CHƯƠNG 5: BỘ LỌC SỐ

5.1. Mở đầu

5.2. Bộ lọc số lý tưởng

5.3. Bộ lọc số FIR

5.4. Bộ lọc số IIR

5.5. Tổng kết chương và bài tập

5.1. MỞ ĐẦU

- Bộ lọc số là mạch thực hiện chức năng chọn lọc tín hiệu theo tần số.
- Các mạch lọc số cho tín hiệu số có phổ nằm trong một dải tần số nhất định đi qua; chặn các tín hiệu có phổ nằm ngoài dải tần số đó đi qua.
- Dải tần số mà mạch lọc cho tín hiệu đi qua được gọi là dải thông.
- Dải tần số mà mạch lọc không cho tín hiệu đi qua được gọi là dải chặn.
- Tần số phân cách giữa dải thông và dải chặn là tần số cắt và được ký hiệu là ω_c .

5.2. BỘ LỌC SỐ LÝ TƯỞNG

5.2.1. Khái niệm

Khái niệm về dải thông và dải chặn : *Dải thông là dải tần số mà hệ xử lý số cho tín hiệu số đi qua, dải chặn là dải tần số mà hệ xử lý số không cho tín hiệu số đi qua.*

- **Đối với hệ xử lý số lý tưởng** : dải thông $2\Delta\omega$ là vùng tần số mà $\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right| = 1$, còn dải chặn $\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right| = 0$ .Tần số giới hạn giữa dải thông và dải chặn gọi là tần số cắt và thường được ký hiệu là ω_c.

- **Đối với hệ xử lý số thực tế** : Quy ước tần số giới hạn của dải thông là ω_c , tần số giới hạn của dải chặn là ω_p , giữa dải thông và dải chặn tồn tại dải quá độ $\Delta\omega_p = |\omega_p - \omega_c|$ *và* $\Delta\omega_p$ *càng nhỏ càng tốt.*

5.2. BỘ LỌC SỐ LÝ TƯỞNG

5.2.2. Phân loại

- Theo dạng của đặc tính biên độ tần số $\left|H(e^{j\omega})\right|$

người ta chia các bộ lọc số thành các loại :

- Bộ lọc thông thấp, $\omega \in (0\ ,\ \omega_c)$.

- Bộ lọc thông cao, $\omega \in (\omega_c\ ,\ \infty)$.

- Bộ lọc dải thông, $\omega \in (\omega_{c1}\ ,\ \omega_{c2})$.

- Bộ lọc dải chặn, $\omega \in (0\ ,\ \omega_{c1})$ và $\omega \in (\omega_{c2}\ ,\ \infty)$

- Theo dạng của đặc tính xung $h(n)$

người ta phân biệt các bộ lọc số :

- Bộ lọc số có đặc tính xung hữu hạn (bộ lọc số FIR)

- Bộ lọc số có đặc tính xung vô hạn (bộ lọc số IIR)

5.2. BỘ LỌC SỐ LÝ TƯỞNG

5.2.3. Phân loại

Bộ lọc số lý tưởng có đặc tính biên độ tần số dạng chữ nhật :

$$\left|H(e^{j\omega})\right| = \begin{cases} 1 & Khi\ \omega \in\ dải\ thông \\ 0 & Khi\ \omega \in\ dải\ chặn \end{cases}$$

$H(e^{j\omega})$ của hệ xử lý số là hàm tuần hoàn của biến ω với chu kỳ 2π

$\left|H(e^{j\omega})\right|$ là hàm chẵn và đối xứng qua trục tung.

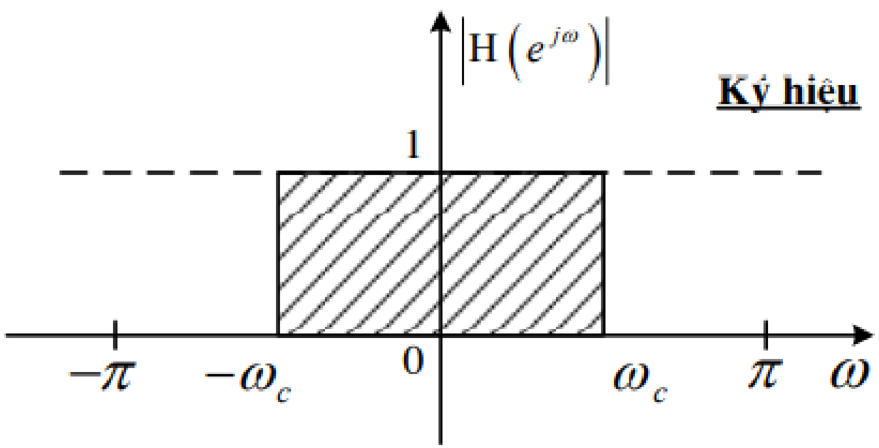
Vì thế, chỉ cần nghiên cứu $\left|H(e^{j\omega})\right|$ của các bộ lọc số lý tưởng trong một chu kỳ tần số $\omega \in [-\pi, \pi]$, hoặc nửa chu kỳ $\omega \in [0, \pi]$

5.2.3. Bộ lọc thông thấp lý tưởng

Bộ lọc thông thấp lý tưởng có đặc tính biên độ tần số khi $\omega \in [-\pi , \pi]$

$$\left|H_{lp}(e^{j\omega})\right| = \begin{cases} 1 & Khi\ \omega \in [-\omega_c , \omega_c] \\ 0 & Khi\ \omega \in [-\pi , -\omega_c]\ và\ \omega \in [\omega_c , \pi] \end{cases}$$

Đặc tính biên độ tần số của bộ lọc thông thấp lý tưởng :



Ký hiệu

ω_c : Tần số cắt

: Dải thông

: Dải chặn

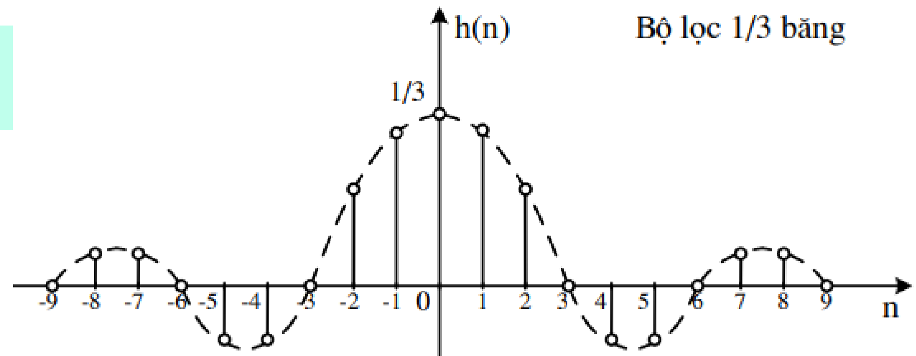
Ví dụ Cho đáp ứng tần số của bộ lọc thông thấp lý tưởng pha không ($\theta(\omega) = 0$):

$$\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right) = \begin{cases} 1 & -\omega_c \le \omega \le \omega_c \\ 0 & \omega \ne \end{cases}$$

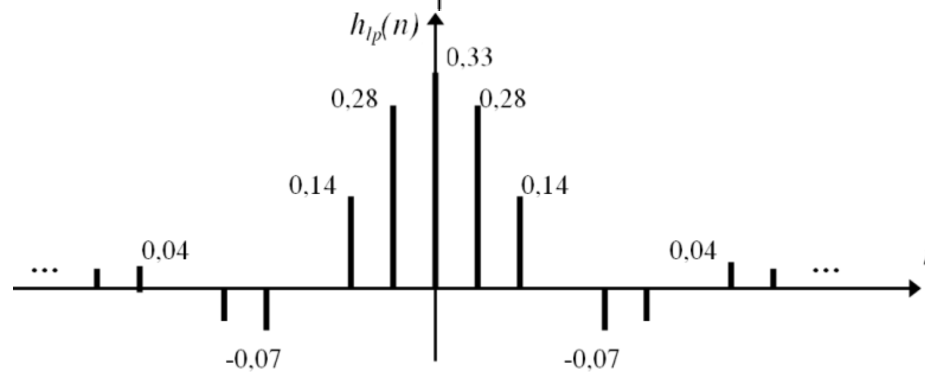
Hãy tìm h(n) và vẽ h(n) với $\omega_c = \dfrac{\pi}{3}$

$$h(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n}d\omega=\frac{1}{2\pi jn}e^{j\omega n}\Big|_{-\omega_c}^{\omega_c}=\frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin\omega_c n}{\omega_c n}$$

Vẽ với $\omega_c=\frac{\pi}{3}$, ta có: $\quad h(n)=\frac{1}{3}\frac{\sin\frac{\pi}{3}n}{\frac{\pi}{3}n}$



Nhận xét:



Nhưng bộ lọc này không thực hiện được trên thực tế vì đáp ứng xung h(n) không nhân quả và có chiều dài vô hạn.

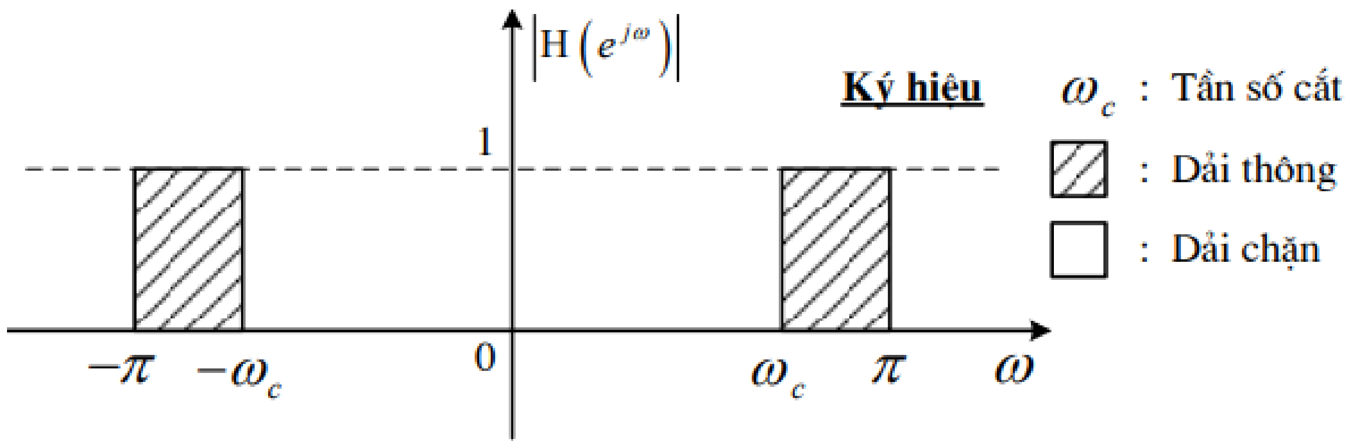
Tất cả các bộ lọc có tần số cắt $\omega_c=\frac{\pi}{M}$ (M: nguyên dương) gọi là bộ lọc Nyquist vì tại các điểm là bội của M các mẫu đều bằng 0.

Khi thiết kế bộ lọc số thực tế, người ta phải rời đáp ứng xung h(n) của bộ lọc số lý tưởng theo tâm đối xứng sang bên phải sau đó cắt đi phần âm (phần không nhân quả) để h(n) lúc này thành nhân quả và có chiều dài hữu hạn. Lưu ý khi cắt đi sẽ gây hiện tượng gợn sóng trong miền tần số, gây nên hiện tượng Gibbs.

5.2.4. Bộ lọc thông cao lý tưởng

Bộ lọc thông cao lý tưởng có đặc tính biên độ tần số khi $\omega \in [-\pi , \pi]$

$$\left|H_{hp}(e^{j\omega})\right| = \begin{cases} 1 & Khi\ \ \omega \in [-\pi , -\omega_c]\ và\ \omega \in [\omega_c , \pi] \\ 0 & Khi\ \ \omega \in [-\omega_c , \omega_c] \end{cases}$$



Ví dụ Cho đáp ứng tần số của bộ lọc thông cao lý tưởng pha không:

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \begin{cases} 1 & -\pi \le \omega \le -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \le \omega \le \pi \\ 0 & \omega \ne \end{cases}$$

Hãy tìm h(n) và vẽ h(n) với $\omega_c = \dfrac{\pi}{3}$

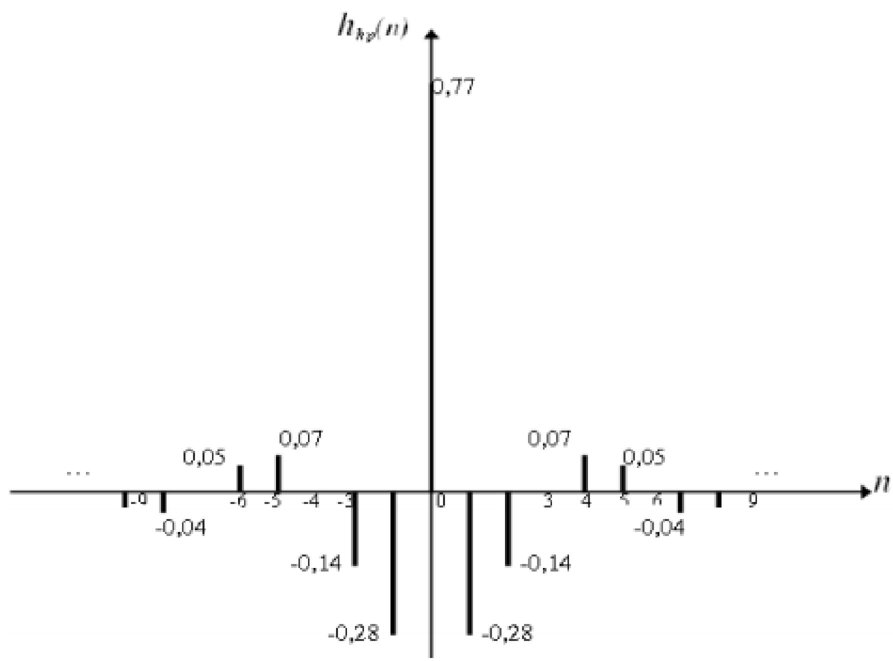
$$h(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H\left(e^{j\omega}\right).e^{j\omega n}d\omega=\underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{j\omega n}d\omega}_{\frac{\sin \pi n}{\pi n}}-\underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{j\omega n}d\omega}_{\frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n}}$$

$\frac{\sin \pi n}{\pi n}=\delta(n)$ vì giá trị tại n=0 thì bằng 1, còn với các giá trị n khác thì bằng 0

$$h(n)=\delta(n)-\frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n}$$

$$h_{Hp}(n)=h_{Ap}(n)-h_{Lp}(n)$$

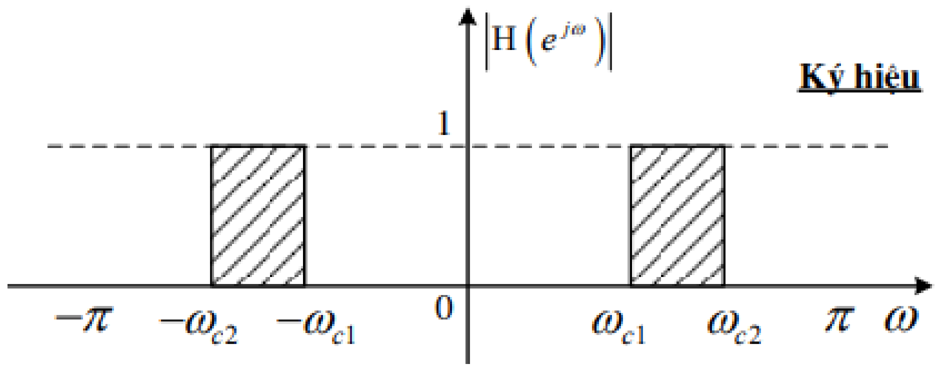
Hight pass = All pass – Low pass (Thông cao = Thông tất – Thông thấp)



5.2.5. Bộ lọc thông dải lý tưởng

Đáp ứng biên độ của bộ lọc số thông dải lý tưởng

$$\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right| = \begin{cases} 1 & -\omega_{c2} \le \omega \le -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \le \omega \le \omega_{c2} \quad , \qquad (-\pi \le \omega \le \pi) \\ 0 & \omega \ne \end{cases}$$



Ký hiệu

ω_{c1}, ω_{c1} : Tần số cắt

: Dải thông

: Dải chặn

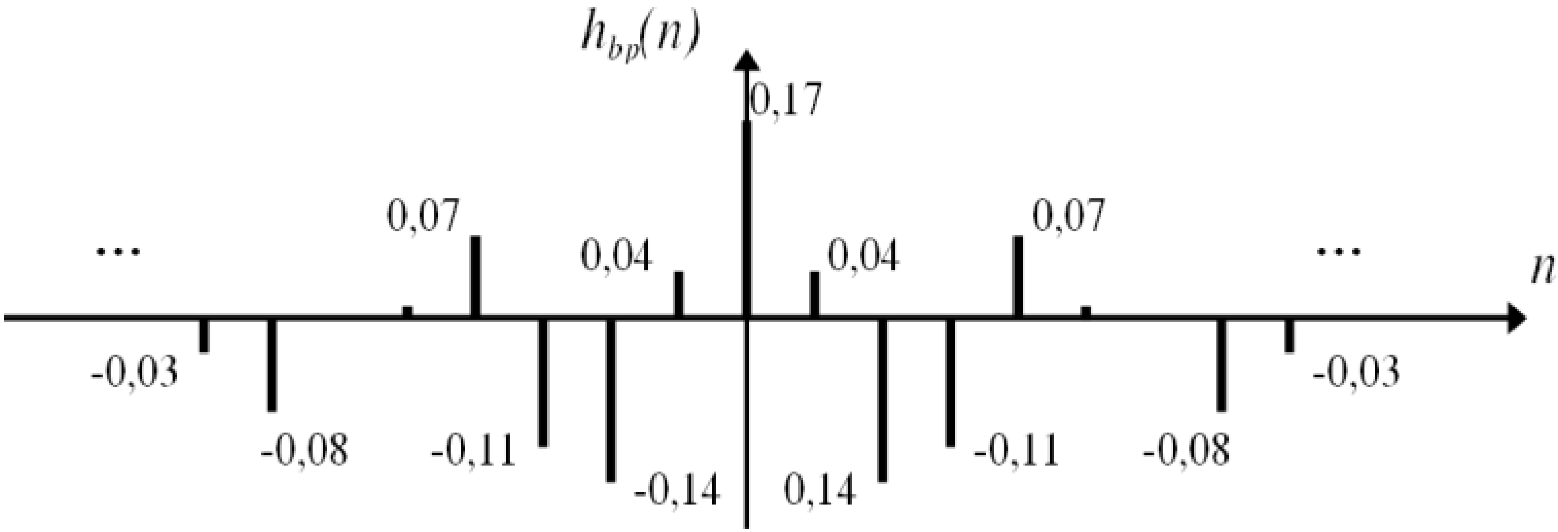
Ví dụ

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H\left(e^{j\omega}\right).e^{j\omega n}d\omega = \underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_{c2}}^{\omega_{c2}} e^{j\omega n}d\omega}_{\frac{\omega_{c2}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c2}n}{\omega_{c2}n}} - \underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_{c1}}^{\omega_{c1}} e^{j\omega_c n}d\omega}_{\frac{\omega_{c1}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c1}n}{\omega_{c1}n}}$$

$$h(n) = \frac{\omega_{c2}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c2}n}{\omega_{c2}n} - \frac{\omega_{c1}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c1}n}{\omega_{c1}n}$$

Ta thấy $h_{BP}(n) = h_{AP}(n) - h_{LP}(n) - h_{HP}(n)$

5.2.5. Bộ lọc thông dải lý tưởng

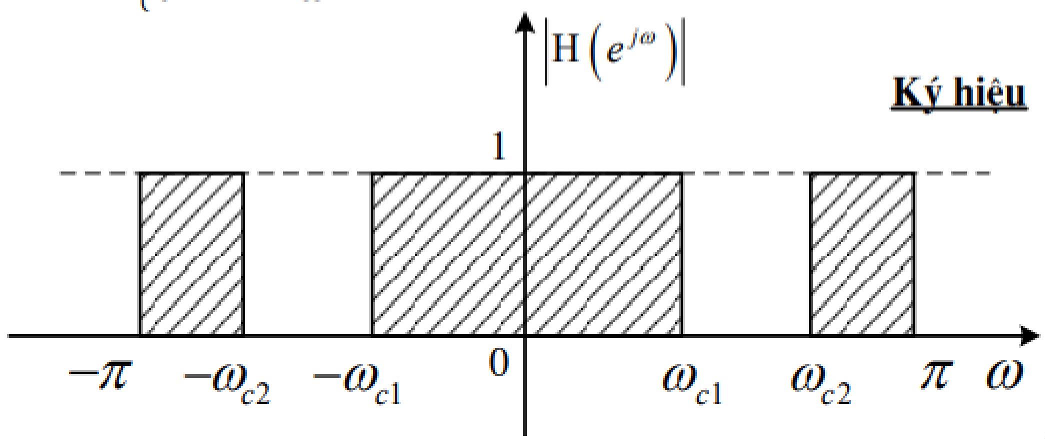


Nhận xét : Bộ lọc dải thông lý tưởng là hệ xử lý số IIR không nhân quả, vì thế nó không thể thực hiện được trên thực tế.

5.2.6. Bộ lọc chặn dải lý tưởng

Đáp ứng biên độ của bộ lọc số chắn dải lý tưởng

$$\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right| = \begin{cases} 1 & \begin{array}{l} -\pi \le \omega \le -\omega_{c2} \\ -\omega_{c1} \le \omega \le \omega_{c1} \\ \omega_{c2} \le \omega \le \pi \ ; \end{array} \\ 0 & \omega \neq \end{cases} \qquad (-\pi \le \omega \le \pi)$$



Ký hiệu $\omega_{c1}\ \omega_{c2}$: Tần số cắt

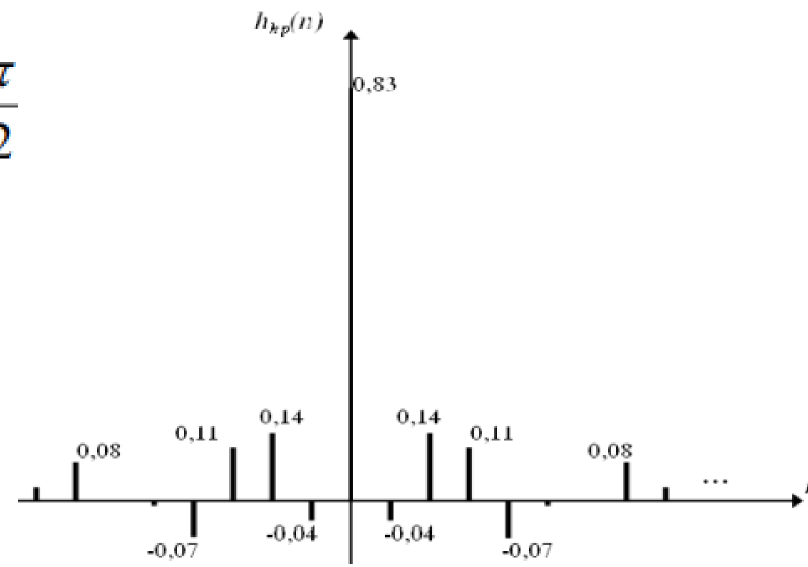
: Dải thông

: Dải chặn

Ví dụ Tìm h(n) . Vẽ h(n) với $\omega_{c1} = \dfrac{\pi}{3}$, $\omega_{c2} = \dfrac{\pi}{2}$

$$h(n) = \delta(n) - \frac{\omega_{c2}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c2}n}{\omega_{c2}n} + \frac{\omega_{c1}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c1}n}{\omega_{c1}n}$$

$h_{BS}(n) = h_{LP}(n) + h_{HP}(n)$



5.2.7. Tham số của các bộ lọc thực tế

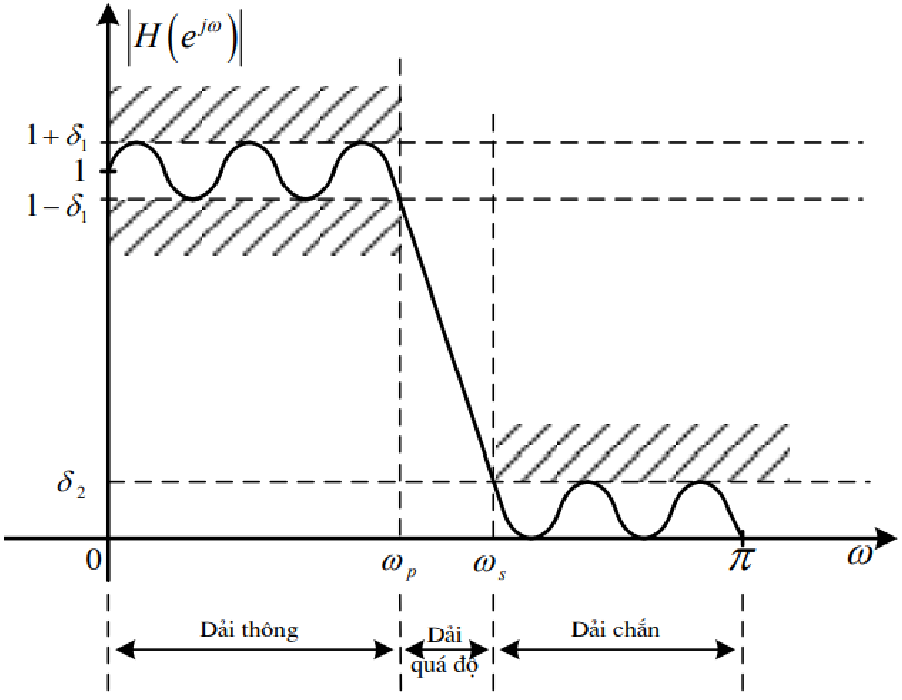
Có 4 tham số quyết định chỉ tiêu kỹ thuật của bộ lọc số

+ Tần số giới hạn dải thông ω_P

+ Tần số giới hạn dải chặn ω_S

+ Độ gợn sóng dải thông δ_1

+ Độ gợn sóng dải chặn δ_2



5.2.7. Tham số của các bộ lọc thực tế

Để đặc trưng cho bộ lọc thực tế, người ta sử dụng các tham số sau

1. Loại bộ lọc : Thông thấp, thông cao, dải thông, dải chặn.
2. Tần số giới hạn dải thông ω_c (hay f_c).
3. Tần số giới hạn dải chặn ω_p (hay f_p).
4. Độ rộng dải quá độ $\Delta\omega_p = |\omega_p - \omega_c|$(hay Δf_p).
5. Độ nhấp nhô trong dải thông δ_1. Trong dải thông,

   đặc tính biên độ tần số $|H(e^{j\omega})|$ phải thỏa mãn điều kiện :

   $(1 - \delta_1) \leq |H(e^{j\omega})| \leq (1 + \delta_1)$
6. Độ nhấp nhô trong dải chặn δ_2. Trong dải chặn, đặc tính biên độ tần số $|H(e^{j\omega})|$ phải thỏa mãn điều kiện : $|H(e^{j\omega})| \leq \delta_2$

Bộ lọc số thực tế có $\Delta\omega_p$, δ_1 và δ_2 càng nhỏ thì đặc tính biên độ tần số càng gần giống dạng chữ nhật nên độ chọn lọc tín hiệu càng tốt

5.3. BỘ LỌC SỐ FIR

5.3.1. Đáp ứng tần số của bộ lọc FIR pha tuyến tính

bộ lọc số FIR có đáp ứng xung có chiều dài hữu hạn

$$L\left[h(n)\right]=[0,N-1]=N$$

hàm truyền đạt $\quad H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$

đáp ứng tần số $\quad H\left(e^{j\omega}\right)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega}$

$$H\left(e^{j\omega}\right)=A\left(e^{j\omega}\right)e^{j\theta(\omega)}$$

Do pha $\theta(\omega)$ tuyến tính $\quad \theta(\omega)=\beta-\alpha\omega$

1. Trường hợp 1. $\beta=0 \quad \Rightarrow \quad \theta(\omega)=-\alpha\omega \qquad -\pi\le\omega\le\pi$

2. Trường hợp 2. $\beta\ne 0 \quad \Rightarrow \quad \theta(\omega)=\beta-\alpha\omega \qquad -\pi\le\omega\le\pi$

Trường hợp 1: $\beta = 0 \quad \Rightarrow \qquad \theta(\omega) = -\alpha\omega \qquad\qquad -\pi \le \omega \le \pi$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j\omega} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)(\cos\omega + j\sin\omega) \quad = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos\omega + j\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\omega$$

thay $\theta(\omega) = -\alpha\omega$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = A\left(e^{j\omega}\right)e^{j\theta(\omega)} = A\left(e^{j\omega}\right)(\cos\alpha\omega - j\sin\alpha\omega) \;= A\left(e^{j\omega}\right)\cos\alpha\omega - jA\left(e^{j\omega}\right)\sin\alpha\omega$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos\omega = A\left(e^{j\omega}\right)\cos\alpha\omega \qquad\qquad \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\omega = A\left(e^{j\omega}\right)\sin\alpha\omega$$

$$\alpha = \frac{N-1}{2} \qquad\qquad h(n) = h(N-1-n) \qquad (0 \le n \le N-1)$$

$\alpha = \dfrac{N-1}{2}$ được gọi là tâm đối xứng của bộ lọc FIR.

- Khi $\theta(\omega) = -\alpha\omega$ và N lẻ, ta có bộ lọc số FIR loại I, h(n) đối xứng

- Khi $\theta(\omega) = -\alpha\omega$ và N chẵn, ta có bộ lọc số FIR loại II h(n) đối xứng

Trường hợp 2. $\beta \neq 0 \quad \Rightarrow \qquad \theta(\omega) = \beta - \alpha\omega \qquad -\pi \leq \omega \leq \pi$

$$\alpha = \frac{N-1}{2}$$

$$\beta = \pm\frac{\pi}{2}$$

$$h(n) = -h(N-1-n) \qquad (0 \leq n \leq N-1)$$

- Ở đây $\alpha = \dfrac{N-1}{2}$ được gọi là tâm phản đối xứng của bộ lọc FIR

- Khi $\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$ và N lẻ, ta có bộ lọc số FIR loại III h(n) phản đối xứng

- Khi $\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$ và N chẵn, ta có bộ lọc số FIR loại IV h(n) phản đối xứng

5.3.3. Các phương pháp tổng hợp bộ lọc số FIR

- ✓Phương pháp cửa sổ
- ✓Phương pháp mẫu tần số
- ✓Phương pháp lặp tối ưu

- Phương pháp cửa sổ:

Dùng các cửa sổ để hạn chế chiều dài đáp ứng xung của bộ lọc số lý tưởng và đưa về nhân quả.

- Phương pháp mẫu tần số:

Trong vòng tròn tần số lấy các điểm khác nhau để tổng hợp bộ lọc.

- Phương pháp lặp tối ưu (phương pháp tối ưu - MINIMAX):

Phương pháp cửa sổ

- Đưa ra chỉ tiêu kỹ thuật $\delta_1, \delta_2, \omega_p, \omega_s$ trong miền tần số ω.

- Chọn loại cửa sổ và chiều dài cửa sổ N, nghĩa là xác định $w(n)_N$.

- Chọn loại bộ lọc số lý tưởng(thông thấp, thông cao, thông dải, chắn dải) tức là chọn h(n).

- Để hạn chế chiều dài thì nhân cửa sổ với h(n): $w(n)_N . h(n) = h_d(n)$

Chiều dài $L\left[w(n)_N\right] = N$, $L\left[h(n)\right] = \infty$, nên $L\left[h_d(n)\right] = N$.

Sau bước này tìm được $h_d(n)$ tức là hệ số của bộ lọc số thực tế phải thử lại.

- Khi dùng cửa sổ thao tác vào bộ lọc số lý tưởng, do vậy đáp ứng xung h(n) bị cắt bớt chiều dài cho nên ở miền tần số ω, đáp ứng của bộ lọc số FIR $H\left(e^{j\omega}\right)$ vừa thiết kế sẽ có hiện tượng gợn sóng tức là hiện tượng Gibbs, làm cho chất lượng của bộ lọc bị ảnh hưởng

5.3.4.2. Phương pháp cửa sổ chữ nhật

Định nghĩa: *Trong miền n*

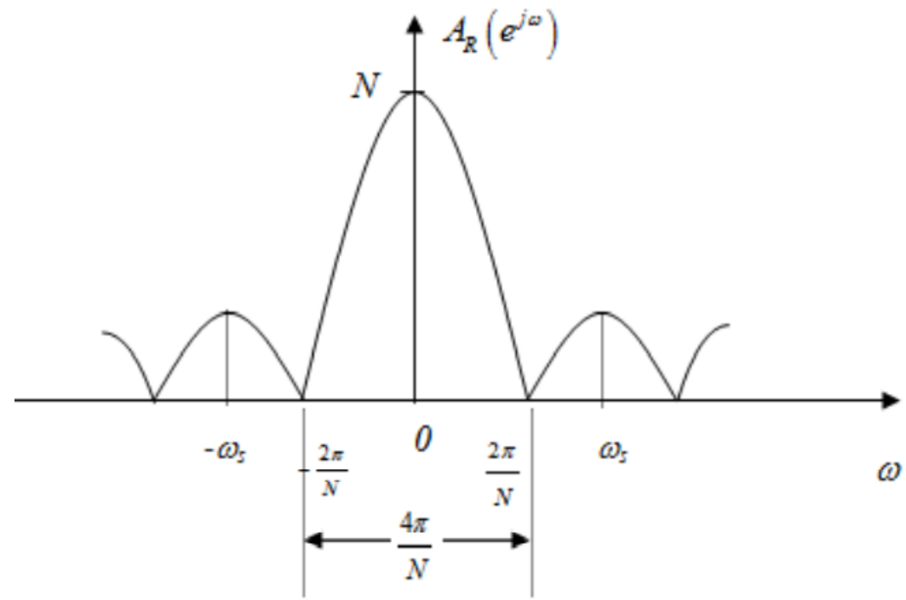
$$w_R(n)_N = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

Nhận xét: $w_R(n)_N = rect_N(n)$

Xét cửa sổ chữ nhật trong miền tần số

$$W_R\left(e^{j\omega}\right)_N = \mathrm{FT}\left[w_R(n)_7\right] = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\omega n} = \frac{1-e^{-j\omega N}}{1-e^{-j\omega}} = \frac{e^{-j\omega\frac{N}{2}}(e^{j\omega\frac{N}{2}} - e^{-j\omega\frac{N}{2}})}{e^{-j\frac{\omega}{2}}(e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}})}$$

$$= e^{-j\omega\left(\frac{N-1}{2}\right)} \frac{\sin\omega\frac{N}{2}}{\sin\frac{\omega}{2}} = e^{j\theta_R(\omega)} A_R\left(e^{j\omega}\right)$$



$$A_R\left(e^{j\omega}\right) = \frac{\omega\frac{N}{2} \cdot \dfrac{\sin\omega\frac{N}{2}}{\omega\frac{N}{2}}}{\frac{\omega}{2} \cdot \dfrac{\sin\frac{\omega}{2}}{\frac{\omega}{2}}} = N \frac{\dfrac{\sin\omega\frac{N}{2}}{\omega\frac{N}{2}}}{\dfrac{\sin\frac{\omega}{2}}{\frac{\omega}{2}}}$$

hai tham số đánh giá cửa sổ

- Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$

$$\lambda = 20\lg\frac{\left|W\left(e^{j\omega_s}\right)\right|}{\left|W\left(e^{j0}\right)\right|}$$

- Tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm:

với cửa sổ chữ nhật

$$\Delta\omega_R = \frac{4\pi}{N}$$

$$\lambda_R = 20\lg\frac{\left|W_R\left(e^{j\omega_s}\right)\right|}{\left|W_R\left(e^{j0}\right)\right|}(dB) \approx -13dB$$

Lưu ý:

- Chất lượng của cửa sổ sẽ được đánh giá là tốt nếu 2 tham số bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$ và tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên đỉnh trung tâm λ cùng nhỏ.

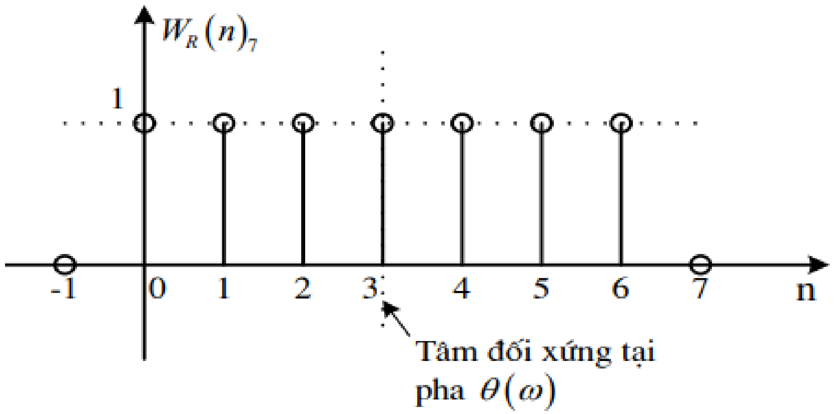
- Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$ nhỏ thì dải quá độ giữa dải thông và dải chắn của bộ lọc sẽ nhỏ, nghĩa là tần số ω_p và ω_s gần nhau.

- Tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên đỉnh trung tâm λ nhỏ dẫn đến độ gợn sóng δ_1, δ_2 nhỏ.

- Nhưng đây là 2 tham số nghịch nhau, bề rộng đỉnh trung tâm muốn nhỏ thì tỷ số λ sẽ lớn và ngược lại. Do vậy tuỳ từng điều kiện bài toán chúng ta sẽ đưa ra các tiêu chuẩn kỹ thuật riêng để chọn loại cửa sổ.

Ví dụ Vẽ cửa sổ chữ nhật với N = 7

$$w_R(n)_7 = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le 6 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$



Ví dụ

Hãy thiết kế bộ lọc số thông thấp FIR pha tuyến tính dùng phương pháp cửa sổ chữ nhật: $\omega_c = \dfrac{\pi}{2}; N = 7$

đáp ứng xung h(n) của bộ lọc thông thấp lý tưởng pha 0 $\theta(\omega) = 0$

$$h_{LP}(n) = \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n} \quad \text{(tâm đối xứng: n = 0)}$$

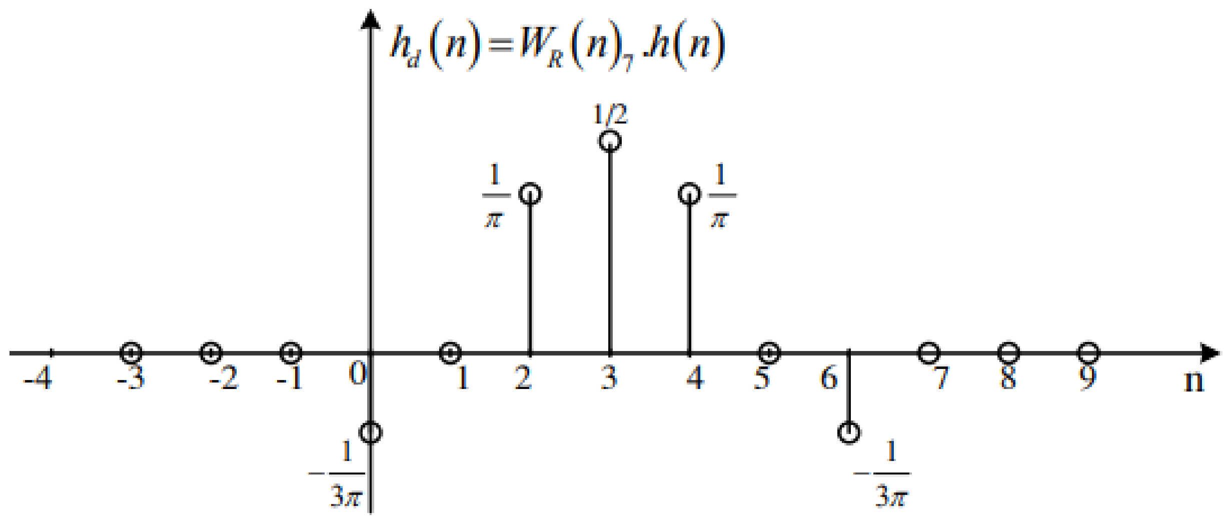
Nhưng trong ví dụ này ta có pha tuyến tính $\theta(\omega) = -\dfrac{N-1}{2}\omega$ do vậy ta phải dịch chuyển h(n) sang phải $\dfrac{N-1}{2}$ mẫu:

$$h_{LP}(n) = \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c\left(n - \frac{N-1}{2}\right)}{\omega_c\left(n - \frac{N-1}{2}\right)}$$

Thay $\omega_c = \frac{\pi}{2}; N = 7$

$$h_{LP}(n) = \frac{1}{2}\frac{\sin\frac{\pi}{2}(n-3)}{\frac{\pi}{2}(n-3)}$$

Sau đó ta thực hiện nhân h(n) với cửa sổ chữ nhật N=7



$h_d(n)$ đối xứng tại tâm đối xứng n = 3 có các giá trị sau:

$$h_d(0) = -\frac{1}{3\pi} = h_d(6) \qquad h_d(2) = \frac{1}{\pi} = h_d(4)$$

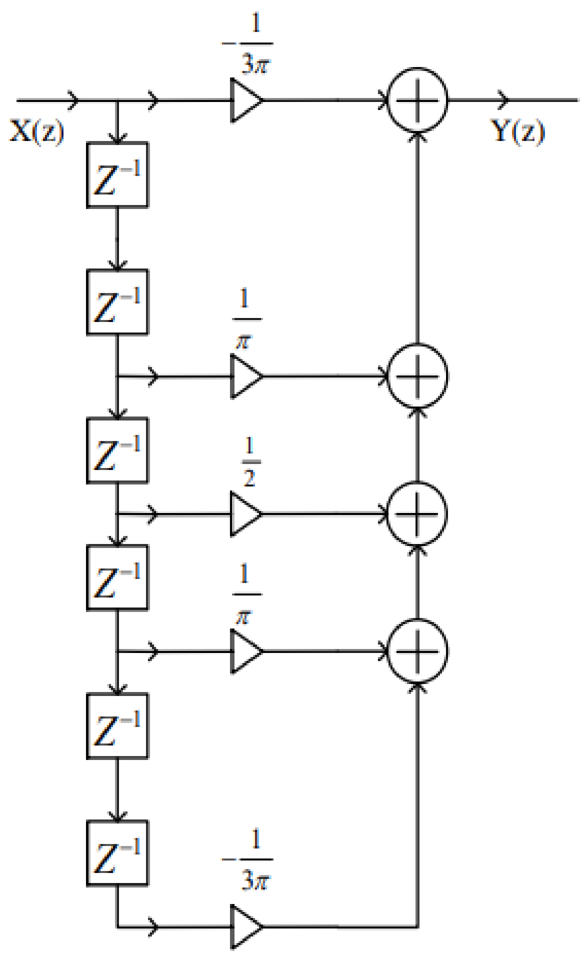
$$h_d(1) = 0 = h_d(5) \qquad h_d(3) = \frac{1}{2}$$

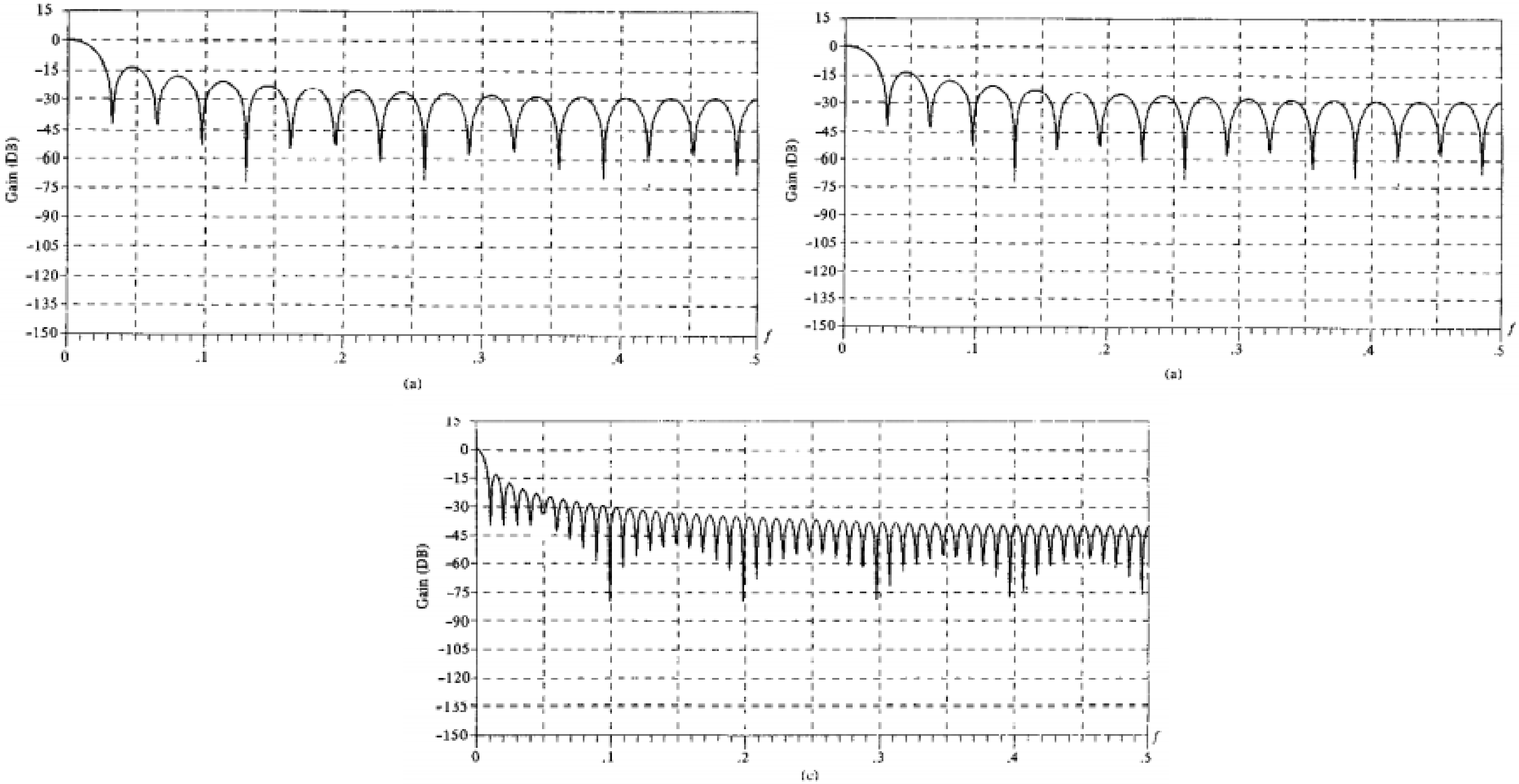
Hàm truyền đạt của bộ lọc:

$$H_d(z) = \sum_{n=0}^{6} h_d(n) z^{-n} = -\frac{1}{3\pi} + \frac{1}{\pi} z^{-2} + \frac{1}{2} z^{-3} + \frac{1}{\pi} z^{-4} - \frac{1}{3\pi} z^{-6}$$

Hay $y(n) = -\frac{1}{3\pi} x(n) + \frac{1}{\pi} x(n-2) + \frac{1}{2} x(n-3) + \frac{1}{\pi} x(n-4) - \frac{1}{3\pi} x(n-6)$

lọc FIR





Đồ thị $G_R\left(e^{j\omega}\right)$ với a)N=31; b)N=61, c) N=101

Nhận xét: Khi chiều dài cửa sổ N tăng lên thì tham số tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm λ là không đổi đều bằng -13db, chỉ có các búp là hẹp đi tức là bề rộng đỉnh trung tâm sẽ nhỏ đi khi ta tăng chiều dài N của cửa sổ, điều này dẫn đến chất lượng của cửa sổ sẽ tăng lên.

5.3.4.3. Phương pháp cửa sổ Bartlett (tam giác)

Định nghĩa: *Trong miền n, cửa sổ Bartlett được định nghĩa*

$$w_T(n)_N = \begin{cases} \dfrac{2n}{N-1} & 0 \le n \le \dfrac{N-1}{2} \\ 2 - \dfrac{2n}{N-1} & \dfrac{N-1}{2} \le n \le N-1 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

- Đối với cửa sổ tam giác thiết kế giống cửa sổ chữ nhật nhưng dạng hàm khác nhau.

+ Ở miền n: $h_d(n) = w_T(n)_N \, h(n)$

+ Ở miền ω: $H_d(e^{j\omega}) = W_T(e^{j\omega}) * H(e^{j\omega})$

- Các tham số của cửa sổ tam giác:

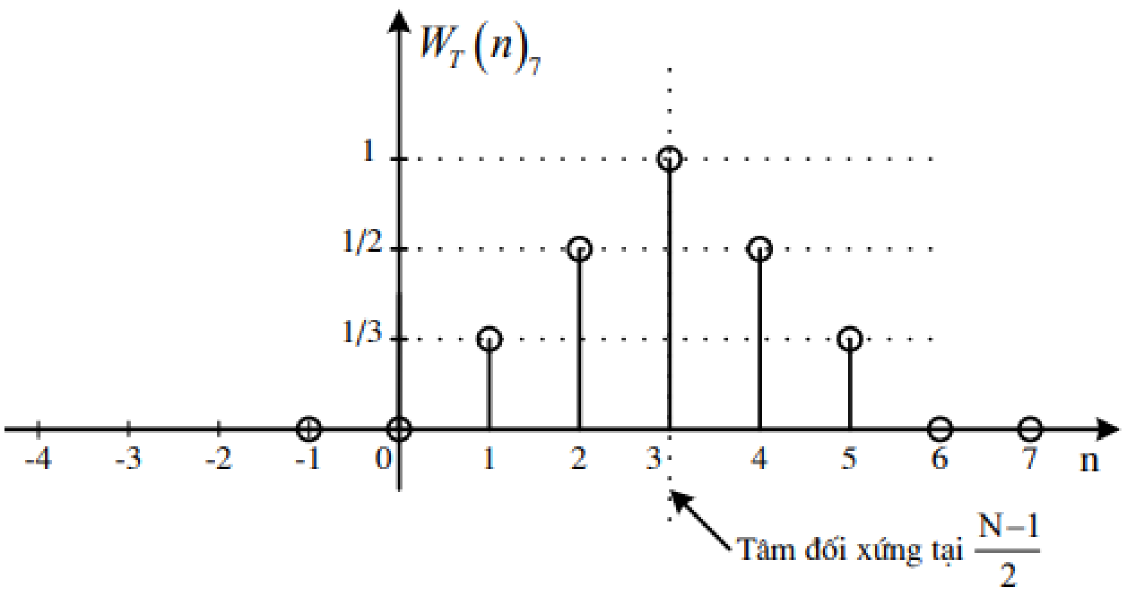
+ $\Delta\omega_T = \dfrac{8\pi}{N}$

+ $\lambda_T \approx -26dB$

Khi dùng cửa sổ tam giác hiện tượng Gibbs giảm giảm rất nhiều so với dùng cửa sổ chữ nhật vì $\lambda_T < \lambda_R$ nhưng dải quá độ lại lớn hơn $\Delta_T\omega > \Delta_R\omega$

Ví dụ Hãy vẽ cửa sổ Bartlelt với N = 7

$$w_T(n)_N = \begin{cases} \dfrac{n}{3} & 0 \le n \le 3 \\ 2 - \dfrac{n}{3} & 3 \le n \le 6 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$



Ví dụ

Hãy thiết kế bộ lọc thông cao FIR pha tuyến tính dùng phương pháp cửa sổ Bartlett với

$$\omega_c = \frac{\pi}{2}; N = 7$$

xét bộ lọc thông cao pha 0 $\theta(\omega) = 0$

$$h_{HP}(n) = \delta(n) - \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n}$$

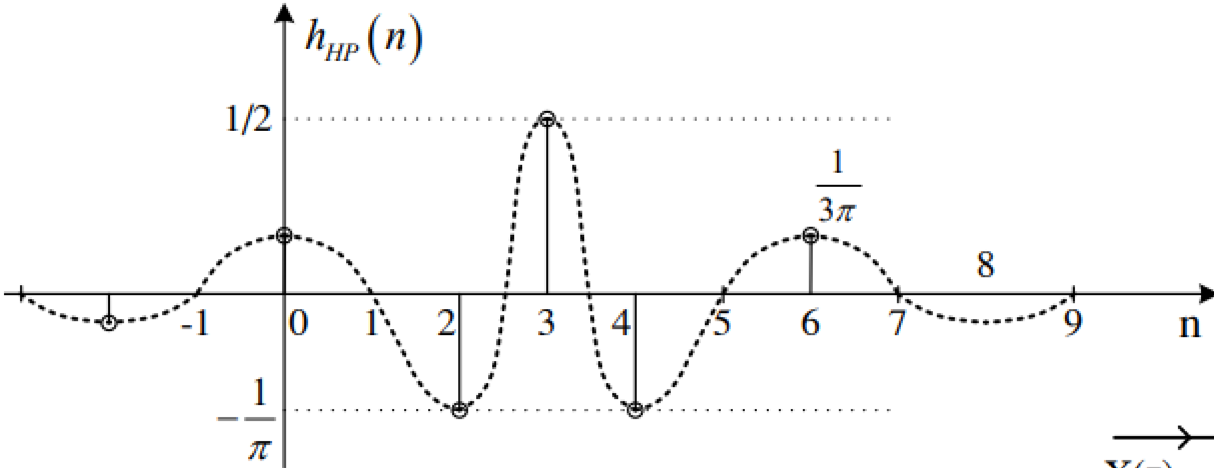
Theo đầu bài bộ lọc cần thiết kế có pha: $\theta(\omega) = -\frac{N-1}{2}\omega$ ta dịch chuyển $h_{HP}(n)$

$$h_{HP}(n) = \delta\left(n - \frac{N-1}{2}\right) - \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c\left(n - \frac{N-1}{2}\right)}{\omega_c\left(n - \frac{N-1}{2}\right)}$$

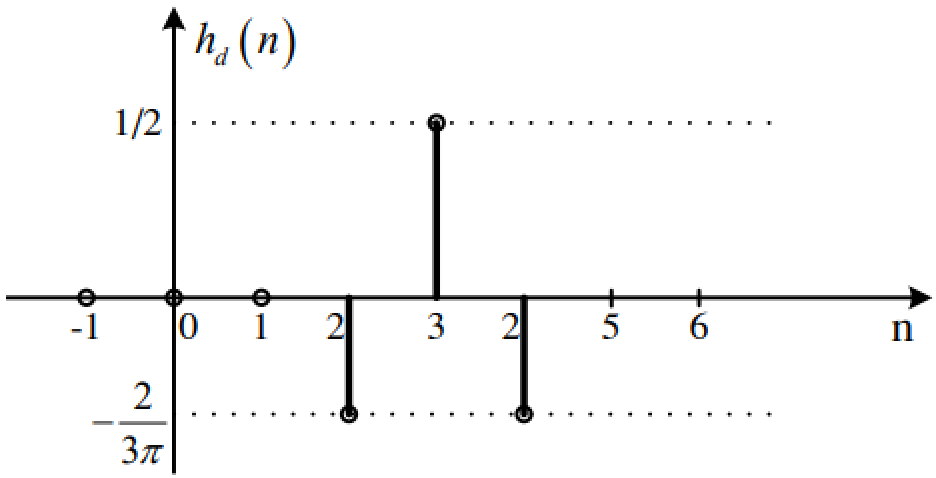
Thay N=7 $\omega_c = \frac{\pi}{2}$

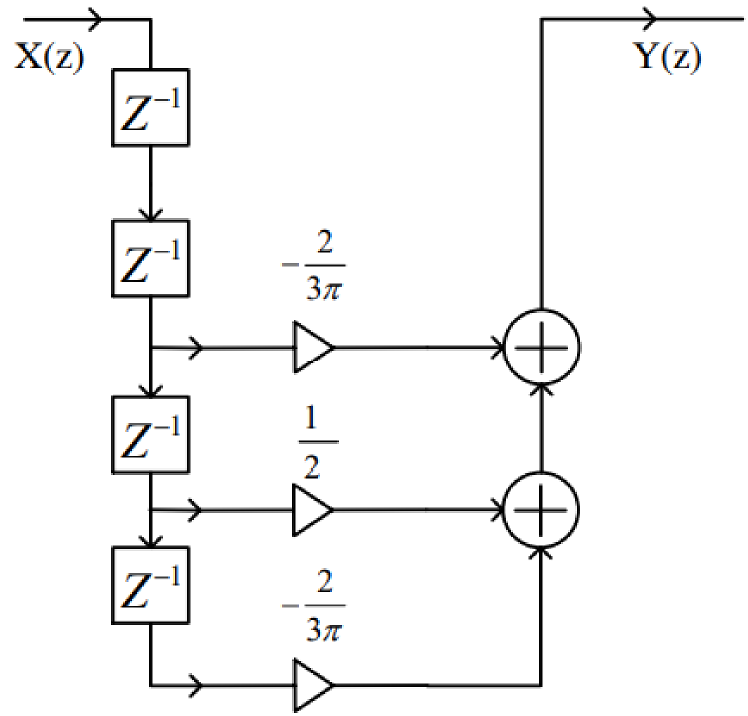
$$h_{HP}(n) = \delta(n-3) - \frac{1}{2}\frac{\sin \frac{\pi}{2}(n-3)}{\frac{\pi}{2}(n-3)}$$

Nhân $h_{HP}(n)$ với cửa sổ tam giác vẽ $w_T(n)_7$ có $h_d(n)$ cần tìm



Dịch phải đáp ứng xung của bộ lọc lý tưởng





có sơ đồ bộ lọc thông cao cần thiết kế như sau

5.3.4.4. Cửa sổ Hanning và Hamming

Định nghĩa: *Trong miền n, cửa sổ Hanning và Hamming được định nghĩa*

$$w_H(n)_N = \begin{cases} \alpha-(1-\alpha)\cos\dfrac{2\pi}{N-1}n & 0\le n\le N-1 \\ 0 & \end{cases}$$

$\alpha = 0,5$: cửa sổ Hanning

$$w_{Han}(n)_N = \begin{cases} 0,5-0,5\cos\dfrac{2\pi}{N-1}n & 0\le n\le N-1 \\ 0 & n\neq \end{cases}$$

các tham số của bộ lọc Hanning:

$+\ \Delta\omega_{Han} = \dfrac{8\pi}{N}$

$+\ \lambda_{Han} \approx -32dB$

$\alpha = 0,54$: cửa sổ Hamming

$+\ \Delta\omega_{Ham} = \dfrac{8\pi}{N}$

$+\ \lambda_{Ham} \approx -43dB$

$$w_{Ham}(n)_N = \begin{cases} 0,54-0,46\cos\dfrac{2\pi}{N-1}n & 0\le n\le N-1 \\ 0 & n\neq \end{cases}$$

Như vậy

$$\Delta\omega_T = \Delta\omega_{Han} = \Delta\omega_{Ham} = \frac{8\pi}{N}\ ,\ \lambda_T > \lambda_{Han} > \lambda_{Ham}$$

3 cửa sổ bề rộng đỉnh trung tâm là như nhau nhưng biên độ của độ gợn sóng dải thông và dải chắn sẽ nhỏ nhất khi thiết kế bằng cửa sổ Hamming.

Một số hàm cửa sổ thông dụng

Tên cửa sổ	Hàm trong miền n với $0 \le n \le N-1$
Bartlett (Tam giác)	$1-\dfrac{2\left(n-\dfrac{N-1}{2}\right)}{N-1}$
Hamming	$0.54-0.46\cos\dfrac{2\pi n}{N-1}$
Hanning	$\dfrac{1}{2}\left(1-\cos\dfrac{2\pi n}{N-1}\right)$
Blackman	$0.42-0.5\cos\dfrac{2\pi n}{N-1}+0,08\cos\dfrac{4\pi n}{N-1}$
Kaiser	$\dfrac{I_0\left[\alpha\sqrt{\left(\dfrac{N-1}{2}\right)^2-\left(n-\dfrac{N-1}{2}\right)^2}\right]}{I_0\left[\alpha-\left(\dfrac{N-1}{2}\right)\right]}$

Các thông số của cửa sổ

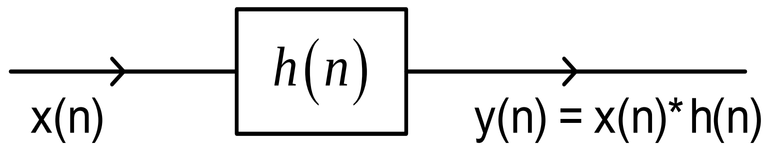
Loại cửa sổ	Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$.	Tỷ số λ (dB)
Chữ nhật	$4\pi/N$	-13
Tam giác (Bartlett)	$8\pi/N$	-27
Hanning	$8\pi/N$	-32
Hamming	$8\pi/N$	-43
Blackman	$12\pi/N$	-58

$$\lambda = 20\lg\frac{\left|W\left(e^{j\omega_s}\right)\right|}{\left|W\left(e^{j0}\right)\right|}$$

5.4. BỘ LỌC SỐ IIR

5.4.1. Các tính chất tổng quát của bộ lọc IIR

Các bộ lọc số IIR nhân quả phương trình sai phân tuyến tính đệ quy:



$$y(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} h(k)x(n-k)$$

$$y(n) = \sum_{l=0}^{M} b_l x(n-l) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

$$H(Z) = \frac{\sum_{l=0}^{M} b_l Z^{-l}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k Z^{-k}}$$

Khi thiết kế bộ lọc IIR ta cần tìm các hệ số a, b

5.4.2. Tổng hợp bộ lọc số IIR từ bộ lọc tương tự

5.4.2.1. Nguyên lý chung

Khi tổng hợp bộ lọc số IIR bắt đầu việc tổng hợp bộ lọc trong miền tương tự

xác định hàm truyền đạt $H_a(s)$ và sau đó biến đổi sang miền số.

$$H_a(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} \beta_k s^k}{\sum_{k=0}^{N} \alpha_k s^k}$$

$\{\alpha_k\}$ và $\{\beta_k\}$ là các hệ số lọc

$$H_a(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-st} dt$$

$$\sum_{k=0}^{N} \alpha_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{r=0}^{M} \beta_r \frac{d^r x(t)}{dt^r}$$

Chuyển đổi từ tương tự sang số

$$H_a(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} \beta_k s^k}{\sum_{k=0}^{N} \alpha_k s^k} \Rightarrow H(Z) = \frac{\sum_{l=0}^{M} b_l Z^{-l}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k Z^{-k}}$$

Một trong ba đặc trưng tương đương của bộ lọc tương tự sẽ tạo ra phương pháp biến đổi bộ lọc sang miền số khác nhau

Ta biết hệ thống tuyến tính bất biến tương tự với hàm hệ thống $H_a(s)$ là ổn định, nếu tất cả các điểm cực phân bố toàn bộ bên trái của mặt phẳng s (s: là biến số phức, $s = \sigma + j\Omega$)

Do đó, nếu phép biến đổi là có kết quả, nó sẽ có các tính chất sau:

1. Trục $j\Omega$ trong mặt phẳng s sẽ ánh xạ lên đường tròn đơn vị trong mặt phẳng z. Như vậy sẽ có quan hệ trực tiếp giữa hai biến tần số trong hai miền.

2. Nửa trái của mặt phẳng s sẽ ánh xạ vào phía trong đường tròn đơn vị thuộc mặt phẳng z. Như vậy một bộ lọc tương tự ổn định sẽ được biến đổi thành bộ lọc số ổn định.

bộ lọc IIR nhân quả và ổn định không thể có pha tuyến tính

Đặc điểm của bộ lọc IIR là chiều dài đáp ứng xung $L\left[h(n)\right] = \infty$

Để tìm được hàm truyền đạt tương tự $H_a(s)$, người ta có 3 phương pháp tổng hợp là:

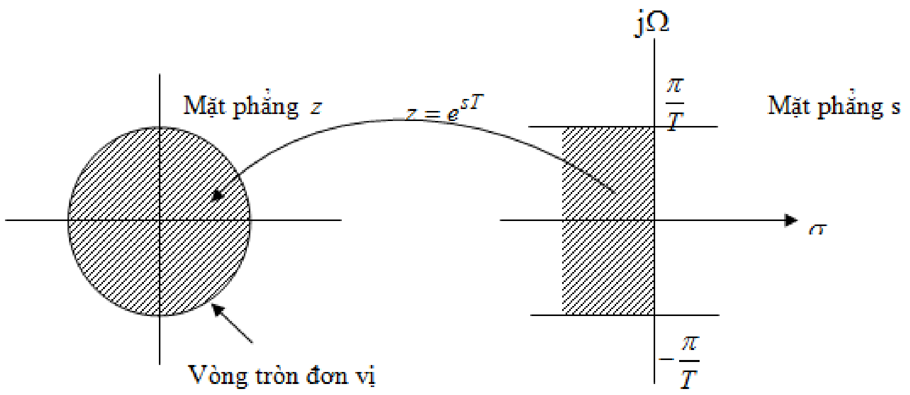
- Butterworth
- Chebyshev
- Elip hay Cauer

Có 3 phương pháp chính để chuyển từ bộ lọc tương tự sang bộ lọc số tương đương

- Phương pháp bất biến xung
- Phương pháp biến đổi song tuyến
- Phương pháp tương đương vi phân

Phương pháp bất biến xung

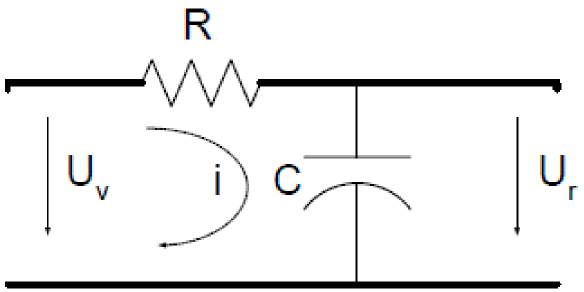
Trong phương pháp bất biến xung, mục đích là tổng hợp bộ lọc IIR có đáp ứng xung đơn vị *h(n)* là phiên bản được lấy mẫu của đáp ứng xung bộ lọc tương tự



$$H_a(s) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{s - s_{pk}} \Rightarrow H(z) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{1 - e^{s_{pk}T} z^{-1}}$$

Ta nhận thấy rằng bộ lọc số có các cực trị $z_k = e^{s_{pk}T}$ $k = 1, 2, \ldots, N$

Ví dụ Cho mạch điện tương tự



Hãy chuyển sang mạch điện số bằng phương pháp bất biến xung ?

$$H_a(s) = \frac{u_{\text{ra}}}{u_{\text{vào}}} \qquad H_a(s) = \frac{\frac{1}{s.C}}{\left(R + \frac{1}{s.C}\right)} = \frac{1}{(s.RC+1)} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}$$

Điểm cực: $s_{p_1} = -\frac{1}{RC}$; $A_1 = \frac{1}{RC}$

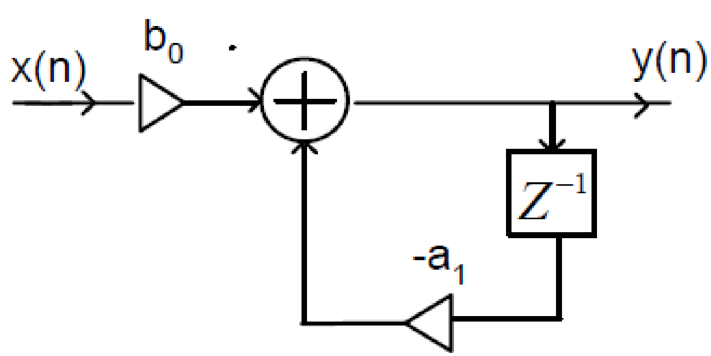
Biến đổi:

$$H(z) = \frac{A_1}{1 - e^{s_{p_1}T}.z^{-1}} = \frac{\frac{1}{RC}}{1 - e^{-\frac{1}{RC}T}.z^{-1}}$$

$$M = 0 \Rightarrow b_0 = \frac{1}{RC}$$

$$N = 1 \Rightarrow a_1 = -e^{-\frac{1}{RC}T}$$

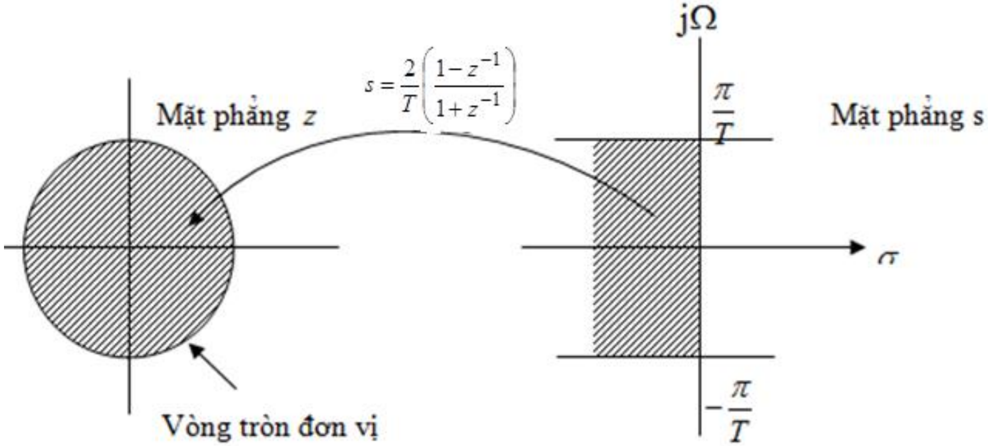
$H(z) = \dfrac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}}$; hay $y(n) = b_0 x(n) + (-a_1)y(n-1)$, ta có sơ đồ sau:



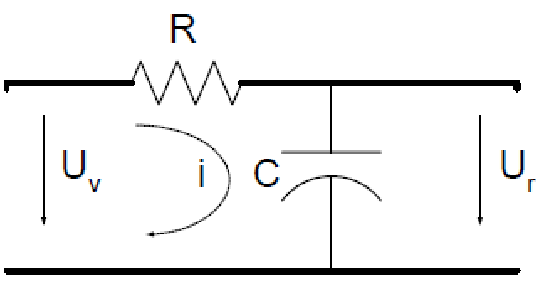
Phương pháp biến đổi song tuyến

- Sự ánh xạ mặt phẳng s vào mặt phẳng z, gọi là biến đổi song tuyến tính.
- Biến đổi song tuyến tính là phép ánh xạ biến đổi trục thành đường tròn đơn vị trong mặt phẳng z chỉ một lần, như vậy tránh được sự lẫn mẫu của các thành phần tần số.
- Tất cả các điểm trong nửa trái mặt phẳng s, được ánh xạ vào phía trong đường tròn đơn vị

$$H(z) = H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$



Ví dụ Cho mạch điện tương tự



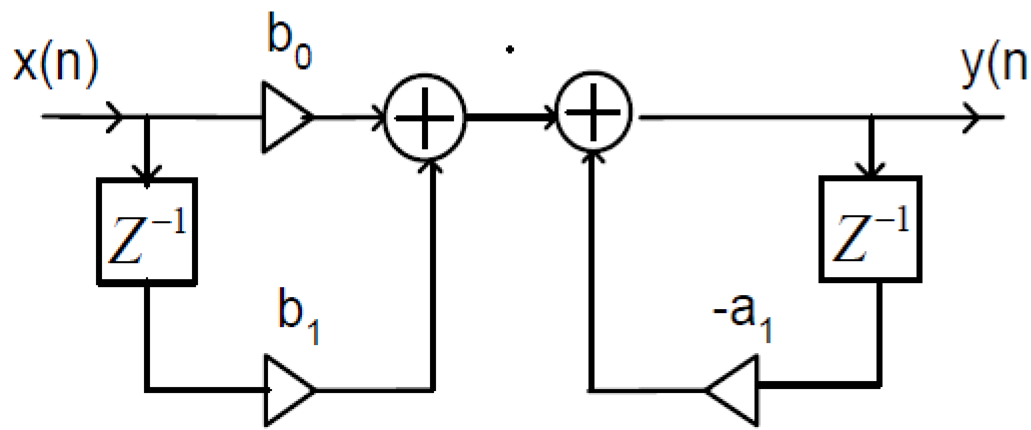
Hãy chuyển mạch điện này thành mạch số bằng phương pháp biến đổi song tuyến?

$$H_a(s)=\frac{1}{RCs+1}\qquad \Rightarrow H(z)=\frac{1}{RC\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+1}\qquad =\frac{T+Tz^{-1}}{2RC+T+(T-2RC)z^{-1}}$$

$$H(z)=\frac{\frac{T}{A}+\frac{T}{A}z^{-1}}{1+\frac{T-2RC}{A}z^{-1}};\qquad A=2RC+T$$

$$M=1\Rightarrow b_0=\frac{T}{A},b_1=\frac{T}{A}$$

$$N=1\Rightarrow a_1=\frac{T-2RC}{A}$$

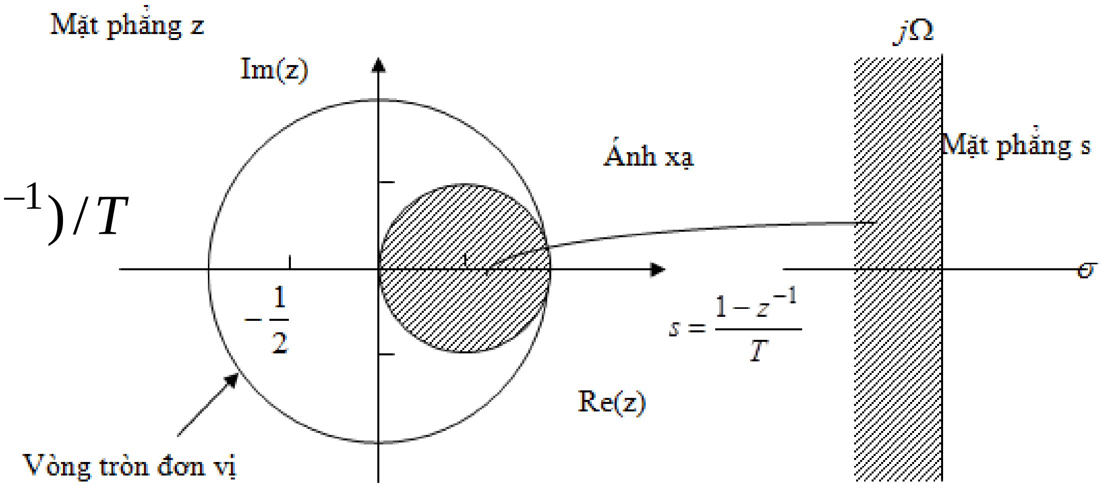


Sơ đồ cấu trúc ứng với mạch RC

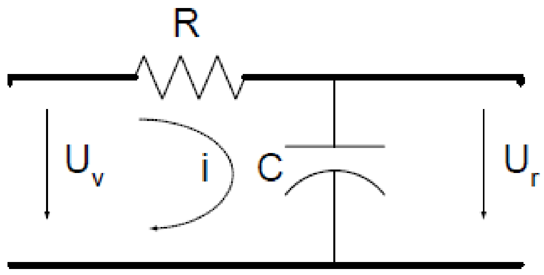
Phương pháp tương đương vi phân

Một trong những phương pháp đơn giản nhất để biến đổi bộ lọc tương tự sang bộ lọc số là lấy gần đúng phương trình vi phân bằng một phương trình sai phân tương đương

$$H(z) = H_a(s)\Big|_{s=(1-z^{-1})/T}$$



Ví dụ Cho mạch điện tương tự:



Hãy chuyển sang mạch số bằng phương pháp tương đương vi phân?