



# Thị giác máy tính

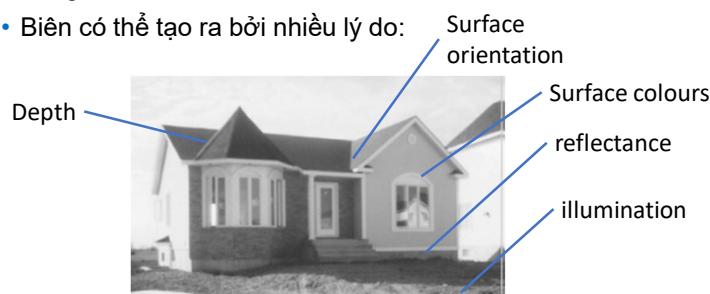
Ch4.1: Phát hiện biên

## Nội dung

- Vai trò của biên và cách tiếp cận chung
- Phát hiện biên
  - Image gradient: sobel, prewitt
  - Canny detector
  - Laplacian
- Phát hiện đường thẳng
  - Hough transform
  - Ransac

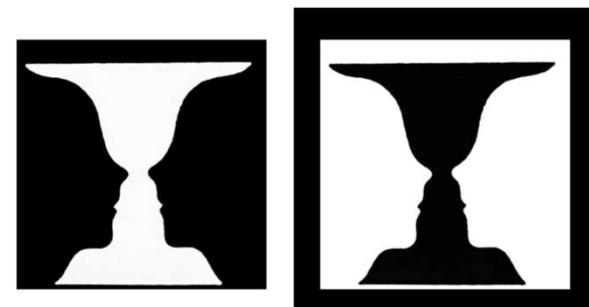
## Biên là gì (edge/contour) ?

- Nơi có sự thay đổi cường độ sáng trong ảnh
- Thường xảy ra ở ranh giới giữa các vùng khác nhau trong ảnh
- Biên có thể tạo ra bởi nhiều lý do:



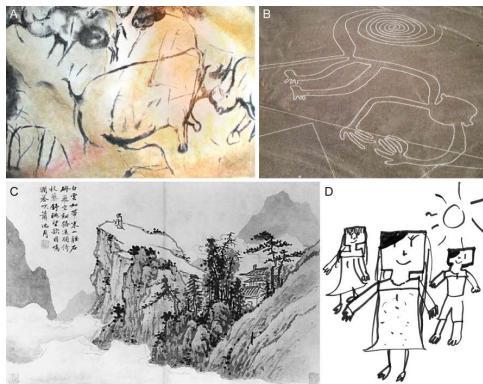
## Vai trò của biên

- What do you see ?



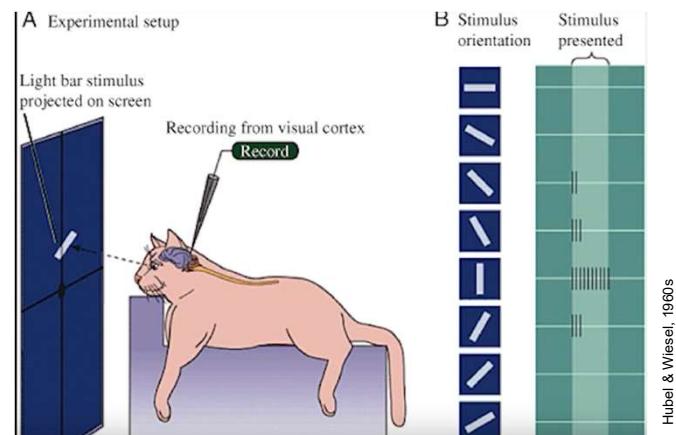
## Vai trò của biên

- (A) Cave painting at Chauvet, France, about 30,000 B.C.;  
 (B) Aerial photograph of the picture of a monkey as part of the Nazca Lines geoglyphs, Peru, about 700 – 200 B.C.;  
 (C) Shen Zhou (1427-1509 A.D.): Poet on a mountain top, ink on paper, China;  
 (D) Line drawing by 7-year old I. Lleras (2010 A.D.).



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

5



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

6

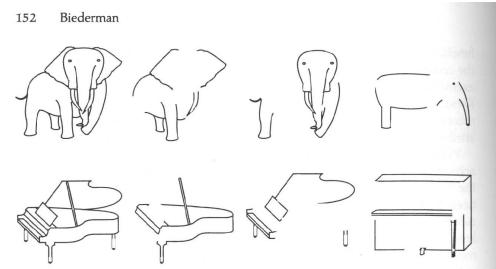


Figure 4.14  
Complementary-part images. From an original intact image (left column), two complementary parts are removed.

Can we recognize these objects?



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

7

## Phát hiện biên

- Mục tiêu: xác định nơi có sự thay đổi cường độ sáng trên ảnh

- Về mặt trực quan, thông tin ngữ nghĩa hoặc hình dáng trong ảnh được thể hiện thông qua biên
- Biên thể hiện thông tin cấp cao hơn so với điểm



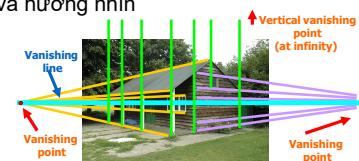
- Lý do?

- Trích chọn thông tin, nhận dạng đối tượng
- Xác định thông tin hình học và hướng nhìn



Source: J. Hayes  
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

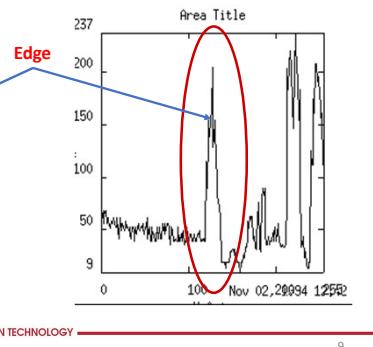
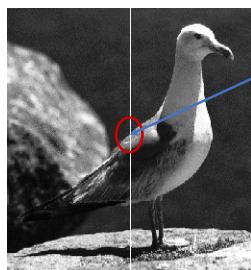
8



## Phát hiện biên ?

- Intensity profile:

- Biểu diễn giá trị của các điểm ảnh được lấy đều dọc theo một đường nào đó trên ảnh

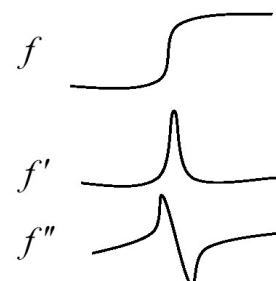


SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

## Phát hiện biên ?

- Biên là vị trí có sự thay đổi nhanh về cường độ

- Đạt cực trị trên đạo hàm bậc 1



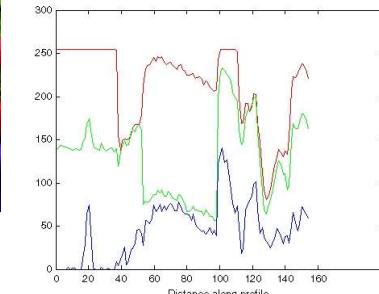
- Đi qua không (zero-crossing) ở đạo hàm bậc 2



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

11

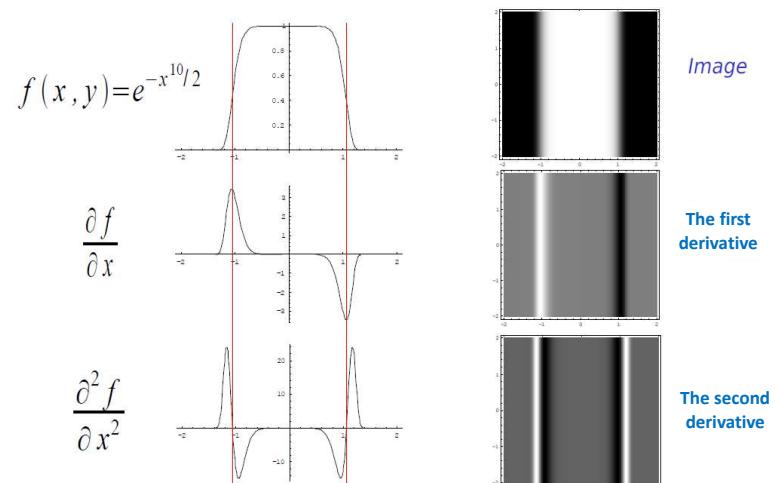
## Image profile



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

<https://www.mathworks.com/help/images/intensity-profile-of-images.html>

10



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

12

Source : Caroline Rougier. Traitement d'images (IFT2730). Univ. de Montréal.

## Đạo hàm bậc 1

- Derivative in 1D:

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} = f'(x) = f_x$$

- Discrete derivative in 1D

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x) - f(x-1)}{1} = f'(x)$$

$$\frac{df}{dx} = f(x) - f(x-1) = f'(x)$$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

13

## Một số cách tính đạo hàm bậc 1

Backward  $\frac{df}{dx} = f(x) - f(x-1) = f'(x)$

Forward  $\frac{df}{dx} = f(x) - f(x+1) = f'(x)$

Central  $\frac{df}{dx} = f(x+1) - f(x-1) = f'(x)$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

14

## Bộ lọc tính đạo hàm bậc 1

- Backward filter:

$$\frac{df}{dx} = f(x) - f(x-1) = f'(x) \quad [0 \quad 1 \quad -1]$$

- Forward:

$$\frac{df}{dx} = f(x) - f(x+1) = f'(x) \quad [-1 \quad 1 \quad 0]$$

- Central:

$$\frac{df}{dx} = f(x+1) - f(x-1) = f'(x) \quad [1 \quad 0 \quad -1]$$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

15

## Ví dụ:

- Backward filter:

$$[0 \quad 1 \quad -1]$$

$$f(x) = 10 \quad 15 \quad 10 \quad 10 \quad 25 \quad 20 \quad 20 \quad 20$$

$$f'(x) = 0 \quad 5 \quad -5 \quad 0 \quad 15 \quad -5 \quad 0 \quad 0$$

$$f(x) : \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 50 \quad 50 \quad 50 \quad 50$$

$$f'(x) : \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 50 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

16

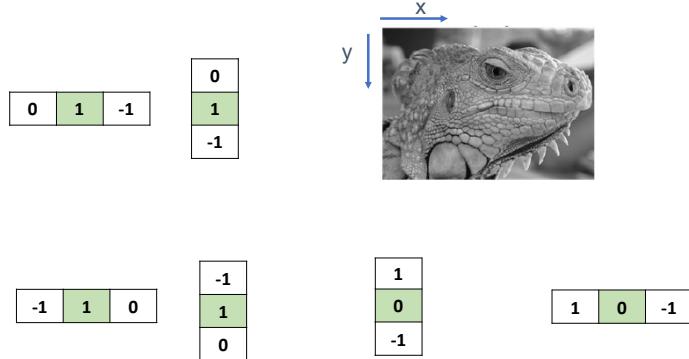
## Image gradient



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

17

## Đạo hàm bậc 1 theo x và y



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

19

## Đạo hàm rời rạc trên ảnh

Given function

$$f(x, y)$$

Gradient vector

$$\nabla f(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}$$

Gradient magnitude

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

Gradient direction

$$\theta = \tan^{-1} \frac{f_x}{f_y}$$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

18

## Đạo hàm bậc 1 theo x và y

- Robert filter (the first approximation filter for image derivative - 1965)

$$\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \searrow G_x & \swarrow G_y \end{array}$$

- Prewitt filter

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} 1/3 x \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -0 & -1 \end{bmatrix} \end{array} & \begin{array}{c} 1/3 x \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

- Sobel filter

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} 1/4 x \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -0 & -1 \end{bmatrix} \end{array} & \begin{array}{c} 1/4 x \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

20

Image I (9 x 8)

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100

M<sub>x</sub>: Derivative filter wrt x

1	0	-1
---	---	----

M<sub>y</sub>: Derivative filter wrt y

1
0
-1

I<sub>x</sub> = I \* M<sub>x</sub> = the 1st derivative wrt x

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	100	100	0	0	0	0
0	100	100	0	0	0	0
0	100	100	0	0	0	0
0	100	100	0	0	0	0
0	100	100	0	0	0	0

21

Image I (9 x 8)

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100	100	100

M<sub>x</sub>: Derivative filter wrt x

1	0	-1
---	---	----

M<sub>y</sub>: Derivative filter wrt y

1
0
-1

I<sub>y</sub> = I \* M<sub>y</sub> = the 1st derivative wrt y

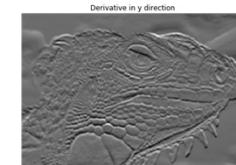
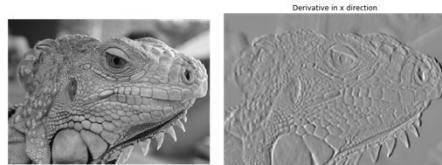
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100
0	0	0	100	100	100	100

22

## 3x3 image gradient filters

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



## Image gradient

- The gradient of an image:  $\nabla f = \left[ \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$

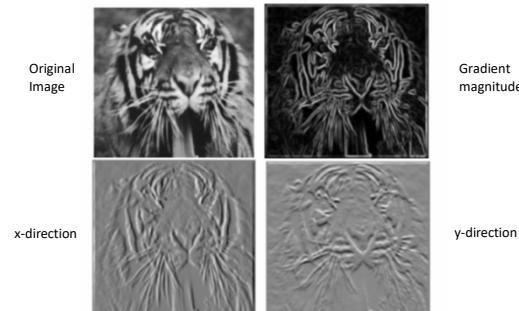
$$\nabla f = \left[ \frac{\partial f}{\partial x}, 0 \right]$$

$$\nabla f = \left[ 0, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$

- The gradient vector points in the direction of most rapid increase in intensity
- The gradient direction is given by  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\partial f / \partial y}{\partial f / \partial x} \right)$ 
  - how does this relate to the direction of the edge?
- The edge strength is given by the gradient magnitude

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2} \approx |\partial f / \partial x| + |\partial f / \partial y|$$

## Example

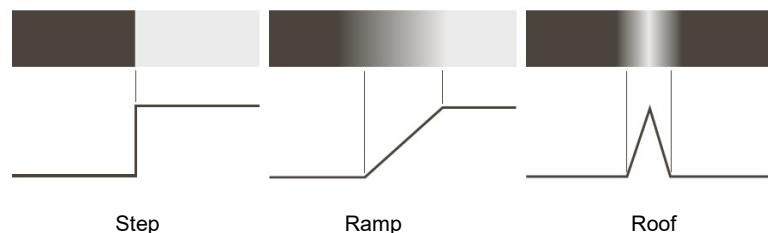


- Which one is the gradient in the x-direction? How about y-direction?

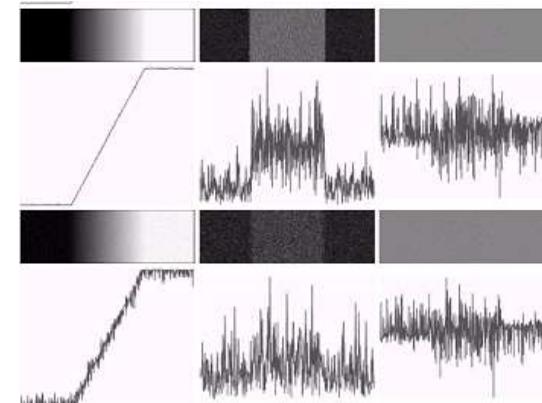


## Phát hiện biên

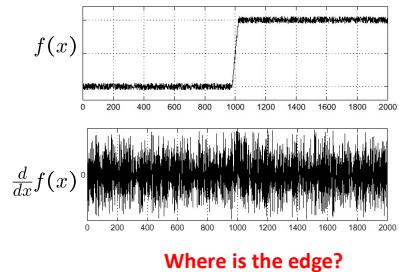
## Các kiểu biên



## Nhiều trên biên



## Ảnh hưởng của nhiễu



→ Solution: làm trơn ảnh trước

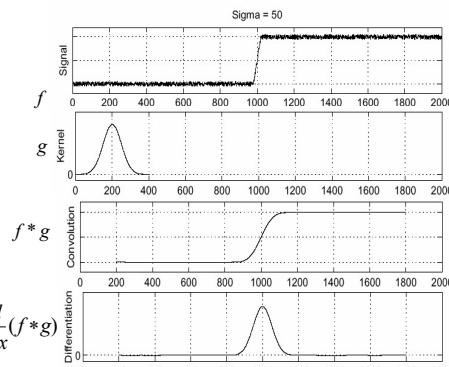


SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Source: S. Seitz

29

## Solution: làm trơn + tính đạo hàm



- To find edges, look for peaks in  $\frac{d}{dx}(f * g)$

Source: S. Seitz

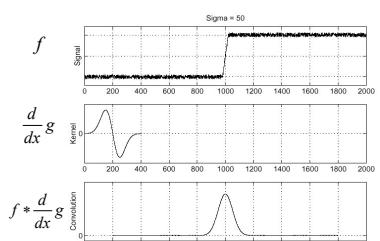
30

## Derivative theorem of convolution

- Tính chất hữu ích:

$$\frac{d}{dx}(f * g) = \frac{df}{dx} * g = f * \frac{dg}{dx}$$

- Điều này giúp giảm phép toán:



Source: S. Seitz

31

## Sobel Operator

- Gaussian Smoothing + differentiation

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \quad 0 \quad -1]$$

Gaussian smoothing

differentiation

$$G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} [1 \quad 2 \quad 1]$$

→ Less sensible to noise



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

32

## Prewitt Operator

- Mean smoothing + differentiation

$$Gx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \ 0 \ -1]$$

$$Gy = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} [1 \ 1 \ 1]$$

→ Less sensible to noise



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

33

## Phát hiện cạnh đơn giản sử dụng đạo hàm bậc 1

Original image



Threshold T = 25



Gradient magnitude using Sobel operator

Threshold T = 60

Source : Caroline Rougier. Traitement d'images (IFT2730). Univ. de Montréal.

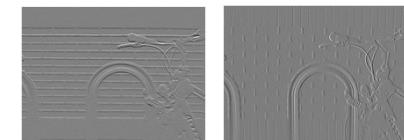


SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

35

## Phát hiện cạnh đơn giản sử dụng đạo hàm bậc 1

- Nhân chập ảnh với 2 mặt nạ để xấp xỉ đạo hàm bậc 1 theo x và y



- Tính độ lớn của gradient



- Lấy ngưỡng: cạnh là điểm có độ lớn gradient > T



34

## Không làm tròn trước khi tính đạo hàm



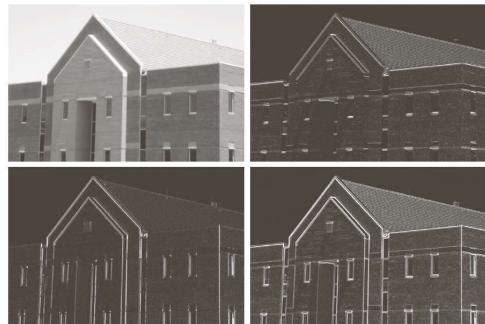
a b  
c d

**FIGURE 10.16**  
(a) Original image of size  $834 \times 1114$  pixels, with intensity values scaled to the range  $[0, 1]$ .  
(b)  $|g_x|$ , the component of the gradient in the x-direction, obtained using the Sobel mask in Fig. 10.14(f) to filter the image.  
(c)  $|g_y|$ , obtained using the mask in Fig. 10.14(g).  
(d) The gradient image,  $|g_x| + |g_y|$ .



36

## Làm trơn trước khi tính đạo hàm



**FIGURE 10.18**  
Same sequence as in Fig. 10.16, but with the original image smoothed using a  $5 \times 5$  averaging filter prior to edge detection.

Không làm trơn  
trước tính đạo hàm

Làm trơn  
trước tính đạo hàm



**FIGURE 10.20** (a) Thresholded version of the image in Fig. 10.16(d), with the threshold selected as 33% of the highest value in the image; this threshold was just high enough to eliminate most of the brick edges in the gradient image. (b) Thresholded version of the image in Fig. 10.18(d), obtained using a threshold equal to 33% of the highest value in that image.



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

37

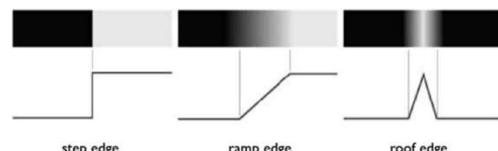


SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

38

## Vấn đề

- Vị trí không chính xác (biên dày)
- Giá trị ngưỡng ưu ái cạnh theo 1 vài hướng hơn là các hướng khác
  - Có thể thiếu các đường biên chéo hơn là biên ngang hoặc dọc → bỏ sót biên



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

39

## Một số mặt nạ khác

- Để tránh ưu ái cạnh theo 1 vài hướng → sử dụng kỹ thuật la bàn:
  - Nhân chập ảnh với 8 mặt nạ theo 8 hướng (0, 45, 90, ..)
  - Cộng kết quả nhận chập lại

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix} & H_2 &= \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix} \\ H_3 &= \begin{pmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix} & H_4 &= \begin{pmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix} \\ H_5 &= \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \\ -3 & 5 & 5 \end{pmatrix} & H_6 &= \begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \\ H_7 &= \begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{pmatrix} & H_8 &= \begin{pmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

40

## Một số mặt nạ khác

- Mặt nạ Prewitt, Sobel cho phát hiện biên chéo

$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
Prewitt	

**FIGURE 10.15**  
Prewitt and Sobel  
masks for  
detecting diagonal  
edges.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
Sobel	



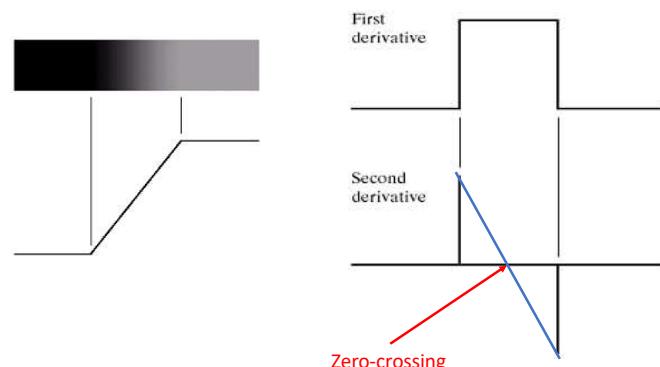
## Một số mặt nạ khác

- Mặt nạ Sobel cho phát hiện biên chéo



**a b**  
**FIGURE 10.19**  
Diagonal edge  
detection.  
(a) Result of  
using the mask in  
Fig. 10.15(c).  
(b) Result of  
using the mask in  
Fig. 10.15(d). The  
input image in  
both cases was  
Fig. 10.18(a).

## Phát hiện biên với đạo hàm bậc 2



## Phát hiện biên với đạo hàm bậc 2

- Sử dụng bộ lọc Laplacian:

– Nhân chập ảnh với một trong 2 mặt nạ

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Phát hiện biên:

– Tính đạo hàm bậc 2  
– Tìm điểm qua 0 → cạnh

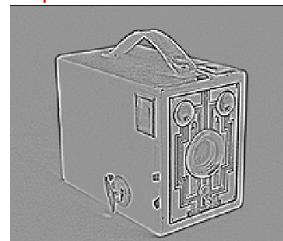
## Phát hiện biên với đạo hàm bậc 2

Image



- Một đáp ứng biên
- Nhạy với nhiễu

Laplacian



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

45

## Laplace of Gaussian (LoG)

- Laplace nhạy với nhiễu → làm trơn ảnh với trước khi nhân chập với laplace
- $I * G * L = I * (G * L) \rightarrow G * L$ : bộ lọc LoG
- Đạo hàm bậc 2 =  $\text{Ảnh} * \text{LoG}$

$$\text{LoG}(x, y) = \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2}$$

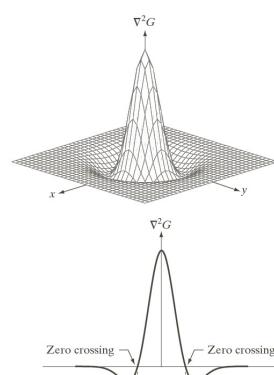
$$\text{LoG}(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left[ 1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

46

## Laplace of Gaussian (LoG)

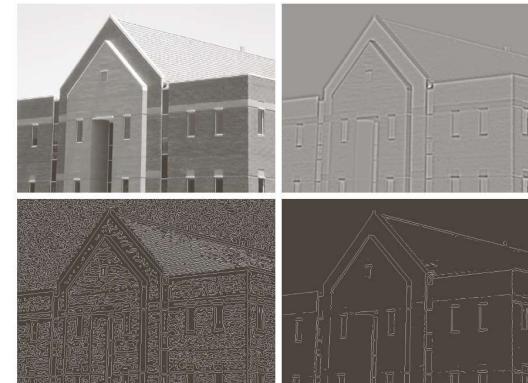
a  
b  
c  
d

**FIGURE 10.21**  
(a) Three-dimensional plot of the negative of the LoG. (b) Negative of the LoG displayed as an image. (c) Cross section of (a) showing zero crossings.  
(d)  $5 \times 5$  mask approximation to the shape in (a). The negative of this mask would be used in practice.



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

47

a  
b  
c  
d

**FIGURE 10.22**  
(a) Original image of size  $834 \times 1114$  pixels, with intensity values scaled to the range [0, 1]. (b) Results of Steps 1 and 2 of the Marr-Hildreth algorithm using  $\sigma = 4$  and  $n = 25$ . (c) Zero crossings of (b) using a threshold of 0 (note the closed-loop edges). (d) Zero crossings found using a threshold equal to 4% of the maximum value of the image in (b). Note the thin edges.

Còn gọi phương pháp Marr–Hildreth (tên 2 tác giả)



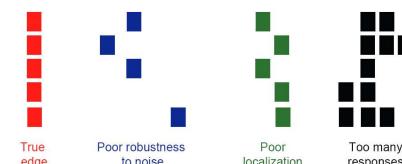
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

48

48

## Bộ phát hiện cạnh “tối ưu”

- Tiêu chí:
  - **Good detection:** bộ phát hiện tối thiểu "nhận nhầm" cũng như "bỏ sót"
  - **Good localization:** cạnh phát hiện phải gần biên đúng nhất
  - **Single response:** bộ phát hiện 1 điểm duy nhất tại vị trí biên; nghĩa là tối thiểu số lượng các cực đại địa phương xung quanh cạnh



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

49

## Bộ phát hiện biên: Các bước chính

- 1) Áp dụng lọc với bộ lọc Gaussian
  - Bộ lọc thông thấp để lọc nhiễu
- 2) Tính **độ lớn gradient** của các điểm ảnh
  - Áp dụng bộ lọc Sobel theo hướng X và Y
  - Tính độ lớn gradient  $|G| = |G_x| + |G_y|$
- 3) Tính **hướng gradient**
  - Hướng gradient  $\theta = \arctan(G_y / G_x)$
  - Làm tròn về 8 hướng cách nhau  $45^\circ$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

51

## Bộ phát hiện Canny

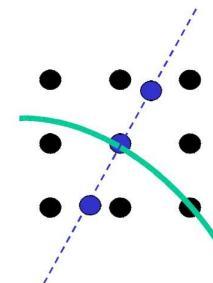
- Được sử dụng phổ biến nhất
- Giả thiết:
  - step-edges corrupted by additive Gaussian noise
- Canny:
  - Sử dụng đạo hàm bậc 1
  - Đạo hàm bậc 1 Gaussian xấp xỉ gần đúng phép toán tối ưu tích của tỷ số tín hiệu trên nhiễu và vị trí cạnh
- Đặc điểm :
  - Detection: phát hiện được biên yếu, nhưng loại được nhiễu
  - Good location: gần với biên thật
  - Unique response: độ dày biên = 1

J. Canny, *A Computational Approach To Edge Detection*, IEEE Trans. PAMI, 8:679-714, 1986.

50

## Bộ phát hiện biên: Các bước chính

- 4) Loại bỏ các điểm không phải cực trị (non-maxima suppression)
  - Nếu độ lớn gradient tại điểm  $(x,y)$  bé hơn 1 trong 2 hàng xóm theo hướng gradient
  - ➔ đặt giá trị độ lớn gradient tại  $(x,y)$  bằng 0



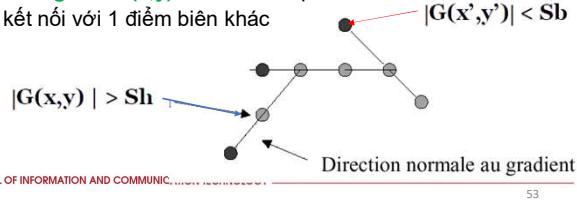
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

52

## Bộ phát hiện biên: Các bước chính

### 5) Lấy ngưỡng (hysteresis thresholding)

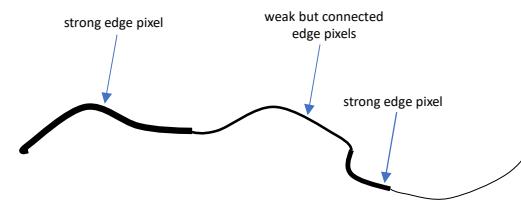
- Sử dụng 2 ngưỡng: một ngưỡng cao ( $Sh$ ) và một ngưỡng thấp ( $Sb$ )
- Tại mỗi điểm:
  - IF  $\text{magnitude}(x,y) < Sb$ , THEN đặt pixel = 0 (không phải biên)
  - IF  $\text{magnitude}(x,y) > Sh$ , THEN đặt pixel = 1 (biên)
  - IF  $Sb \leq \text{magnitude}(x,y) \leq Sh$ , THEN pixel là biên nếu nó được kết nối với 1 điểm biên khác



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

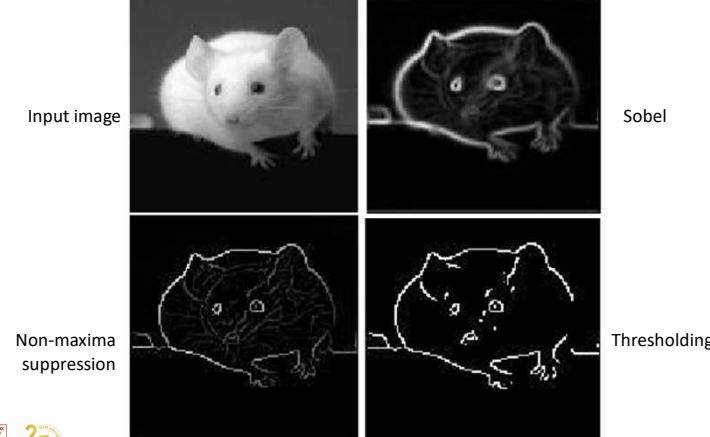
53

## Hysteresis thresholding



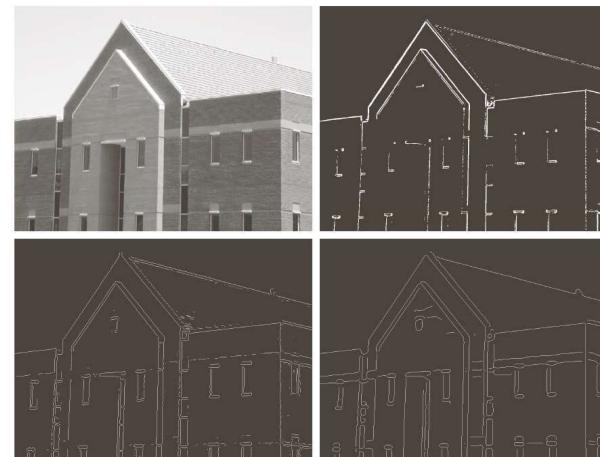
Source: S. Seitz  
54

## Canny detector



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

55



**FIGURE 10.25**  
 (a) Original image of size  $834 \times 1114$  pixels, with intensity values scaled to the range  $[0, 1]$ .  
 (b) Thresholded gradient of smoothed image.  
 (c) Image obtained using the Marr-Hildreth algorithm.  
 (d) Image obtained using the Canny algorithm. Note the significant improvement of the Canny image compared to the other two.

$T_l = 0.04; T_h = 0.10; \sigma = 4$  and a mask of size  $25 \times 25$



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

56



**FIGURE 10.26**  
(a) Original head CT image of size  $512 \times 512$  pixels, with intensity values scaled to the range [0, 1].  
(b) Thresholded gradient of smoothed image.  
(c) Image obtained using the Marr-Hildreth algorithm.  
(d) Image obtained using the Canny algorithm.  
(Original image courtesy of Dr. David R. Pickens, Vanderbilt University.)

$T_L = 0.05; T_H = 0.15; \sigma = 2$  and a mask of size  $13 \times 13$

57



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

## Nội dung

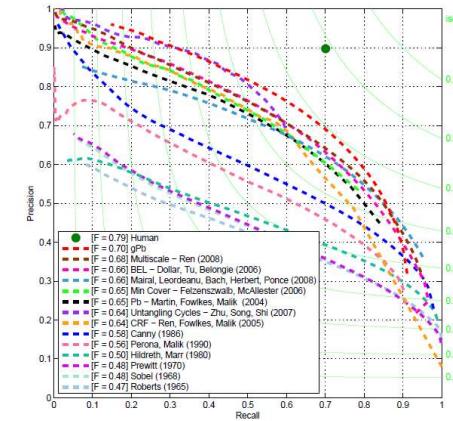
- Vai trò của biên và cách tiếp cận chung
- Phát hiện biên
  - Image gradient: sobel, prewitt
  - Canny detector
  - Laplacian
- Phát hiện đường thẳng
  - Hough transform
  - Ransac



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

59

## 45 years of boundary detection



Source: Arbelaez, Maire, Fowlkes, and Malik. TPAMI 2011 (pdf)

58



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

## Hough transform (HT)

- HT
  - Dùng để phát hiện các đường thẳng
  - Giới thiệu năm 1962 (Hough 1962) và đầu tiên được sử dụng để phát hiện đường năm 1972 (Duda 1972)
  - Goal: tìm vị trí các đường thẳng trong ảnh
- HT có thể phát hiện các đường thẳng (*lines*), đường tròn (*circles*) và các cấu trúc khác (*structures*) CHỈ NẾU *phương trình tham số* là xác định
- Phát hiện hiệu quả khi có *nhiều* hay bị *che khuất* 1 phần



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

60

## Hough transform

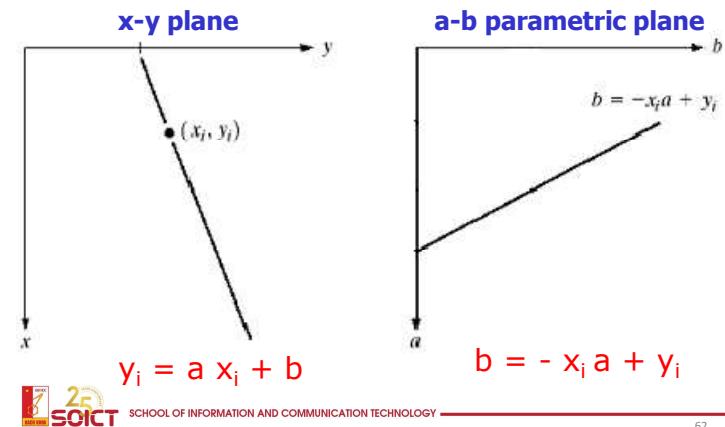
- **Global** approach to detect continuous edges
  - From the x-y plane to the parametric plane a-b
  
- **x-y plane**
  - $y_i = a x_i + b$
  - an infinity of lines going through one  $(x_i, y_i)$  pair
  - one sole line for the  $(a, b)$  pair
  
- **a-b parametric plane**
  - $b = -x_i a + y_i$
  - one sole line for the  $(x_i, y_i)$  pair
  - an infinity of lines going through one  $(a, b)$  pair



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

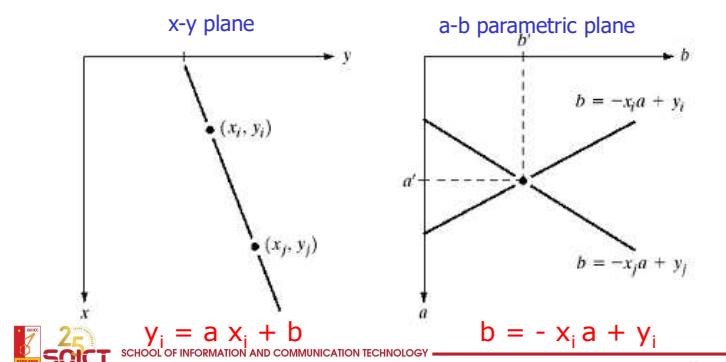
61

## x-y plane vs a-b plane



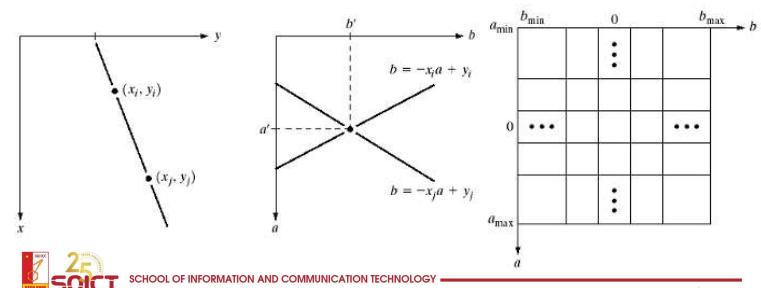
## Line vs Points

All the points  $(x, y)$  on a line in the x-y plane are going through one sole point  $(a', b')$  in the a-b parametric plane

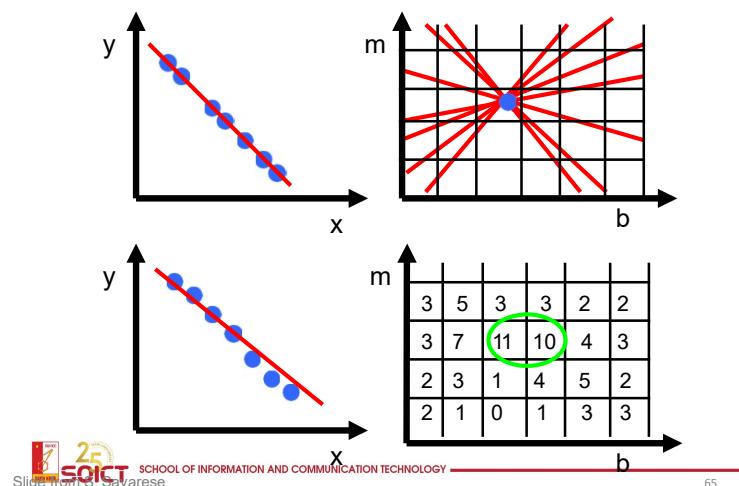


## HT: ý tưởng chính

- Tạo ma trận tích lũy - M (a,b)
- **Bỏ phiếu**
  - Mỗi điểm bỏ phiếu cho đường đi qua nó
- Đường nào nhận được nhiều phiếu thì được giữ lại



## Hough transform

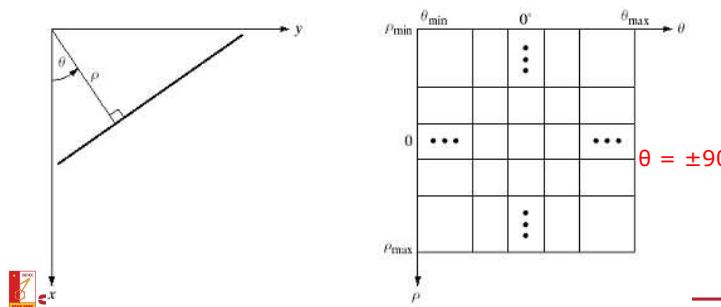


## Thực hiện biến đổi Hough

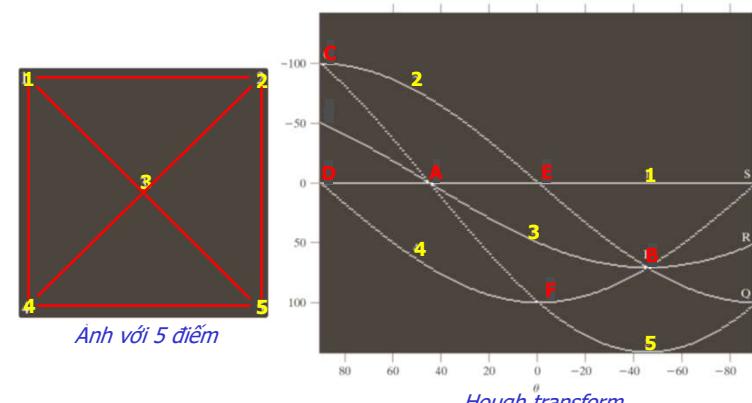
- Xác định **các điểm biên** của ảnh đầu vào
  - Sobel, Prewitt, Canny, ...
- Với mỗi điểm biên, tính 1 đường trong không gian  $(a, b)$ 
  - 1 đường thẳng trong không gian  $a-b$  tương ứng 1 điểm biên trong không gian  $(x, y)$
- Các **điểm đạt cực đại** trong không gian tham số  $a-b$  tương ứng với các **đường có nhiều điểm nhất** trong không gian  $x-y$ 
  - Điểm giao của các đường trong không gian  $a-b$  là tương ứng các đường thẳng trong không gian  $x-y$

## Vấn đề với không gian $(a, b)$

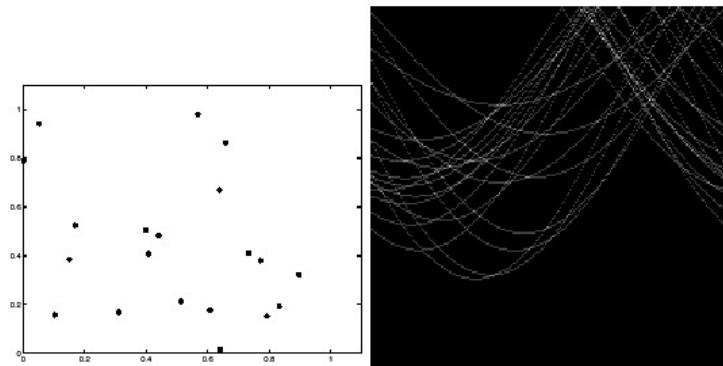
- Problem: for a vertical line,  $a=\infty$  !
  - Solution: representing using polar coordinates  $(\rho, \theta)$
- $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$



## HT: ví dụ

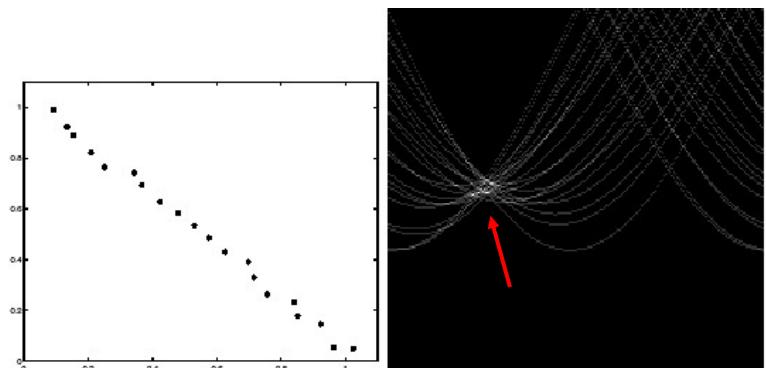


## HT: ví dụ với tập điểm ngẫu nhiên

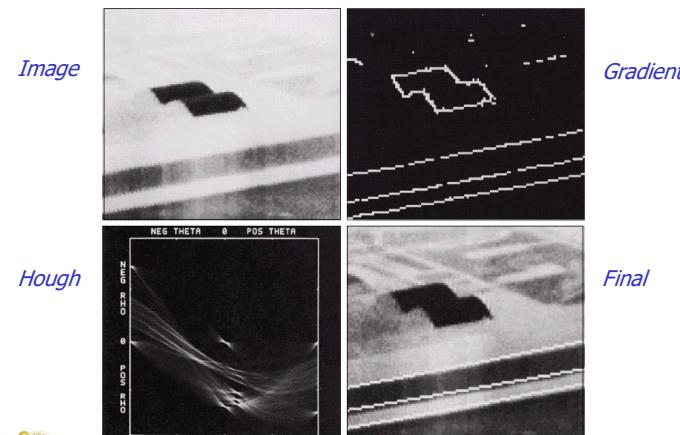


*The transform of random points does not give any precise results*

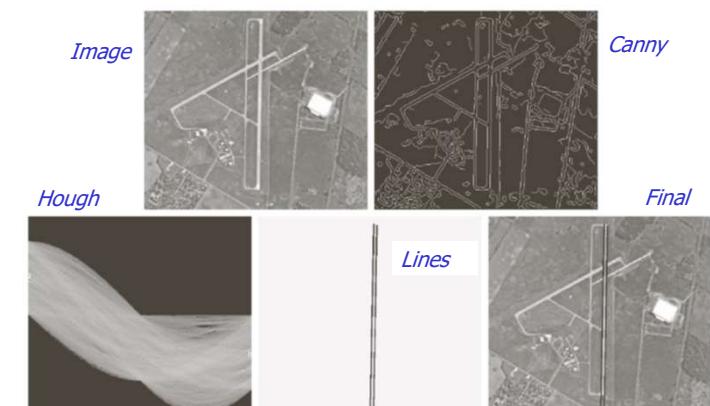
## HT: ví dụ với tập điểm tạo thành đường thẳng



## HT: ví dụ



## Ví dụ



## Hough transform

- Good
  - Ít ảnh hưởng bởi các điểm không nằm trên đường : do các điểm bỏ phiếu riêng
  - Khá hiệu quả (nhanh hơn việc thử tất cả tham số)
  - Đưa ra nhiều đường phù hợp (multiple good fits)
- Bad
  - Đôi khi nhạy cảm với nhiễu (vd: các điểm nhiễu rời rạc tạo thành đường thẳng)
  - Kích thước bin quyết định mức độ cân bằng giữa khả năng chịu nhiễu, độ chính xác, và tốc độ/bộ nhớ
  - Không phù hợp cho các đường có nhiều tham số
    - Kích thước lưới chia tăng theo hàm mũ
- Một số ứng dụng
  - Line fitting (also circles, ellipses, etc.)
  - Object instance recognition (parameters are affine transform)
  - Object category recognition (parameters are position/scale)

## Ransac

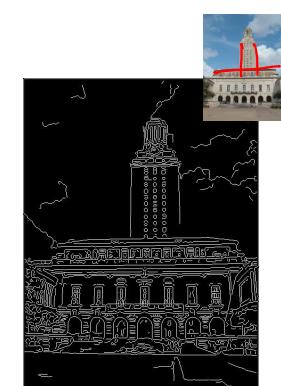
CS231: Ransac, Juan Carlos Niebles and Ranjay Krishna, Stanford Vision and Learning Lab

## Ransac

- Phương pháp khớp mô hình:
  - Phương pháp học để ước lượng tham số cho 1 mô hình từ việc lấy mẫu ngẫu nhiên từ dữ liệu quan sát
  - Sử dụng cho:
    - Phát hiện đường thẳng (tròn, elipse, etc)
    - Bài toán về so khớp: tìm phép biến đổi giữa 2 tập dữ liệu
    - ...

## Difficulty of Line Fitting

- Extra edge points (clutter), multiple models:
  - Which points go with which line, if any?
- Only some parts of each line detected, and some parts are missing:
  - How to find a line that bridges missing evidence?
- Noise in measured edge points, orientations:
  - How to detect true underlying parameters?



## Voting

- It's **not feasible to check all combinations** of features by fitting a model to each possible subset.
- Voting is a general technique where we let **the features vote for all models** that are compatible with it.
  - Cycle through features, cast votes for model parameters.
  - Look for model parameters that receive a lot of votes.
- **Noise & clutter** features will cast votes too, *but* typically their votes should be inconsistent with **the majority of "good" features**.
- Ok if some features not observed, as model can span multiple fragments.

## RANSAC [Fischler & Bolles 1981]

- **RAN**dom **S**Amples **C**onsensus
- Approach:
  - we want to avoid the impact of outliers, so let's look for "inliers", and use only those
  - Intuition: if an outlier is chosen to compute the current fit, then the resulting line won't have much support from rest of the points.

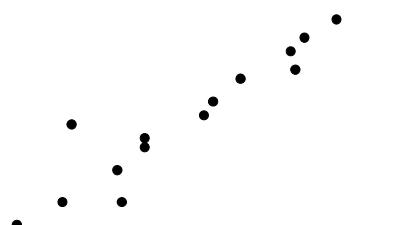
## RANSAC [Fischler & Bolles 1981]

RANSAC loop:

1. Randomly **select a seed group** of points on which to base transformation estimate (e.g., a group of matches)
2. **Compute transformation** from seed group
3. Find **inliers** to this transformation
4. If the number of inliers is **sufficiently large**, re-compute **least-squares estimate** of transformation on all of the inliers
- Keep the transformation with the largest number of inliers

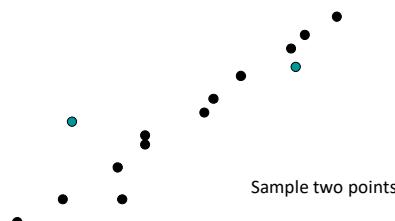
## RANSAC Line Fitting Example

- Task: Estimate the best line
  - *How many points do we need to estimate the line?*



## RANSAC Line Fitting Example

- Task: Estimate the best line



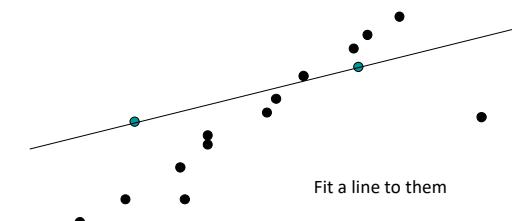
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Slide credit: Kristen Grauman

81

## RANSAC Line Fitting Example

- Task: Estimate the best line



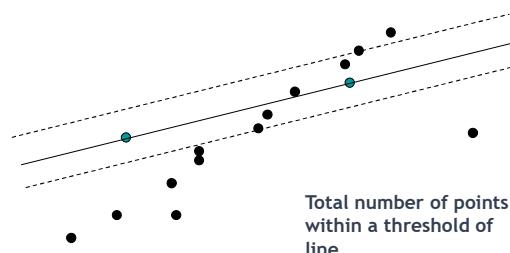
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Slide credit: Kristen Grauman

82

## RANSAC Line Fitting Example

- Task: Estimate the best line



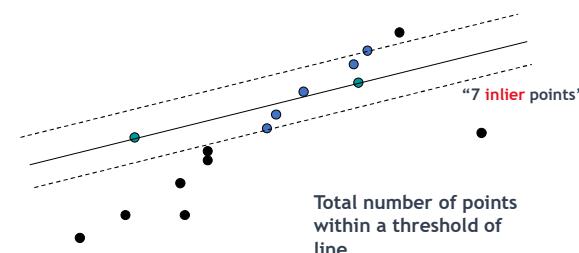
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Slide credit: Kristen Grauman

83

## RANSAC Line Fitting Example

- Task: Estimate the best line



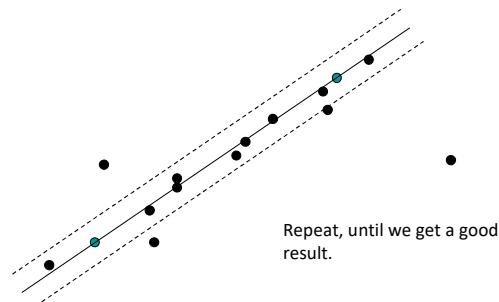
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Slide credit: Kristen Grauman

84

## RANSAC Line Fitting Example

- Task: Estimate the best line



Slide credit: Kristen Grauman

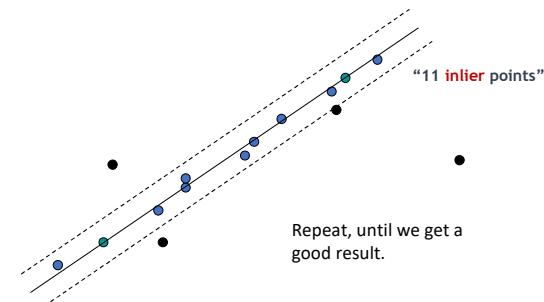
85



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

## RANSAC Line Fitting Example

- Task: Estimate the best line



Slide credit: Kristen Grauman

86

Algorithm 15.4: RANSAC: fitting lines using random sample consensus

```

Determine:
  n — the smallest number of points required
  k — the number of iterations required
  t — the threshold used to identify a point that fits well
  d — the number of nearby points required
    to assert a model fits well
Until k iterations have occurred
  Draw a sample of n points from the data
    uniformly and at random
  Fit to that set of n points
  For each data point outside the sample
    Test the distance from the point to the line
      against t; if the distance from the point to the line
      is less than t, the point is close
  end
  If there are d or more points close to the line
    then there is a good fit. Refit the line using all
    these points.
end
Use the best fit from this collection, using the
fitting error as a criterion
  
```



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

87

## RANSAC: How many samples?

- How many samples are needed?
    - Suppose w is fraction of inliers (points from line)
    - $n$  points needed to define hypothesis (2 for lines)
    - $k$  samples chosen
    - p: desired probability that we get a good sample
  - Prob. that a single sample of  $n$  points is correct:  $w^n$
  - Prob. that all  $k$  samples fail is:  $(1-w^n)^k$
- ⇒ Choose  $k$  high enough to keep this below desired failure rate (1-p).

Slide credit: David Lowe

88

## RANSAC: Computed k ( $p=0.99$ )

Sample size n	Proportion of outliers						
	5%	10%	20%	25%	30%	40%	50%
2	2	3	5	6	7	11	17
3	3	4	7	9	11	19	35
4	3	5	9	13	17	34	72
5	4	6	12	17	26	57	146
6	4	7	16	24	37	97	293
7	4	8	20	33	54	163	588
8	5	9	26	44	78	272	1177

p: desired probability that we get a good sample



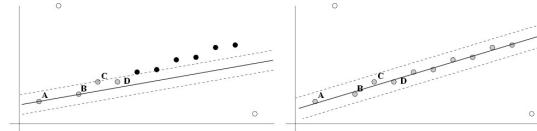
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Slide credit: David Lowe

89

## After RANSAC

- RANSAC divides data into **inliers** and **outliers** and yields estimate computed from minimal set of inliers.
- Improve **this initial estimate with estimation over all inliers** (e.g. with standard least-squares minimization).
- But this may change inliers, so alternate fitting with re-classification as inlier/outlier.



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Slide credit: David Lowe

90

## RANSAC: Pros and Cons

- **Pros:**
  - Robust to outliers
  - General **method suited for a wide range of model fitting problems** (larger number of parameters than Hough transform)
  - **Easy** to implement and easy to calculate its failure rate
- **Cons:**
  - **Only handles a moderate percentage of outliers** without cost blowing up
  - Many real problems have **high rate of outliers** (but sometimes selective choice of random subsets can help)
    - A voting strategy, the Hough transform can handle high percentage of outliers
  - Not good for getting multiple fits
- Common applications
  - Computing a homography (e.g., image stitching)
  - Estimating fundamental matrix (relating two views)



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

91

## References

- Lecture 3: CS231 - Juan Carlos Niebles and Ranjay Krishna, Stanford Vision and Learning Lab
- Vision par Ordinateur, Alain Boucher, IFI



SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

92

