



ĐỆ QUI (RECURSION)

- Khái niệm, định nghĩa
- Thiết kế giải thuật đệ qui
- Một số ví dụ
- Bài tập



Khái niệm

- Định nghĩa đệ qui:
 - Nó hoặc 1 phần của nó được định nghĩa qua chính nó
- Định nghĩa số tự nhiên:
 - 0 là số tự nhiên.
 - Nếu k là số tự nhiên thì $k+1$ cũng là số tự nhiên
- Định nghĩa chuỗi ký tự bằng đệ qui:
 - Chuỗi rỗng là 1 chuỗi ký tự.
 - Một chữ cái bất kỳ ghép với 1 chuỗi sẽ tạo thành 1 chuỗi mới.
- Định nghĩa hàm giai thừa, $n!$.
 - Khi $n=0$, định nghĩa $0!=1$
 - Khi $n>0$, định nghĩa $n!=(n-1)! \times n$



Khái niệm

- Chương trình đệ qui:
 - Có lời gọi chính nó
- Đặc điểm chương trình đệ qui:
 - Có thể gọi chính nó.
 - Giải quyết vấn đề tương tự nhưng nhỏ hơn (tham số nhỏ hơn)
 - Chương trình được gọi nhỏ dần đến khi tự giải quyết đc mà ko cần gọi chính nó nữa
- Ưu điểm chương trình đệ qui:
 - Thực hiện một số lượng lớn các thao tác tính toán thông qua 1 đoạn chương trình ngắn gọn



Điều kiện chương trình đệ qui

- Vấn đề cần xử lý phải được giải quyết 1 cách đệ qui
- Ngôn ngữ dùng để viết chương trình phải hỗ trợ đệ qui (hỗ trợ hàm/thủ tục)
- Hạn chế khai báo biến, hằng, thủ tục con trong hàm đệ qui
- Đệ qui trực tiếp
 - Gọi chính nó
- Đệ qui gián tiếp
 - Gọi chính nó thông qua một thủ tục trung gian



Khi nào không nên dùng đệ qui

- Khi chương trình có thể xử lý bằng các cấu trúc lệnh khác (lặp) mà không quá phức tạp.
- Khi gọi hàm đệ qui không đảm bảo tham số sẽ nhỏ đi.
 - n chẵn: $=n/2$
 - n lẻ: $= 3*n+1$
- Khi gọi hàm đệ qui có thể tạo các tính toán thừa.
 - Ví dụ: Tính dãy Fibonacci
 - $F(0) = 0$
 - $F(1) = 1$
 - Với $n > 1$ thì $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$

Khi nào không nên dùng đệ qui

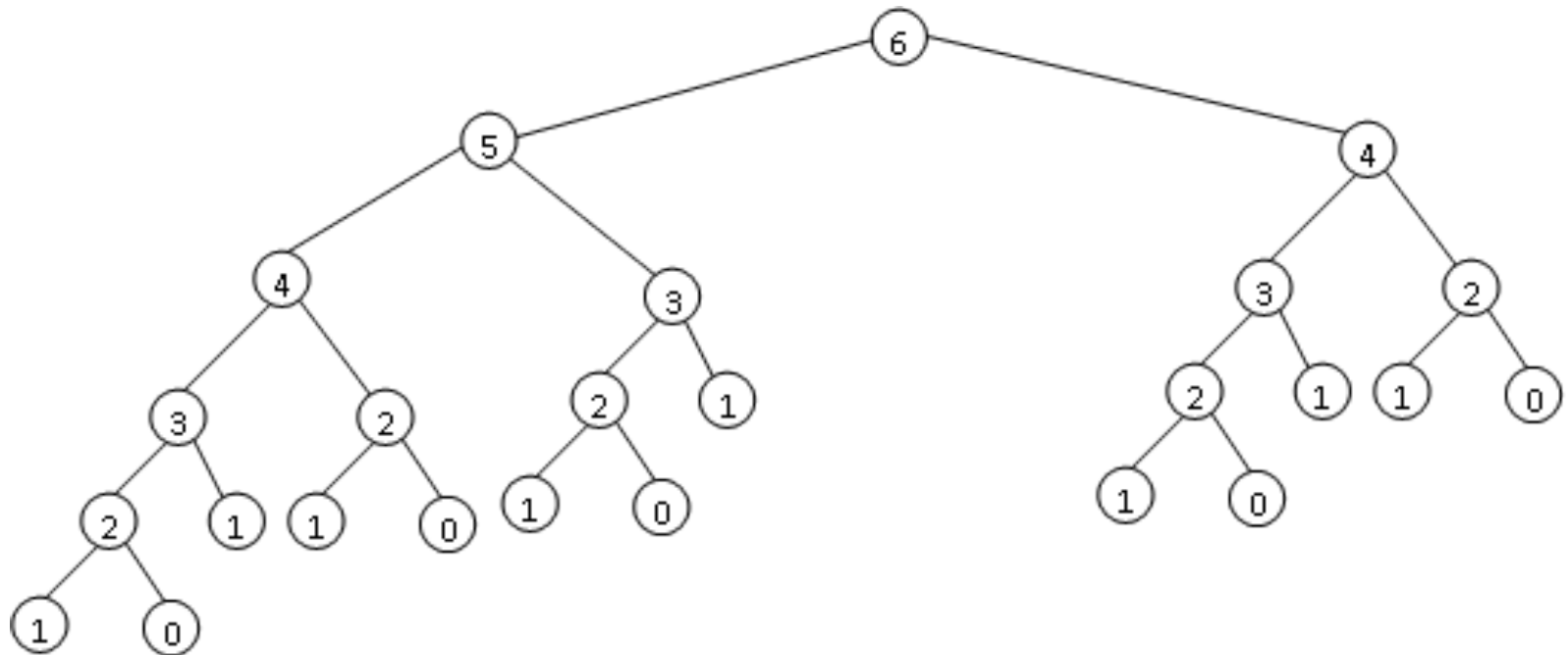
○ Hàm đệ qui tính dãy fibonacci

```
int Fibonacci(int i){  
    if (i==0) return 0;  
    if (i==1) return 1;  
    return Fibonacci(i-1) + Fibonacci (i-2)  
}
```

- Lời gọi $F(n) \rightarrow F(n-1)$ và $F(n-2)$
- Lời gọi $F(n-1) \rightarrow F(n-2)$ và $F(n-3)$
- Lời gọi $F(n-2) \rightarrow F(n-3)$ và $F(n-4)$
- ...

Khi nào không nên dùng đệ qui

- Số lời gọi đệ qui khi gọi Fibonacci(6)



Khi nào không nên dùng đệ qui

- Tính dãy fibonacci bằng vòng lặp

```
F[0]=0;
```

```
F[1]=1;
```

```
for (i=2; i<n-1; i++)
```

```
    F[i] = F[i-1] + F[i-2];
```

- Chỉ sử dụng khi đảm bảo ko có tính toán thừa
- Một số bài toán rất phù hợp với đệ qui (dễ hiểu)
- Các giải thuật đệ qui đều có thể chuyển về lặp
 - Có thể làm chương trình phức tạp hơn nhiều



Ví dụ 1

- Tính giá trị $n!$:

- $n=0$: $n! = 1$
- $n>0$: $n! = (n-1)! * n$

- Hàm đệ qui tính $n!$:

```
int giaithua (int n) {  
    if (n==0) return 1;  
    else return giaithua(n-1) * n;  
}
```

- Điểm dừng thuật toán khi $n=0$
- Điểm dừng không thỏa mãn: gọi hàm với tham số $n-1$



Ví dụ 2

- Thuật toán Euclid tính USCLN của (m, n)
 - Đơn giản:
 - Duyệt từ $\min(m, n) \rightarrow 1$, nếu chia hết số nào thì đó là USCLN(m, n)
 - Thuật toán Euclid hiệu quả hơn:
 - $\text{USCLN}(m, n) = \text{USCLN}(m \bmod n, n)$ với $m > n$
 - Hàm đệ qui tính USCLN(m, n)

```
int USCLN(int m, int n) {  
    if (n==0) return m;  
    else return USCLN(n, m % n);  
}
```



Ví dụ 2

- Thuật toán Euclid tính USCLN của (m, n)
 - Điểm dừng thuật toán khi $n=0$: $\text{USCLN}(m, 0)=m$
 - Khi $n>0$, gọi đệ qui $\text{USCLN}(n, m\%n)$
 - Sau mỗi lần gọi các tham số sẽ nhỏ dần đi: $n < m$, $m\%n < n$
 - Sau 1 số hữu hạn lời gọi tham số sẽ $= 0 \rightarrow$ dừng
 - $\text{USCLN}(108, 45)$ 108 chia 45 dư 18, do đó tiếp theo gọi
 - $\text{USCLN}(45, 18)$ 45 chia 18 dư 9, do đó tiếp theo gọi
 - $\text{USCLN}(18, 9)$ 18 chia 9 dư 0, do đó tiếp theo gọi
 - $\text{USCLN}(9, 0)$ tham số thứ 2 $= 0$, do đó kết quả là tham số thứ nhất, tức là 9.



Bài tập

- Viết chương trình bằng C/C++ thực hiện các thuật toán đệ qui đã trình bày.
- Sử dụng đệ qui để xác định số chữ số của 1 số tự nhiên (bằng cách chia liên tục cho 10).
 - ✓ Phác thảo thuật toán đệ qui cho vấn đề
 - ✓ Viết hàm đệ qui giải quyết bài toán trên.
- Một chuỗi ký tự được gọi là chuỗi palindrome nếu nó đọc xuôi hoặc ngược đều như nhau (ví dụ madam).
 - ✓ Phác thảo thuật toán đệ qui cho vấn đề
 - ✓ Viết hàm đệ qui kiểm tra 1 chuỗi có phải là palindrome không?