



HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ KHOA VÔ TUYẾN ĐIỆN TỬ

BÀI GIẢNG ĐIỆN TỬ SỐ

Chương 2: Hàm logic, Cổng logic

TS Hoàng Văn Phúc, Bộ môn KT Vi xử lý

8/2015

Các khái niệm cơ bản

- ❖ Mạch logic (mạch số) hoạt động với giá trị nhị phân:
 - Tín hiệu chỉ có một trong hai mức giá trị 0 hoặc 1
 - Với 0 hay 1 tượng trưng cho các khoảng điện áp được định nghĩa sẵn
 - VD: $0 \rightarrow 0,8V : 0$
 $2,5 \rightarrow 3,3V : 1$
- ➡ Cho phép ta sử dụng Đại số Boolean như là một công cụ để phân tích và thiết kế các hệ thống số



Đại số Boolean

- Được sáng lập vào thế kỷ 19
- Các hằng, biến và hàm chỉ nhận 1 trong 2 giá trị: 0 và 1
- Là công cụ toán học khá đơn giản cho phép mô tả mối liên hệ giữa các đầu ra của mạch logic với các đầu vào của nó dưới dạng biểu thức logic
- Là cơ sở lý thuyết, là công cụ cho phép nghiên cứu, mô tả, phân tích, thiết kế và xây dựng các hệ thống số, hệ thống logic, mạch số ngày nay.



Biến và hàm logic

- ❖ **Biến logic:** là 1 đại lượng có thể biểu diễn bằng 1 ký hiệu nào đó, về mặt giá trị chỉ nhận giá trị 0 hoặc 1.
- ❖ **Hàm logic:** Là hàm của các biến logic, liên hệ với nhau thông qua các phép toán logic, về giá trị: cũng chỉ nhận giá trị 0 hoặc 1.
- ❖ **Phép toán logic:** có 3 phép toán logic cơ bản:
 - Phép Và - "AND"
 - Phép Hoặc - "OR"
 - Phép Đảo - "NOT"

Các hàm logic cơ bản

Hàm một biến:

Hàm lặp lại:

$$y = x$$

x	y
0	0
1	1

Hàm đảo (NOT):

$$y = \overline{x}$$

x	y
0	1
1	0

Hàm logic 2 biến

x_1	x_2	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

↑
AND

↑
OR

Hàm logic 2 biến

Hàm VÀ (AND): $y = x_1 \cdot x_2$

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Hàm HOẶC (OR): $y = x_1 + x_2$

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Hàm logic 2 biến

Hàm VÀ-ĐẢO (NAND): $y = \overline{x_1 \cdot x_2}$

x_1	x_2	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Hàm HOẶC-ĐẢO (NOR): $y = \overline{x_1 + x_2}$

x_1	x_2	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Hàm logic 2 biến

Hàm cộng module 2 (XOR): $y = x_1 \oplus x_2$

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Hàm TƯƠNG ĐƯƠNG
(XNOR):

$$y = \overline{x_1 \oplus x_2}$$

x_1	x_2	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Các tính chất của đại số logic

❖ Tồn tại phần tử trung tính duy nhất trong phép toán AND và OR

- Của phép AND là 1: $A \cdot 1 = A$
- Của phép OR là 0: $A + 0 = A$

❖ Tính chất giao hoán

$$A \cdot B = B \cdot A$$

$$A + B = B + A$$

❖ Tính chất kết hợp

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$$

$$(A + B) + C = A + (B + C) = A + B + C$$

Các tính chất của đại số logic – tiếp

❖ Tính chất phân phối

$$(A + B).C = A.C + B.C$$

$$(A.B) + C = (A + C).(B + C)$$

❖ Tính chất không số mũ, không hệ số

$$A.A.A. \dots .A = A$$

$$A+A+A+ \dots +A = A$$

❖ Phép bù

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$A + \overline{A} = 1$$

$$A.\overline{A} = 0$$

Định lý DeMorgan

- ❖ Đảo của một “tổng” bằng “tích” các đảo thành phần

$$\overline{(a + b)} = \bar{a} . \bar{b}$$

- ❖ Đảo của một “tích” bằng “tổng” các đảo thành phần

$$\overline{(a . b)} = \bar{a} + \bar{b}$$

- ❖ Tổng quát:

$$\overline{f(., +, a_1, a_2, \dots, a_n)} = f(+, ., \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n)$$

Các cổng logic cơ bản

- ❖ Cổng logic: Mạch điện để thực hiện một hàm logic cơ bản
- ❖ Có 3 phép toán logic cơ bản:
 - VÀ (AND)
 - HOẶC (OR)
 - ĐẢO (NOT)
- ❖ Phần tử logic cơ bản (mạch logic cơ bản, cổng logic) thực hiện phép toán logic cơ bản:
 - Cổng VÀ (AND gate)
 - Cổng HOẶC (OR gate)
 - Cổng ĐẢO (NOT, inverter)
- ❖ Các mạch số đặc biệt khác: các cổng NAND, NOR, XOR, XNOR

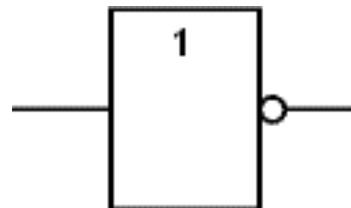
Cổng NOT

❖ Chức năng:

- Thực hiện phép toán logic ĐẢO (NOT)

❖ Cổng ĐẢO chỉ có 1 đầu vào:

- Ký hiệu:



- Bảng thật:

- Biểu thức: $out = \overline{A}$

A	out
0	1
1	0

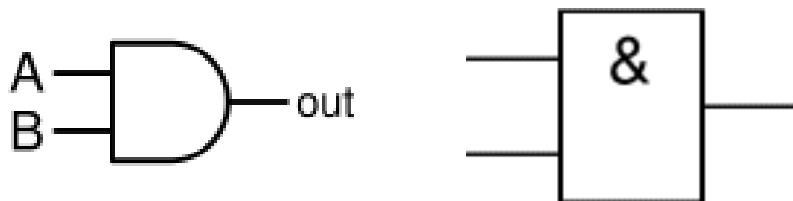
Cổng VÀ (AND gate)

❖ Chức năng:

- Thực hiện phép toán logic VÀ (AND)
- Đầu ra chỉ bằng 1 khi tất cả các đầu vào bằng 1

❖ Cổng VÀ 2 đầu vào:

- Ký hiệu:



A	B	out
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Bảng sự thật:
- Biểu thức: $out = A . B$

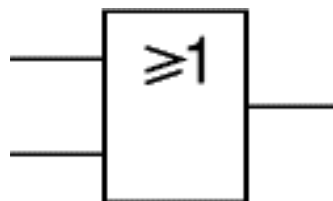
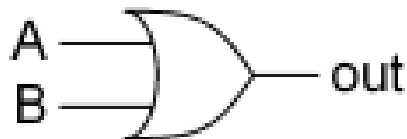
Cổng HOẶC (OR gate)

❖ Chức năng:

- Thực hiện phép toán logic HOẶC (OR)
- Đầu ra chỉ bằng 0 khi tất cả các đầu vào bằng 0

❖ Cổng HOẶC 2 đầu vào:

- Ký hiệu:



A	B	out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Bảng sự thật:
- Biểu thức: $out = A + B$

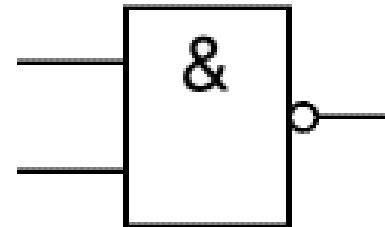
Cổng NAND

❖ Chức năng:

- Thực hiện phép ĐẢO của phép toán logic VÀ
- Đầu ra chỉ bằng 0 khi tất cả các đầu vào bằng 1

❖ Cổng VÀ ĐẢO 2 đầu vào:

- Ký hiệu:



A	B	out
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Bảng sự thật:

- Biểu thức: $out = \overline{A \cdot B}$

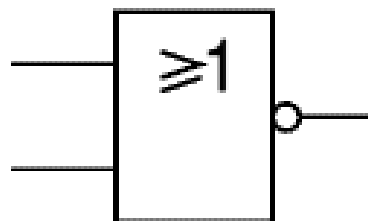
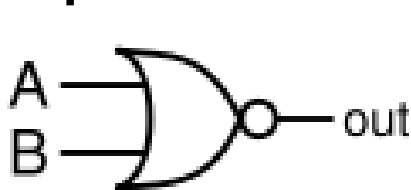
Cổng NOR

❖ Chức năng:

- Thực hiện phép ĐẢO của phép toán logic HOẶC
- Đầu ra chỉ bằng 1 khi tất cả các đầu vào bằng 0

❖ Cổng HOẶC ĐẢO 2 đầu vào:

- Ký hiệu:



A	B	out
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- Bảng sự thật:
- Biểu thức: $out = \overline{A + B}$

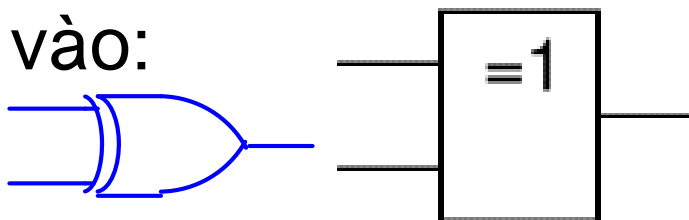
Cổng XOR

❖ Chức năng:

- Exclusive-OR
- Thực hiện biểu thức logic HOẶC CÓ LOẠI TRỪ (phép toán XOR - hay còn là phép cộng module 2)
- Đầu ra chỉ bằng 0 khi tất cả các đầu vào giống nhau

❖ Cổng XOR 2 đầu vào:

- Ký hiệu:



- Bảng sự thật:

A	B	out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Biểu thức: $out = A \oplus B = \bar{A}.B + A.\bar{B}$

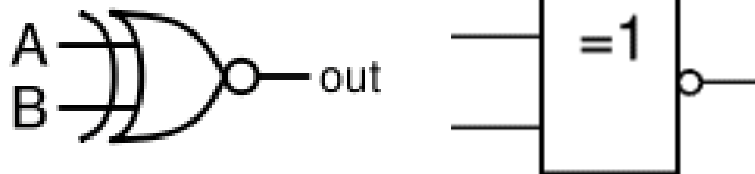
Cổng XNOR

❖ Chức năng:

- Exclusive-NOR
- Thực hiện phép ĐẢO của phép toán XOR
- Đầu ra chỉ bằng 1 khi tất cả các đầu vào giống nhau

❖ Cổng XNOR 2 đầu vào:

- Ký hiệu:



- Bảng sự thật:

- Biểu thức: $out = \overline{A \oplus B} = A.B + \overline{A}.\overline{B}$

A	B	out
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Biểu diễn hàm logic

- ❖ Dùng bảng thật: Dùng để mô tả sự phụ thuộc đầu ra vào các mức điện thế đầu vào của các mạch logic
 - $(n+1)$ cột:
 - n cột đầu tương ứng với n biến
 - cột còn lại tương ứng với giá trị của hàm
 - 2^n hàng: tương ứng với 2^n giá trị của tổ hợp biến

$$F = A.B$$

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F = A+B$$

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Biểu diễn hàm logic

❖ Dùng biểu thức đại số:

- Ký hiệu phép Và – AND: \cdot
- Ký hiệu phép Hoặc – OR: $+$
- Ký hiệu phép Đảo – NOT: $\bar{}$
- VD: $F = A \text{ AND } B$ hay $F = A \cdot B$

■ Một hàm logic bất kỳ luôn biểu diễn được dưới dạng CTT hoặc CTH đầy đủ:

- Dạng CTT: biểu diễn bởi tổng của nhiều thành phần, mỗi thành phần là tích của đầy đủ các biến (xét các tổ hợp biến mà hàm có giá trị = '1')

- Dạng CTH: biểu diễn bởi tích của nhiều thành phần, mỗi thành phần là tổng của đầy đủ các biến (xét các tổ hợp biến mà hàm có giá trị = '0')

Cách lập dạng CTT đầy đủ từ bảng sự thật

- Xét các tổ hợp biến tại đó hàm có giá trị = '1'
- Mỗi tổ hợp biến đó tương ứng với một tích gồm đầy đủ các biến: biến nào có giá trị = '1' thì được viết nguyên, biến nào có giá trị = '0' thì lấy đảo.
- Ví dụ:

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F = A.B + \bar{A}.\bar{B}$$

Biểu diễn hàm logic

❖ Dùng bảng Các-nô:

- Đây là cách biểu diễn tương đương của bảng thật.
- Trong đó, mỗi ô trên bìa tương ứng với 1 dòng của bảng thật.
- Tọa độ của ô xác định giá trị của tổ hợp biến.
- Giá trị của hàm được ghi vào ô tương ứng.
- Trên hàng và cột: theo thứ tự mã Gray

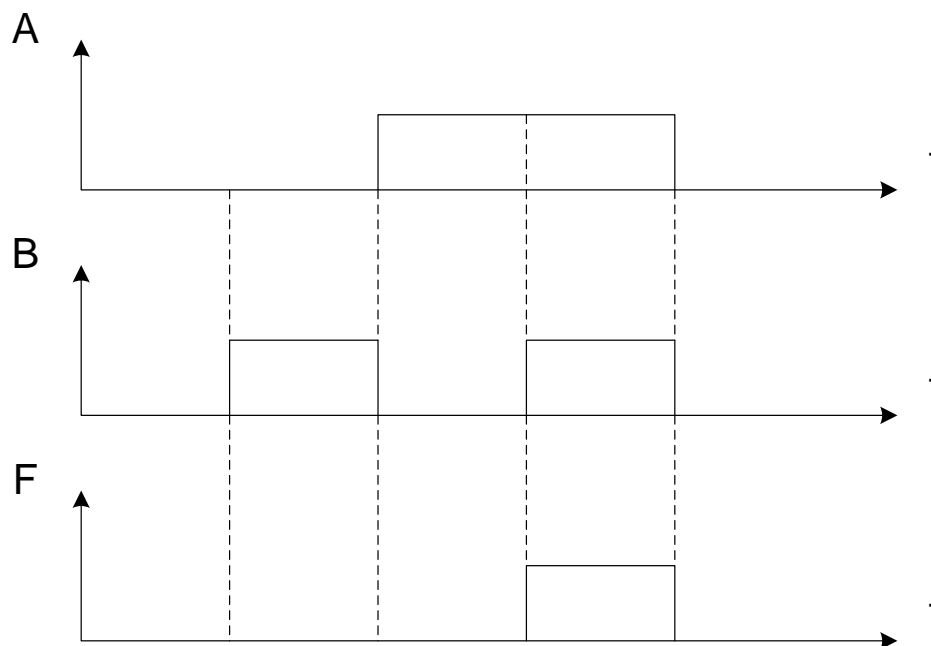
$$F = A.B$$

a\b	0	1
0	0	0
1	0	1

Biểu diễn hàm logic

❖ Dùng biểu đồ thời gian:

- Là đồ thị biểu diễn sự biến đổi theo thời gian của biến và hàm logic
- VD: với $F = A \cdot B$

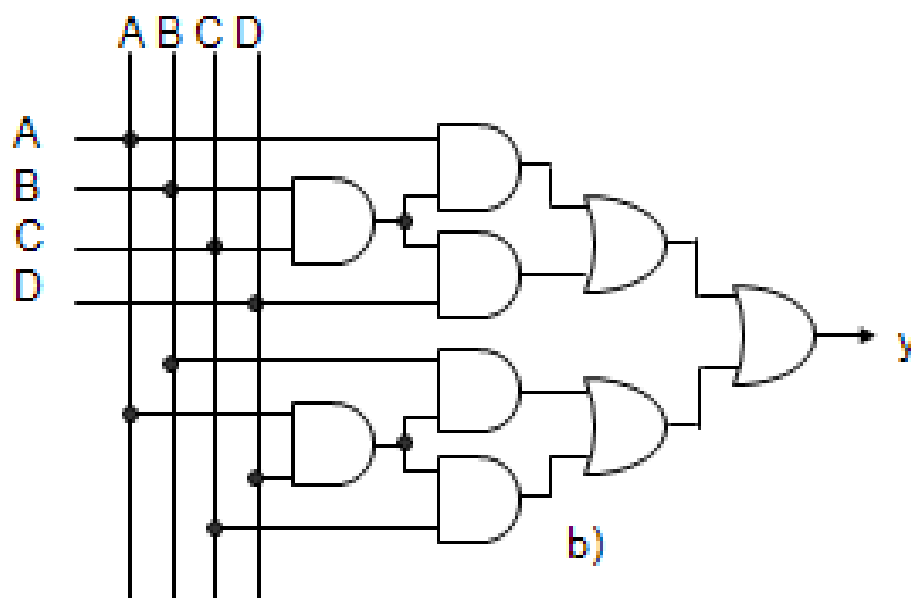
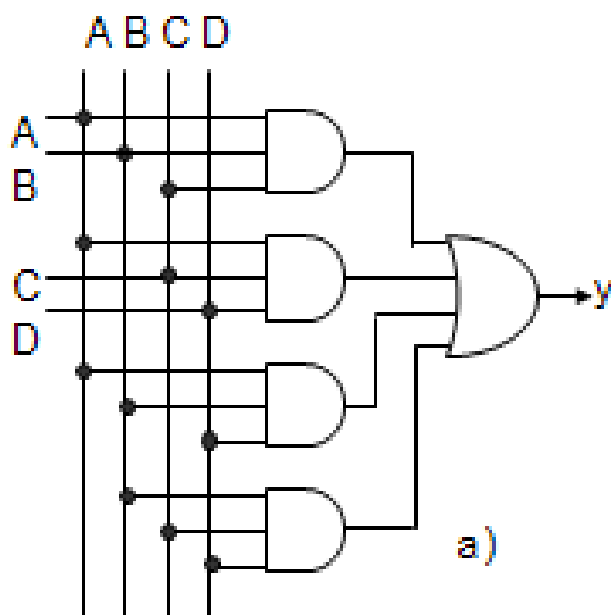


Biểu diễn hàm logic

❖ Dùng sơ đồ mạch cổng logic:

$$y = A.B.C + A.C.D + A.B.D + B.C.D$$

$$y = (A.(B.C) + (B.C).D) + ((A.D).B + (A.D).C)$$



❖ Dùng ngôn ngữ mô tả phần cứng: trình bày sau



Tối thiểu hàm logic

- ❖ Một hàm logic được gọi là tối thiểu hoá nếu như nó có số lượng số hạng ít nhất và số lượng biến ít nhất.
- ❖ Mục đích của việc tối thiểu hoá: Đưa về dạng biểu diễn logic đơn giản nhất, giúp cho việc thực hiện trên phần cứng đơn giản nhất.
- ❖ Các phương pháp thường dùng:
 - Phương pháp đại số
 - Phương pháp bảng Các-nô
 - Phương pháp Ms-Clusky

Phương pháp đại số

Áp dụng các tính chất:

$$\begin{array}{llll}
 AB + A\bar{B} & = A & \Leftrightarrow & (A + B)(A + \bar{B}) = A \\
 A + AB & = A & \Leftrightarrow & A(A + B) = A \\
 A + \bar{A}B & = A + B & \Leftrightarrow & A(\bar{A} + B) = AB
 \end{array}$$

CM:

$$\begin{array}{llll}
 AB + A\bar{B} & = A(B + \bar{B}) & = A.1 & = A \\
 A + AB & = A(1 + B) & = A.1 & = A \\
 A + \bar{A}B & = (A + \bar{A})(A + B) \\
 & = 1(A + B) \\
 & = A + B
 \end{array}$$

Ví dụ Phương pháp đại số

$$\begin{aligned}F(A,B,C,D) &= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}CD \\&= AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}CD \\&= AB + A\bar{B}CD \\&= A(B + \bar{B}CD) \\&= A(B + CD) \\&= AB + ACD\end{aligned}$$

Phương pháp Bảng Karnaugh (K-map)

❖ Quy tắc lập bảng Karnaugh:

- 2 ô liền kề nhau chỉ sai khác nhau 1 giá trị của 1 biến (tương ứng với tổ hợp biến khác nhau 1 giá trị)
- Khi nhóm 2 ô lại thì có thể loại bỏ được 1 biến (áp dụng qui tắc: $A + \bar{A} = 1$ cho dạng CTT, hoặc $A.\bar{A} = 0$ với CTH)

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Phương pháp Bảng Karnaugh

Bảng Karnaugh cho hàm 2, 3, 4 biến:

A \ B	0	1
0		
1		

A \ BC	00	01	11	10
0				
1				

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Quy tắc nhóm (dạng chuẩn tắc tuyến - CTT)

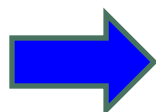
- ❖ Nhóm các ô liền kề nhau hoặc đối xứng mà giá trị của hàm cùng bằng 1 lại với nhau sao cho:
 - Số lượng các ô trong nhóm là lớn nhất có thể được
 - Số lượng ô trong nhóm phải là lũy thừa của 2
- ❖ Nhóm có 2^n ô \Rightarrow loại bỏ được n biến
- ❖ Biến nào nhận được giá trị ngược nhau trong nhóm thì sẽ bị loại
- ❖ Các nhóm có thể trùng nhau một vài phần tử nhưng không được trùng hoàn toàn và phải nhóm hết các ô bằng 1
- ❖ Số lượng nhóm chính bằng số lượng số hạng sau khi đã tối thiểu hóa (mỗi nhóm tương ứng với 1 số hạng)

Ví dụ

$$F(A, B, C) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC + A\overline{B}\overline{C}$$

F

BC A	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	1	1	1



$$F(A, B, C) = A + \overline{B}C + B\overline{C}$$

Trường hợp đặc biệt

- ❖ Nếu giá trị hàm không xác định tại một vài tổ hợp biến nào đó:
 - Kí hiệu các ô không xác định bằng dấu X
 - Có thể nhóm các ô X với các ô 1
 - Không nhất thiết phải nhóm hết các ô X

CD AB	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		
11	X	X		
10	X	X	X	X

$$F(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{C} + \overline{B}C$$

Bài tập

Tối thiểu hóa các hàm sau bằng phương pháp bảng Karnaugh:

a. $F(A,B,C,D) = \sum(0,2,5,6,9,11,13,14)$

b. $F(A,B,C,D) = \sum(1,3,5,8,9,13,14,15)$

c. $F(A,B,C,D) = \sum(2,4,5,6,7,9,12,13)$

d. $F(A,B,C,D) = \sum(1,5,6,7,11,13)$ và F không xác định với tổ hợp biến 12,15.

XIN CHÂN THÀNH CẢM ƠN!

Q&A!

