Cấu trúc dữ liệu và giải thuật

Ôn tập về lập trình

Nguyễn Văn Tiến

Nội dung

1. Kiến thức nền tảng cần thiết
2. Bài toán tính tổng hai số
3. Bài toán tính tích hai số lớn nhất
4. Tại sao cần học giải thuật
5. Bài toán Fibonacci
6. Bài toán Ước chung lớn nhất
7. Độ phức tạp tính toán, Ký hiệu Big-O

Kiến thức nền tảng cần thiết

Giới thiệu về thuật toán

- Thuật toán xuất hiện ở khắp nơi trong thế giới của chúng ta:

  Viết phần mềm, Dự đoán tắc đường, Đề xuất tự động, ...

- Các thuật toán phải hiệu quả, cho kết quả trong thời gian chờ đợi chấp nhận được.

- Các công ty về công nghệ thường xuyên đặt các câu hỏi về thuật toán tại các cuộc phỏng vấn.

- Thuật toán đóng vai trò quan trọng trong việc xây dựng các hệ thống đáp ứng các nhu cầu thực tế trong các lĩnh vực như công nghệ, y học, kinh doanh, ...

Kiến thức nền tảng cần thiết

Kiến thức cơ bản về ít nhất một ngôn ngữ lập trình: C, C ++, Java, C #

- Có thể triển khai một chương trình máy tính:

    + Đọc dữ liệu vào từ đầu vào chuẩn,

    + Tính toán kết quả,

    + In kết quả theo yêu cầu.

- Thử nghiệm tự lập trình với các ví dụ trong chương này, trong trường hợp không thể tự triển khai xây dựng mã nguồn, sinh viên nên tự trau dồi thêm kiến thức về lập trình qua các môn học Tin học cơ sở 2, Ngôn ngữ lập trình C++.

Kiến thức nền tảng cần thiết

Kiến thức cơ bản của toán rời rạc: chứng minh bằng quy nạp, chứng minh bằng phản chứng

- Kiến thức về toán học rời rạc là cần thiết để phân tích các thuật toán (chứng minh tính đúng đắn, ước tính thời gian chạy) và cho tư duy thuật toán nói chung.

- Trong lập trình tối ưu, các thuật toán có thể được xây dựng và chứng minh từ các công thức toán học. Vì vậy, việc nắm vững các kiến thức toán học có thể giúp tối ưu các kết quả tính toán và đưa ra các giải thuật nhanh và chính xác.

Bài toán tính tổng hai số

Yêu cầu

- Cho hai số nguyên 0 <= A <= 9 và 0 <= B <= 9.
- Dữ liệu vào: Một dòng chứa hai số A và B
- Dữ liệu ra: Kết quả A + B

Bài toán tính tổng hai số

Ví dụ

Input	Output
1 2	3

Input	Output
5 6	11

Bài toán tính tổng hai số

Mã nguồn mẫu C++

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;

int main() {
    int a, b;
    cin >> a >> b;
    int sum = a + b;
    cout << sum;
    return 0;
}
```

Bài toán tính tổng hai số

Mã nguồn mẫu Java

```java
public class APlusB {
    public static void main(String[] args) {
        int a, b;
        Scanner sc = new Scanner(System.in);
        a = sc.nextInt();
        b = sc.nextInt();
        int sum = a + b;
        System.out.println(sum);
    }
}
```

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Yêu cầu

- Cho danh sách n các số nguyên 0 <= A_0 A_1 ... A_{n-1} <= 10^5, Tìm tích của cặp số lớn nhất sao cho $\max_{0 \le i \ne j \le n-1} a_i a_j$

- Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên là số n sao cho 2 <= n <= $2*10^5$. Dòng tiếp theo cho n số nguyên không âm 0 <= A_0 A_1 ... A_{n-1} <= 10^5

- Dữ liệu ra: Một số nguyên là tích của cặp số lớn nhất

Thời gian yêu cầu: 1s.

Bài toán tính tích cặp số lớn nhất

Ví dụ

Input	Output
3 1 2 3	6

Input	Output
10 7 5 14 2 8 8 10 1 2 3	140

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Giải thuật 1

- Giả sử tích lớn nhất là 0 (Dãy số nguyên không âm).
- Duyệt lần lượt tất cả các cặp số có thể được tạo bởi dãy
- Tính thử tích cặp số đang duyệt:
    + Nếu tích lớn hơn, cập nhật kết quả
    + Nếu tích nhỏ hơn hoặc bằng, bỏ qua

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Mã nguồn giải thuật 1

```
int max_pairwise_product(vector<int> v) {
    int result = 0;
    for (int i = 0; i < v.size() - 1; i++) {
        for (int j = i + 1; j < v.size(); j++) {
            if (result < v[i] * v[j]) {
                result = v[i] * v[j];
            }
        }
    }
    return result;
}
```

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Đánh giá giải thuật 1

- Có vẻ giải quyết đúng yêu cầu của bài toán.
- Tuy nhiên kết quả vẫn chưa đúng với một vài trường hợp.
- Xét trường hợp đầu vào như sau:

Input	**Output**
2 90000 100000	410065408

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Đánh giá giải thuật 1

- Dễ dàng thấy kết quả bị sai.

- Nguyên nhân do tràn số, kiểu dữ liệu int không chứa được giá trị 9000000000.

- Giải quyết bằng cách thay đổi kiểu dữ liệu thành long long:

Input	**Output**
2 90000 100000	9000000000

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Đánh giá giải thuật 1

- Chương trình đã giải quyết được vấn đề tràn số, tuy nhiên vẫn không đạt yêu cầu của bài toán do xử lý một số trường hợp quá thời gian.

- Nguyên nhân của việc chạy quá thời gian là gì?

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Mã nguồn giải thuật 1

```
int max_pairwise_product(vector<int> v) {
    int result = 0;
    for (int i = 0; i < v.size() - 1; i++) {
        for (int j = i + 1; j < v.size(); j++) {
            if (result < v[i] * v[j]) {
                result = v[i] * v[j];
            }
        }
    }
    return result;
}
```

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Giải thuật 2

- Thử cải thiện số lần lặp bằng cách tìm hai số lớn nhất từ dãy và tính tích của hai số đó.

- Duyệt lần lượt tất cả các số trong dãy, tìm vị trí của số lớn nhất

- Lặp lại bước duyệt một lần nữa, tìm vị trí của số lớn nhất sau khi đã loại trừ số đã tìm ở bước trên.

- Tính tích của cặp số vừa tìm được

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Mã nguồn giải thuật 2

```
long long max_pairwise_product2(vector<int> v) {
    int max_index1 = 0;
    for (int i = 1; i < v.size(); i++) {
        if (v[i] > v[max_index1]) {
            max_index1 = i;
        }
    }
    int max_index2 = -1;
    for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
        if (v[i] != v[max_index1] && (max_index2 == -1 || v[i] > v[max_index2]))
            max_index2 = i;
        }
    }
    long long result = (long long) v[max_index1] * v[max_index2];
    return result;
}
```

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Đánh giá giải thuật 2

- Giải thuật vẫn cho kết quả chưa chính xác.

- Cần có phương án để tìm được lỗi sai của lời giải một cách tự động thay vì dự đoán

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Kỹ thuật Stress Testing

- Lý do sử dụng: không được xem trực tiếp testcase ẩn khi giải bài.

- Tạo vòng lặp vô hạn để sinh ngẫu nhiên các giá trị đầu vào theo điều kiện đề bài

- Tính kết quả dựa trên hai giải thuật đã xây dựng.

- So sánh và tìm kết quả khác nhau giữa hai giải thuật để tìm nguyên nhân việc sai kết quả.

- Phương pháp này phù hợp với các bài toán đã tìm được phương án giải đúng nhưng chưa tối ưu

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Triển kl

```
while (true) {
    int n = rand() % 10 + 2;
    cout << n << endl;
    vector<int> a;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        a.push_back(rand() % 100);
    }
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << a[i] << " ";
    }
    cout << endl;
    long long result1 = max_pairwise_product(a);
    long long result2 = max_pairwise_product2(a);
    if (result1 == result2) {
        cout << "OK" << endl;
    } else {
        cout << "WA r1: " << result1 << ", r2: " << result2 << endl;
        break;
    }
}
```

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Kết quả kiểm tra

```
55 10 59 24
OK
9
48 83 95 41 2 50 91 36 74
OK
2
96 21
OK
10
99 68 84 81 34 53 99 18 38 0
WA r1: 9801, r2: 8316
```

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

Phân tích nguyên nhân

- Trường hợp khác nhau xuất hiện 2 giống nhau cùng có giá trị lớn nhất.

- Giải thuật 2 cho kết quả sai do tìm được cặp số lớn nhất là 99 và 84

- Xác định đoạn chương trình lỗi và tiến hình chỉnh sửa mã nguồn để có kết quả đúng hơn.

- Lặp lại quy trình strest testing một khoảng thời gian nhất định để đảm bảo kết quả có độ chính xác cao

Bài toán tính tích hai số lớn nhất

```
long long max_pairwise_product2(vector<int> v) {
    int max_index1 = 0;
    for (int i = 1; i < v.size(); i++) {
        if (v[i] > v[max_index1]) {
            max_index1 = i;
        }
    }
    int max_index2 = -1;
    for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
        if (i != max_index1 && (max_index2 == -1 || v[i] > v[max_index2])) {
            max_index2 = i;
        }
    }
    long long result = (long long) v[max_index1] * v[max_index2];
    return result;
}
```

Tại sao cần học giải thuật

Mục tiêu học tập

- Tìm hiểu về các loại bài tập trong môn học.
- Nhận diện được các bài toán cần sử dụng các giải thuật phù hợp
- Giải quyết các vấn đề thường xuyên gặp phải trong lập trình một cách tối ưu

Tại sao cần học giải thuật

Một số ví dụ

- Chương trình sao chép tập tin.

- Chương trình tìm đường đi ngắn nhất giữa hai địa điểm.

- Các chương trình trên có thể lập trình để nó hoạt động đúng, tuy nhiên thời gian chờ đợi đối với người sử dụng phải đáp ứng được nhu cầu thực tế.

- Có thể chương trình đã đáp ứng được nhu cầu thực tế nhưng cần tối ưu hơn nữa để giảm kích thước lưu trữ, giảm bộ nhớ, ... để sẵn sàng cho việc mở rộng.

Tại sao cần học giải thuật

Một số ví dụ mở rộng

- Viết một chương trình máy tính hiểu được ngôn ngữ tự nhiên

- Xác định các đối tượng xuất hiện trong một bức ảnh bất kỳ một cách tự động

- Viết chương trình tìm kiếm lời giải hiệu quả cho các trò chơi như cờ Caro, cờ vua.

Nội dung môn học này không đi sâu vào các vấn đề liên quan đến AI nhưng có thể cung cấp các kiến thức cơ bản về thuật toán để có nền tảng vững chắc cho việc phát triển theo hướng này trong tương lai.

Bài toán số fibonacci

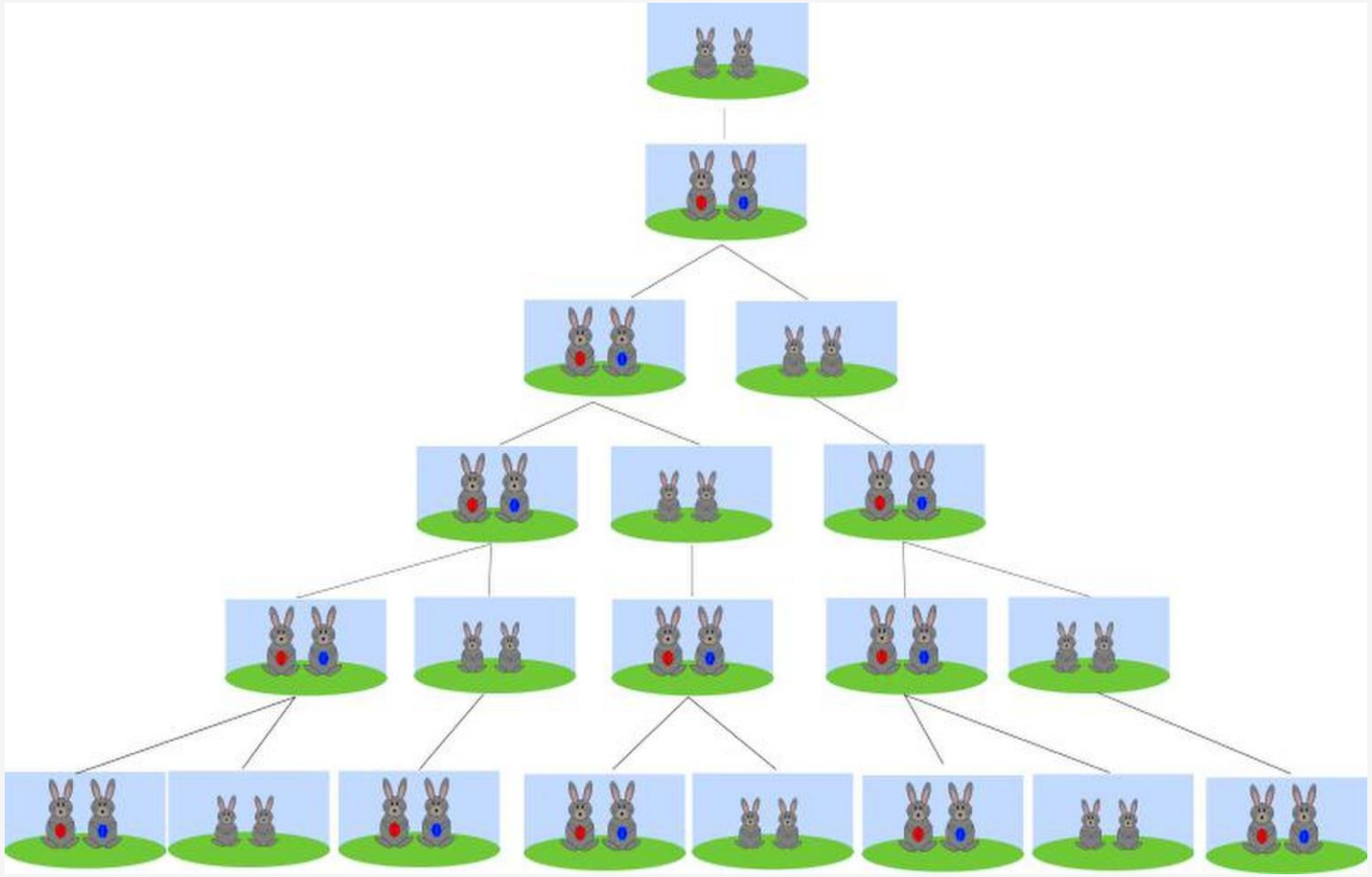
Định nghĩa về dãy số fibonacci

$$f(n) = \begin{cases} 0, & n = 0 \\ 1, & n = 1 \\ F_{n\_1} + F_{n\_2}, & n > 1 \end{cases}$$

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

Bài toán số fibonacci

Bài toán cổ về nuôi thỏ



Bài toán số fibonacci

Công thức số hạng tổng quát Fibonacci

$$Fn = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right]$$

Bài toán số fibonacci

Ví dụ

F20 = 6765

F50 = 12586269025

F100 = 354224848179261915075

F500 = 139423224561697880139724382870 40

728395007025658769730726410896294832 55

716228632906915576588762225212941 25

Bài toán số fibonacci

Yêu cầu

- Cho số nguyên không âm n
- Dữ liệu vào: Số n (0 <= n <= 92)
- Dữ liệu ra: Số Fibonacci thứ n

Thời gian yêu cầu: 1s.

Bài toán số fibonacci

Ví dụ

Input	Output
3	2

Input	Output
20	6756

Bài toán số fibonacci

Giải thuật 1

```
long long fibo(int n) {
    if (n < 2) {
        return n;
    }
    return fibo(n-1) + fibo(n-2);
}
```

Bài toán số fibonacci

Đánh giá giải thuật 1

- Ngắn gọn

- Dễ triển khai, tư duy theo đúng yêu cầu và mô tả của bài toán

- Kết quả phản hồi trong dưới 1s với n <= 40. Tuy nhiên, với n lớn, chương trình không có khả năng phản hồi ngay.

Bài toán số fibonacci

Ước tính thời gian chạy

- Gọi T (n) biểu thị số dòng lệnh được thực thi bởi hàm fibo (n)

- Xét n < 2, T = 2

```
long long fibo(int n) {
    if (n < 2) {
        return n;
    }
    return fibo(n-1) + fibo(n-2);
}
```

Bài toán số fibonacci

Ước tính thời gian chạy

- Xét n >= 2, T(2) = 3?

```
long long fibo(int n) {
    if (n < 2) {
        return n;
    }
    return fibo(n-1) + fibo(n-2);
}
```

$$T(n) = 2 + T(n-1) + T(n-2)$$

Bài toán số fibonacci

Ước tính thời gian chạy

$$T(n) = \begin{cases} 2, & n < 2 \\ T(n-1) + T(n-2) + 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

Do đó: T(n) ≥ F(n)

T (100) ≥ 1,77 * 10^{21}

Bài toán số fibonacci

Đánh giá giải thuật 1

- Ngắn gọn

- Dễ triển khai, tư duy theo đúng yêu cầu và mô tả của bài toán

- Kết quả phản hồi trong dưới 1s với n <= 40. Tuy nhiên, với n lớn, chương trình không có khả năng phản hồi ngay.

- Xét N = 100, máy tính có tốc độ (1Ghz) có khả năng thực hiện 1 tỷ phép tính / giây. Theo ước tính sẽ mất 56.000 năm để chương trình đưa ra kết quả => thời gian không chấp nhận được, cần thuật toán tốt hơn để xử lý.

Bài toán số fibonacci

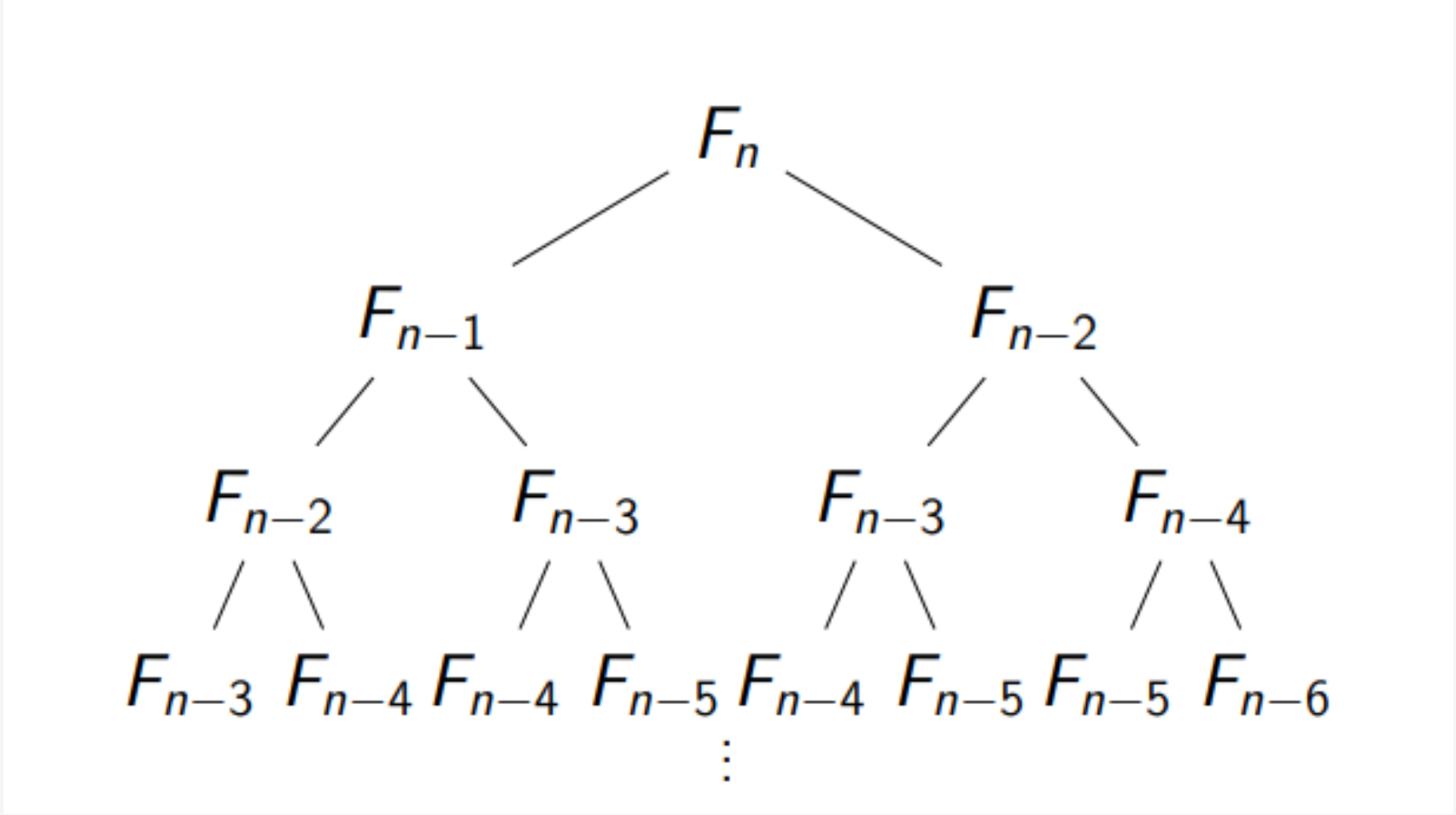
Lý do thuật toán 1 chạy chậm

- Số lượng lời gọi hàm quá lớn và trùng lặp

- Để tính f(n), cần phải tính f(n-1) và f(n-2). Để tính f(n-1) cần tính f(n-2) và f(n-3), ... => cây đệ quy

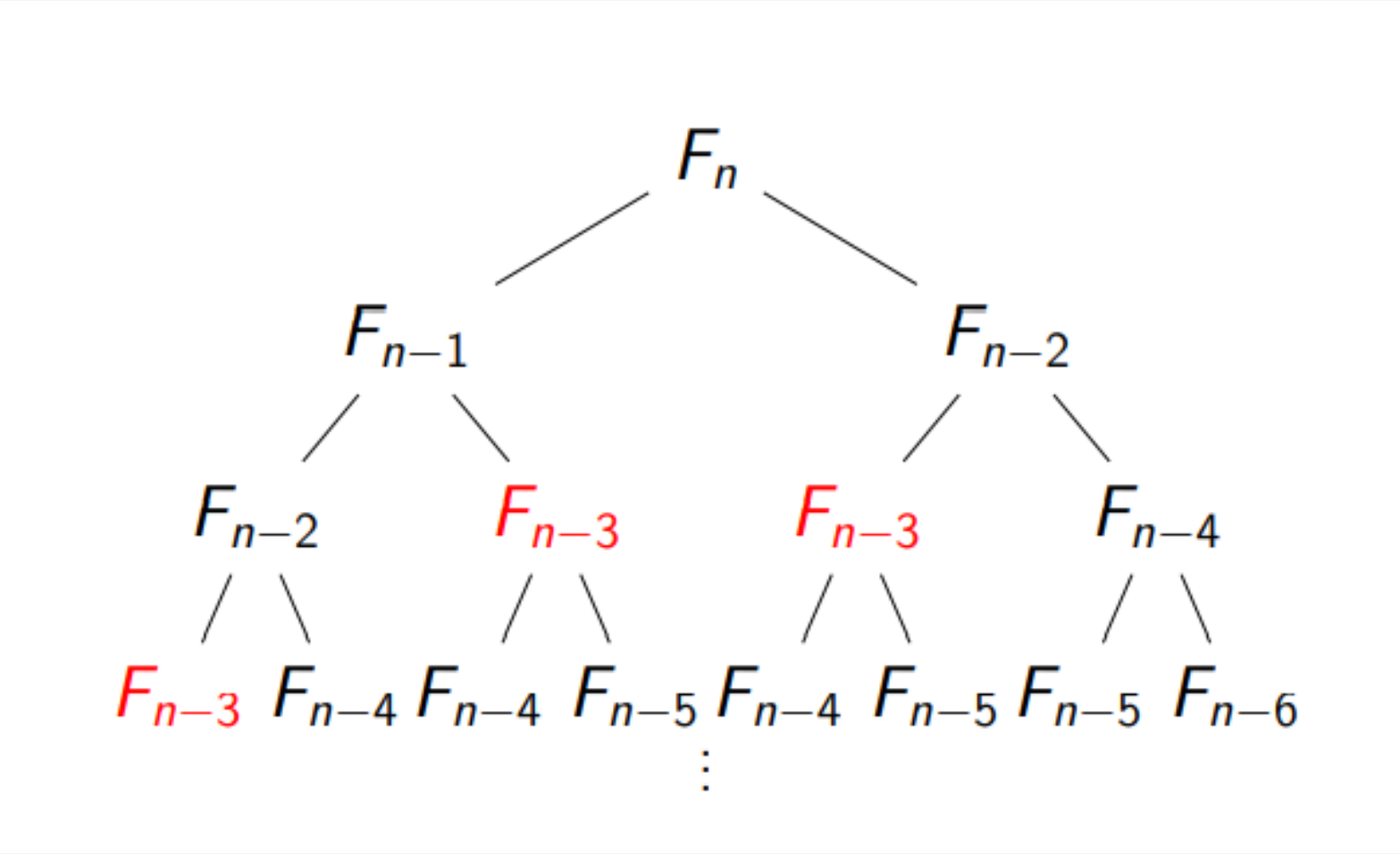
Bài toán số fibonacci

Lý do thuật toán 1 chạy chậm



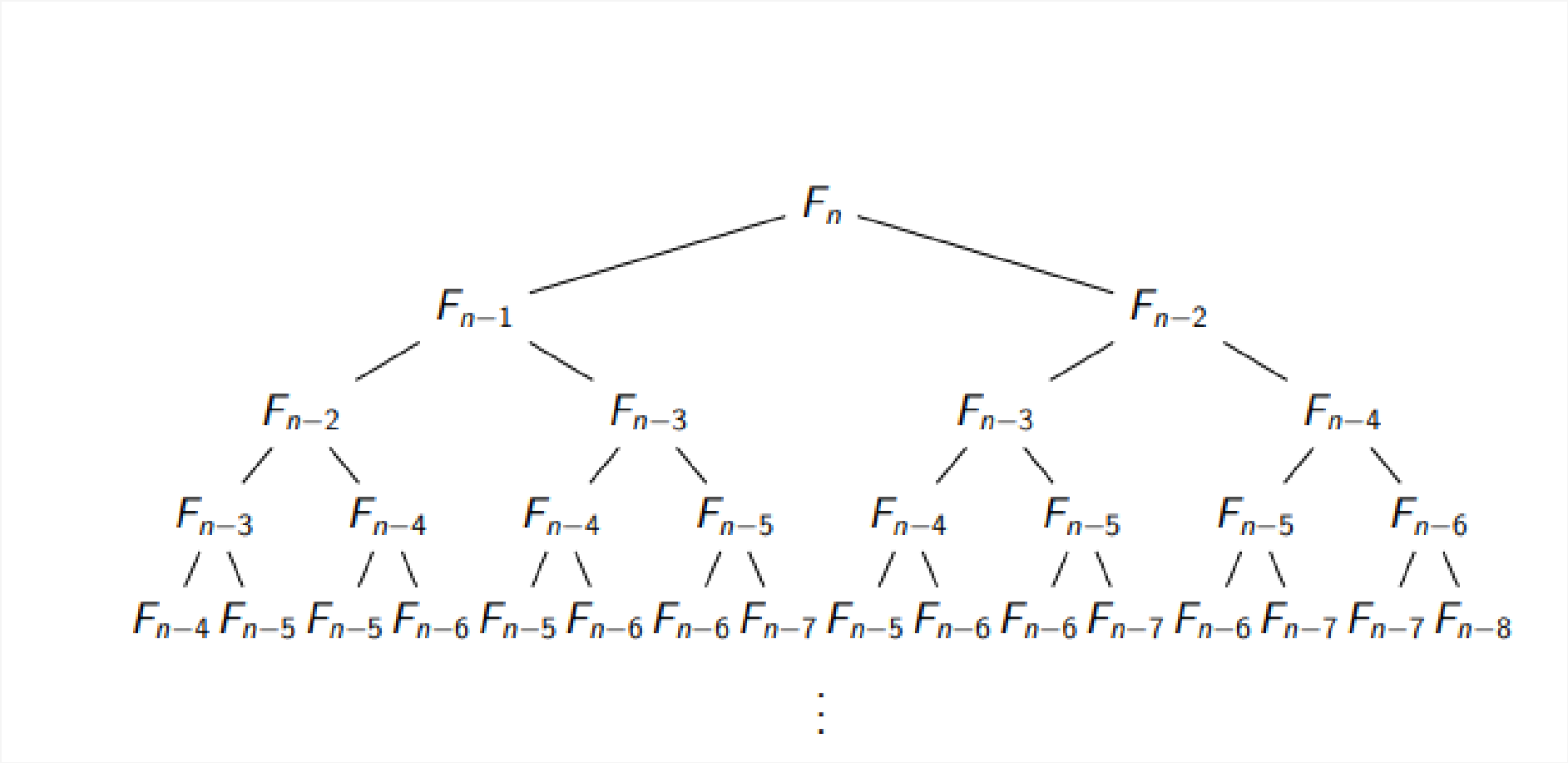
Bài toán số fibonacci

Lý do thuật toán 1 chạy chậm



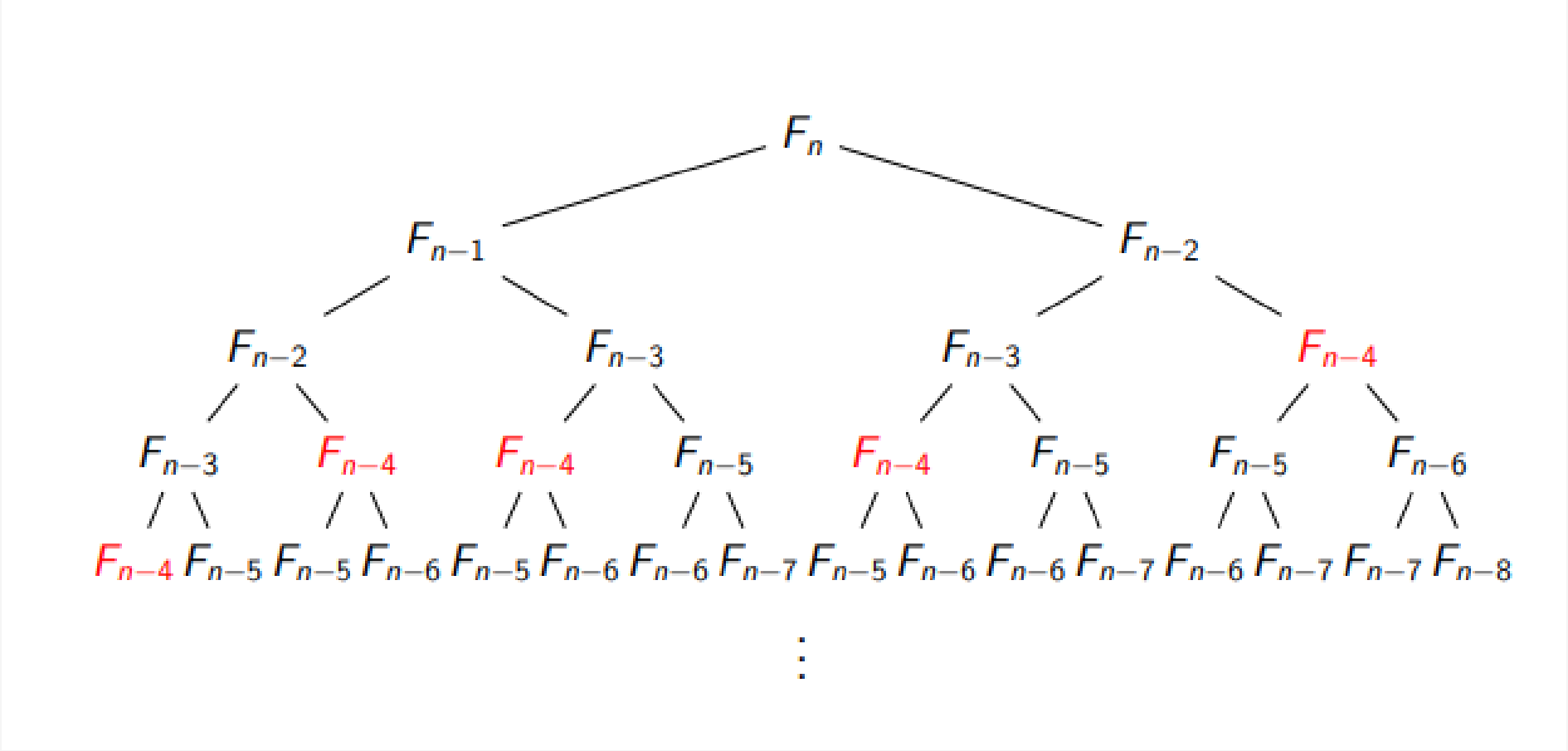
Bài toán số fibonacci

Lý do thuật toán 1 chạy chậm



Bài toán số fibonacci

Lý do thuật toán 1 chạy chậm



Bài toán số fibonacci

Giải thuật 2

- Tính toán bằng cách liệt kê từng phần tử của dãy số

  0, 1, 1, 2, …

- Phần tử tiếp theo là 1 + 2 = 3

Bài toán số fibonacci

Giải thuật 2

```
long long fibo_array(int n) {
    vector<long long> f;
    f.push_back(0);
    f.push_back(1);
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        long long next_number = f[i - 1] + f[i - 2];
        f.push_back(next_number);
    }
    return f[n];
}
```

Bài toán số fibonacci

Giải thuật 2

Một cách triển khai khác

```
long long fib(int n)
{
    if (n < 2)
        return n;
    long long a = 0, b = 1, c;
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        c = a + b;
        a = b;
        b = c;
    }
    return c;
}
```

Bài toán số fibonacci

Ước tính thời gian chạy

```
long long fibo_array(int n) {
    vector<long long> f;
    f.push_back(0);
    f.push_back(1);
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        long long next_number = f[i - 1] + f[i - 2];
        f.push_back(next_number);
    }
    return f[n];
}
```

$T(n) = 4 + 2 * (n - 1)$ $T(100) = 202$

Bài toán số fibonacci

Ước tính thời gian chạy

T(n) = 4 + 3 * (n-1)

T(100) = 301

```
long long fib(int n)
{
    if (n < 2)
        return n;
    long long a = 0, b = 1, c;
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        c = a + b;
        a = b;
        b = c;
    }
    return c;
}
```

Bài toán ước chung lớn nhất

Ước chung lớn nhất

- Ước chung lớn nhất (greatest common divisor) của hai số là số lớn nhất mà cả hai số đều chia hết cho nó.

- Liên quan trực tiếp đến các lý thuyết về số học như số nguyên tố, phân số, các thuật toán mã hóa.

Bài toán ước chung lớn nhất

Yêu cầu

- Cho hai số nguyên không âm a và b.
- Tìm ước chung lớn nhất của a và b.

Bài toán ước chung lớn nhất

Ví dụ

Input	Output
3 10	1

Input	Output
20 6	2

Bài toán ước chung lớn nhất

Giải thuật 1

```
long long naive_gcd(long long a, long long b) {
    long long best = 0;
    for (long long i = 1; i <= a + b; i++) {
        if (a % i == 0 && b % i == 0) {
            best = i;
        }
    }
    return best;
}
```

Bài toán ước chung lớn nhất

Đánh giá giải thuật 1

- Đã áp dụng đúng định nghĩa toán học để tính toán.

- Chương trình có thể hoạt động và cho kết quả nhanh với các số khoảng 10^8 trở lại trong vòng dưới 1s. Tuy nhiên chương trình hoạt động rất chậm cho các số từ 10^9 trở lên.

- Nguyên nhân giải thuật tính toán chậm là do phải thực hiện vòng lặp với a + b bước.

- Nếu áp dụng giải thuật này cho các số a, b có 20 chữ số, có thể máy tính phải mất hàng nghìn năm để trả về kết quả

Bài toán ước chung lớn nhất

Giải thuật 2

- Sử dụng kiến thức toán học để giải quyết yêu cầu.

Gọi a’ là phần dư của phép chia a cho b, khi đó:

gcd(a, b) = gcd(a’, b) = gcd(b, a’)

Bài toán ước chung lớn nhất

Giải thuật 2

Chứng minh

- Vì a′ là phần dư của phép chia a cho b nên a = a′ + b*q
- d là ước chung của a và b khi và chỉ khi nó là ước của a′ và b

(a′ chia hết cho d, b * q chia hết cho d <=> a′ + b*q chia hết cho d)

Bài toán ước chung lớn nhất

Mã nguồn giải thuật 2

```
long long euclid_gcd(long long a, long long b) {
    if (b == 0) {
        return a;
    }
    return euclid_gcd(b, a % b);
}
```

Bài toán ước chung lớn nhất

Giải thuật 2

Áp dụng

gcd(3918848, 1653264)

= gcd(1653264, 612320)

= gcd(612320, 428624)

= gcd(428624, 183696)

= gcd(183696, 61232)

= gcd(61232, 0) = 61232.

Bài toán ước chung lớn nhất

Đánh giá giải thuật 2

- Số bước thực hiện giảm mạnh

- Tốn khoảng log(ab) bước

- Theo tính toán tính GCD của hai số có 100 chữ số tốn khoảng 600 bước.

Kết luận: Giải thuật 1 quá chậm so với giải thuật 2

Việc chọn đúng giải thuật cho bài toán là rất quan trọng

Độ phức tạp tính toán

Xem lại giải thuật tính số fibonacci

```
long long fibo_array(int n) {
    vector<long long> f;
    f.push_back(0);
    f.push_back(1);
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        long long next_number = f[i - 1] + f[i - 2];
        f.push_back(next_number);
    }
    return f[n];
}
```

Độ phức tạp tính toán

Xem lại giải thuật tính số fibonacci

T(n) = 4 + 2 * (n -1) T(100) = 202

Số dòng mã nguồn cần thực hiện liệu có phản ánh đúng tốc độ tính toán?

Một số bước liên quan đến xử lý vector phụ thuộc vào trình quản lý bộ nhớ của máy tính.

Các phép toán gán, so sánh, rẽ nhánh, tăng giá trị có tốc độ thực hiện có giống nhau không?

Các phép toán truy vấn phần tử, return được xử lý như thế nào?

Độ phức tạp tính toán

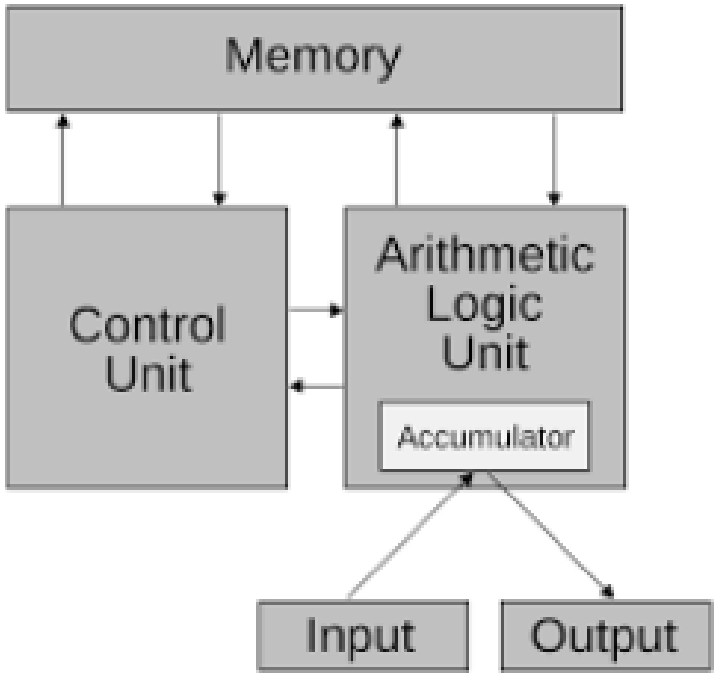
Một số yếu tố khác ảnh hưởng đến tốc độ tính toán

Tốc độ của máy tính

Độ phức tạp tính toán

Một số yếu tố khác ảnh hưởng đến tốc độ tính toán

Kiến trúc của máy tính



Độ phức tạp tính toán

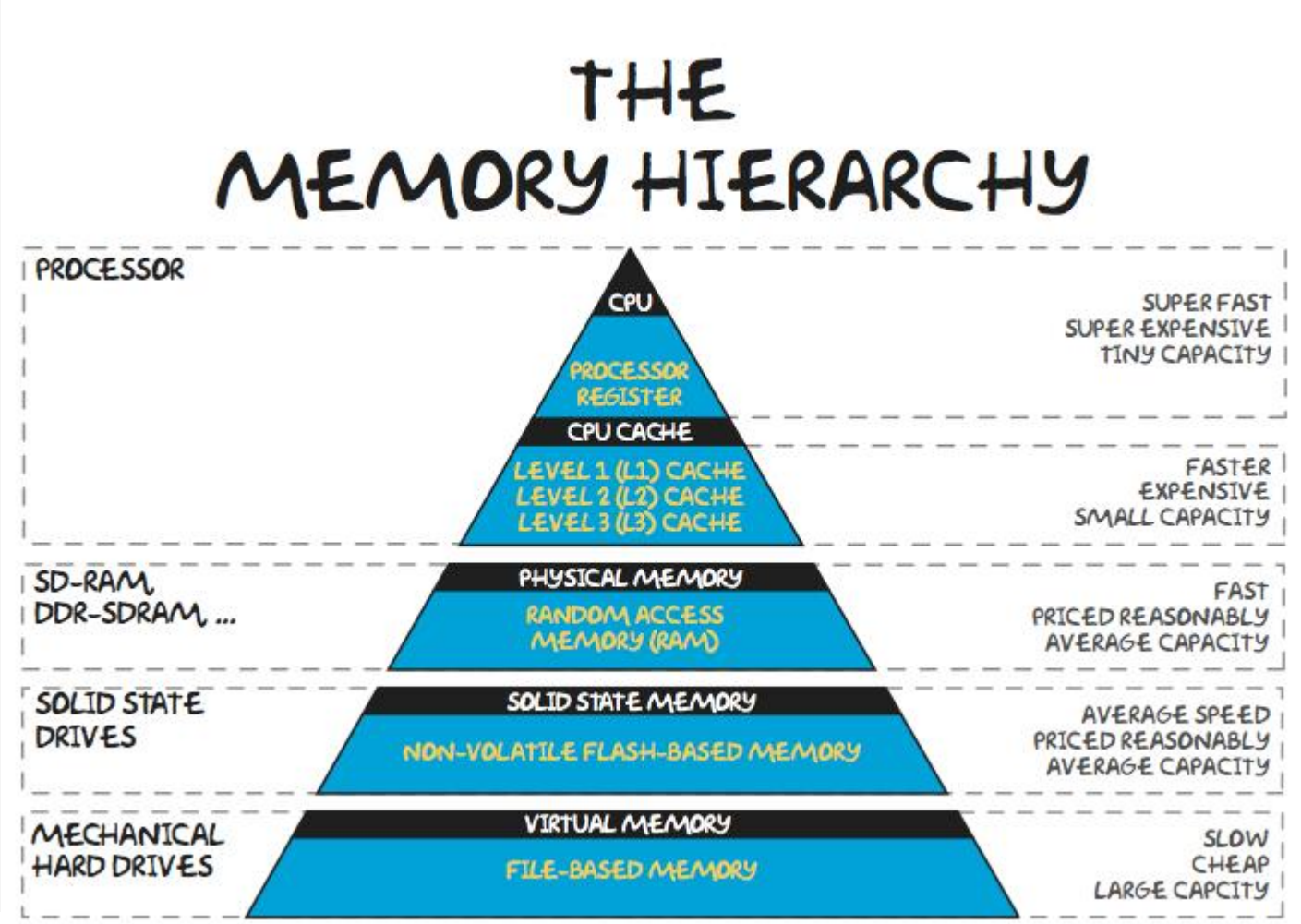
Một số yếu tố khác ảnh hưởng đến tốc độ tính toán

Trình biên dịch được sử dụng

Độ phức tạp tính toán

Một số yếu tố khác ảnh hưởng đến tốc độ tính toán

Phân cấp bộ nhớ



Độ phức tạp tính toán

Vấn đề

Việc tính toán thời gian chạy của chương trình là khó khăn

Đôi khi phụ thuộc vào những yếu tố ngay cả người lập trình không biết hoặc không kiểm soát được

Làm thế nào để đo được thời gian chạy mà không bị phụ thuộc những yếu tố này?

Độ phức tạp tính toán

Tính toán xấp xỉ

- Việc tính toán chính xác thời gian chạy của thuật toán là khó khăn vì phụ thuộc nhiều yếu tố

- Cần tìm giải pháp dễ tính toán hơn, có thể không chính xác tuyệt đối nhưng lại dễ tính toán hơn mà vẫn phản ánh được tốc độ tính toán.

Độ phức tạp tính toán

Tính toán xấp xỉ - Ý tưởng

- Bỏ qua các hằng số, ví dụ do cấu hình phần cứng của các máy tính khác nhau, máy A nhanh hơn máy B 100 lần thì thời gian thực hiện n phép tính hay 100n phép tính được coi là không đáng kể.

- Tất nhiên ý tưởng trên có thể áp dụng thực tế được nếu như thời gian hoàn thành n phép tính là tương đối nhỏ. Nếu thời gian chạy là 1s hay lớn hơn thì khác biệt giữa 100s cũng là quá lớn.

Độ phức tạp tính toán

Tính toán xấp xỉ

- Để giải quyết vấn đề này, ta không quan tâm đến thời gian chạy của một input cụ thể mà chỉ quan tâm đến thời gian chạy tương đối.

- Thời gian chạy là n so với 1000n có vẻ chênh lệch nhưng nếu như so sánh với n^2 với input lớn thì 1000n vẫn cho thời gian tốt hơn n^2.

Độ phức tạp tính toán

Tính toán xấp xỉ

Thời gian ước tính với máy tính có tốc độ 1Ghz

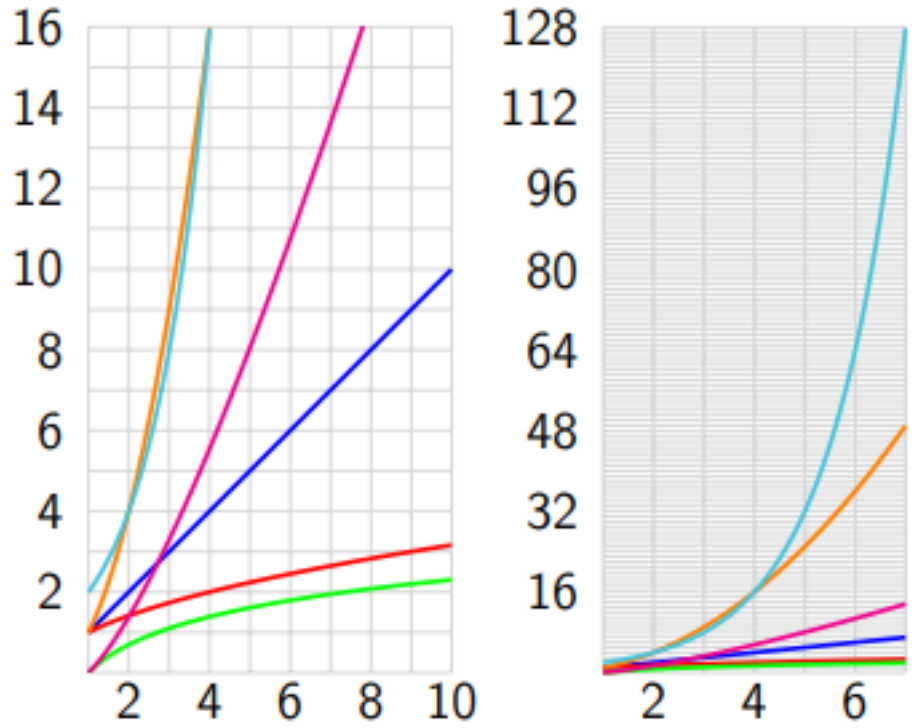
	n	$n \log n$	n^2	2^n
$n = 20$	1 sec	1 sec	1 sec	1 sec
$n = 50$	1 sec	1 sec	1 sec	13 day
$n = 10^2$	1 sec	1 sec	1 sec	$4 \cdot 10^{13}$ year
$n = 10^6$	1 sec	1 sec	17 min	
$n = 10^9$	1 sec	30 sec	30 year	
max n	10^9	$10^{7.5}$	$10^{4.5}$	30

Độ phức tạp tính toán

Tính toán xấp xỉ

Đồ thị các hàm số theo n

$$\log n \prec \sqrt{n} \prec n \prec n \log n \prec n^2 \prec 2^n$$



Độ phức tạp tính toán

Ký hiệu Big-O

f (n) = O(g(n)) (f là Big-O của g) hay $f \preceq g$ nếu tồn tại các hằng số N và c sao cho với mọi $n \geq N$, $f(n) \leq c \cdot g(n)$.

f được giới hạn ở trên bởi bội số không đổi của g.

Ví dụ:

$3n^2+5n+2 = O(n^2)$ với $n \geq 1$, $3n^2 + 5n + 2 \leq 3n^2 + 5n^2 + 2n^2 = 10n^2$

Độ phức tạp tính toán

Nhận xét

- Ký hiệu BigO không cho chính xác thời gian chạy của chương trình nhưng có thể làm đơn giản quá trình đánh giá hiệu quả của thuật toán.

- Sử dụng BigO sẽ không quan tâm đến các yếu tố làm ảnh hưởng tới tốc độ tính toán giữa các máy tính khác nhau, do đó nó phù hợp để ước lượng thời gian chạy với dữ liệu đầu vào lớn

Độ phức tạp tính toán

Một số quy tắc tính BigO

- Quy tắc tổng: Nếu độ phức tạp của f1(x), f2(x),.., fm(x) lần lượt là O(g1(x)), O(g2(x)),.., O(gm(x)) thì độ phức tạp của f1(x) + f2(x) + ..+fm(x) là O(max(g1(x), g2(x),..,gm(x)).

- Quy tắc nhân: Nếu f(x) có độ phức tạp là O(g(x) thì độ phức tạp của f n (x) là O(g n (x)).

Trong đó: f n (x) = f(x).f(x)....f(x). //n lần f(x).

g n (x) = g(x).g(x)...g(x).//n lần g(x)

Bài toán số fibonacci

Ví dụ xác định BigO của giải thuật tìm số Fibonacci

```
long long fibo_array(int n) {
    vector<long long> f;
    f.push_back(0);
    f.push_back(1);
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        long long next_number = f[i - 1] + f[i - 2];
        f.push_back(next_number);
    }
    return f[n];
}
```