

Toán rời rạc 2

Discrete mathematics 2

Bài 8 (bổ sung): Tô màu đồ thị Graph Coloring



Nội dung Bài 8

1. Định nghĩa
2. Thuật toán tô màu đồ thị với số màu ít nhất cần sử dụng
3. Ví dụ minh họa



Định nghĩa

Định nghĩa 1:

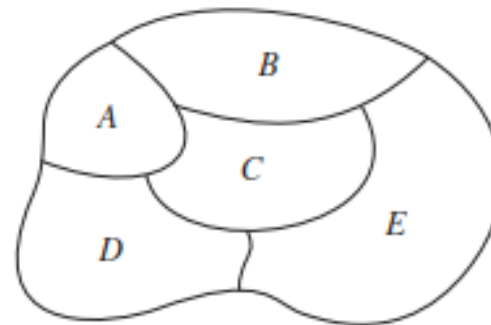
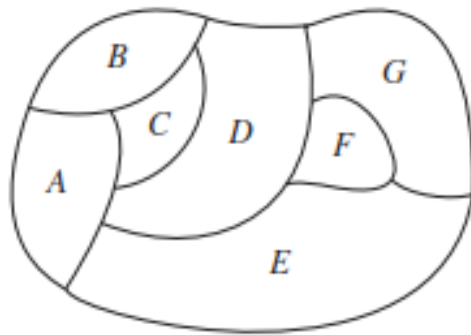
Cho trước số nguyên dương p và đồ thị $G = \langle V, E \rangle$. Ta nói rằng đồ thị G là p sắc nếu bằng p màu khác nhau ta có thể tô trên các đỉnh, mỗi đỉnh 1 màu, sao cho 2 đỉnh kề nhau tùy ý đều có màu khác nhau.

- Số p nhỏ nhất mà vẫn thỏa mãn đồ thị G là p sắc được gọi là **sắc số - chromatic number** của đồ thị
- Nói cách khác, **sắc số** của đồ thị là số màu ít nhất cần dùng để tô các đỉnh của đồ thị, mỗi đỉnh 1 màu, sao cho 2 đỉnh kề nhau tùy ý được tô bằng 2 màu khác nhau

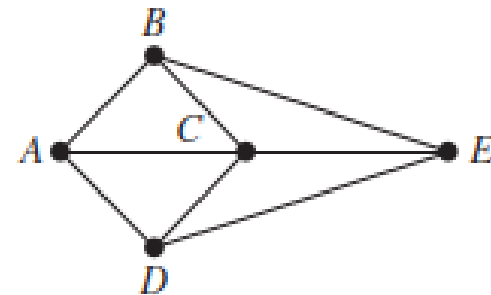
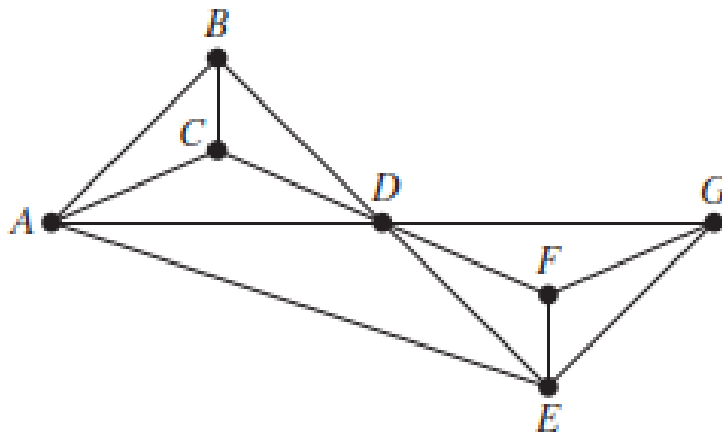


Ứng dụng

Bài toán tô màu bản đồ, v.v.



Biểu diễn dưới dạng đồ thị





Thuật toán tô màu đồ thị với p min

```
int p(){
```

// Hàm trả về sắc số của đồ thị

Bước 1 (Khởi tạo):

- ✓ Tính giá trị bậc của các đỉnh trong V .
- ✓ Lập danh sách $V' = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ là các đỉnh của đồ thị được sắp xếp theo thứ tự bậc giảm dần: $d(v_1) > d(v_2) > \dots > d(v_n)$.
- ✓ Ban đầu tất cả các đỉnh trong V (hay V') đều chưa được tô màu.

Bước 2 (Lắp theo màu – đánh số tên màu theo i):

```
i = 1;
```

```
while( $V'$  chưa tô màu hết các đỉnh){
```

Tô màu i cho v_1 và các đỉnh khác không kề nhau, không kề v_1 .

if (Tất cả các đỉnh đã được tô màu)

```
    return i;
```

```
else{
```

Loại khỏi V' các đỉnh đã tô màu.

Sắp xếp lại các đỉnh trong V' theo thứ tự bậc giảm dần.

```
    i = i + 1;
```

```
}  
}
```



Ví dụ

Câu hỏi 3.11

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tô màu đồ thị với số màu cần sử dụng ít nhất?
- Áp dụng thuật toán trên tìm cách tô màu đồ thị G đã cho với số màu ít nhất, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.12

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	1	1	0

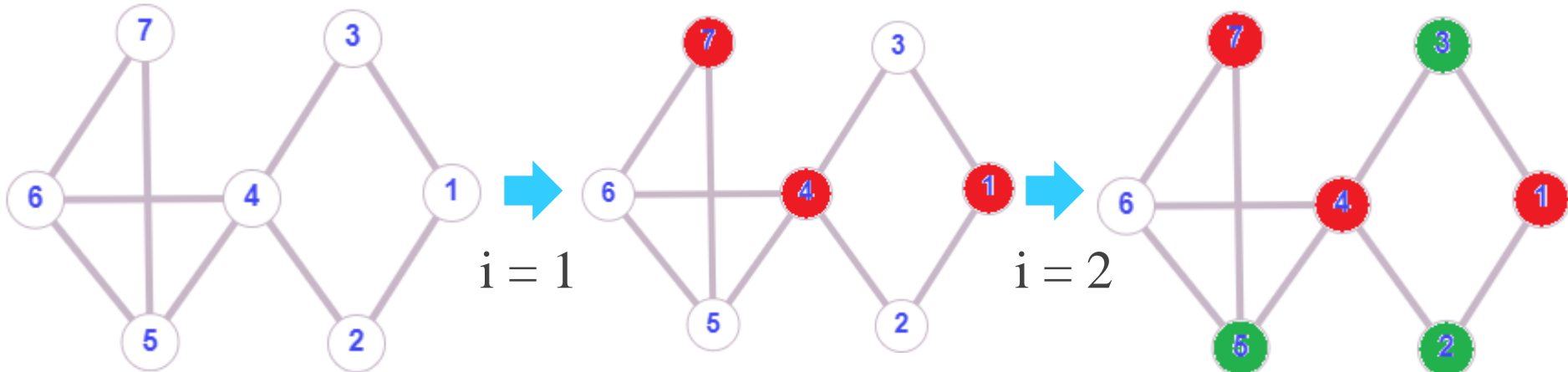
Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tô màu đồ thị với số màu cần sử dụng ít nhất?
- Áp dụng thuật toán trên tìm cách tô màu đồ thị G đã cho với số màu ít nhất, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?



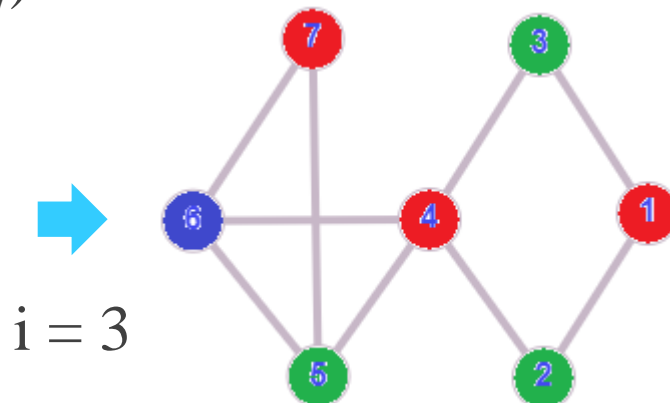
Câu 3.11

Áp dụng thuật toán:



$$\begin{aligned} d(v_4) > d(v_5) = d(v_6) > d(v_1) & \quad d(v_5) = d(v_6) > d(v_2) = d(v_3) \\ & = d(v_2) = d(v_3) = d(v_7) \end{aligned}$$

$$d(v_6)$$



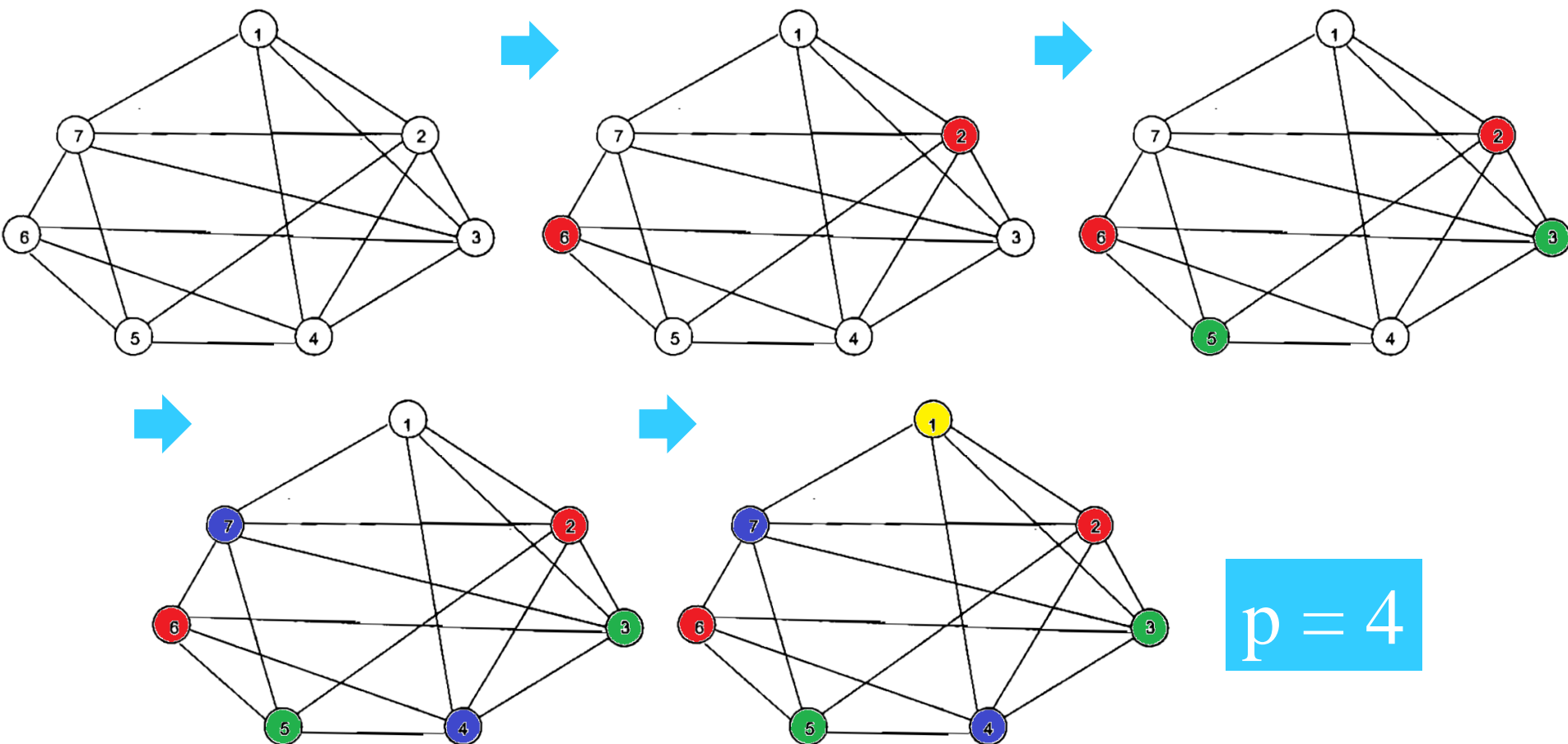
$$p = 3$$



Ví dụ bổ sung

Theo thuật toán thấy ngay rằng đồ thị đầy đủ n đỉnh - K_n cần n màu vì mỗi đỉnh đều kề với $n-1$ đỉnh khác nên mỗi lần chỉ tô được 1 đỉnh. Kết quả này là cũng đúng theo lý thuyết.

Áp dụng thuật toán, tìm số màu ít nhất tô màu đồ thị sau:



$$p = 4$$



Tóm tắt

- ❑ Một số định nghĩa liên quan
- ❑ Thuật toán tô màu đồ thị với số màu ít nhất và cho biết số màu ít nhất
- ❑ Bài tập minh họa trong Ngân hàng câu hỏi



Bài tập 1

Câu hỏi 3,12

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tô màu đồ thị với số màu cần sử dụng ít nhất?
- Áp dụng thuật toán trên tìm cách tô màu đồ thị G đã cho với số màu ít nhất, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?



Kết thúc Bài 8

- Câu hỏi và thảo luận?
 - Trên lớp
 - Qua facebook của nhóm