DATA STRUCTURES AND ALGORITHMS
IN C++ (Tom 1)

Thân mến tặng các sinh viên
Học viện Bưu chính Viễn Thông

Ngày 15 Tháng 10 Năm2021
Tác giả

Nguyễn Xuân Huy

CONTENTS

Hello

Con của bạn = chương trình của bạn

Nuôi dưỡng con = phát truển chương trình

Đầu tiên phải sinh một đứa con

```
/**********************************
 * Hello
 *
 *
 **********************************/
#include <iostream>
using namespace std;
 main() {
   cout <<"\n Main says: Hello World!";
   return 0;
} // main
```

Equations

Clean Room (IBM)

```
/**************************************
 * Equation of degree 2
 * ax^2 + bx + c = 0
 *
 **************************************/

#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

 // ax^2 + bx + c = 0
 int Equation2(double a, double b, double c, double &x1, double &x2) {
         double delta = b*b - 4*a*c;
         if (delta < 0) {
             return 0; // no solution
         }
         if (delta == 0) {
            x1 = x2 = -b / (2*a);
            return 1; // double solution
         }
         // delta > 0
         double Vdelta = sqrt(delta);
         x1 = (-b + Vdelta)/(2*a);
         x2 = -b/a - x1;
         return 2;
     } // Equation2

void Test () {
        // 2, 3, 5
        // (x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6: 1, -5, 6
        // (x-3)^2 = x^2 -6x + 9: 1, -6, 9
       double x1, x2;
       switch(Equation2(1, -6, 9, x1, x2)) {
            case 0: cout << "\n No solution.";
                    break;
            case 1: cout << "\n x1 = x2 = " << x1;
                    break;
            case 2: cout << "\n x1 = " << x1 <<  "   x2 = " << x2;
                    break;
        } // switch
    } // Test

 main() {
   Test();
   return 0;
} //
```

Proper factors

Nếu số nguyên dương x chia hết cho u thì u được gọi là *ước số của x*.

Nếu u < x thì u được gọi là *ước thực sự của x*.

Ví dụ, 12 có 6 ước là 1, 2, 3, 4, 6 và 12, trong đó 5 số đầu tiên là những ước thực sự.

Tìm số lượng các ước thực sự của các số dưới 1M.

Improve, improve and improve again

Factor Version 1: Brute force

```
/*******************************************************
 * FACTOR.CPP (proper factors)
 * Version 1. Brute Force (no luc thuan tuy / vet can)
 *******************************************************/

#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

const int MN = 1000000;

int Tau(int x) {
  int count = 0;
  for (int a = 1; a < x; ++a)
     if (x % a == 0)
        ++count;
  return count;
} // Tau

int Total(int n) {
  int s = 0;
  for (int x = 1; x < n; ++x)
     s += Tau(x);
  return s;
} // Total

main() {
  cout << Total(100); // 374
  cout << Total(MN); // ???
  cout << " T H E    E N D";
   return 0;
} // main
```

Factor Version 2: Improve function Tau

```
/*******************************************************
 * FACTOR.CPP (proper factors)
 * Version 2. Improve Tau
 *******************************************************/

#include <iostream>
#include <cmath>
#include <ctime>

using namespace std;

const int MN = 1000000;

int Tau(int x) {
  int count = 1;
  int sx = int(sqrt(x));
  for (int a = 2; a <= sx; ++a) // 1 2 3 6
     if (x % a == 0)
        count += 2;
   return (sx*sx == x) ? count-1 : count;
} // Tau

int Total(int n) {
   int s = 0;
   for (int x = 1; x < n; ++x)
     s += Tau(x);
   return s;
} // Total

main() {
  int t1 = time(NULL);
  cout << "\n " << Total(MN); // 12969986
   cout << "\n Time = " << difftime(time(NULL),t1); // 2s
  cout << "\n T H E    E N D";
   return 0;
} // main
```

Factor Version 3: Compute all Tau

```
/*******************************************************
 * FACTOR.CPP (proper factors)
 * Version 3. Compute all Tau
 *******************************************************/

#include <iostream>
// #include <cmath>
// #include <ctime>

using namespace std;

const int MN = 1000000;
int t[MN];
```

```
// t[i] = Tau(i), 1 <= i < n
int AllTau(int n) {
  for (int i = 2; i < n; ++i) t[i] = 1;
  t[0] = t[1] = 0;
   int n2 = n / 2;
  for (int i = 2; i <= n2; ++i)
     for (int j = i+i; j < n; j += i)
       ++t[j];
} // AllTau
//
int Total(int n) {
   AllTau(n);
   int s = 0;
   for (int x = 1; x < n; ++x) {
     s += t[x];
     // cout << " " << t[x];
   }
   return s;
} // Total

main() {
  cout << "\n " << Total(1000000); // 12969986
  cout << "\n T H E    E N D";
   return 0;
} // main
```

Roman Numerals

5E Hãy khảo sát cẩn thận chí ít 5 ví dụ

Roman Numerals Version 1: Roman To Integer

```
/*********************************************
    Roman Numerals (Ver. 1)
    ToInt: Roman -> Integer

*********************************************/
#include <iostream>
using namespace std;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
}

int GetVal(string s) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == s)
      return ival[i];
} // Getval

string Replace(string s, char c, char cc = 0) {
  string out = "";
  for (int i = 0; i < s.length(); ++i)
    if (s[i] != c) out += s[i];
    else if (cc != 0) out += cc;
  return out;
} // Replace

int ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach
    string r = Replace(inpr,' ');
    int n = r.length();
    if (r == "") return 0;
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    int val = 0;  // output value
    string s;
    char c, cc, d;
    for (int i = 0; i < n; i += d) {
```

```
      c = r[i]; // ki tu hien hanh
      cc = r[i+1]; /// ki tu sat sau c
      d = 1; //s = ""; s += c;
      s = c;
      if (c == 'C') { // CM | CD
        if (cc == 'M' or cc == 'D') {
          s += cc;
       ++d;
        }
      }
      else if (c == 'X') { // XL | XC
        if (cc == 'L' || cc == 'C') {
          s += cc;
          ++d;
        }
      }
      else if (c == 'I') { // IV | IX
        if (cc == 'V' || cc == 'X') {
          s += cc;
          ++d;
        }
      }
      val += GetVal(s);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

main() {
  cout << "\n " << ToInt("MMXX"); // 2020
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Roman Numerals Version 2: Roman To Integer and vise versa

```
/*********************************************
    Roman Numerals (Ver. 2)
    ToInt:  Roman -> Integer
     ToRom: Inter ->  Roman
*********************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
```

```
    exit(0);
}

int GetVal(string s) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == s)
      return ival[i];
  return 0;
} // Getval

string Replace(string s, char c, char cc = 0) {
  string out = "";
  for (int i = 0; i < s.length(); ++i)
    if (s[i] != c) out += s[i];
    else if (cc != 0) out += cc;
  return out;
} // Replace

int ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach
    string r = Replace(inpr,' ');
    int n = r.length();
    if (r == "") return 0;
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    int val = 0;  // output value
    string s;
    char c, cc, d;
    for (int i = 0; i < n; i += d) {
      c = r[i]; // ki tu hien hanh
      cc = r[i+1]; /// ki tu sat sau c
      d = 1; s = ""; s += c;
      if (c == 'C') { // CM | CD
        if (cc == 'M' or cc == 'D') {
          s += cc;
       ++d;
        }
      }
      else if (c == 'X') { // XL | XC
        if (cc == 'L' || cc == 'C') {
          s += cc;
          ++d;
        }
      }
      else if (c == 'I') { // IV | IX
        if (cc == 'V' || cc == 'X') {
          s += cc;
          ++d;
        }
      }
      val += GetVal(s);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

string ToRom(int n) {
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
       r += rval[i];
```

```
      n -= ival[i];
    }
  } // for
  return r;
} // ToRom

void Test() {
  string r;
  for (int n = 0; n <= 4000; ++n) {
    r = ToRom(n);
    cout << n << " -> " << r << " -> " << ToInt(r);
  Go();
  } // for
} // Test

main() {
  Test();
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Roman Numerals (Ver. 3)

```
/*********************************************
    Roman Numerals (Ver. 3)
    Improve

*********************************************/
#include <iostream>

using namespace std;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
 } // Go

// rom r -> int
int GetVal(string r) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == r)
      return ival[i];
  return 0;
} // GetVal

// CM = 900, CD = 40; XC = 90, XL = 40; IX = 9, IV = 4
int Pair(char c, char cc, int &d) {
```

```
  string s = ""; s += c;
  switch(c) {
    case 'C': // CM | CD
      if (cc == 'M' || cc == 'D') s += cc;
      break;
    case 'X': // XC | XL
      if (cc == 'C' || cc == 'L') s += cc;
      break;
    case 'I': // IX | IV
      if (cc == 'X' || cc == 'V') s += cc;
      break;
  } // switch
  d = s.length();
  return GetVal(s);
 } // Pair

string Replace(string s, char c, char cc = 0) {
  string out = "";
  for (int i = 0; i < s.length(); ++i)
    if (s[i] != c) out += s[i];
    else if (cc != 0) out += cc;
  return out;
} // Replace

int ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = Replace(inpr, ' ');
    int n = r.length();
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    int val = 0;  // output value
    int d = 0;
    for (int i = 0; i < n; i += d) {
      val += Pair(r[i], r[i+1], d);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

string ToRom(int n) {
  if (n == 0) return "N";
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
       r += rval[i];
       n -= ival[i];
    }
  } // for
  return r;
} // ToRom

main() {
  cout << "\n Result = " << ToInt("AB"); // 0
  cout << "\n Result = " << ToInt(""); // 0
  cout << "\n Result = " << ToInt("MCMXLVI"); // 1946
  cout << "\n Result = " << ToRom(1946); // MCMXLVI
  cout << "\n Result = " << ToRom(0); //
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Roman Fibonacci

Write a function RFib(n) giving the n-th Fibonacci number.

Example

f(1) = 1, f(2) = 1, f(3) = 2, f(4) = 3, f(5) = 5, f(6) = 8, f(7) = 13, ...

RFib("I") = "I", RFib("II") = "I", RFib("III") = "II", RFib("IV") = "III",

RFib("V") = "V", RFib("VI") = "VIII", RFib ("VII") = "XIII", ...

Reuse is a nice action in the life

Roman Ficonacci Version 1

```
/***********************************************
    RFib (Ver. 1)

***********************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
 } // Go


string Str(char c) {
  string s = "";
  s += c;
  return s;
} // Str

// Vi tri xuat hien string r trong rval
int Rpos(string r) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == r) return i;
  return -1;
} // Rpos

// Vi tri xuat hien int v trong ival
int Ipos(int v) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (ival[i] == v) return i;
```

.....

```
  return -1;
} // Ipos

// rom r -> int
int RomInt(string r) {
  int i = Rpos(r);
  return (i < 0) ? 0 : ival[i];
} // RomInt

// int v -> rom
string IntRom(int v) {
  int i = Ipos(v);
  return (i < 0) ? "" : rval[i];
} // IntRom

// CM = 900, CD = 40; XC = 90, XL = 40; IX = 9, IV = 4
int Pair(char c, char cc, int &d) {
  string s = Str(c);
  switch(c) {
    case 'C': // CM | CD
      if (cc == 'M' || cc == 'D') s += cc;
      break;
    case 'X': // XC | XL
      if (cc == 'C' || cc == 'L') s += cc;
      break;
    case 'I': // IX | IV
      if (cc == 'X' || cc == 'V') s += cc;
      break;
  } // switch
  d = s.length();
  return RomInt(s);
 } // Pair

int ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    // if (r == "") return 0;
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    int val = 0;  // output value
    int d = 0;
    for (int i = 0; i < r.length(); i += d) {
      val += Pair(r[i], r[i+1], d);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

string ToRom(int n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
      r += IntRom(ival[i]);
      n -= ival[i];
    } // while
  } // for
    return r;
} // ToRom
```

.....

```
int Fib(int n) {
  int a = 1;
  int b = 1;
  int c;
  for (int i = 3; i <= n; ++i) {
    c = a + b;
    a = b;
    b = c;
  } // for
  return b;
} // Fib

string RFib(string r) {
  return ToRom(Fib(ToInt(r)));
} // RFib

void Test() {
  int nn = 20;
  for (int n = 1; n <= nn; ++n)
    cout << "\n n = " << n << "  Fib = " << Fib(n) << "  RFib = " <<
RFib(ToRom(n));

} // Test

main() {
  Test();
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Roman Ficonacci Version 2 (Preparing)

Preparing is a important step

```
/*********************************************
    Roman Fibonacci (Ver. 2)
    Preparing

*********************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

typedef long long Long;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

const int MN = 90;
int f[MN+1];
```

```
void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
 } // Go


string Str(char c) {
  string s = "";
  s += c;
  return s;
} // Str

// Vi tri xuat hien string r trong rval
int Rpos(string r) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == r) return i;
  return -1;
} // Rpos

// Vi tri xuat hien int v trong ival
int Ipos(int v) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (ival[i] == v) return i;
  return -1;
} // Ipos

// rom r -> int
Long RomInt(string r) {
  int i = Rpos(r);
  return (i < 0) ? 0 : ival[i];
} // RomInt

// int v -> rom
string IntRom(Long v) {
  int i = Ipos(v);
  return (i < 0) ? "" : rval[i];
} // IntRom

// CM = 900, CD = 40; XC = 90, XL = 40; IX = 9, IV = 4
int Pair(char c, char cc, int &d) {
  string s = Str(c);
  switch(c) {
    case 'C': // CM | CD
      if (cc == 'M' || cc == 'D') s += cc;
      break;
    case 'X': // XC | XL
      if (cc == 'C' || cc == 'L') s += cc;
      break;
    case 'I': // IX | IV
      if (cc == 'X' || cc == 'V') s += cc;
      break;
  } // switch
  d = s.length();
  return RomInt(s);
 } // Pair
```

.....

```
Long ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    // if (r == "") return 0;
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    Long val = 0;  // output value
    int d = 0;
    for (int i = 0; i < r.length(); i += d) {
      val += Pair(r[i], r[i+1], d);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

string ToRom(Long n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
      r += IntRom(ival[i]);
      n -= ival[i];
    } // while
  } // for
    return r;
} // ToRom

/*-------------------------------------------------
               Fibonacci
-------------------------------------------------*/

int AllFib() {
  Long a, b, c;
  a = b = 1;
  f[1] = f[2] = 1;
  for (int i = 3; i <= MN; ++i) {
    c = a + b;
    f[i] = c;
    a = b;
    b = c;
  } // for
} // AllFib

Long Fib(int n) {
  return (n <= MN) ? f[n] : 0;
} // Fib

string RFib(string r) {
  int i = ToInt(r);
  return (i <= MN) ? ToRom(f[i]) : "";
} // RFib

void Test() {
  int nn = 20;
  for (int n = 1; n <= nn; ++n)
    cout << "\n n = " << n << "  Fib = "
    << Fib(n) << "  RFib = " << RFib(ToRom(n));
} // Test

void Test1() {
```

```
  int nn = 25; // 90
  AllFib();
  for (int n = 1; n <= nn; ++n) {
    cout << "\n n = " << n << "  Fib = "
    << Fib(n) << "  RFib = " << RFib(ToRom(n));
    Go();
  } // for
} // Test1

main() {
  // Test();
  Test1();
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Expression

Tính trị của biểu thức chứa các biến a..z, các phép toán +, -, *, / với quy ước các biến được gán trị ngầm định a = 0, b = 1, '', z = 25.

Ví dụ (b+d)*(f-c) = (1+3)*(4-2) = 4*2 = 8.

Programs = Algorithms + Data Structures

Bàn tiệc = Cách làm + Tổ chức nguyên liệu

Expression Version 1. (Simplest case)

```
/*********************************************
    Expression (Ver. 1, Aug 8 2020)
     + - * /
*********************************************/
#include <iostream>
using namespace std;

string OP = "+-*/";

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
}

bool Var(char c) {
  return 'a' <= c && c <= 'z';
} // Var

bool Op(char c) {
  for (int i = 0; i < OP.length(); ++i)
     if (OP[i] == c) return true;
  return false;
} // Op

int Degree(char c) {
   switch(c) {
     case '+': return 500;
     case '-': return 500;
     case '*': return 100;
     case '/': return 100;
     default: return 1000;
  } // switch
} // Degree

string Compiler(string inp) {
  string out = "";
  int n = inp.length();
  char st[n];
  char c;
```

.....

```
  int p = 0;
  st[p] = '#'; // phan tu dem
  for (int i = 0; i < n; ++i) {
    c = inp[i];
    if (Var(c)) { // Gap bien: dua vao out
      out += c;
      continue;
    }
    if (c == '(') { // Gap (: nap st
      st[++p] = c;
      continue;
    }
     if (Op(c)) { // Gap phep toan
       // Ro cac phep toan uu tien dua vao out
      while(Degree(st[p]) <= Degree(c))
        out += st[p--];
      st[++p] = c; // Nap phep toan moi vao st
      continue;
     }
    if (c == ')') { // Gap ):
       // Ro cac phep toan truoc ( dua vao out
       while(st[p] != '(')
          out += st[p--];
       st[p--]; // Ro (
    }
  } // for
  // Ro cac phep toan con lai dua vao out
  while(st[p] != '#')
    out += st[p--];
  cout << inp << " -> " << out; // Polish form (Lukasievics)
  return out;
}

int Exe(string e){
  int st[e.length()];
  int p = -1;
  char c;
  // Nap x vao st (Push): st[++p] = x
  // Lay ngon st ra khoi st dua vao x: (Pop): x = st[p--]
  for (int i = 0; i <= e.length(); ++i) {
    c = e[i];
    if (Var(c)) {
       st[++p] = c-'a'; // nap st
      continue;
     }
     if (Op(c)) {
       // thuc hien phep toan c
       switch(c) {
          case '+': st[p-1] += st[p];
                    --p;
                      break;
          case '-': st[p-1] -= st[p];
                    --p;
                      break;
          case '*': st[p-1] *= st[p];
                    --p;
                      break;
          case '/': st[p-1] /= st[p];
                    --p;
```

```
                    break;

       } // switch
       continue;
     } // Op
   } // for
   return st[0] ;
} // Exe

main() {
  // string pol = Compiler("(a+c)*(g - b)"); // (0+2)*(6-1) = 10
  string pol = Compiler("(a+c)*(g - b) / (g - b) "); // 2
  cout << "\n Result: " << Exe(pol);
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Expression Version 2. (Error messages)

```
/*********************************************
    Expression (Ver. 2, Aug 8 2020)
     + - * /
     Error messages

*********************************************/
#include <iostream>
using namespace std;

string OP = "+-*/";

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
}

void Err(int e) {
   cerr << "\n Error " << e << ": ";
   switch(e) {
     case 1: cout << "( expected.";
             exit(0);
     case 2: cout << "Syntax error.";
             exit(0);
     case 3: cout << " devide by zero.";
             exit(0);
   } // switch
} // Err

bool Var(char c) {
  return 'a' <= c && c <= 'z';
} // Var

bool Op(char c) {
  for (int i = 0; i < OP.length(); ++i)
     if (OP[i] == c) return true;
  return false;
} // Op
```

```
int Degree(char c) {
   switch(c) {
     case '+': return 500;
     case '-': return 500;
     case '*': return 100;
     case '/': return 100;
     default: return 1000;
   } // switch
} // Degree

string Compiler(string inp) {
   string out = "";
   int n = inp.length();
   char st[n];
   char c;
   int p = 0;
   st[p] = '#'; // phan tu dem
   for (int i = 0; i < n; ++i) {
     c = inp[i];
     if (Var(c)) { // Gap bien: dua vao out
       out += c;
       continue;
     }
     if (c == '(') { // Gap (: nap st
       st[++p] = c;
       continue;
     }
      if (Op(c)) { // Gap phep toan
        // Ro cac phep toan uu tien dua vao out
       while(Degree(st[p]) <= Degree(c))
         out += st[p--];
       st[++p] = c; // Nap phep toan moi vao st
       continue;
      }
     if (c == ')') { // Gap ):
        // Ro cac phep toan truoc ( dua vao out
        while(st[p] != '(') {
           if (st[p] == '#') Err(1);
             out += st[p--];
          }
        st[p--]; // Ro (
       continue;
     }
     if (c == 32) continue;
      cout << " ??? " << c; Err(2);
   } // for
   // Ro cac phep toan con lai dua vao out
   while(st[p] != '#')
     out += st[p--];
   cout << inp << " -> " << out; // Polish form (Lukasievics)
   return out;
}

int Exe(string e) {
   int st[e.length()];
   int p = -1;
   char c;
   // Nap x vao st (Push): st[++p] = x
```

```
  // Lay ngon st ra khoi st dua vao x: (Pop): x = st[p--]
  for (int i = 0; i <= e.length(); ++i) {
    c = e[i];
    if (Var(c)) {
       st[++p] = c-'a'; // nap st
      continue;
    }
    if (Op(c)) {
      // thuc hien phep toan c
      switch(c) {
        case '+':
                  if (p < 1) Err(2);
                 st[p-1] += st[p];
                  --p;
                    break;
        case '-': if (p < 1) Err(2);
                 st[p-1] -= st[p];
                  --p;
                    break;
        case '*': if (p < 1) Err(2);
                  st[p-1] *= st[p];
                  --p;
                    break;

        case '/': if (p < 1) Err(2);
                  if (st[p] == 0) Err(3);
                  st[p-1] /= st[p];
                  --p;
                    break;

      } // switch
      continue;
    } // Op
  } // for
  return st[0];
} // Exe

main() {
  // string pol = Compiler("(a+c)*(g - b)"); // (0+2)*(6-1) = 10
  string pol = Compiler("(a+c)*+(g - b) / (g - b) "); // 2
  cout << "\n Result: " << Exe(pol);
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Expression Version 3. (More operators)

```
/*********************************************
    Expression (Ver. 3, Aug 8 2020)
     + - * /
     Them phep toan:
     %(chia du),  >(tang 1),  <(giam 1), !(giai thua)
     ^(luy thua)

*********************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
```

```
using namespace std;

string OP = "+-*/%><!^";

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
}

void Err(int e) {
   cerr << "\n Error " << e << ": ";
   switch(e) {
     case 1: cout << "( expected.";
             exit(0);
     case 2: cout << "Syntax error.";
             exit(0);
     case 3: cout << " devide by zero.";
             exit(0);
     case 4: cout << " negative factorial.";
             exit(0);

   } // switch
} // Err

bool Var(char c) {
  return 'a' <= c && c <= 'z';
} // Var

bool Op(char c) {
  for (int i = 0; i < OP.length(); ++i)
     if (OP[i] == c) return true;
  return false;
} // Op

int Degree(char c) {
   switch(c) {
      case '^':
     case '!':
     case '>':
     case '<': return 100;
     case '*':
      case '%':
     case '/': return 200;
      case '+':
     case '-': return 500;
     default: return 1000;
  } // switch
} // Degree

string Compiler(string inp) {
  string out = "";
  int n = inp.length();
  char st[n];
  char c;
  int p = 0;
  st[p] = '#'; // phan tu dem
  for (int i = 0; i < n; ++i) {
```

```
    c = inp[i];
    if (Var(c)) { // Gap bien: dua vao out
      out += c;
      continue;
    }
    if (c == '(') { // Gap (: nap st
      st[++p] = c;
      continue;
    }
     if (Op(c)) { // Gap phep toan
       // Ro cac phep toan uu tien dua vao out
      while(Degree(st[p]) <= Degree(c))
        out += st[p--];
      st[++p] = c; // Nap phep toan moi vao st
      continue;
     }
    if (c == ')') { // Gap ):
       // Ro cac phep toan truoc ( dua vao out
       while(st[p] != '(') {
          if (st[p] == '#') Err(1);
            out += st[p--];
         }
       st[p--]; // Ro (
      continue;
    }
    if (c == 32) continue;
     cout << " ??? " << c; Err(2);
  } // for
  // Ro cac phep toan con lai dua vao out
  while(st[p] != '#')
    out += st[p--];
  cout << inp << " -> " << out; // Polish form (Lukasievics)
  return out;
}

int Fac(int n) {
  int r = 1;
  if (n < 0) Err(4);
  for (int i = 2; i <= n; ++i)
    r *= i;
  return r;
} // fac

int Exe(string e) {
   int st[e.length()];
   int p = -1;
   char c;
   // Nap x vao st (Push): st[++p] = x
   // Lay ngon st ra khoi st dua vao x: (Pop): x = st[p--]
   for (int i = 0; i <= e.length(); ++i) {
     c = e[i];
     if (Var(c)) {
        st[++p] = c-'a'; // nap st
       continue;
     }
     if (Op(c)) {
       // thuc hien phep toan c
       switch(c) {
          case '>': if (p < 0) Err(2);
```

```
                ++st[p] ;
                break;
        case '<': if (p < 0) Err(2);
                --st[p] ;
                break;
        case '!': if (p < 0) Err(2);
                st[p] = Fac(st[p]);
                break;
        case '^': if (p < 1) Err(2);
                st[p-1] = pow(st[p-1],st[p]);
                --p;
                break;
        case '*': if (p < 1) Err(2);
                  st[p-1] *= st[p];
                  --p;
                    break;

         case '/': if (p < 1) Err(2);
                   if (st[p] == 0) Err(3);
                   st[p-1] /= st[p];
                   --p;
                     break;

         case '%': if (p < 1) Err(2);
                   if (st[p] == 0) Err(3);
                   st[p-1] %= st[p];
                   --p;
                     break;
         case '+':
                   if (p < 1) Err(2);
                  st[p-1] += st[p];
                   --p;
                     break;
         case '-': if (p < 1) Err(2);
                  st[p-1] -= st[p];
                   --p;
                     break;

       } // switch
       continue;
     } // Op
   } // for
   return st[0];
} // Exe

main() {
  // abcdefghijklmnopqrstuvwxyz
  // 01234567891012345678912345
  // string pol = Compiler("(a+c)*(g - b)"); // (0+2)*(6-1) = 10
  // string pol = Compiler("(a+c)+(g - b) / (g - b) "); // 2
  // string pol = Compiler("((a>!+c>!)*(g - b) / (g - b))");
  // (0>!+2>!)*(6-1)/(6-1) = (1+6)*5/5 = 7
  // string pol = Compiler("((a>!+c>!)*(g - b) / (g - b))! ");
  // 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040
  string pol = Compiler("k*c^k");
  // 10*2^10 = 10*(2^10) = 10*1024 = 10240
  cout << "\n Result: " << Exe(pol);
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
```

```
}
```

Expression Version 4. (Negative operator)

```
/***********************************************
    Expression (Ver. 4, Aug 8 2020)
    Doi dau:
    -(c+e) -> ce+~
    c*(-e+f) = ce~f+*

***********************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

string OP = "+-*/%><!^~";

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
}

void Err(int e) {
   cerr << "\n Error " << e << ": ";
   switch(e) {
     case 1: cout << "( expected.";
             exit(0);
     case 2: cout << "Syntax error.";
             exit(0);
     case 3: cout << " devide by zero.";
             exit(0);
     case 4: cout << " negative factorial.";
             exit(0);

   } // switch
} // Err

bool Var(char c) {
  return 'a' <= c && c <= 'z';
} // Var

bool Op(char c) {
  for (int i = 0; i < OP.length(); ++i)
     if (OP[i] == c) return true;
  return false;
} // Op

int Degree(char c) {
   switch(c) {
      case '~':
      case '^':
     case '!':
     case '>':
     case '<': return 100;
     case '*':
```

```
     case '%':
    case '/': return 200;
     case '+':
    case '-': return 500;
    default: return 1000;
  } // switch
} // Degree

string Compiler(string inps) {
  string inp = "";
  for (int i = 0; i < inps.length(); ++i)
     if (inps[i] != 32) inp += inps[i];
  string out = "";
  int n = inp.length();
  char st[n];
  char c, cc;
  int p = 0;
  st[p] = '#'; // phan tu dem
  for (int i = 0; i < n; ++i) {
    c = inp[i];
    if (Var(c)) { // Gap bien: dua vao out
      out += c;
      continue;
    }
    if (c == '(') { // Gap (: nap st
      st[++p] = c;
      continue;
    }
    if (c == '+' || c == '-') {
      if(i == 0)
        cc = (c == '-') ? '~' : '.';
      else if (inp[i - 1] == '(')
        cc = (c == '-') ? '~': '.';
      else cc = c;
      if (cc == '.') continue;
      while (Degree(st[p]) <= Degree(cc))
        out += st[p--];
      st[++p] = cc;
      continue;
    }
     if (Op(c)) { // Gap phep toan
       // Ro cac phep toan uu tien dua vao out
      while(Degree(st[p]) <= Degree(c))
        out += st[p--];
      st[++p] = c; // Nap phep toan moi vao st
      continue;
     }
    if (c == ')') { // Gap ):
       // Ro cac phep toan truoc ( dua vao out
       while(st[p] != '(') {
          if (st[p] == '#') Err(1);
            out += st[p--];
         }
       st[p--]; // Ro (
      continue;
    }
    if (c == 32) continue;
     cout << " ??? " << c; Err(2);
  } // for
```

.....

```
  // Ro cac phep toan con lai dua vao out
  while(st[p] != '#')
    out += st[p--];
  cout << inp << " -> " << out; // Polish form (Lukasievics)
  return out;
}

int Fac(int n) {
  int r = 1;
  if (n < 0) Err(4);
  for (int i = 2; i <= n; ++i)
    r *= i;
  return r;
} // fac

int Exe(string e) {
  int st[e.length()];
  int p = -1;
  char c;
  // Nap x vao st (Push): st[++p] = x
  // Lay ngon st ra khoi st dua vao x: (Pop): x = st[p--]
  for (int i = 0; i <= e.length(); ++i) {
    c = e[i];
    if (Var(c)) {
       st[++p] = c-'a'; // nap st
      continue;
    }
    if (Op(c)) {
      // thuc hien phep toan c
      switch(c) {

        case '~': if (p < 0) Err(2);
                  st[p] = -st[p];
                  break;
        case '>': if (p < 0) Err(2);
                  ++st[p] ;
                  break;
       case '<': if (p < 0) Err(2);
                  --st[p] ;
                  break;
       case '!': if (p < 0) Err(2);
                  st[p] = Fac(st[p]);
                  break;
       case '^': if (p < 1) Err(2);
                  st[p-1] = pow(st[p-1],st[p]);
                  --p;
                  break;
       case '*': if (p < 1) Err(2);
                   st[p-1] *= st[p];
                   --p;
                     break;

        case '/': if (p < 1) Err(2);
                  if (st[p] == 0) Err(3);
                  st[p-1] /= st[p];
                  --p;
                    break;

        case '%': if (p < 1) Err(2);
```

```
                    if (st[p] == 0) Err(3);
                    st[p-1] %= st[p];
                    --p;
                      break;
          case '+':
                    if (p < 1) Err(2);
                   st[p-1] += st[p];
                    --p;
                      break;
          case '-': if (p < 1) Err(2);
                   st[p-1] -= st[p];
                    --p;
                      break;

        } // switch
        continue;
      } // Op
    } // for
    return st[0];
} // Exe

main() {
  // a b c d e f g h i j k  l  m  n  o  p  q  r  s  t  u  v  w  x  y  z
  // 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
  // string pol = Compiler("(a+c)*(g - b)"); // (0+2)*(6-1) = 10
  // string pol = Compiler("(a+c)+(g - b) / (g - b) "); // 2
  // string pol = Compiler("((a>!+c>!)*(g - b) / (g - b))");
  // (0>!+2>!)*(6-1)/(6-1) = (1+6)*5/5 = 7
  // string pol = Compiler("((a>!+c>!)*(g - b) / (g - b))! ");
  // 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040
  // string pol = Compiler("k*c^k");
  // 10*2^10 = 10*(2^10) = 10*1024 = 10240
  string pol = Compiler("-(+c * e * (-c + g)) ");
  // -(+2 * 4 * (-2 + 6)) = -32
  cout << "\n Result: " << Exe(pol);
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Expression Version 5. (Roman Numerals)

```
/*********************************************
    Expression (Ver. 5, Aug 8 2020)
    Roman and Integers

*********************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
}
```

```
/*-------------------------------------------------
                    Roman numerals
-------------------------------------------------*/
int ival[] =    {1000, 900, 500, 400, 100, 90,  50, 40,  10,  9,  5,
4,  1};
string rval[] = {"M",  "CM","D", "CD","C",
"XC","L","XL","X","IX","V","IV","I"};
int len = 13;
string ROM = "MDCLXVI";

// Vi tri xuat hien ki tu c trong string s
int Cpos(char c, string s) {
  for (int i = 0; i < s.length(); ++i)
    if (s[i] == c) return i;
  return -1;
} // Cpos

// Vi tri xuat hien string r trong rval
int Rpos(string r) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == r) return i;
  return -1;
} // Rpos

// Vi tri xuat hien int v trong ival
int Ipos(int v) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (ival[i] == v) return i;
  return -1;
} // Ipos

// rom r -> int
int RomInt(string r) {
  int i = Rpos(r);
  return (i < 0) ? 0 : ival[i];
} // RomInt

// int v -> rom
string IntRom(int v) {
  int i = Ipos(v);
  return (i < 0) ? "" : rval[i];
} // IntRom

string Str(char c) {
  string s = "";
  s += c;
  return s;
} // Str

int ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];

    if (r == "") return 0;

    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    int n = r.length();
```

```
    int val = 0;  // output value
    int i = 0;
    string s;

    while (i < n) {
      char c = r[i]; // ki tu hien hanh
      i++; // ki tu sat sau c

      if (Cpos(c, "MDLV") >= 0) {
        val += RomInt(Str(c));
        continue;
      }

      if (c == 'C') { // Xet them ki tu r[i] sat sau c: CM, CD
        s = Str(c);
        if (Cpos(r[i],"MD") >= 0) {
          s += r[i];
          i++;
        }
        val += RomInt(s);
        continue;
      }

      if (c == 'X') { // Xet them ki tu r[i] sat sau c: XL, XC
        s = Str(c);
        if (Cpos(r[i],"LC") >= 0) {
          s += r[i];
          ++i;
        }
        val += RomInt(s);
        continue;
      }

      if (c == 'I') { // Xet them ki tu r[i] sat sau c: IV, IX
        s = Str(c);
        if (Cpos(r[i],"VX") >= 0) {
          s += r[i];
          ++i;
        }
        val += RomInt(s);
        continue;
      }
    } // for
    return val;
 } // ToInt

string ToRom(int n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
      r += IntRom(ival[i]);
      n -= ival[i];
    } // while
  } // for
    return r;
} // ToRom

/*-----------------------------------------------
                Expression
```

```
-----------------------------------------------*/
string OP = "+-*/%><!^~";
int cval[1000]; // constants
int clen = 0;

void Err(int e) {
  cerr << "\n Error " << e << ": ";
  switch(e) {
    case 1: cout << "( expected.";
            exit(0);
    case 2: cout << "Syntax error.";
            exit(0);
    case 3: cout << " devide by zero.";
            exit(0);
    case 4: cout << " negative factorial.";
            exit(0);

  } // switch
} // Err

bool Var(char c) {
  return 'a' <= c && c <= 'z';
} // Var

bool Num(char c) {
  return '0' <= c && c <= '9';
} // Num

bool Rom(char c) {
  return (Cpos(c,ROM) >= 0);
} // Rom

bool Op(char c) {
  for (int i = 0; i < OP.length(); ++i)
     if (OP[i] == c) return true;
  return false;
} // Op

int Degree(char c) {
  switch(c) {
     case '~':
     case '^':
    case '!':
    case '>':
    case '<': return 100;
    case '*':
     case '%':
    case '/': return 200;
     case '+':
    case '-': return 500;
    default: return 1000;
  } // switch
} // Degree

string Precomp(string s) {

  string out = "";
  // string x;
  int d;
```

```
  int v;
  clen = 0;
  for (int i = 0; i < s.length(); i += d) {
    d = 1;

    if (s[i] == 32) continue;

    if (Var(s[i]) || Op(s[i]) || s[i] == '(' || s[i] == ')') {
      out += s[i];
      continue;
    }

    if (Num(s[i])) {
      v = 0;
      for (int j = i; j < s.length(); ++j) {
        if (Num(s[j]))
          v = v * 10 + (s[j] - '0');
        else {
          d = j-i;
          break;
        }
      } // for j
      out += "$";
      cval[clen++] = v;
      continue;
    } // if Num

    if (Rom(s[i])) {
      string x = "";
      for (int j = i; j < s.length(); ++j) {
        if (Rom(s[j]))
          x += s[j];
        else {
          d = j-i;
          break;
        }
      } // for j
      out += "$";
      cval[clen++] = ToInt(x);

      continue;
    } // if Rom
    Err(2);
  } // for
  cout << "\n Precomp: " << s << " -> " << out;
  cout << "\n Const = ";
  for (int i = 0; i < clen; ++i)
     cout << " " << cval[i];
  return out;
} // Precomp

string Compiler(string inps) {
  string inp = Precomp(inps);
  string out = "";
  int n = inp.length();
  char st[n];
  char c, cc;
  int p = 0;
  st[p] = '#'; // phan tu dem
```

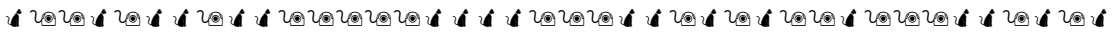
```
   // cout << "\n Compiler " << inp;

  for (int i = 0; i < n; ++i) {
    c = inp[i];
    if (Var(c) || c == '$') { // Gap bien hoac '$': dua vao out
      out += c;
      continue;
    }
    if (c == '(') { // Gap (: nap st
      st[++p] = c;
      continue;
    }
    if (c == '+' || c == '-') {
      if (i == 0)
        cc = (c == '-') ? '~' : '.';
      else if (inp[i - 1] == '(')
        cc = (c == '-') ? '~': '.';
      else cc = c;
      if (cc == '.') continue;
      while (Degree(st[p]) <= Degree(cc))
        out += st[p--];
      st[++p] = cc;
      continue;
    }
     if (Op(c)) { // Gap phep toan
       // Ro cac phep toan uu tien dua vao out
      while(Degree(st[p]) <= Degree(c))
        out += st[p--];
      st[++p] = c; // Nap phep toan moi vao st
      continue;
     }
    if (c == ')') { // Gap ):
       // Ro cac phep toan truoc ( dua vao out
       while(st[p] != '(') {
          if (st[p] == '#') Err(1);
            out += st[p--];
         }
       st[p--]; // Ro (
      continue;
    }
     cout << " ??? " << c; Err(2);
  } // for
  // Ro cac phep toan con lai dua vao out
  while(st[p] != '#')
    out += st[p--];
  cout << "\n Compiler: " << inp << " -> " << out; // Polish form
(Lukasievics)
  return out;
}

int Fac(int n) {
  int r = 1;
  if (n < 0) Err(4);
  for (int i = 2; i <= n; ++i)
    r *= i;
  return r;
} // fac

int Exe(string e) {
```

```
int st[e.length()];
int p = -1;
char c;
int ic = -1; // index of cval
// Nap x vao st (Push): st[++p] = x
// Lay ngon st ra khoi st dua vao x: (Pop): x = st[p--]
for (int i = 0; i <= e.length(); ++i) {
  c = e[i];
  if (Var(c)) {
     st[++p] = c-'a'; // nap st
    continue;
  }
  if (c == '$') { // hang
     st[++p] = cval[++ic]; // nap st
    continue;
  }

  if (Op(c)) {
    // thuc hien phep toan c
    switch(c) {

      case '~': if (p < 0) Err(2);
                st[p] = -st[p];
                break;
      case '>': if (p < 0) Err(2);
                ++st[p] ;
                break;
     case '<': if (p < 0) Err(2);
                --st[p] ;
                break;
     case '!': if (p < 0) Err(2);
                st[p] = Fac(st[p]);
                break;
     case '^': if (p < 1) Err(2);
                st[p-1] = pow(st[p-1],st[p]);
                --p;
                break;
     case '*': if (p < 1) Err(2);
                 st[p-1] *= st[p];
                 --p;
                   break;

      case '/': if (p < 1) Err(2);
                if (st[p] == 0) Err(3);
                st[p-1] /= st[p];
                --p;
                  break;

      case '%': if (p < 1) Err(2);
                if (st[p] == 0) Err(3);
                st[p-1] %= st[p];
                --p;
                  break;
      case '+':
                if (p < 1) Err(2);
               st[p-1] += st[p];
                --p;
                  break;
      case '-': if (p < 1) Err(2);
```

```
                    st[p-1] -= st[p];
                     --p;
                       break;

        } // switch
        continue;
      } // Op
    } // for
    return st[0];
} // Exe

main() {
  // a b c d e f g h i j k  l  m  n  o  p  q  r  s  t  u  v  w  x  y  z
  // 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
  // string pol = Compiler("(a+c)*(g - b)"); // (0+2)*(6-1) = 10
  // string pol = Compiler("(a+c)+(g - b) / (g - b) "); // 2
  // string pol = Compiler("((a>!+c>!)*(g - b) / (g - b))");
  // (0>!+2>!)*(6-1)/(6-1) = (1+6)*5/5 = 7
  // string pol = Compiler("((a>!+c>!)*(g - b) / (g - b))! ");
  // 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040
  // string pol = Compiler("k*c^k"); // 10*2^10 = 10*(2^10) = 10*1024 =
10240
  // string pol = Compiler("-(+c * e * (-c + g)) "); // -(+2 * 4 * (-2 +
6)) = -32
  // string pol = Compiler("  (VI + e) *(-12 + c)  ");
  string pol = Compiler("-(+c * IV * (-II + g)) "); // -(+2 * 4 * (-2 +
6)) = -32
  cout << "\n Result: " << Exe(pol); // 100
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

Tom and Jerry

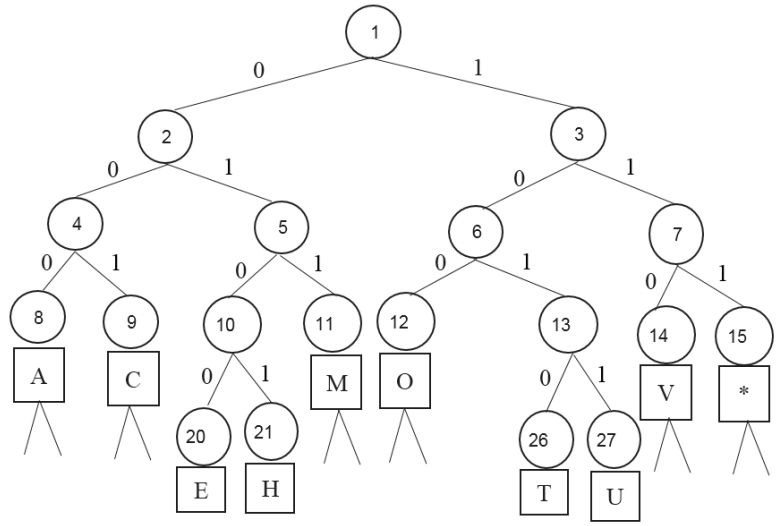
Giải mã văn bản bí mật sau



Biết

A	C	E	H	M	O	T	U	V	*

Cây tìm kiếm nhị phân



A	C	E	H	M	O	T	U	V	*
000	001	0100	0101	011	100	1010	1011	110	111

Thuật toán giải mã

Xuất phát từ gốc.
Mỗi lần xét một ký hiệu b trong văn bản mật:
  Nếu b = 0 rẽ trái
  Nếu b = 1 rẽ phải
  Nếu gặp lá: xuất ra ký tự trên lá rồi quay lại gốc.

Biểu diễn cây

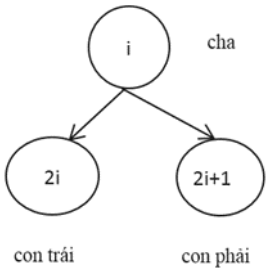
Chỉ cần một mảng tham chiếu. Ta gọi mảng đó là `a`. Ta gán trị `a[v] = c`

trong đó `v` là số hiệu của (đỉnh) lá, `c` là ký tự trên lá. Ví dụ trên cho ta

v : Số hiệu đỉnh	...	8	9	...	11	12	...	14	15	...	20	21	...	26	27	...
Ký tự	#	A	C	#	M	O	#	V	*	#	E	H	#	T	U	#

trong đó dấu # biểu diễn cho giá trị trống.

Việc còn lại chỉ là xác định các số hiệu của các đỉnh.



Mỗi *đỉnh* i trong cây nhị phân có tối đa *hai đỉnh con* là *con trái* và *con phải*. i được gọi là đỉnh *cha.* Số hiệu của mỗi đỉnh được tính như sau:

Đỉnh cha: i

Đỉnh con trái: 2i

Đỉnh con phải: 2i+1

Đỉnh gốc: 1

Điều thú vị là ta có thể tính trực tiếp số hiệu đỉnh treo cho mỗi ký tự theo mã của chúng theo cùng một thuật toán giống như thuật toán giải mã. Thật vậy, giả sử ký tự tại đỉnh treo trong cây có mã là $M = m_1 m_2 \dots m_k$.

Thuật toán xác định số hiệu v

của đỉnh treo

v ← 1
Mỗi lần xét một ký hiệu m_i trong mã ký tự:
  Nếu m_i = 0 : v ← 2*v; // con trái
  Nếu m_i = 1 : v ← 2v + 1; // con phải

Ví dụ

Giả sử ta cần xác định số hiệu v cho đỉnh treo (lá) ký tự T có mã 1010.

Ta đặt giá trị (**1**) cho v vào bên trái dãy mã 1010: (**1**)1010.

Tiếp theo ta dịch qua phải từng bit b của T và cập nhật **v** theo quy tắc :

(**v**)0(**2v**): nếu b = 0 thì cập nhật **v** ← **2v**

(**v**)1(**2v+1**): nếu b = 1 thì cập nhật **v** ← **2v+1**

Sơ đồ chi tiết của các bước được thể hiện như sau:

(**1**)1010 → 1(**3**)010 → 10(**6**)10 → 101(**13**)0 → 1010(**26**).

	T		T		T		T	
	b	v	b	v	b	v	b	v
(**1**)	1	(**3**)	0	(**6**)	1	(**13**)	0	(**26**)

(v)0 → 2v; (v)1 → 2v+1

TOMJERRY.INP	Giải thích
10 A 000	10 ký tự mã số của A

.....

C 001	mã số của C
E 0100	mã số của E
H 0101	mã số của H
M 011	mã số của M
O 100	mã số của O
T 1010	mã số của T
U 1011	mã số của U
V 110	mã số của V
* 111	mã số của *
01101001001111100001110010101101110010 10	mã số của văn bản cần giải mã

Các bước của thuật toán tạo cây và giải mã sẽ như sau:

Bước 1 Tạo cây
Khởi trị mảng a toàn ký tự '#'
Xác định số hiệu v cho mỗi ký tự c theo mã của chúng.
Gán trị a[v] ← c

Bước 2 Giải mã
Xuất phát từ gốc v ← 1 .
Mỗi lần xét một ký hiệu b trong văn bản mật:
Nếu b = 0: v → 2v (rẽ trái)
Nếu b = 1: v → 2v+1 (rẽ phải)
Nếu a[v] ≠ '#': xuất a[v]; v → 1 (xuất ký tự trên lá rồi quay lại gốc).

Chương trình C++

```
// TomJerry.CPP
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <windows.h>

using namespace std;

const int MN = 1024;
const char * fn = "TOMJERRY.INP";

int N; // so ky tu
char a[MN];

void run() {
  memset(a, '#', sizeof(a)); // Gan a[] toan #
  ifstream f(fn);
  string s;
  char c;
  int v;
  f >> N; // so ky tu
  for (int i = 1; i <= N; ++i) {
    f >> c >> s; // ky tu c co ma s
    // Xac dinh so hieu v cho ky tu c
    cout << "\n " << c << " : " << s;
   // lap ma so cho ky tu c
    v = 1;
    for (int j = 0; j < s.length(); ++j)
      v = (v * 2) + (s[j] - '0');
```

.....

```
      a[v] = c;
      cout << " -> " << v;
   }
      // Doc doan code can giai ma
      f >> s;
      f.close();
      cout << "\n Decode " << s << "...\n  ";
      v = 1;
      for(int i = 0; i < s.length(); ++i) {
        v = (v * 2) + (s[i] - '0');
        if (a[v] != '#') {
           cout << a[v];
           v = 1;
        }
      }
} // run

main() {
   run();
   cout << "\n T h e   E n d.";
   return 0;
}
```

Input file

```
TOMJERRY.INP
10
A 000
C 001
E 0100
H 0101
M 011
O 100
T 1010
U 1011
V 110
* 111
01101001001111100001110010101101110010 10
```

Kết quả

```
A : 000 -> 8
C : 001 -> 9
E : 0100 -> 20
H : 0101 -> 21
M : 011 -> 11
O : 100 -> 12
T : 1010 -> 26
U : 1011 -> 27
V : 110 -> 14
* : 111 -> 15
Decode 01101001001111100001110010101101110010 10...
 MEO*VA*CHUOT
T h e   E n d.
```

Sieve of Eratosthenes

Vì phép nhân được thực hiện đơn giản hơn phép chia nên Eratosthenes, nhà toán học vĩ đại người Hy Lạp đã đề xuất ý tưởng tổ chức thuật toán tìm toàn bộ các số nguyên tố trong khoảng từ 1 đến giới hạn *n* cho trước. Người đời sau gọi thuật toán này là Sàng Eratosthenes. Bảng dưới minh họa hoạt động của thuật toán sàng với n = 100.

Bài giảng của Eratosthenes

Bước 1 Trò hãy viết dãy số từ 1 đến 100 trên bảng đất sét của mình. Trò có đủ 100 số từ 1 đến 100 chưa bị xóa trên bảng.

Bước 2 Xóa số 1, vì 1 không phải là số nguyên tố cũng không phải là hợp số. 1 là số đặc biệt trong dãy số tự nhiên.

Bước 3 Tìm số chưa bị xóa tiếp theo. Gọi số đó là *i*.

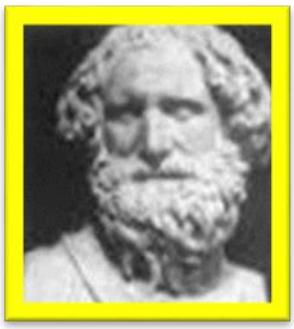
Bước 4 Nếu *i* > 10 thì trò dừng thuật toán. Toàn bộ các số không bị xóa trên bảng là các số nguyên tố.

Nếu i ≤ 10 thì trò thực hiện Bước 5.

Bước 5 Xóa các bội số của i kể từ i^2 đến 100.

Bước 6 Lặp lại Bước 3.

Eratosthenes



276–194 trước CN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Sàng Eratosthenes với n = 100.
(*Các số bị xóa viết trong ô đậm*)

Sieve of Eratosthenes Version 1.

```
/****************************************
    Sieve of Eratosthenes
    Ver. 1: List List all primes below n

  ****************************************/
  #include <iostream>
  #include <cmath>
  #include <bitset>

  const int MN = 1000000;

  using namespace std;

  bitset<MN> p; // sieve

  // Sieve of Eratosthenes
  // List all primes below n
  void Sieve(int n) {
     int s = (int)sqrt(n);
     p.set(); // set p all 1
     p.reset(0);
    p.reset(1);
    // delete all even numbers from 4 to n exclusive
    for (int i = 4; i < n; i += 2)
      p[i] = 0;
     for (int i = 2; i <= s; ++i)
        if (p[i])
         for (int j = i*i; j < n; j += i)
            p[j] = 0;
  } // Sieve

  void Show(int n, int range = 10) {
    if (n < 2) return;
    int d = 1;
    cout << " " << 2;
    for (int i = 3; i < n; i += 2)
      if (p[i]) {
        cout << " " << i;
        ++d;
        if ((d % range) == 0) cout << endl;
      } // if
  } // Show

  main() {
    int n = 1000;
    Sieve(n);
    Show(n, 20);

   // ------------------------------------
   cout << "\n T H E    E N D";
   return 0;
  }
```

Sieve of Eratosthenes Version 2.

```
/*****************************************
     Sieve of Eratosthenes

  *****************************************/
  #include <iostream>
  #include <fstream>
  #include <cmath>
  #include <bitset>

  const int MN = 1000000;

  using namespace std;

  bitset<MN> p; // sieve

   // Sieve of Eratosthenes
   void Sieve(int n) {
      int s = (int)sqrt(n);
      p.set(); // set p all 1
      p.reset(0);
     p.reset(1);
     // delete all even numbers from 4 to n exclusive
     for (int i = 4; i < n; i += 2)
       p[i] = 0;
      for (int i = 2; i <= s; ++i)
         if (p[i])
          for (int j = i*i; j < n; j += i)
             p[j] = 0;
   } // Sieve

   void Show(int n, int range = 10) {
     if (n < 2) return;
     int d = 1;
     cout << " " << 2;
     for (int i = 3; i < n; i += 2)
       if (p[i]) {
         cout << " " << i;
         ++d;
         if ((d % range) == 0) cout << endl;
       } // if
  } // Show

// Save to file fn
  void Save(int n, const char *fn) {
    ofstream f(fn);
     f << 2 << endl;
    for (int i = 3; i < n; i += 2)
      if (p[i])
        f << i << endl;
    f.close();
  } // Save

  main() {
    int n = 1000;
    Sieve(n);
    Save(n, "P1m.DAT");
```

.....

```
  // ------------------------------------
   cout << "\n T H E    E N D";
   return 0;
  }
```

10001st prime (Problem 7 Project Euler)

By listing the first six prime numbers: 2, 3, 5, 7, 11, and 13, we can see that the 6th prime is 13. What is the 10001st prime number?

1001st prime. Version 1 (Brute force)

```
/*****************************************
      10001st prime. Ver. 1
      Brute force
      Answer = 104743
 *****************************************/
 #include <iostream>
 #include <cmath>
 using namespace std;

 bool IsPrime(int n) {
   int sn = int(sqrt(n));
   for (int i = 2; i <= sn; ++i)
     if ((n % i) == 0) return false;
   return true;
 } // IsPrime

 int Ver1() {
   int d = 1; // 2 is the first prime
   for (int n = 3; true; n += 2)
      if (IsPrime(n)) {
        ++d;
        if (d == 10001) return n;
      }
  }// Ver1

 main() {
    cout << "  " << Ver1();
  // ----------------------------------
  cout << "\n T H E    E N D";
  return 0;
 }
```

1001st prime. Version 2 (Using Sieve of Eratosthenes)

```
/*****************************************
      10001st prime. Ver. 2
      Using Sieve of Eratosthenes
      Answer = 104743
      P(n)*log(n) ~ n
      log(n) = so chu so trong dang nhi phan
      log(n) = 10 -> n = 1024
```

```
     10001*log(n) = 10001*12 = 120000 ~ n

*****************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <bitset>
using namespace std;

const int MAXN = 120000;

bitset<MAXN> p; // sieve

// Sieve of Eratosthenes
void Sieve(int n) {
  int s = (int)sqrt(n);
  p.set(); // set p all 1
  p.reset(0);
  p.reset(1);
  // delete all even numbers from 4 to n exclusive
  for (int i = 4; i < n; i += 2)
    p[i] = 0;
  for (int i = 2; i <= s; ++i)
     if (p[i])
      for (int j = i*i; j < n; j += i)
         p[j] = 0;
} // Sieve

int Ver2() {
  Sieve(MAXN);
  int d = 1; // for 2
  for (int n = 3; n < MAXN; n += 2)
     if (p[n]) {
       ++d;
       if (d == 10001) return n;
     }
 }// Ver2

main() {
   cout << "  " << Ver2();
 // ------------------------------------
 cout << "\n T H E    E N D";
 return 0;
}
```

1001st prime. Version 3

```
/*****************************************
     10001st prime. Ver. 3
     Extend primes
    Answer = 104743
 *****************************************/
```

.....

```
#include <iostream>

const int MN = 10002;

using namespace std;

// first 10 primes
int p[MN] = {0, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29};

// x is prime iff x has no factor p[2]..p[n]
// Since x is odd we do not test if a[1] = 2 divides x.
bool Prime(int n, int x) {
  for (int i = 2; i < n; ++i)
    if ((x % p[i]) == 0) return false;
  return true;
}

int Ver3() {
  int  x, n, k, m;
  k = 10; // p[k] is the last prime in started sequence
  n = 3;// p[n]=5, p[n+1]=p[4]=7, p[n+1]*p[n+1] > p[k]
  m = p[k];
   while (true) {
      x = m + 2;
      ++n;
      m = p[n]*p[n];
      // Scan from p[k]+2 to m
      for (; x < m; x += 2)
        if (Prime(n, x)) {
             p[++k] = x;
             if (k == 10001) return x;
        } // if
   } // while
  }// Ver3

main() {
    cout << "    " << Ver3();
 // ------------------------------------
 cout << "\n T H E    E N D";
 return 0;
}
```

Largest prime factor (Problem 3 Project Euler)

The prime factors of 13195 are 5, 7, 13 and 29.

What is the largest prime factor of the number 600851475143 ?

Đặt tên là một nghệ thuật

Largest prime factor: version 1

```
/*****************************************************
     Largest prime factor of 600851475143?
     Ver. 1 Answer = 6857
  *****************************************************/
 #include <iostream>
 #include <math.h>

 using namespace std;

 typedef unsigned long long Long; // size = 8 bytes = 64 bits

 Long N = 600851475143; // sqrt = 775146

  int V1(Long n) {
    int s = int(sqrt((double) n));
    int p, pmax;
    p = 2; // case: n is an even number
    if ((n % p) == 0) {
        pmax = p;
        while ((n % p) == 0) n /= p;
    }
    // n is an odd number
    for (p = 3; (n > 1) && (p <= s); p += 2) {
      if ((n % p) == 0) {
          pmax = p;
          while ((n % p) == 0) n /= p;
       } // if
    } // for
    return (n > 1) ? n : pmax;
  } // V1

  main() {
   cout << V1(N);
   cout << "\n T H E    E N D";
   return 0;
  }
```

Largest prime factor: version 2

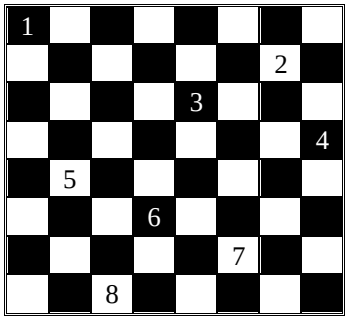
```
/***************************************
```

.....

```
      Largest prime factor of 600851475143?
       Ver. 2 Answer = 6857
      Ver. 2
      Using Sieve of Eratosthenes
  ****************************************/
  #include <iostream>
  #include <cmath>
  #include <bitset>
  using namespace std;

  typedef long long Long;
  const Long N = 600851475143;

  const int MAXN = 1000000;

  bitset<MAXN> p; // sieve

  // Sieve of Eratosthenes
  void Sieve(int n) {
     int s = (int)sqrt(n);
     p.set(); // set p all 1
     p.reset(0);
    p.reset(1);
    // delete all even numbers from 4 to n exclusive
    for (int i = 4; i < n; i += 2)
      p[i] = 0;
    for (int i = 2; i <= s; ++i)
       if (p[i])
        for (int j = i*i; j < n; j += i)
           p[j] = 0;
  } // Sieve

Long Factor(Long n, Long sn) {
  for (int x = 3; x <= sn; x += 2) {
    if (p[x]) { // x is a prime
      if ((n % x) == 0) {
        Long a = n/x; // n = a*x
           n /= x;
        return (a > x) ? a : x;
      } // if n
    } // if p
  } // for x
  return n;
} // Factor

  int Ver2() {
    Long n = N;
    int sn = int(sqrt((float)n)) + 1;
    Sieve(sn);
    while (1) {
      Long m = Factor(n, sn);
      if (n == m)
        return m;
      else n = m;
      sn = int(sqrt((float)n)) + 1;
    } // while
 }// Ver2

  main() {
```

```
    cout << "   " << Ver2();
   // ------------------------------------
    cout << "\n T H E     E N D";
   return 0;
  }
```

Queens



Tư duy trong sáng, minh bạch

Queens Vesion 1. Tìm một nghiệm

```
/*********************************************************
          Queens. Ver. 1: Tim mot nghiem

  *********************************************************/
  #include <iostream>
  #include <cmath>


  using namespace std;

  const int MN = 100;
  int v[MN]; // v[k] = dong dat Hau k

  void Answer(int n) {
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
      cout << " " << v[i];
  }

  // Neu Hau k dung tren dong i
  // thi ko dung voi cac Hau 1..k-1
  bool NicePlace(int n, int k, int i) {
    for (int j = 1; j < k; ++j)
      if (v[j] == i || k-j == abs(v[j]-i))
        return false;
    return true;
  } // NicePlace

  // Di chuyen Hau k tu dong v[k]+1
  // den dong xuong n, tim dong dau tien
  // khong dung do voi cac Hau  dat truoc
  // 1..k-1
  int Find(int n, int k) {
```

```
    for (int i = v[k]+1; i <= n; ++i)
      if (NicePlace(n, k, i)) return i;
    return 0;
  } // Find

  // Back Tracking
  void Queens(int n) {
    cout << "\n\n " << n << " Queen(s): ";
    for (int i = 1; i <= n; ++i) v[i] = 0;
    int k = 1; // Cam Hau 1

    while (1) {
      if (k > n) {
        Answer(n);
        return;
      }
      if (k < 1) {
        cout << "\n No solution.";
        return;
      }
      v[k] = Find(n,k);
      if (v[k] > 0) ++k;
      else --k;
    } // while
  } // Queens

  main() {
    for (int n = 1; n <= 20; ++n)
      Queens(n);
    cout << "\n T H E   E N D ";
    return 0;
  }
```

Queens Vesion 2. Tìm mọi nghiệm

Thay đổi ít nhất nhưng hưởng lợi nhiều nhất

```
/*********************************************************
          Queens. Ver 2: All solutions

  *********************************************************/
  #include <iostream>
  #include <cmath>


  using namespace std;

  const int MN = 100;
  int v[MN]; // v[k] = dong dat Hau k

  // Hien thi nghiem thu d
  void Answer(int n, int d = 1) {
    cout << "\n " << d << ". ";
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
      cout << " " << v[i];
  }
```

.....

```
// Neu Hau k dung tren dong i
// thi ko dung voi cac Hau 1..k-1
bool NicePlace(int n, int k, int i) {
  for (int j = 1; j < k; ++j)
    if (v[j] == i || k-j == abs(v[j]-i))
      return false;
  return true;
} // NicePlace

// Di chuyen Hau k tu dong v[k]+1
// den dong xuong n, tim dong dau tien
// khong dung do voi cac Hau  dat truoc
// 1..k-1
int Find(int n, int k) {
  for (int i = v[k]+1; i <= n; ++i)
    if (NicePlace(n, k, i)) return i;
  return 0;
} // Find

// Back Tracking
void Queens(int n) {
  cout << "\n\n " << n << " Queen(s): ";
  for (int i = 1; i <= n; ++i) v[i] = 0;
  int k = 1; // Cam Hau 1

  while (1) {
    if (k > n) {
      Answer(n);
      return;
    }
    if (k < 1) {
      cout << "\n No solution.";
      return;
    }
    v[k] = Find(n,k);
    if (v[k] > 0) ++k;
    else --k;
  } // while
} // Queens

// Back Tracking
void QueensAll(int n) {
  int d = 0; // dem so nghiem
  cout << "\n\n " << n << " Queen(s): ";
  for (int i = 1; i <= n; ++i) v[i] = 0;
  int k = 1; // Cam Hau 1

  while (1) {
    if (k > n) {
      ++d;
      Answer(n,d);
      k = n; // gia sai
    }
    if (k < 1) {
      if (d > 0)
        cout << "\n Total " << d << " solution.";
        else cout << "\n no " << " solution.";
      return;
```

```
      }
      v[k] = Find(n,k);
      if (v[k] > 0) ++k;
      else --k;
    } // while
  } // Queens

  main() {
    Queens(8);
    QueensAll(8);
    cout << "\n T H E   E N D ";
    return 0;
  }
```

Queens Vesion 3. Hai trong một

Hà Nội không . . . được đâu !

```
/*********************************************************
          Queens. Ver 3: Hai trong mot

  *********************************************************/
  #include <iostream>
  #include <cmath>


  using namespace std;

  const int MN = 100;
  int v[MN]; // v[k] = dong dat Hau k

  // Hien thi nghiem thu d
  void Answer(int n, int d = 1) {
    cout << "\n " << d << ". ";
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
      cout << " " << v[i];
  }

  // Neu Hau k dung tren dong i
  // thi ko dung voi cac Hau 1..k-1
  bool NicePlace(int n, int k, int i) {
    for (int j = 1; j < k; ++j)
      if (v[j] == i || k-j == abs(v[j]-i))
        return false;
    return true;
  } // NicePlace

  // Di chuyen Hau k tu dong v[k]+1
  // den dong xuong n, tim dong dau tien
  // khong dung do voi cac Hau  dat truoc
  // 1..k-1
  int Find(int n, int k) {
    for (int i = v[k]+1; i <= n; ++i)
```

```
    if (NicePlace(n, k, i)) return i;
  return 0;
} // Find

// Back Tracking
void Queens(int n, int songhiem = 1) {
  int d = 0; // dem so nghiem
  cout << "\n\n " << n << " Queen(s): ";
  for (int i = 1; i <= n; ++i) v[i] = 0;
  int k = 1; // Cam Hau 1

  while (1) {
    if (k > n) {
      ++d;
      Answer(n,d);
      if (songhiem == 1) return;
      k = n; // gia sai
    }
    if (k < 1) {
      cout << "\n Total " << d << " solution.";
      return;
    }
    v[k] = Find(n,k);
    if (v[k] > 0) ++k;
    else --k;
  } // while
} // Queens

main() {
  // Queens(3);
  Queens(4,2);
  cout << "\n T H E   E N D ";
  return 0;
}
```

Rhythm

Auto Test

E5 and data generation

Given n numbers a[0..n-1]. Write a function named Rhythm giving the following values:

1 if all the numbers are equal: a[0] = a[1] = … = a[n-1]

2 if a[0..n-1] is a strong ascending sequence: a[0] < a[1] < … < a[n-1]

3 if a[0..n-1] is a ascending sequence: a[0] ≤ a[1] ≤ … ≤ a[n-1]

4 if a[0..n-1] is a strong descending sequence: a[0] > a[1] > … > a[n-1]

5 if a[0..n-1] is a ascending sequence: a[0] ≥ a[1] ≥ … ≥ a[n-1]

0 or else.

Rhythm Version 1

```
/*****************************************
    Rhythm.cpp Ver. 1
    1  a[0] = a[1] = … = a[n-1]
    2  a[0] < a[1] < … < a[n-1]
    3  a[0]   a[1]   …   a[n-1]
    4  a[0] > a[1] > … > a[n-1]
    5  a[0]   a[1]   …   a[n-1]
    0 or else.
  *****************************************/

  #include <iostream>
  using namespace std;

  int a[] = { 3,13,33,33,37,
              39,130,130,133,133,
               300,300,300,300,300};

 int Rhythm(int a[], int n) {
    int g, t, b, r;
    g = t = b = 0;
    for (int i = 1; i < n; ++i) {
       if (a[i] == a[i-1]) ++b;
       else if (a[i] > a[i-1]) ++t;
       else // a[i] < a[i-1]
      ++g;
    }

    if (b > 0) b = 1;
    if (t > 0) t = 1;
    if (g > 0) g = 1;
    r = 4*g + 2*t + b;
    if (r > 5) r = 0;
```

```
    return r;
} // Rhythm

main() {
    int n = 15;
    cout << Rhythm(a, n); // 3
   //-------------------------------------------
   // cout << endl << " T H E   E N D . ";
   return 0;
}
```

Rhythm Version 2

```
/*****************************************
   Rhythm.cpp Ver. 2
   1  a[0] = a[1] = … = a[n-1]
   2  a[0] < a[1] < … < a[n-1]
   3  a[0]   a[1]   …   a[n-1]
   4  a[0] > a[1] > … > a[n-1]
   5  a[0]   a[1]   …   a[n-1]
   0 or else.
 *****************************************/

 #include <iostream>
 #include <ctime>
 #include <windows.h>

 using namespace std;

 const int MN = 1000000; // 1M
 int a[MN] = { 3,13,33,33,37,
             39,130,130,133,133,
              300,300,300,300,300};

 int Gen1(int n) { // equal
   int v = rand() % 100;
   for (int i = 0; i < n; ++i)
     a[i] = v;
   return n;
 } // Gen1

 int Gen2(int n) { // strong asc
   a[0] = rand() % 5;
   for (int i = 1; i < n; ++i)
     a[i] = a[i-1] + ((rand() % 5) + 1);
   return n;
 } // Gen2

 int Gen3(int n) { // asc
   a[0] = rand() % 5;
   for (int i = 1; i < n; ++i)
     a[i] = a[i-1] + (rand() % 5);
   return n;
 } // Gen3

 int Gen0(int n) { // asc
   Gen3(n);
   a[rand() % n] = rand() % n;
```

```
    return n;
 } // Gen0

 /*--------------------------------
   g t b r
   0 0 0 ?
   0 0 1 1
   0 1 0 2
   0 1 1 3
   1 0 0 4
   1 0 1 5
   1 1 0 0 (6)
   1 1 1 0 (7)
 ---------------------------------*/
int Rhythm(int a[], int n) {
    int g, t, b, r;
    g = t = b = 0;
    for (int i = 1; i < n; ++i) {
       if (a[i] == a[i-1]) b = 1;
       else if (a[i] > a[i-1]) t = 1;
       else // a[i] < a[i-1]
        g = 1;
    }
   return (4*g + 2*t + b) % 7 % 6;
} // Rhythm

// Doi cho cac phan tu cach deu dau va cuoi
 void Rev(int a[], int n) {
    int d = 0, c = n-1, x;
    while(d < c) {
    // doi cho a[d] a[c]
       x = a[d];
       a[d] = a[c];
       a[c] = x;
       ++d; --c;
    } // while
 } // Rev

void Test2 () {
     srand(time(NULL));
     int n = Gen0(100000);
     cout << "\n " << Rhythm(a, n); // 3
     Rev(a, n);
     cout << "\n " << Rhythm(a, n); // 5
 } // Test2

void Test1 () {
     int n = 15;
     cout << "\n " << Rhythm(a, n); // 3
     Rev(a, n);
     cout << "\n " << Rhythm(a, n); // 5
 } // Test1

 main() {
   Test2();
    //-----------------------------------------
    // cout << endl << " T H E   E N D . ";
    return 0;
 }
```

.....

Range Check Error

Range Check Error là lỗi thường gặp

Biết điều khiển index sẽ tăng hiệu quả chương trình

"Anh cố tìm điều dễ ghét trong em

Tìm được rồi anh càng thấy yêu thêm"

Việt Phương

p is a permutations of n elements 1, 2, …, n. If x and y in p, x < y and x stand after y then we call (x, y) is a reversed pair in p. Find the longest reversed pair in p.

Example

p = (**4**, 6, 1, 5, 9, 2, 7, **3**, 8)

p = (3, 5, **8**, 9, 1, 2, 4, 6, **7**);

```
/*****************************************
 longest reversed pair in a permutation
*****************************************/
#include <iostream>
#include <ctime>
#include <windows.h>
using namespace std;

const int MN = 1000000; // 1M

// int p[MN+1] = {4, 6, 1, 5, 9, 2, 7,  3, 8}; // (0,7)
int p[MN+1] = {3, 5, 8, 9, 1, 2, 4, 6, 7}; // (2,8)


int Gen(int n) {
  for (int i = 0; i < n; ++i)
    p[i] = i+1; // 1, 2, .., n
  int a = 10, b = n-a;
  int nn = n+n;
  for (int i = 0; i < nn; ++i) {
    int u = a + (rand() % (b-a)); // so ngau nhien a..b
    int v = a + (rand() % (b-a)); // so ngau nhien a..b
    int t = p[u];
        p[u] = p[v];
        p[v] = t;
  }
  return n;
} // Gen

void LRP(int n) {
  int imax = 0, jmax = 0;
  for (int i = 0; i < n; ++i) {
     for (int j = n-1; j > i; --j) {
```

```
        if (p[i] > p[j]) {
          if (j-i > jmax-imax) {
            imax = i;
            jmax = j;
          } // if i
        } // if p
     } // for j
  } // for i
cout << "\n " << imax << " : " << jmax;
} // LRP

void NewLRP(int n) {
  int imax = 0, d = 0;
  // -----[i]*****[i+d]-----*****[n-1], d = ****
  for (int i = 0; i < n-d; ++i) {
     for (int j = n-1; j > i+d; --j) {
        if (p[i] > p[j]) {
            imax = i;
            d = j - i;
            break; // j
        } // if p
     } // for j
  } // for i
cout << "\n " << imax << " : " << imax+d;
} // LRP1

void Test() {
   int n = Gen(10000); // 100000);
   int t1 = time(NULL);
   NewLRP(n);
   int t2 = time(NULL);
  cout << "\n Time = " << difftime(t2, t1);
   LRP(n);
   int t3 = time(NULL);
   cout << "\n Time = " << difftime(t3, t2);
} // Test

main() {
  srand(time(NULL));
   Test();
 // ------------------------------------
 cout << "\n T H E    E N D";
 return 0;
}
```

New RomanNumerals

"Anh cố tìm điều dễ ghét trong em
Tìm được rồi anh càng thấy yêu thêm"
Việt Phương

```
/*********************************************
    New Roman Numerals System
    N = 0
    (s) = 1000*s
    (VI) = 6000
*********************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

typedef long long Long;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

const int MN = 90;
int f[MN+1];

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
 } // Go


string Str(char c) {
  string s = "";
  s += c;
  return s;
} // Str

// Vi tri xuat hien string r trong rval
int Rpos(string r) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == r) return i;
  return -1;
} // Rpos

// Vi tri xuat hien int v trong ival
```

```
int Ipos(int v) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (ival[i] == v) return i;
  return -1;
} // Ipos

// rom r -> Long
Long RomInt(string r) {
  int i = Rpos(r);
  return (i < 0) ? 0 : ival[i];
} // RomInt

// Long v -> rom
string IntRom(Long v) {
  int i = Ipos(v);
  return (i < 0) ? "" : rval[i];
} // IntRom

// CM = 900, CD = 40; XC = 90, XL = 40; IX = 9, IV = 4
int Pair(char c, char cc, int &d) {
  string s = Str(c);
  switch(c) {
    case 'C': // CM | CD
      if (cc == 'M' || cc == 'D') s += cc;
      break;
    case 'X': // XC | XL
      if (cc == 'C' || cc == 'L') s += cc;
      break;
    case 'I': // IX | IV
      if (cc == 'X' || cc == 'V') s += cc;
      break;
  } // switch
  d = s.length();
  return RomInt(s);
 } // Pair

Long ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    // if (r == "") return 0;
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    Long val = 0;  // output value
    int d = 0;
    for (int i = 0; i < r.length(); i += d) {
      val += Pair(r[i], r[i+1], d);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

// s[i..j]
string Segment(string s, int d, int c) {
  string w = "";
  for (int i = d; i <= c; ++i)
     w += s[i];
  return w;
} // Segment
```

```
Long ToIntNew(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    if (r == "") return 0;
    if (r == "N") return 0;
    int dm = 0; // dem so chu M
    int k = 0;
    Long val = 0;
    int n = r.length();
    if (r[0] == '(') {
      for (int i = 1; i < n; ++i) {
        if (r[i] == ')') {
          k = i;
          break;
        }
      } // for i
      if (k == 0) {
        cerr << "\n Syntax error.";
        exit(0);
      } // if k
    } // ()
  return (k > 0)
    ? ToInt(Segment(r,1,k))*1000+ToInt(Segment(r,k+1,n-1))
    : ToInt(r);
 } // ToIntNew

string ToRom(Long n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
      r += IntRom(ival[i]);
      n -= ival[i];
    } // while
  } // for
    return (r == "") ? "N" : r;
} // ToRom

string ToRomNew(Long n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  if (n < 5000) return ToRom(n);
  Long dm = n / 1000; // so luong 1000
  n %= 1000; // du
  string r = "(" + ToRom(dm) + ")";
  if (n > 0)  r += ToRom(n);
  return r;
} // ToRomNew

void Test() {
  // Long n = 40000; // (XL)
  // Long n = 43268; // (XL)CCLXVIII
  // cout << n << " = " << ToRomNew(n);
  Long n = 60036;
  string r = ToRomNew(n);
  Long v =  ToIntNew("  (LX)XXXVI   ");
  cout << n << " " << r << " " << v << " " << ToRomNew(v);

}
```

.....

```
main() {
  Test();
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

New Roman Fibonacci (R+)

```
/*************************************************
    New Roman Fibonacci
    Nice Max = Fib(31)

*************************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

typedef long long Long;

/*************************************************
    New Roman Numerals System
    N = 0
    (s) = 1000*s
    (VI) = 6000
*************************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

typedef long long Long;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

const int MN = 90;
Long f[MN+1];

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
 } // Go


string Str(char c) {
  string s = "";
  s += c;
  return s;
} // Str

// Vi tri xuat hien string r trong rval
int Rpos(string r) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == r) return i;
  return -1;
} // Rpos

// Vi tri xuat hien int v trong ival
```

```
int Ipos(int v) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (ival[i] == v) return i;
  return -1;
} // Ipos

// rom r -> Long
Long RomInt(string r) {
  int i = Rpos(r);
  return (i < 0) ? 0 : ival[i];
} // RomInt

// Long v -> rom
string IntRom(Long v) {
  int i = Ipos(v);
  return (i < 0) ? "" : rval[i];
} // IntRom

// CM = 900, CD = 40; XC = 90, XL = 40; IX = 9, IV = 4
int Pair(char c, char cc, int &d) {
  string s = Str(c);
  switch(c) {
    case 'C': // CM | CD
      if (cc == 'M' || cc == 'D') s += cc;
      break;
    case 'X': // XC | XL
      if (cc == 'C' || cc == 'L') s += cc;
      break;
    case 'I': // IX | IV
      if (cc == 'X' || cc == 'V') s += cc;
      break;
  } // switch
  d = s.length();
  return RomInt(s);
 } // Pair

Long ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    // if (r == "") return 0;
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    Long val = 0;  // output value
    int d = 0;
    for (int i = 0; i < r.length(); i += d) {
      val += Pair(r[i], r[i+1], d);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

// s[i..j]
string Segment(string s, int d, int c) {
  string w = "";
  for (int i = d; i <= c; ++i)
     w += s[i];
  return w;
} // Segment
```

```
Long ToIntNew(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    if (r == "") return 0;
    if (r == "N") return 0;
    int dm = 0; // dem so chu M
    int k = 0;
    Long val = 0;
    int n = r.length();
    if (r[0] == '(') {
      for (int i = 1; i < n; ++i) {
        if (r[i] == ')') {
          k = i;
          break;
        }
      } // for i
      if (k == 0) {
        cerr << "\n Syntax error.";
        exit(0);
      } // if k
    } // ()
  return (k > 0)
    ? ToInt(Segment(r,1,k))*1000+ToInt(Segment(r,k+1,n-1))
    : ToInt(r);
 } // ToIntNew

string ToRom(Long n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
      r += IntRom(ival[i]);
      n -= ival[i];
    } // while
  } // for
    return (r == "") ? "N" : r;
} // ToRom

string ToRomNew(Long n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  if (n < 5000) return ToRom(n);
  Long dm = n / 1000; // so luong 1000
  n %= 1000; // du
  string r = "(" + ToRom(dm) + ")";
  if (n > 0)  r += ToRom(n);
  return r;
} // ToRomNew

/*-----------------------------------------------
              Fibonacci
-----------------------------------------------*/

int AllFib() {
  Long a, b, c;
  a = b = 1;
  f[1] = f[2] = 1;
  for (int i = 3; i <= MN; ++i) {
    c = a + b;
    f[i] = c;
```

.....

```
    a = b;
    b = c;
  } // for
} // AllFib

Long Fib(int n) {
  return (n <= MN) ? f[n] : 0;
} // Fib

string RFib(string r) {
  int i = ToIntNew(r);
  return (i <= MN) ? ToRomNew(f[i]) : "";
} // RFib

void Test() {
  cout << "\n --------------- T E S T --------------------";
  int nn = 20;
  for (int n = 1; n <= nn; ++n)
    cout << "\n n = " << n << "  Fib = "
    << Fib(n) << "  RFib = " << RFib(ToRomNew(n));
} // Test

void Test1() {
  cout << "\n --------------- T E S T 1 --------------------";
  int nn = 31; //  40; // 90; // 25; // 90
  AllFib();
  for (int n = 1; n <= nn; ++n) {
    cout << "\n n = " << n << "  Fib = "
    << Fib(n) << "  RFib = " << RFib(ToRomNew(n));
    // Go();
  } // for
} // Test1

main() {
  Test();
  Test1();
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

New Roman Fibonacci Again (R++)

```
/*************************************************
    New Roman Fibonacci (R++)

*************************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

typedef long long Long;

/*************************************************
    New Roman Numerals System
    N = 0
    (s) = 1000*s
    (VI) = 6000
    ((VI)) = 6000.000
*************************************************/
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

typedef long long Long;

int ival[] =
{1000, 900, 500, 400,100,  90,  50,  40,    10,  9,    5,   4,    1};

string rval[]=
{"M",  "CM","D", "CD","C", "XC", "L", "XL", "X", "IX", "V", "IV", "I"};
int len = 13;

const int MN = 90;
Long f[MN+1];

void Go() {
  cout << " ? ";
  fflush(stdin);
  if (cin.get() == '.')
    exit(0);
 } // Go


string Str(char c) {
  string s = "";
  s += c;
  return s;
} // Str

// Vi tri xuat hien string r trong rval
int Rpos(string r) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (rval[i] == r) return i;
  return -1;
} // Rpos
```

```
// Vi tri xuat hien int v trong ival
int Ipos(int v) {
  for (int i = 0; i < len; ++i)
    if (ival[i] == v) return i;
  return -1;
} // Ipos

// rom r -> Long
Long RomInt(string r) {
  int i = Rpos(r);
  return (i < 0) ? 0 : ival[i];
} // RomInt

// Long v -> rom
string IntRom(Long v) {
  int i = Ipos(v);
  return (i < 0) ? "" : rval[i];
} // IntRom

// CM = 900, CD = 40; XC = 90, XL = 40; IX = 9, IV = 4
int Pair(char c, char cc, int &d) {
  string s = Str(c);
  switch(c) {
    case 'C': // CM | CD
      if (cc == 'M' || cc == 'D') s += cc;
      break;
    case 'X': // XC | XL
      if (cc == 'C' || cc == 'L') s += cc;
      break;
    case 'I': // IX | IV
      if (cc == 'X' || cc == 'V') s += cc;
      break;
  } // switch
  d = s.length();
  return RomInt(s);
 } // Pair

Long ToInt(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    // if (r == "") return 0;
    r += "#"; // Them linh canh cuoi xau: guards
    Long val = 0;  // output value
    int d = 0;
    for (int i = 0; i < r.length(); i += d) {
      val += Pair(r[i], r[i+1], d);
    } // for
    return val;
 } // ToInt

// s[i..j]
string Segment(string s, int d, int c) {
  string w = "";
  for (int i = d; i <= c; ++i)
     w += s[i];
  return w;
```

```
} // Segment

 Long ToIntPP(string inpr) { // convert rom to int CDLVI -> 456
  // Bo cac dau cach: inpr -> r
    string r = "";
    for (int i = 0; i < inpr.length(); ++i)
       if (inpr[i] != 32) r += inpr[i];
    if (r == "") return 0;
    if (r == "N") return 0;
    int mn = 0; // dem so lan (
    int d = 0 ;// so ki tu Roman
    int deg = 1; // bac can nhan them
    Long val = 0;
    int n = r.length();
    int a, b; // a...b
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
      if (r[i] == '(') {
        ++mn;
        d = 0;
        a = i;
        deg *= 1000;
        if (deg <= 0) {
          cerr << "\n Many (. ";
           exit(0);
        }
      }
      else if (r[i] == ')') {
        --mn;
        if (mn == 0) {
          b = i; // (([a:(]...)) [b:)]
          val += ToInt(Segment(r,a+1,a+d))*deg;
          // mn = 0
          d = 0;
          deg = 1;
        }
      }
      else ++d;
    } // for i

    if (mn != 0) {
      cerr << "\n Syntax Error.";
      exit(0);
    }

    if (val == 0) // ko gap ()
      return ToInt(r);
    // Gap () hoac (()): ((( [b:)]
    return val + ToInt(Segment(r,b+1,n-1));
 } // ToIntPP

string ToRom(Long n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  string r = "";
  for (int i = 0; i < len; ++i) {
    while (n >= ival[i]) {
      r += IntRom(ival[i]);
      n -= ival[i];
    } // while
  } // for
    return r;
```

```
} // ToRom

string ToRomPP(Long n) { //  convert int to rom: 456 -> CDLVI
  if (n == 0) return "N";
  if (n <= 3000) return ToRom(n);
  string r = "";
  // n = 123456789 -> ((CXXIII))(CDLVI)DCCLXXXIX
  Long res;
  string mn = "", dn = "";
  while (n > 0) {
    res = n % 1000;
    n /= 1000;
    if (res != 0)
       r = mn + ToRom(res) + dn + r;
    // cout << "\n res = " << res << " -> " << r;
    mn += "(";
    dn += ")";
  }
  return r;
} // ToRomPP

/*-----------------------------------------------
              Fibonacci
-----------------------------------------------*/

int AllFib() {
  Long a, b, c;
  a = b = 1;
  f[1] = f[2] = 1;
  for (int i = 3; i <= MN; ++i) {
    c = a + b;
    f[i] = c;
    a = b;
    b = c;
  } // for
} // AllFib

Long Fib(int n) {
  return (n <= MN) ? f[n] : 0;
} // Fib

string RFib(string r) {
  int i = ToIntPP(r);
  return (i <= MN) ? ToRomPP(f[i]) : "";
} // RFib

void Test() {
  cout << "\n --------------- T E S T --------------------";
  AllFib();
  int nn = 90; // 20;
  for (int n = 1; n <= nn; ++n) {
    cout << "\n n = " << n << "  Fib = "
    << Fib(n) << "  RFib = " << RFib(ToRomPP(n));
    Go();
  }
} // Test

main() {
  Test();
```

```
  cout << "\n " << ToRomPP(3000001);
  cout << "\n T H E   E N D";
  return 0;
}
```

August 6 2020