

BÀI 2. BIẾN CỐ VÀ QUAN HỆ GIỮA CÁC BIẾN CỐ

Môn học: Xác suất Thống kê

Giảng viên: TS. Nguyễn Kiều Linh

Hà Nội, năm 2020

Nội dung

- 1 Phép thử và biến cố
- 2 Các loại biến cố
- 3 Quan hệ giữa các biến cố
 - Quan hệ kéo theo, quan hệ tương đương
 - Biến cố tổng
 - Biến cố tích
 - Hai biến cố xung khắc
 - Biến cố đối lập
 - Biến cố hiệu
 - Hệ đầy đủ các biến cố

Nội dung

1 Phép thử và biến cố

2 Các loại biến cố

3 Quan hệ giữa các biến cố

- Quan hệ kéo theo, quan hệ tương đương
- Biến cố tổng
- Biến cố tích
- Hai biến cố xung khắc
- Biến cố đối lập
- Biến cố hiệu
- Hệ đầy đủ các biến cố

1. Phép thử và biến cố

Định nghĩa

- **Phép thử ngẫu nhiên hay phép thử** là một thí nghiệm hay một quan sát nào đó mà ta biết tất cả các kết quả có khả năng xảy ra. Tuy nhiên ta không biết kết quả nào sẽ xảy ra trong các kết quả đó trước khi thực hiện thí nghiệm hay quan sát đó.
- Hiện tượng, kết quả xét trong phép thử gọi là **biến cố**.
- Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên được gọi là **không gian mẫu** và được ký hiệu là Ω .

Ví dụ 1

- Gieo một con súc sắc (cân đối, đồng chất trên mặt phẳng cứng) là một phép thử. Súc sắc xuất hiện mặt 1, 2, 3, 4, 5, 6 chấm là các biến cố. Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Tung một đồng xu (cân đối, đồng chất trên mặt phẳng cứng) là một phép thử. Đồng xu xuất hiện mặt sấp, mặt ngửa là các sự kiện. Không gian mẫu $\Omega = \{S, N\}$.

Nội dung

1 Phép thử và biến cố

2 Các loại biến cố

3 Quan hệ giữa các biến cố

- Quan hệ kéo theo, quan hệ tương đương
- Biến cố tổng
- Biến cố tích
- Hai biến cố xung khắc
- Biến cố đối lập
- Biến cố hiệu
- Hệ đầy đủ các biến cố

2. Các loại biến cố

Các loại biến cố

- **Biến cố chắc chắn** là biến cố nhất định sẽ xảy ra khi thực hiện một phép thử. Ký hiệu là U hoặc Ω .
- **Biến cố không thể** là biến cố nhất định không xảy ra khi thực hiện một phép thử. Ký hiệu là V hoặc \emptyset .
- **Biến cố ngẫu nhiên** là biến cố có thể xảy ra hoặc không xảy ra khi thực hiện một phép thử. Thường ký hiệu là các chữ cái in như A, B, C, A_1, A_2, \dots .

Ví dụ 2

Gieo một con súc sắc khi đó

- Biến cố U "xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 0 và nhỏ hơn 7" là biến cố chắc chắn.
- Biến cố V "xuất hiện mặt 7 chấm" là biến cố không thể.
- Biến cố A "xuất hiện mặt chấm chẵn" là biến cố ngẫu nhiên.

2. Các loại biến cố

Xét dưới góc độ phân tích nhỏ các biến cố

- **Biến cố sơ cấp** là biến cố không thể phân tích thành các biến cố nhỏ hơn.
- **Biến cố phức hợp** là biến cố có thể phân tích thành các biến cố nhỏ hơn.

Ví dụ 3

Gieo một con súc sắc khi đó

- Biến cố A_i "xuất hiện mặt có i chấm", $i = 1, 2, \dots, 6$ là biến cố sơ cấp.
- Biến cố A "xuất hiện mặt chấm chẵn" là biến cố phức hợp vì có thể phân tích nó thành các biến cố A_2, A_4, A_6 .

Nội dung

1 Phép thử và biến cố

2 Các loại biến cố

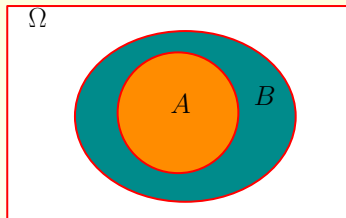
3 Quan hệ giữa các biến cố

- Quan hệ kéo theo, quan hệ tương đương
- Biến cố tổng
- Biến cố tích
- Hai biến cố xung khắc
- Biến cố đối lập
- Biến cố hiệu
- Hệ đầy đủ các biến cố

3.1. Quan hệ kéo theo, quan hệ tương đương

Quan hệ kéo theo

Biến cố A được gọi là *kéo theo* biến cố B , ký hiệu $A \subseteq B$ (hoặc $A \Rightarrow B$), nếu A xảy ra thì B xảy ra.



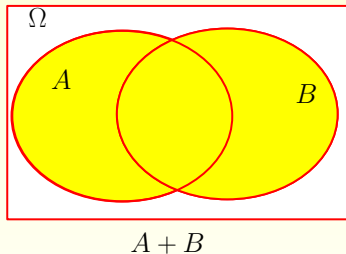
Quan hệ tương đương

Biến cố A được gọi là *tương đương* với biến cố B , ký hiệu $A = B$ (hoặc $A \Leftrightarrow B$), nếu $A \subseteq B$ và $B \subseteq A$.

3.2. Biến cố tổng

Biến cố tổng

Biến cố C được gọi là *tổng của hai biến cố* A và B , ký hiệu $C = A + B$ (hoặc $A \cup B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra.



Ví dụ 6

Hai người thợ săn cùng bắn một con thú. Nếu gọi A là biến cố "người thứ nhất bắn trúng con thú" và B là biến cố "người thứ hai bắn trúng con thú" thì $C = A + B$ là biến cố "con thú bị bắn trúng".

3.2. Biến cố tổng

Mở rộng

Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \dots, A_n , ký hiệu $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ (hoặc $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$), nếu A xảy ra khi và chỉ khi ít nhất một trong các biến cố A_i xảy ra, $i = 1, 2, \dots, n$.

Chú ý

- Mọi biến cố ngẫu nhiên đều có thể biểu diễn dưới dạng tổng của một số biến cố sơ cấp nào đó.
- Biến cố chắc chắn Ω là tổng của mọi biến cố sơ cấp có thể. Do đó Ω còn được gọi là không gian các biến cố sơ cấp.

Ví dụ 7

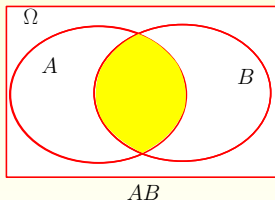
Tung một con xúc xắc. Ta có 6 biến cố sơ cấp A_1, A_2, \dots, A_6 , trong đó A_i là biến cố xuất hiện mặt i chấm, $i = 1, 2, \dots, 6$.

- Biến cố A "xuất hiện mặt có số chấm lẻ", thì $A = A_1 + A_3 + A_5$.
- Biến cố B "xuất hiện mặt có số chấm chẵn", thì $A = A_2 + A_4 + A_6$.

3.3. Biến cố tích

Biến cố tích

- Biến cố C được gọi là *tích của hai biến cố* A và B , ký hiệu $C = AB$ (hoặc $A \cap B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.
- Biến cố A được gọi là *tích của các biến cố* A_1, A_2, \dots, A_n , ký hiệu $A = A_1 A_2 \dots A_n$ (hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$), nếu A xảy ra khi và chỉ khi tất cả các biến cố A_i xảy ra, $i = 1, 2, \dots, n$.

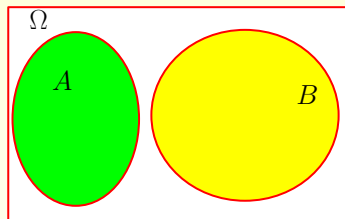


Ví dụ 8

Hai người thợ săn cùng bắn một con thú. Nếu gọi A là biến cố "người thứ nhất không bắn trúng con thú" và B là biến cố "người thứ hai không bắn trúng con thú" thì $C = AB$ là biến cố "con thú không bị bắn trúng".

3.4. Hai biến cố xung khắc

Hai biến cố A và B được gọi là *xung khắc* với nhau nếu chúng không đồng thời xảy ra trong cùng một phép thử. Như vậy, nếu A và B xung khắc thì $AB = \emptyset$.



$$AB = \emptyset$$

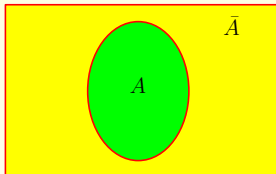
Ví dụ 9

Chọn ngẫu nhiên một sinh viên. Gọi A là biến cố "sinh viên đó là nữ", B là biến cố "sinh viên đó là nam". Khi đó $AB = \emptyset$, tức là A, B là hai biến cố xung khắc.

3.5. Biến cố đối lập

Biến cố đối lập

- Biến cố không xảy ra biến cố A được gọi là *biến cố đối lập* (hay *biến cố đối*) của A , ký hiệu là \bar{A} .
- Biến cố A và \bar{A} thoả mãn tính chất $A + \bar{A} = \Omega$ và $A\bar{A} = \emptyset$.



Ví dụ 10

Gieo một con xúc xắc một lần, khi đó

- A là biến cố "giao được mặt chẵn" thì \bar{A} là biến cố "giao được mặt lẻ".
- A là biến cố "giao được mặt một chấm" thì \bar{A} là biến cố "giao được mặt từ 2 chấm đến 6 chấm".

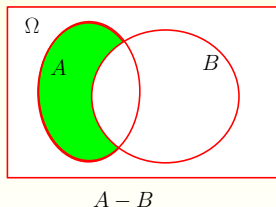
3.6. Biến cố hiệu

Biến cố hiệu

Biến cố C được gọi là *hiệu của hai biến cố* A và B , ký hiệu $C = A - B$, nếu C xảy ra khi và chỉ khi A xảy ra nhưng B không xảy ra.

Chú ý

Biến cố hiệu biến đổi thành biến cố tích như sau: $A - B = A\bar{B}$.



3.7. Hệ đầy đủ các biến cố

Hệ đầy đủ các biến cố

Hệ n biến cố A_1, A_2, \dots, A_n được gọi là *hệ đầy đủ các biến cố* nếu nhất định phải xảy ra một và chỉ một trong các biến cố ấy sau phép thử. Tức là $A_i A_j = \emptyset$ với $\forall i \neq j$ và $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$.

Chú ý

- Hệ gồm hai biến cố $\{A, \bar{A}\}$ là một hệ đầy đủ;
- Hệ gồm bốn biến cố $\{AB, \bar{A}B, A\bar{B}, \bar{A}\bar{B}\}$ là một hệ đầy đủ.

Chú ý

Xét phép thử gieo một con xúc xắc một lần.

- Gọi A_i là biến cố "gieo được mặt i chấm" với $i = 1, 2, \dots, 6$. Khi đó hệ $\{A_1, A_2, \dots, A_6\}$ là một hệ đầy đủ.
- Gọi A là biến cố "con xúc xắc xuất hiện mặt chẵn", B là biến cố "con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ". Khi đó $\{A, B\}$ là một hệ đầy đủ.