0 = 4; a_1 = 8; a_n = a_{n-1} + 2\, a_{n-2}$ $(n \geq 2)$
Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - r - 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 2$ hoặc $r_2 = -1$
Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{ a_n \}$
$$a_n = \alpha_1\, 2^n + \alpha_2 \,.\, (-1)^n \quad (n \geq 0)$$
Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 4 \\ a0 = 2\,\alpha1 - \alpha2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 4 \\ .\alpha2 = 0 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 4.2^n$ ($n \geq 0$)

b) Tìm HTTH tính các xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n là $x_1 x_2 \ldots x_{n-2} x_{n-1} x_n$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 3 số 1 liên tiếp

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên chứa 3 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên chứa 3 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 1$ $\left[\begin{array}{ll} x_{n-2} = 0 & \text{xâu } (n-3) \text{ số đầu tiên chứa 3 số 1 liên tiếp } a_{n-3} \\ x_{n-2} = 1 & \text{có } 2^{n-3} \text{ xâu thỏa mãn} \end{array}\right.$

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$)

c) $n = 6$

Ta có

$a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 8 + 3 + 1 + 2^3 = 20$

Vậy có 20 xâu độ dài n =6 thỏa mã ycbt

35 . a) $a_0 = 1$; $a_1 = 5$; $a_n = -a_{n-1} + 6a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + r - 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 2$ hoặc $r_2 = -3$

Xây dựng chương trình tổng quát cho { a_n }

$a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 . (-3)^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 1 \\ a0 = 2.\alpha1 - 3.\alpha2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = \frac{8}{5} \\ \alpha2 = -\frac{3}{5} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = \frac{8}{5} . 2^n + \frac{-3}{5} . (-3)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân bắt đầu bằng số 1 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và bắt đầu bằng số 1 là 1 $x_2 \ldots x_{n-2} x_{n-1} x_n$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 2 số 1 liên tiếp

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn (x_1 luôn =1)

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 1$)

c) $n = 7$

Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 2$

$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 5$

$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 11$

$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 24$

$a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 51$

Vậy có 51 xâu độ dài n =7 thỏa mã ycbt

36 . a) $a_0 = 6$; $a_1 = 7$; $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - r - 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 3$ hoặc $r_2 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho { a_n }

$a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 . (-2)^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 6 \\ a0 = 3.\alpha1 - 2.\alpha2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = \frac{19}{5} \\ \alpha2 = \frac{11}{5} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = \frac{19}{5} . 3^n + \frac{11}{5} . (-2)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân kết thúc bằng số 1 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 1 là $x_n x_{n-1} x_{n-2} \ldots x_3 x_2$ 1

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 2 số 1 liên tiếp

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu tm

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc bằng 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ $(n \geq 3)$ ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 1$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 2$

$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 5$

$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 11$

$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 24$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 6$ thỏa mã ycbt

37 . a) $a_0 = 5$; $a_1 = 4$; $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - r - 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 2$ hoặc $r_2 = -1$

Xây dựng chương trình tổng quát cho { a_n }

$a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 . (-1)^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 5 \\ a0 = 2.\alpha1 - \alpha2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 3 \\ \alpha2 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.2^n + 2.(-1)^n$ $(n \geq 0)$

b) Xâu nhị phân độ dài n, bắt đầu bằng số 0 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 0 là 0 $x_2 \ldots x_{n-2} x_{n-1} x_n$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 2 số 1 liên tiếp

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ $(n \geq 3)$ ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$

$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$

$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$

$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$

$a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 43$

Vậy có 43 xâu độ dài $n = 7$ thỏa mã ycbt

38 . a) $a_0 = 8$; $a_1 = 3$; $a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + r - 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 1$ hoặc $r_2 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho { a_n }

$a_n = \alpha_1 1^n + \alpha_2 . (-2)^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 8 \\ a0 = \alpha1 - 2.\alpha2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = \frac{19}{3} \\ \alpha2 = \frac{5}{3} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = \frac{19}{3}.1^n + \frac{5}{3}.(-2)^n$ $(n \geq 0)$

b) Xâu nhị phân độ dài n, kết thúc bằng số 0 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 0 là $x_n x_{n-1} x_{n-2} \ldots x_3 x_2$ 0

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbt

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu tm

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc bằng 1và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ $(n \geq 3)$ ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$

$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$

$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$

$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 6$ thỏa mã ycbt

39 . a) $a_0 = 5$; $a_1 = 4$; $a_n = -3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + 3r - 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 1$ hoặc $r_2 = -4$

Xây dựng chương trình tổng quát cho { a_n }

$a_n = \alpha_1 1^n + \alpha_2 . (-4)^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 5 \\ a0 = \alpha1 - 4.\alpha2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = \frac{22}{5} \\ \alpha2 = \frac{3}{5} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = \frac{22}{5} + \frac{3}{5}.(-4)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân độ dài n, bắt đầu bằng số 1 và chứa 2 số 0 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và bắt đầu bằng số 1 là 1 $x_2 \ldots x_{n-2} x_{n-1} x_n$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbt

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số đầu bắt đầu bằng 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$)

c) Ta có
$a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$
$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$
$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$
$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$
$a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 43$

Vậy có 43 xâu độ dài $n = 7$ thỏa mã ycbt

40 . a) $a_0 = 6$; $a_1 = 9$; $a_n = 3\ a_{n-1} + 4\ a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - 3r - 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 4$ hoặc $r_2 = -1$.

Xây dựng chương trình tổng quát cho { a_n }

$a_n = \alpha_1 4^n + \alpha_2 . (-1)^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 + \alpha 2 = 6 \\ a0 = 4.\alpha 1 - \alpha 2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = 3 \\ \alpha 2 = 3 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.4^n + 3.(-1)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân độ dài n, kết thúc bằng số 1 và chứa 2 số 0 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 1 là $x_n x_{n-1} x_{n-2} \ldots x_3 x_2$ 1

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbt

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu tm

TH2: $x_n = 0$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc = 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$)

c) Ta có
$a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$
$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$
$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$
$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 6$ thỏa mã ycbt

41 . a) $a_0 = 6$; $a_1 = 9$; $a_n = 7\ a_{n-1} - 12\ a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - 7r + 12 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 3$ hoặc $r_2 = 4$

Xây dựng chương trình tổng quát cho { a_n }

$a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 . 4^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 + \alpha 2 = 6 \\ a0 = 3.\alpha 1 + 4.\alpha 2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = 15 \\ \alpha 2 = -9 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 15.3^n - 9.4^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân độ dài n, bắt đầu bằng số 0 và chứa 2 số 0 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và bắt đầu bằng số 0 là 0 $x_2 \ldots x_{n-2} x_{n-1} x_n$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbt

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 0$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số đầu bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 1$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 2$

$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 5$
$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 11$
$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 24$
$a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 51$

Vậy có 43 xâu độ dài $n = 7$ thỏa mã ycbt

41 . a) $a_0 = 8$; $a_1 = 7$; $a_n = - a_{n-1} + 12 a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + r - 12 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 3$ hoặc $r_2 = -4$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{ a_n \}$

$a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 . (-4)^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 8 \\ a0 = 3.\alpha1 - 4.\alpha2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = \frac{39}{7} \\ \alpha2 = \frac{17}{7} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = \frac{39}{7} . 3^n + \frac{17}{7} . (-4)^n$ $(n \geq 0)$

b) Xâu nhị phân độ dài n, kết thúc bằng số 0 và chứa 2 số 0 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 0 là $x_n x_{n-1} x_{n-2} \ldots x_3 x_2 0$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbt

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu tm

TH2: $x_n = 0$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc $= 0$ và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ $(n \geq 3)$ ($a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 2$
$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 5$
$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 11$
$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 24$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 6$ thỏa mã ycbt

42. a) Tìm nghiệm của HTTH: $a_n = 3.a_{n-1}$ với $a_0 = 2$

Ta có $a_n = 3.a_{n-1} = 3(3.a_{n-2}) = 3^2.(3.a_{n-3}) = 3^n. a_0$

Vậy nghiệm của HTTH : $a_n = 2. 3^n$ $(n \geq 0)$

b) $a_0 = 0$; $a_1 = 1$; $a_n = - 4.a_{n-1} - 4.a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{ a_n \}$

$a_n = \alpha_1 (-2)^n + \alpha_2 .n. (-2)^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 = 0 \\ a1 = -2.\alpha1 - 2.\alpha2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 0 \\ \alpha2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = -\frac{n}{2} . (-2)^n$ $(n \geq 0)$

c) $a_0 = 3$; $a_1 = 35$; $a_n = 14 a_{n-1} - 49 a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - 14r + 49 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 7$

$a_n = \alpha_1 7^n + \alpha_2 .n. 7^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 = 3 \\ a1 = 7.\alpha1 + 7.\alpha2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 3 \\ \alpha2 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3. 7^n + 2.n. 7^n$ $(n \geq 0)$

43. a) Tìm nghiệm của HTTH: $a_n = a_{n-1} + 2$ với $a_0 = 3$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2 = a_{n-2} + 2.2 = a_{n-3} + 2.3 = \ldots = a_0 + 2n$

Vậy $a_n = 3 + 2n$ $(n \geq 0)$

b) $a_0 = 3$; $a_1 = -3$; $a_n = -4.a_{n-1} - 4.a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{ a_n \}$

$a_n = \alpha_1 (-2)^n + \alpha_2 .n. (-2)^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 = 3 \\ a1 = -2.\alpha1 - 2.\alpha2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 3 \\ \alpha2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$

By: Nguyễn Hà Giáng My

facebook.com/meeA.giangmy

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.(-2)^n - \frac{3n}{2}.(-2)^n$ $(n \geq 0)$

c) $a_0 = 3$; $a_1 = 15$; $a_n = 13\, a_{n-1} - 22\, a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - 13r + 22 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 11$ hoặc $r_2 = 2$

$a_n = \alpha_1\, 11^n + \alpha_2 \,.\, 2^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 + \alpha 2 = 3 \\ a1 = 11.\alpha 1 + 2.\alpha 2 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = 1 \\ \alpha 2 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 11^n + 2^{n+1}$ $(n \geq 0)$

44. a) $a_n = a_{n-1} + 2n + 3$ với $a_0 = 4$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2n + 3 = a_{n-2} + 2(n-1) + 3 + 2n + 3$

$= a_{n-3} + 2[n + (n-1) + (n-2)] + 3.3 = \ldots$

$= a_0 + 2[\, n + (n-1) + \ldots + 1] + 3n = a_0 + n(n+1) + 3n$

Vậy $a_n = n^2 + 4n + 4$ $(n \geq 0)$

b) $a_0 = 3$; $a_1 = -3$; $a_n = -6.a_{n-1} - 9.a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + 6r + 9 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -3$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{ a_n \}$

$a_n = \alpha_1 (-3)^n + \alpha_2 .n.(-3)^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 = 3 \\ a1 = -3.\alpha 1 - 3.\alpha 2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = 3 \\ \alpha 2 = -2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.(-3)^n - 2n.(-3)^n$ $(n \geq 0)$

c) $a_0 = 7$; $a_1 = -4$; $a_2 = 8$; $a_n = 2a_{n-1} + 5\, a_{n-2} - 6a_{n-3}$ $(n \geq 3)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$ hoặc $r_2 = 3$ hoặc $r_3 = 1$

$a_n = \alpha_1 (-2)^n + \alpha_2 \,.\, 3^n + \alpha_3 \,.\, 1^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 + \alpha 2 + \alpha 3 = 7 \\ a1 = -2\,\alpha 1 + 3\alpha 2 + \alpha 3 = -4 \\ a2 = 4\alpha 1 + 9\alpha 2 + \alpha 3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = 3 \\ \alpha 2 = -1 \\ \alpha 3 = 5 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.(-2)^n - 3^n + 5$ $(n \geq 0)$

45. a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2^n = a_{n-2} + 2^n + 2^{n-1} = \ldots = a_0 + (2^n + 2^{n-1} + \ldots + 2^1) = a_0 + 2^{n+1} - 2$

Vậy nghiệm của HTTH: $a_n = 2^{n+1} - 1$ $(n \geq 0)$

b) $a_0 = 3$; $a_1 = 35$; $a_n = 14\, a_{n-1} - 49\, a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 - 14r + 49 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 7$

$a_n = \alpha_1\, 7^n + \alpha_2 .n.7^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 = 3 \\ a1 = 7.\alpha 1 + 7.\alpha 2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = 3 \\ \alpha 2 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.7^n + 2.n.7^n$ $(n \geq 0)$

c) $a_0 = 3$; $a_1 = 6$; $a_2 = 0$; $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ $(n \geq 3)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^3 - 2r^2 - r + 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -1$ hoặc $r_2 = 2$ hoặc $r_3 = 1$

$a_n = \alpha_1 (-1)^n + \alpha_2 \,.\, 2^n + \alpha_3 \,.\, 1^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 + \alpha 2 + \alpha 3 = 3 \\ a1 = -\alpha 1 + 2\alpha 2 + \alpha 3 = 6 \\ a2 = \alpha 1 + 4\alpha 2 + \alpha 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = -2 \\ \alpha 2 = -1 \\ \alpha 3 = 6 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = -2.(-1)^n - 2^n + 6$ $(n \geq 0)$

46. a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2^n = a_{n-2} + 2^n + 2^{n-1} = \ldots = a_0 + (2^n + 2^{n-1} + \ldots + 2^1) = a_0 + 2^{n+1} - 2$

Vậy nghiệm của HTTH: $a_n = 2^{n+1} - 1$ $(n \geq 0)$

b) $a_0 = 3$; $a_1 = 15$; $a_n = -13a_{n-1} - 22a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + 13r + 22 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$ hoặc $r_2 = -11$

$$a_n = \alpha_1(-2)^n + \alpha_2 . (-11)^n \qquad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 = 3 \\ a1 = -2.\alpha1 - 11.\alpha2 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = \frac{16}{3} \\ \alpha2 = \frac{-7}{3} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = \frac{16}{3}.(-2)^n - \frac{7}{3}.(-11)^n$ $(n \geq 0)$

c) $a_0 = 7$; $a_1 = -4$; $a_2 = 8$; $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ $(n \geq 3)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$ hoặc $r_2 = 3$ hoặc $r_3 = 1$

$$a_n = \alpha_1(-2)^n + \alpha_2 . 3^n + \alpha_3 . 1^n \qquad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 + \alpha3 = 7 \\ a1 = -2\alpha1 + 3\alpha2 + \alpha3 = -4 \\ a2 = 4\alpha1 + 9\alpha2 + \alpha3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 3 \\ \alpha2 = -1 \\ \alpha3 = 5 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.(-2)^n - 3^n + 5$ $(n \geq 0)$

46'.a) $a_0 = 0$; $a_1 = 1$; $a_n = -4.a_{n-1} - 4.a_{n-2}$ $(n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = \alpha_1(-2)^n + \alpha_2 . n . (-2)^n \qquad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 = 0 \\ a1 = -2.\alpha1 - 2.\alpha2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 0 \\ \alpha2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = -\frac{n}{2}.(-2)^n$ $(n \geq 0)$

b) $a_0 = 3$; $a_1 = 6$; $a_2 = 0$; $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ $(n \geq 3)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^3 - 2r^2 - r + 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -1$ hoặc $r_2 = 2$ hoặc $r_3 = 1$

$$a_n = \alpha_1(-1)^n + \alpha_2 . 2^n + \alpha_3 . 1^n \qquad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 + \alpha3 = 3 \\ a1 = -\alpha1 + 2\alpha2 + \alpha3 = 6 \\ a2 = \alpha1 + 4\alpha2 + \alpha3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = -2 \\ \alpha2 = -1 \\ \alpha3 = 6 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = -2.(-1)^n - 2^{n+1} + 6$ $(n \geq 0)$

c) $a_0 = 9$; $a_1 = 10$; $a_2 = 32$; $a_n = 7a_{n-2} + 6a_{n-3}$ $(n \geq 3)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^3 - 7r - 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 3$ hoặc $r_2 = -1$ hoặc $r_3 = -2$

$$a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 . (-1)^n + \alpha_3 . (-2)^n \qquad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha1 + \alpha2 + \alpha3 = 9 \\ a1 = 3\alpha1 - \alpha2 - \alpha3 = 10 \\ a2 = 9\alpha1 + \alpha2 + 4\alpha3 = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha1 = 4 \\ \alpha2 = 8 \\ \alpha3 = -3 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 4.3^n + 8.(-1)^n - 3.(-2)^n$ $\qquad (n \geq 0)$

47. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$

a) $x_i \geq 2$ với $i = 1,2,3,4,5,6$.

PT $\Leftrightarrow (x_1 - 2) + (x_2 - 2) + (x_3 - 2) + (x_4 - 2) + (x_5 - 2) + (x_6 - 2) = 12$

Đặt $y_i = x_i - 2$ ($i = 1,2,3,4,5,6$)

PT $\Leftrightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 12$ $(y_i \geq 0)$

Số nghiệm nguyên không âm của pt là $C_{17}^{12} = 6188$ nghiệm

b) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $x_3 \geq 8$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1$; $x_3 \geq 8$; $x_2, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_1 = C_{20}^{15} = 15504$.

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 6$; $x_3 \ge 8$; $x_2, x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_2 = C_{15}^{10} = 3003$.

Vậy có $N_1 - N_2 = 12501$ nghiệm thỏa mãn ycbt

c) $1 \le x_1 \le 5$ và $3 \le x_2 \le 7$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 1$; $x_2 \ge 3$; $x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_1 = C_{25}^{20}$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 1$; $x_2 \ge 8$; $x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_2 = C_{20}^{15}$

N_3 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 6$; $x_2 \ge 3$; $x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_3 = C_{20}^{15}$

N_4 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 6$; $x_2 \ge 8$; $x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_4 = C_{15}^{10}$

Vậy có $N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 25125$ nghiệm thỏa mãn ycbt

d) $1 \le x_1 \le 5$ và $3 \le x_2 \le 7$ và $x_3 \ge 8$;

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 1$; $x_2 \ge 3$; $x_3 \ge 8$; $x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_1 = C_{17}^{12}$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 1$; $x_2 \ge 8$; $x_3 \ge 8$; $x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_2 = C_{12}^{7}$

N_3 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 6$; $x_2 \ge 3$; $x_3 \ge 8$; $x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_3 = C_{12}^{7}$

N_4 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \ge 6$; $x_2 \ge 8$; $x_3 \ge 8$; $x_4, x_5, x_6 \ge 0$ là $N_4 = C_{7}^{2}$

Vậy có $N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 4625$ nghiệm thỏa mãn ycbt

18. a) Số có 7 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdcba}$

Chọn a ($a \ne 0$) : 9 cách; Chọn b : 10 cách; Chọn c: 10 cách; Chọn d : 10 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9.10^3 = 9000$ số tm

b) Số có 7 chữ số thuận nghịch, tất cả các chữ số khác 0

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdcba}$; $a,b,c,d \ne 0$

Chọn a : 9 cách; Chọn b : 9 cách; Chọn c : 9 cách; Chọn d : 9 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9^4 = 6561$ số tm

c) Số có 7 chữ số có tổng các chữ số là 18

Ta có: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 18$ $(1 \le x_1 \le 9$; $0 \le x_i \le 9$, $i = \overline{2,7})$

N là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \ge 1$; $0 \le x_i \le 9$, $i = \overline{2,7}$

A_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \ge 1$; $x_i \ge 0$, $i = \overline{2,7}$

B_i là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \ge 1$; $x_i \ge 10$, $i = \overline{2,7}$; $x_j \ge 0 \ \forall j \ne 1, i$.

Ta có $B_2 = B_3 = B_4 = B_5 = B_6 = B_7 = C_{13}^{7}$

$N = A_1 - (B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6 + B_7) = A_1 - 6B_2 = C_{23}^{7} - 6C_{13}^{7} = 90651$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 10$; $0 \leq x_i \leq 9$, i=2,3,4,5,6,7

Tương tự N_1, $N_2 = C_{14}^{8} - 6.0 = 3003$

Vậy có $N_1 - N_2 = 87648$ nghiệm thỏa mãn ycbt

49. a) Số có 9 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdedcba}$

Chọn a ($a \neq 0$) : 9 cách; Chọn b : 10 cách;Chọn c : 10 cách;

Chọn d : 10 cách; Chọn e : 10 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9.\ 10^4 = 90000$ số tm

b) Số 9 chữ số thuận nghịch, tất cả các chữ số khác 0

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdedcba}$; a,b,c,d,e $\neq 0$

Chọn a : 9 cách; Chọn b : 9 cách; Chọn c : 9 cách;

Chọn d : 9 cách; Chọn e : 9 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9^5 = 59049$ số tm

c) Số có 9 chữ số có tổng các chữ số là 19

Ta có: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 19$ $(1 \leq x_1 \leq 9\ ;\ 0 \leq x_i \leq 9.\ i=\overline{2,9})$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 1$; $0 \leq x_i \leq 9$, $i=\overline{2,9}$

A_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 1$; $x_i \geq 0$, $i=\overline{2,9}$

B_i là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 1$; $x_i \geq 10$; $x_j \geq 0\ \forall j \neq 1, i$

Ta có $B_2 = B_3 = B_4 = B_5 = B_6 = B_7 = B_8 = B_9 = C_{16}^{8}$

$N_1 = A_1 - (B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6 + B_7 + B_8 + B_9) = A_1 - 8\ B_2 = C_{26}^{8} - 8C_{16}^{8} = 1459315$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 10$; $0 \leq x_i \leq 9$, $i=\overline{2,9}$

Tương tự N_1, $N_2 = C_{17}^{9} - 8.0 = 24310$

Vậy có $N_1 - N_2 = 1435005$ nghiệm thỏa mãn ycbt

50. a) Số có 9 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdeedcba}$

Chọn a ($a \neq 0$) : 9 cách; Chọn b : 10 cách;Chọn c : 10 cách;

Chọn d : 10 cách; Chọn e : 10 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9.\ 10^4 = 90000$ số tm

b) Số 10 chữ số thuận nghịch, tất cả các chữ số khác 0

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdedcba}$; a,b,c,d,e $\neq 0$

Chọn a : 9 cách; Chọn b : 9 cách; Chọn c : 9 cách;

Chọn d : 9 cách; Chọn e : 9 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9^5 = 59049$ số tm

c) Số có 9 chữ số có tổng các chữ số là 18

Ta có: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 18$ $(1 \le x_1 \le 9 ; 0 \le x_i \le 9.\ i=\overline{2,10})$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \ge 1; 0 \le x_i \le 9, i=\overline{2,10}$

$N_1 = C_{26}^{17} - 9C_{16}^{7} = 3021590$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \ge 10; 0 \le x_i \le 9, i=\overline{2,10}$

Tương tự N_1, $N_2 = C_{17}^{8} - 9.0 = 24310$

Vậy có $N_1 - N_2 = 2997280$ nghiệm thỏa mãn ycbt

51. a) Các xâu nhị phân độ dài n và không có k số 1 liên tiếp

Đặt xâu thỏa mãn ycbt là $x_1 x_2 \ldots x_n$ ($n \ge k$)

Gọi a_n là số các xâu độ dài n và không có k số 1 liên tiếp

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu không có k số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu thỏa mãn

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu không có k số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu thỏa mãn
- $x_{n-1} = 1$
  - $x_{n-2} = 0$ xâu có $(n-3)$ số đầu không có k số 1 liên tiếp có a_{n-3} xâu tm.
  - $x_{n-2} = 1$:...

…. $x_{n-k+2} = 0$ có a_{n-k+1} xâu thỏa mãn

$x_{n-k+2} = 1$: $x_{n-k+1} = 0$ a_{n-k} xâu thỏa mãn

Vậy có HTTH : $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots + a_{n-k}$ ($n \ge k+1$)

(Đk đầu $1 \le n < k$: $a_n = 2^n$; $n = k$: $a_n = 2^n - 1$; $a_0 = 0$)

b) Các xâu nhị phân độ dài n và có ít nhất một dãy k số 1 liên tiếp

Đặt xâu thỏa mãn ycbt là $x_1 x_2 \ldots x_n$ ($n \ge k$)

Gọi a_n là số các xâu độ dài n tm ycbt

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu có ít nhất k số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu thỏa mãn

TH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu có ít nhất k số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu thỏa mãn
- $x_{n-1} = 1$
  - $x_{n-2} = 0$ xâu $(n-3)$ số đầu có ít nhất k số 1 liên tiếp có a_{n-3} xâu tm.
  - $x_{n-2} = 1$:...

…. $x_{n-k+2} = 1$ $x_{n-k+1} = 0$ có a_{n-k} xâu

$x_{n-k+1} = 1$ 2^{n-k} xâu

Vậy có HTTH : $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots + a_{n-k} + 2^{n-k}$ ($n \ge k+1$)

(Đk đầu $1 \le n < k$: $a_n = 0$; $n = k$: $a_n = 1$; $a_0 = 0$)

52 = 51 (thay 1 = 0, thay 0 = 1)

53. a) Xâu thập phân độ dài n có chẵn số 1 (có thể có không số 1)

Đặt xâu thập phân độ dài n là $x_1 x_2 \ldots x_n$

Gọi a_n là số xâu độ dài n thỏa mãn ycbt

Xét $n \ge 2$

TH1: $x_n \neq 1$ (x_n có 9 cách chọn): xâu $(n-1)$ số đầu tiên có chẵn số 1: 9 a_{n-1} xâu tm

TH2: $x_n = 1$: xâu $(n-1)$ số đầu tiên có lẻ số 1: $10^{n-1} - a_{n-1}$ xâu tm

Vậy $a_n = 9a_{n-1} + 10^{n-1} - a_{n-1} = 8a_{n-1} + 10^{n-1}$ $(n \ge 2)$

$(a_0 = 0; a_1 = 9)$

b) $a_0 = 3$; $a_1 = 6$; $a_2 = 0$; $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ $(n \ge 3)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^3 - 2r^2 - r + 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -1$ hoặc $r_2 = 2$ hoặc $r_3 = 1$

- $a_n = \alpha_1(-1)^n + \alpha_2 . 2^n + \alpha_3 . 1^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 + \alpha 2 + \alpha 3 = 3 \\ a1 = -\alpha 1 + 2\alpha 2 + \alpha 3 = 6 \\ a2 = \alpha 1 + 4\alpha 2 + \alpha 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = -2 \\ \alpha 2 = -1 \\ \alpha 3 = 6 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = -2.(-1)^n - 2^n + 6$ $(n \geq 0)$

54. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 25$

a) $x_i \geq i$ với $i=\overline{1,6}$;

PT $\Leftrightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 2) + (x_3 - 3) + (x_4 - 4) + (x_5 - 5) + (x_6 - 6) = 4$

Số nghiệm nguyên không âm của pt là $C_9^4 = 126$ nghiệm

b) $2 \leq x_1 \leq 7$ và $4 \leq x_1 \leq 8$ và $x_3 \geq 5$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 2; x_2 \geq 4; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_1 = C_{19}^{14}$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 2; x_2 \geq 9; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_2 = C_{14}^{9}$

N_3 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 8; x_2 \geq 4; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_3 = C_{13}^{8}$

N_4 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 8; x_2 \geq 9; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_4 = C_8^3$

Vậy có $N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = C_{19}^{14} - C_{14}^{9} - C_{13}^{8} + C_8^3 = 8395$ nghiệm thỏa mãn ycbt

55. a) Xâu thập phân độ dài n có lẻ số 0

Đặt xâu thập phân độ dài n là $x_1 x_2 \ldots x_n$

Gọi a_n là số xâu độ dài n thỏa mãn ycbt

Xét $n \geq 2$

TH1: $x_n \neq 0$: $(n-1)$ số đầu có lẻ số 0: $9 a_{n-1}$ xâu tm

TH2: $x_n = 0$: $(n-1)$ số đầu có chẵn số 0: $10^{n-1} - a_{n-1}$ xâu tm

Vậy $a_n = 9 a_{n-1} + 10^{n-1} - a_{n-1} = 8 a_{n-1} + 10^{n-1}$ $(n \geq 2)$

$(a_0 = 0; a_1 = 1)$

b) $a_0 = 7; a_1 = -4; a_2 = 8$; $a_n = 2a_{n-1} + 5 a_{n-2} - 6a_{n-3}$ $(n \geq 3)$

Ta có phương trình đặc trưng : $r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$ hoặc $r_2 = 3$ hoặc $r_3 = 1$

$a_n = \alpha_1(-2)^n + \alpha_2 3^n + \alpha_3 1^n$ $(n \geq 0)$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a0 = \alpha 1 + \alpha 2 + \alpha 3 = 7 \\ a1 = -2\alpha 1 + 3\alpha 2 + \alpha 3 = -4 \\ a2 = 4\alpha 1 + 9\alpha 2 + \alpha 3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha 1 = 3 \\ \alpha 2 = -1 \\ \alpha 3 = 5 \end{cases}$

Vậy nghiệm của htth $a_n = 3.(-2)^n - 3^n + 5$ $(n \geq 0)$

56. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 28$

a) $x_i \geq i$ với $i=\overline{1,6}$

PT $\Leftrightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 2) + (x_3 - 3) + (x_4 - 4) + (x_5 - 5) + (x_6 - 6) = 7$

Số nghiệm nguyên không âm của pt là $C_{12}^7 = 792$ nghiệm

b) $1 \leq x_1 \leq 6$ và $4 \leq x_1 \leq 9$ và $x_3 \geq 4$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 4; x_3 \geq 4; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_1 = C_{24}^{19}$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 10; x_3 \geq 4; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_2 = C_{18}^{13}$

N_3 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 7; x_2 \geq 4; x_3 \geq 4; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_3 = C_{18}^{13}$

N_4 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 7$; $x_2 \geq 10$; $x_3 \geq 4$; $x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_4 = C_{12}^{7}$

Vậy có $N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = C_{24}^{19} - C_{10}^{13} - C_{10}^{13} + C_{12}^{7} = 26160$ nghiệm thỏa mãn ycbt

57. a) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ b) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

p	q	p V q	q V p	p Λ q	q Λ p
T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	F	F	F	F

Vậy $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$; $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

58. a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	p V q	(p V q) V r	q Λ r	p V (q V r)	p Λ q	(p Λ q) Λ r	q Λ r	p Λ (q Λ r)
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	F	F	T	F
F	T	F	T	T	T	T	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

Vậy $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

59. a) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ b) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	q Λ r	p V (q Λ r)	p V q	q V r	(p V q) Λ (p V r)
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Vậy $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	q V r	p Λ (q V r)	p Λ q	q Λ r	(p Λ q) V (p Λ r)
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Vậy $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

60. CM. a) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ b) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

p	q	¬p	¬q	¬p V ¬q	p Λ q	¬(p Λ q)
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T

p	q	¬p	¬q	¬p Λ ¬q	p V q	¬(p V q)
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	F	T	F

F	F	T	T	T	F	T

61. CM các mệnh ≡ T

a) (p ∧ q) ⇒ p d) (p ∧ q) ⇒ (p ⇒ q) b) p ⇒ (p ∨ q) e) ¬(p ⇒ q) ⇒ p c) ¬p ⇒(p ⇒ q) f) ¬(p ⇒ q) ⇒ ¬q

p	q	¬p	¬q	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	¬(p ⇒ q)
T	T	F	F	T	T	T	F
T	F	F	T	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	T	T	F	F	T	F

(p∧q) ⇒p	p⇒(p∨q)	¬p⇒(p ⇒q)	(p∧q)⇒(p ⇒q)	¬(p ⇒q)⇒p	¬(p ⇒q)⇒ ¬q
T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T

Vậy các mệnh đề ≡ T

62. CM các mệnh đề ≡ T

a) [¬p ∧ (p ∨ q)]⇒ q b) [(p ⇒ q) ∧ (q ⇒ r)]⇒ (p ⇒ r)
c) [p ∧ (p ⇒ q)]⇒ q d) [(p ∨ q) ∧ (p ⇒ r) ∧ (q ⇒ r)]⇒ r

p	q	¬p	p ∨ q	¬p ∧ (p ∨ q)	[¬p ∧ (p ∨ q)]⇒ q
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T

p	q	r	p ⇒ q	q ⇒ r	p ⇒ r	(p ⇒ q) ∧ (q ⇒ r)	MĐ b)
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	T	F	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

p	q	p ⇒ q	p ∧ (p ⇒ q)	[p ∧ (p ⇒ q)]⇒ q
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

p	q	r	p ⇒ r	q ⇒ r	p ∨ q	(p ∨ q)∧(p ⇒r)∧(q ⇒r)	MĐ d
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	F	T
F	F	F	T	T	F	F	T

63.

a) (p ⇔ q) ⇔ (p ∧ q) ∨ (¬p ∧ ¬q) Ta có: p ⇔ q ≡ (p ⇒ q) ∧ (q ⇒ p)	b) (p ⇒ q) ⇔ (¬q ⇒ ¬p) Ta có p ⇒ q ≡ ¬p ∨ q

$\equiv (\neg p \lor q) \land (\neg q \lor p)$
$\equiv [(\neg p \lor q) \land \neg q] \lor [(\neg p \lor q) \land p]$
$\equiv [(\neg p \land \neg q) \lor (\neg q \land q)] \lor [(\neg p \land p) \lor (p \land q)]$
$\equiv (\neg p \land \neg q) \lor (p \land q)$
Vậy $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)$
c) $\neg (p \oplus q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$
Ta có $\neg (p \oplus q)$
$\equiv (p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)$
$\equiv [p \lor (\neg p \land \neg q)] \land [q \lor (\neg p \land \neg q)]$
$\equiv [(p \lor \neg p) \land (p \lor \neg q)] \land [(q \lor \neg q) \land (q \lor \neg p)]$
$\equiv (p \lor \neg q) \land (q \lor \neg p)$
$\equiv (q \Rightarrow p) \land (p \Rightarrow q)$
$\equiv p \Leftrightarrow q$
Vậy $\neg (p \oplus q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

$\equiv \neg (\neg q) \lor \neg p$
$\equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
Vậy $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$
d) $\neg (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow q)$
Ta có: $\neg (p \Leftrightarrow q)$
$\equiv \neg [(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow p)]$
$\equiv \neg (p \Rightarrow q) \lor \neg (q \Rightarrow p)$
$\equiv \neg (\neg p \lor q) \lor \neg (\neg q \lor p)$
$\equiv (p \land \neg q) \lor (q \land \neg p)$
$\equiv [p \lor (q \land \neg p)] \land [\neg q \lor (q \land \neg p)]$
$\equiv (p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)$
$\equiv (\neg (\neg p) \lor q) \land (\neg q \lor \neg p)$
$\equiv (\neg p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow \neg p)$
$\equiv (\neg p \Leftrightarrow q)$
Vậy $\neg (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow q)$

64.

a) $(p \land q) \Rightarrow p$
$\equiv \neg (p \land q) \lor p$
$\equiv (\neg p \lor \neg q) \lor p$
$\equiv (\neg p \lor p) \lor \neg q$
$\equiv T$
b) $p \Rightarrow (p \lor q)$
$\equiv \neg p \lor (p \lor q)$
$\equiv (\neg p \lor p) \lor q$
$\equiv T$
c) $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
$\equiv \neg (\neg p) \lor (p \Rightarrow q)$
$\equiv p \lor (\neg p \lor q)$
$\equiv (p \lor \neg p) \lor q$
$\equiv T$

d) $(p \land q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
$\equiv \neg (p \land q) \lor (\neg p \lor q)$
$\equiv \neg p \lor \neg q \lor \neg p \lor q$
$\equiv T$
e) $\neg (p \Rightarrow q) \Rightarrow p$
$\equiv \neg (\neg (p \Rightarrow q)) \lor p$
$\equiv (p \Rightarrow q) \lor p$
$\equiv (\neg p \lor q) \lor p$
$\equiv (\neg p \lor p) \lor q$
$\equiv T$
f) $\neg (p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q)$
$\equiv \neg (\neg (p \Rightarrow q)) \lor (\neg q)$
$\equiv (\neg p \lor q) \lor (\neg q)$
$\equiv \neg p \lor (q \lor \neg q)$
$\equiv T$

65.

a) $[\neg p \land (p \lor q)] \Rightarrow q$
$\equiv \neg [\neg p \land (p \lor q)] \lor q$
$\equiv p \lor \neg (p \lor q) \lor q$
$\equiv (p \lor q) \lor \neg (p \lor q)$
$\equiv T$
b) $[(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
$\equiv \neg [(\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r)] \lor (\neg p \lor r)$
$\equiv (p \land \neg q) \lor (q \land \neg r) \lor (\neg p \lor r)$
$\equiv [(p \land \neg q) \lor \neg p] \lor [r \lor (q \land \neg r)]$
$\equiv [(p \lor \neg p) \land (\neg p \lor \neg q)] \lor [(r \lor \neg r) \land (r \lor q)]$
$\equiv (\neg p \lor \neg q) \lor (r \lor q)$
$\equiv (\neg q \lor q) \lor \neg p \lor r$
$\equiv T$

c) $[p \land (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
$\equiv \neg [p \land (\neg p \lor q)] \lor q$
$\equiv \neg p \lor (p \land \neg q) \lor q$
$\equiv (\neg p \lor q) \lor \neg (\neg p \lor q)$
$\equiv T$
d) $[(p \lor q) \land (p \Rightarrow r) \land (q \Rightarrow r)] \Rightarrow r$
$\equiv \neg [(p \lor q) \land (\neg p \lor r) \land (\neg q \lor r)] \lor r$
$\equiv (\neg p \land \neg q) \lor (p \land \neg r) \lor (q \land \neg r) \lor r$
$\equiv [(\neg p \land \neg q) \lor r] \lor [(p \lor q) \land \neg r]$
$\equiv \neg [(p \lor q) \land \neg r] \lor [(p \lor q) \land \neg r]$
$\equiv T$

66.

a) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)$
Ta có $p \Leftrightarrow q$
$\equiv (p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow p)$
$\equiv (\neg p \lor q) \land (\neg q \lor p)$
$\equiv [(\neg p \lor q) \land \neg q] \lor [(\neg p \lor q) \land p]$
$\equiv [(\neg p \land \neg q) \lor (q \land \neg q)] \lor [(\neg p \land p) \lor (p \land q)]$
$\equiv (\neg p \land \neg q) \lor (p \land q)$

b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$
Ta có $p \Rightarrow q$
$\equiv \neg p \lor q$
$\equiv \neg (\neg q) \lor \neg p$
$\equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
Vậy $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

Vậy $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

c) $\neg(p \oplus q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

ta có $\neg(p \oplus q)$

$\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$\equiv [(p \wedge q) \vee \neg p] \wedge [(p \wedge q) \vee \neg q]$

$\equiv [(p \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee q)] \wedge [(p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg q)]$

$\equiv (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

$\equiv (p \Leftrightarrow q)$

Vậy $\neg(p \oplus q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

d) $\neg (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow q)$

Ta có $\neg (p \Leftrightarrow q)$

$\equiv \neg(p \Rightarrow q) \vee \neg (q \Rightarrow p)$

$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$

$\equiv [(p \wedge \neg q) \vee q] \wedge [(p \wedge \neg q) \vee \neg p]$

$\equiv [(p \vee q) \wedge (\neg q \vee q)] \wedge [(p \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee \neg q)]$

$\equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$\equiv (\neg p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg p)$

$\equiv (\neg p \Leftrightarrow q)$

Vậy $\neg (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow q)$

67. A,B,C là các tập hợp

a) $(B \setminus A) \cup (C \setminus A) = (B \cup C) \setminus A$

Giả sử $x \in (B \setminus A) \cup (C \setminus A)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in B\setminus A \\ x \in C\setminus A \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \in B \\ x \notin A \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \in C \\ x \notin A \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ \left[\begin{array}{l} x \in B \\ x \in C \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ x \in B \cup C \end{array}\right.$

$\Rightarrow x \in (B \cup C) \setminus A$

$\Rightarrow (B \setminus A) \cup (C \setminus A) \subseteq (B \cup C) \setminus A$ (1)

Giả sử $x \in (B \cup C) \setminus A$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ x \in B \cup C \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ \left[\begin{array}{l} x \in B \\ x \in C \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \in B \\ x \notin A \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \in C \\ x \notin A \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in B\setminus A \\ x \in C\setminus A \end{array}\right.$

$\Rightarrow x \in (B \setminus A) \cup (C \setminus A)$

$\Rightarrow (B \cup C) \setminus A \subseteq (B \setminus A) \cup (C \setminus A)$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow (B \setminus A) \cup (C \setminus A) = (B \cup C) \setminus A$

b) $A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Giả sử $x \in A \setminus B \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \notin B \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \in \overline{B} \end{array}\right. \Rightarrow x \in A \cap \overline{B}$

$\Rightarrow (A \setminus B) \subseteq (A \cap \overline{B})$ (1)

Giả sử $x \in (A \cap \overline{B}) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \in \overline{B} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \notin B \end{array}\right. \Rightarrow x \in A \setminus B$

$\Rightarrow (A \cap \overline{B}) \subseteq (A \setminus B)$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow (A \setminus B) = (A \cap \overline{B})$

c) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$

Giả sử $x \in (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap B \\ x \in A \cap \overline{B} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \in \overline{B} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \notin B \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ \left[\begin{array}{l} x \in B \\ x \notin B \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in A$

$\Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \subseteq A$ (1)

Giả sử $x \in A \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ \left[\begin{array}{l} x \in B \\ x \notin B \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \notin B \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap B \\ x \in A \cap \overline{B} \end{array}\right.$

$x \in (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$

$\Rightarrow A \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$

d) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Giả sử $x \in A \cup (B \cup C) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in C \cup B \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cup B \\ x \in C \end{array}\right.$

$\Rightarrow x \in (A \cup B) \cup C$

$\Rightarrow A \cup (B \cup C) \subseteq (A \cup B) \cup C$ (1)

Giả sử x $(A \cup B) \cup C \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cup B \\ x \in C \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \cup C \end{array}\right.$

$\Rightarrow x$ $A \cup (B \cup C)$

$\Rightarrow (A \cup B) \cup C \subseteq A \cup (B \cup C)$ (2)

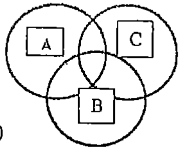
(TEAM: Nguyễn Hà Giáng My; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Trình)

(1), (2) $\Rightarrow A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

c) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \setminus (B \setminus C)$

Đề bài sai

Minh họa



Ta có VP $= (A \setminus B) \cap \overline{(B \setminus C)}$

$= (A \cap \overline{B}) \cap \overline{(B \cap \overline{C})}$

$= (A \cap \overline{B}) \cap (\overline{B} \cup C)$

$= [(A \cap \overline{B}) \cap \overline{B}] \cup [(A \cap \overline{B}) \cap C]$

$= (A \cap \overline{B}) \cup [(A \cap \overline{B}) \cap C]$

$= A \cap \overline{B}$

$= A \setminus B$ VT

Đề bài sai

68. a) Có n đồ vật, trọng lượng đồ vật j là a_j

Giá trị sử dụng đồ vật j là c_j

Trọng lượng tối đa là b

B1: Sx các đồ vật tm

$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$

B2: (Lặp) Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1,2,3, \ldots, n$

Giá trị sử dụng của k số vật trong túi

$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i$

Trọng lượng còn lại trong túi $\quad b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i$

Cận trên của phương án bộ phận cấp k

$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k \cdot \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}$

B3: Trả lại kết quả PATƯ và GTTƯ tìm được

Thuật toán: Branch_and_Bound (k)

```
{       for(j= [b_k/a_k ]; j ≥0; j--)
        {       x_k = j;
                δ_k = δ_k + c_k* x_k ;
                b_k = b_k - a_k* x_k ;
                if (k == n) <Ghi nhận kỷ lục>
                else if (δ + (b_k*c_{k+1}) / a_{k+1} > FOPT )
                        Branch_and_Bound (k+1);
                δ_k = δ_k - c_k* x_k ;
                b_k = b_k + a_k* x_k ;
        }
}
```

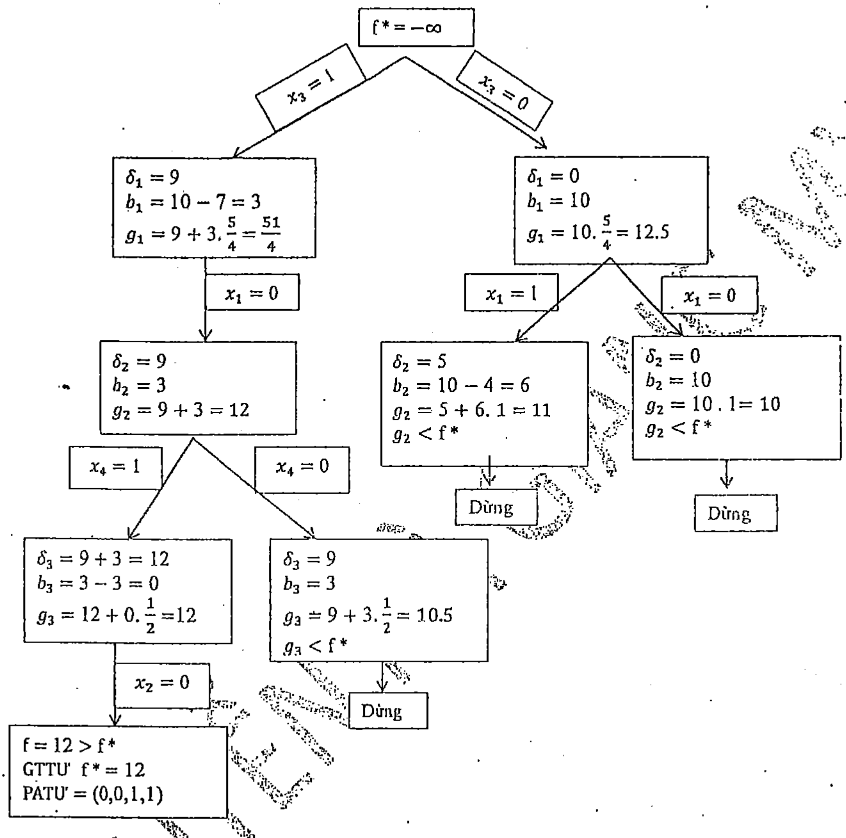
b) Giải bài toán cái túi

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 9x_3 + 3x_4 \to max \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 10 \\ x_j \in \{0; 1\}, j = 1,2,3,4 \end{cases}$$

Ta có $b = 10; n = 4; c_1 = 5; c_2 = 1; c_3 = 9; c_4 = 3;$

$a_1 = 4; a_2 = 2; a_3 = 7; a_4 = 3;$

Ta lại có : $\frac{c_3}{a_3} = \frac{9}{7} > \frac{c_1}{a_1} = \frac{5}{4} > \frac{c_4}{a_4} = \frac{3}{3} > \frac{c_2}{a_2} = \frac{1}{2}$



Vậy PATU $X^* = (x_1; x_2; x_3; x_4;) = (0,0,1,1)$ GTTƯ $f^* = 12$

69. a) = 68. a)

b) Áp dụng thuật toán

$$\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \to max \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 \le 12 \\ x_j \in (0;1); j = 1,2,3,4 \end{cases}$$

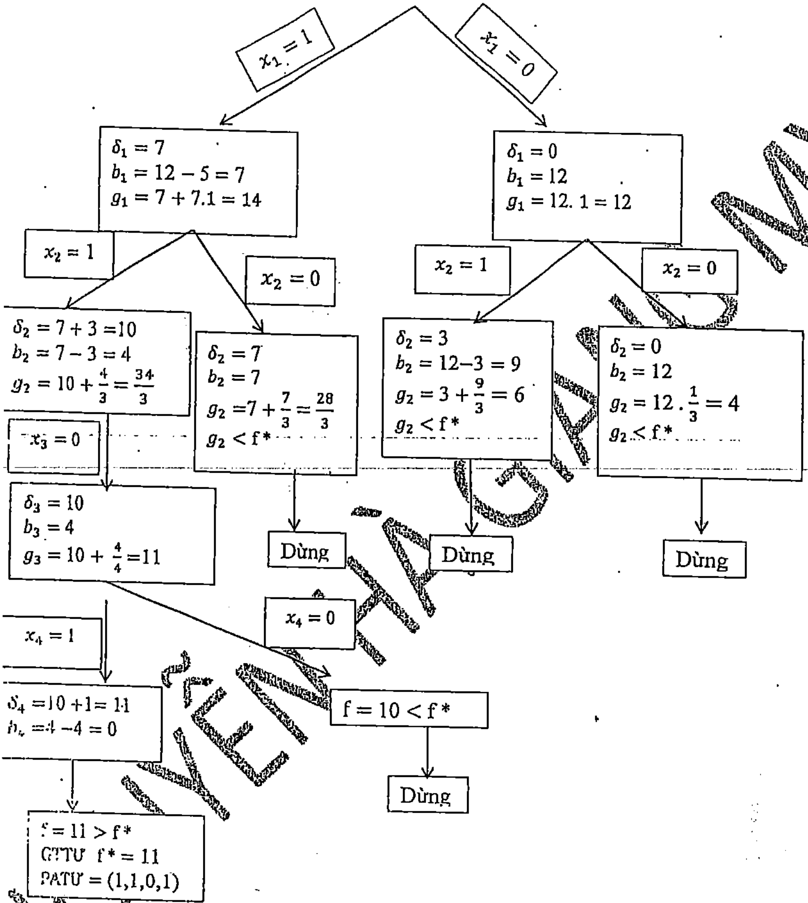
Ta có b = 12, n= 4; $c_1 = 7; c_2 = 3; c_3 = 2; c_4 = 1;$

$a_1 = 5; a_2 = 3; a_3 = 6; a_4 = 4;$

Ta lại có : $\frac{c_1}{a_1} = \frac{7}{5} > \frac{c_2}{a_2} = \frac{3}{3} > \frac{c_3}{a_3} = \frac{2}{6} > \frac{c_4}{a_4} = \frac{1}{4}$

$\boxed{f^* = -\infty}$

By: Nguyễn Hà Giáng My
facebook.com/meeA.giangmy



Vậy PATƯ $X^* = (x_1; x_2; x_3; x_4;) = (1,1,0,1)$

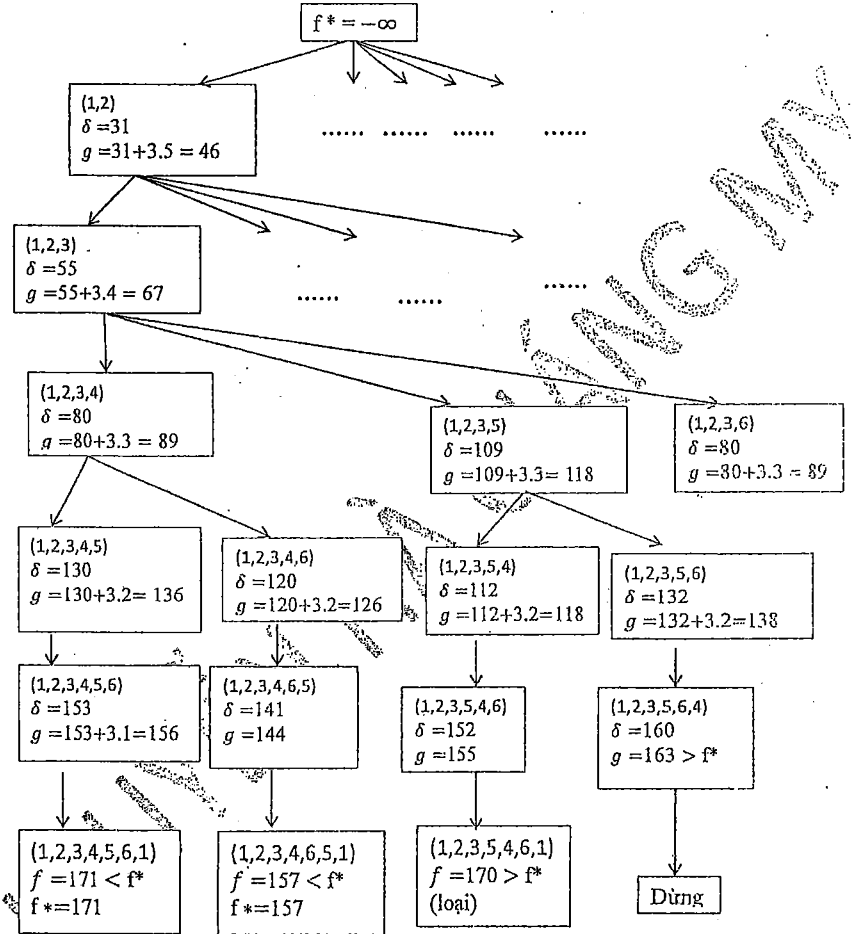
GTTƯ $f^* = 11$

70(b) = 63. a)

b) Tương tự PATƯ $X^* = (x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7; x_8; x_9; x_{10};)$
$= (1,1,0,1,0,0,1,0,0,0)$

GTTƯ $f^* = 95$

71. $c_{min} = 3$



KL đường đi tối ưu (1,6,3,2,5,4,1)
GTTƯ f * = 63

72. tương tự (thường trong đề cho ma trận cấp 4 hoặc 5 thôi

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
Môn: **TOÁN RỜI RẠC 1**

Bài 1: Chương trình liệt kê các xâu nhị phân có độ dài n.

```
#include<iostream>
#include<math.h>
using namespace std;
void gen(int A[], int n)
{
   ++A[n-1];
   for(int i = n - 1; i > 0; --i)

      {
     if (A[i] > 1)
           {
       ++A[i-1];
       A[i] -= 2;
     }
   }
}
```

```
void xuat(int A[], int n)
{
   for (int i = 0; i < n; i++)
      cout<<A[i];
   cout<<endl;
}
int main()
{
   int n;
   cout<<"Liet ke cac xau nhi phan co do dai n =  ";
   cin>>n;
   int *A = new int[n];
   for (int i = 0; i < n; i++) A[i] = 0;
   for (int i = 0; i < pow(2, n); i++)
      {
      xuat(A, n);
      gen(A, n);
   }
}
```

<u>Bài 2:</u> Chương trình liệt kê các tổ hợp chập k của n phần tử.

```
#include <iostream>
```

```
using namespace std;
int a[100000] ;
int k, n;
void printResult()
{
   for(int i = 1; i <= k; i++)
       {
      cout<<a[i]<<" ";
   }
   cout<<endl;
}
void backtrack(int i)
{
   for(int j = a[i-1] + 1; j <= n - k + i; j++)
       {
      a[i] = j;
      if(i == k)
              {
         printResult();
      }
      else
              {
         backtrack(i+1);
```

```
        }
    }
}
void toHop()
{
   if(k >= 0 && k <= n)
       {
       a[0] = 0;
       backtrack(1);
   }
   else
       {
       cout<<"Loi: Khong thoa man dieu kien 0 <= k <= n "<<endl;
   }
}
int main()
{
   cout<<"Vui long nhap n va k thoa man 0 <= k <= n:\nn = "; cin>>n;
   cout<<"k = "; cin>>k;
   cout<<"\nCac to hop chap "<<k<<" cua "<<n<<" phan tu la:\n";
   toHop();
```

```
  return 0;
}
```

Bài 3: Chương trình liệt kê các hoán vị của n phần tử.

```
#include<iostream>
#define MAX 20
using namespace std;
int n;
int Bool[MAX] = { 0 };
int A[MAX];
void xuat()
{
   for (int i = 1; i <= n; i++)
      cout<<A[i]<<" ";
   cout<<endl;
}
void Try(int k)
{
   for (int i = 1; i <= n; i++)
      {
      if (!Bool[i])
            {
```

```
        A[k] = i;
        Bool[i] = 1;
        if (k == n)
           xuat();
        else
           Try(k + 1);
        Bool[i] = 0;
     }
  }
}
int main()
{
  cout<<"Nhap n = ";
  cin>>n;
  cout<<"\nCac hoan vi cua "<<n<<" phan tu la:\n";
  Try(1);
  return 0;
}
```