



QUY HOẠCH ĐỘNG (DYNAMIC PROGRAMMING)

- Giới thiệu
- Ví dụ
- Bài tập



Bài toán cho QHĐ

- Chia bài toán lớn thành các bài toán con tương tự
- Sử dụng quy hoạch động khi:
 - Bài toán ban đầu có các bài toán con trùng nhau:
 - Các bài toán con được gọi đi gọi lại nhiều lần trong quá trình thực hiện (ví dụ bài toán tính dãy Fibonacci).
 - Bài toán có cấu trúc tối ưu:
 - Lời giải bài toán lớn là tập hợp lời giải từ bài toán con (ví dụ bài toán tìm max bằng cách chia đôi)



Các bước giải bài toán bằng QHĐ

- Tìm kết quả của các bài toán con nhỏ nhất và công thức (cách tính) kết quả bài toán con qua các kết quả của các bài toán con nhỏ hơn
- Giải bài toán:
 - Tính dần các kết quả của các bài toán con từ nhỏ nhất cho đến khi có kết quả bài toán cần giải (thường sử dụng vòng lặp).
 - Giải bài toán thông qua gọi kết quả các bài toán con nhưng trong quá trình gọi lưu kết quả các bài toán con để không phải gọi lại khi trùng (thường dùng đệ qui)



Ví dụ 1: Tính dãy Fibonacci

- Quy hoạch động sử dụng vòng lặp:
 - Sử dụng mảng F để lưu giá trị các số Fibonacci, trong đó $F[i]$ là giá trị số thứ i .
 - Gán trước giá trị $F[0]$, $F[1]$
 - Sau đó tính dần các giá trị từ $F[2]$, ... $F[n]$.

```
void Fibonacci {  
    F[0] = 0; F[1] = 1;  
    for i = 2 to n    F[i] = F[i-1] + F[i-2];  
}
```



Ví dụ 1: Tính dãy Fibonacci

- Quy hoạch động sử dụng đệ qui:
 - Sử dụng hàm đệ qui tính dãy Fibonacci
 - Sử dụng thêm mảng F để lưu lại kết quả cho hàm tính số Fibonacci (i) để không bị gọi lặp

Gán $F[i] = -1$ với mọi i ;

```
int Fibonacci (int i) {  
    if (i == 0) hoặc (i == 1)  $F[i] = i$ ;  
    else if ( $F[i] == -1$ )  
         $F[i] = \text{Fibonacci}(i-1) + \text{Fibonacci}(i-2)$   
    else return  $F[i]$   
}
```

Ví dụ 2: Xâu con chung dài nhất

- Cho 2 xâu ký tự có độ dài m, n .
- Tìm độ dài xâu con chung dài nhất giữa chúng.
 - Bài toán con: Lấy i ký tự đầu từ xâu thứ nhất và j ký tự đầu từ xâu thứ 2 và tìm độ dài dãy con chung dài nhất giữa 2 xâu con đó, đặt là $d(i, j)$ -> $d(m, n)$ là kết quả bài toán.
 - Bài toán được giải bằng cách lần lượt giải các bài toán con từ $d(0, 0)$ và tăng dần độ dài xâu con lấy ra cho đến khi hết cả 2 xâu.

Ví dụ 2: Xâu con chung dài nhất

- Bài toán con nhỏ nhất: Một trong 2 xâu con lấy ra là rỗng thì kết quả = 0. Tức $d(i,0) = d(0,j) = 0$.
- Nếu 2 xâu con lấy ra đều có độ dài >0 :
 - Nếu 2 ký tự cuối của 2 xâu = nhau \rightarrow nó có thể được bổ sung vào xâu con chung dài nhất: $d(i, j) = d(i-1, j-1) + 1$
 - Nếu không:
 - Ký tự cuối của xâu thứ 1 ko có mặt trong xâu con chung dài nhất \rightarrow có thể bỏ qua: $d(i,j) = d(i-1,j)$
 - Tương tự với ký tự cuối xâu 2: $d(i,j) = d(i, j-1)$
 - $\rightarrow d(i,j) = \text{Max}(d(i-1,j), d(i,j-1), d(i-1,j-1) + 1)$

Ví dụ 2: Xâu con chung dài nhất

$t[i][j]$: Chứa độ dài xâu con chung lớn của 2 xâu con được lấy ra có i, j ký tự.

Gán $t[0][j] = t[i][0] = 0$ với mọi i, j

For $i = 1$ to m

For $j = 1$ to n

if ($s_1[i] = s_2[j]$) $t[i][j] =$
 $t[i-1][j-1] + 1;$

else $t[i][j] = \max(t[i-1][j],$
 $t[i][j-1]);$

Ví dụ 3: Bài toán cái túi

- Có n gói hàng, trọng lượng W_i , giá trị V_i
- Túi chỉ có thể đựng tối đa trọng lượng M
-> Đựng những gói hàng nào để có tổng giá trị lớn nhất.
- Bài toán $\text{conB}[i][j]$ là giá trị lớn nhất có thể bằng cách chọn trọng các gói $(1, 2, \dots, i)$ với giới hạn trọng lượng j .
- $B[0][j] = 0$. Cần tìm $B[n][M]$

Ví dụ 3: Bài toán cái túi

- Có 2 khả năng khi chọn các gói $(1, 2, \dots, i)$ với giới hạn trọng lượng j :
 - Nếu không chọn gói thứ i thì tương đương với chọn trọng các gói $(1, 2, \dots, i-1)$ với giới hạn trọng lượng j . Tức là $B[i][j] = B[i-1][j]$
 - Nếu chọn gói thứ i ($W_i \leq j$), giá trị lớn nhất = giá trị gói i (V_i) + giá trị lớn nhất có thể chọn được trong các gói $(1, 2, \dots, i-1)$ với giới hạn trọng lượng $(j - W_i)$. Tức là $B[i][j] = V_i + B[i-1][j - W_i]$
- > $B[i][j] = \max 2$ giá trị trên.



Ví dụ 3: Bài toán cái túi

- Truy vết: Tìm xem các gói nào được chọn
 - Nếu $B[n, M] = B[n-1, M] \rightarrow$ Gói n không được chọn. Kiểm tra tiếp $B[n-1, M]$.
 - Nếu $B[n, M] \neq B[n-1, M] \rightarrow$ Gói n được chọn. Kiểm tra tiếp $B[n-1, M - W_n]$.
 - Kiểm tra cho tới $B[0, x]$



Bài tập

- Viết chương trình cho các VD 1, VD2, VD3.
- Tìm độ dài dãy con đơn điệu tăng dài nhất của dãy a_i

(Dãy con là tập con phần tử giữ nguyên thứ tự)

- $T[i]$ = độ dài dãy con đơn điệu tăng dài nhất của a , tính đến $a[i]$ -> Tìm $a[n]$
- Dãy con đơn điệu tăng dài nhất tính đến $a[i]$ có thể được tính bằng cách lấy $a[i]$ ghép vào cuối 1 trong những dãy con đơn điệu tăng dài nhất tính đến $a[j]$ đứng trước $a[i]$. Cần chọn các dãy dài nhất và có $a[j] < a[i]$ để đảm bảo tính tăng.