


thanhdat01234

(/user/profile/thanhdat01234/) **I. Vấn đề cơ bản:**

Đề bài: Cho 2 dãy số nguyên a gồm m phần tử, b gồm n phần tử. Tìm độ dài dãy con chung dài nhất (LCS - Longest common subsequence) của hai dãy a và b .

Bài toán này là một trong những bài toán cơ bản nhất trong Quy hoạch động có thể tìm thấy trong bất cứ quyển sách nào nói về Quy hoạch động. Ta có thể dễ dàng chứng minh và tìm ra công thức Quy hoạch động một cách nhanh chóng.

Ta có thể gọi $F[i][j]$ = độ dài dãy con chung dài nhất xét khi xét i phần tử đầu tiên của dãy a và j phần tử đầu tiên của dãy b .

Dễ dàng nhận thấy:

$$F[i, j] = \max \begin{cases} F[i-1, j-1] + 1 & \text{nếu } a[i] = b[j] \\ \max(F[i-1, j], F[i, j-1]) & \text{nếu } a[i] \neq b[j] \end{cases}$$

II. Vấn đề mở rộng:**1. Kỹ thuật đảo nhãn trong Quy hoạch động:**

Đề bài: Cho hai chuỗi A và B ($|A| \leq 10^6$, $|B| \leq 5000$), tìm chuỗi con chung dài nhất (Longest Common Subsequence) của hai chuỗi trên.

Cách giải cơ bản được nêu ở phần I. có thể giải quyết bài toán này trong $O(|A| \cdot |B|)$ nhưng phương pháp này là không khả thi trong bài này bởi vì $|A| \cdot |B| \leq 5 \cdot 10^9$.

Có thể nhận thấy rằng, độ dài chuỗi con chung dài nhất của hai chuỗi A và $B \leq \min(|A|, |B|)$. Cách giải thông thường là gọi $F[i][j] = k$, với ý nghĩa $F[i][j]$ là độ dài chuỗi con chung dài nhất khi xét i ký tự đầu tiên trong A và j ký tự đầu tiên trong B . $F[i][j] = k$ nghĩa là k là độ dài dài nhất khi xét i ký tự đầu tiên trong A và j ký tự đầu tiên trong B . Sử dụng tư tưởng gần như trên, ta gọi $F[i][k] = j$ tức là chuỗi con chung dài nhất của i ký tự đầu tiên trong A có độ dài k thì j là vị trí nhỏ nhất trong B để A và B có chuỗi con chung độ dài là k .

Phương pháp làm như trên được gọi là đảo nhãn trong Quy hoạch động,

Cách tính $F[i][k]$ này khá đơn giản. Trước tiên ta gọi $next[i][ch]$ vị trí đầu tiên xuất hiện ký tự ch trong đoạn $[i, |A|]$ của chuỗi A .

$$next[i, ch] = \begin{cases} next[i+1, ch] & \text{nếu } A[i] \neq ch \\ i & \text{nếu } A[i] = ch \\ |A| + 1 & \text{nếu } i = |A| + 1 \end{cases}$$

Việc còn lại là tính hàm F , việc này khá đơn giản.