Xác suất Thống kê ứng dụng trong Kinh tế Xã hội

Nguyễn Thị Nhung

Bộ môn Toán - Đại học THĂNG LONG

Ngày 4 tháng 8 năm 2013

Chương V

Xác suất cơ bản - 1

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Nội dung chính trong chương

- Giới thiệu khái niệm về môn xác suất và lịch sử ra đời, phát triển của môn xác suất;
- Giới thiệu những khái niệm cơ bản của xác suất như: không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố, kết quả có lợi của một biến cố;
- Giới thiệu quan hệ giữa các biến cố với nhau;
- Giới thiệu khái niệm xác suất và ba cách tính xác suất khác nhau: tính xác suất theo nghĩa cổ điển, theo nghĩa thống kê, theo nghĩa chủ quan.

Yêu cầu đối với sinh viên

- Hiểu được môn xác suất nghiên cứu về vấn đề gì và nắm sơ lược được lịch sử ra đời, phát triển của môn xác suất;
- Hiểu được những khái niệm cơ bản của xác suất như: không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố, kết quả có lợi của một biến cố. Lấy được ví dụ cho mỗi khái niệm;
- Nắm được quan hệ giữa các biến cố với nhau và cho ví dụ;
- Hiểu được khái niệm xác suất và ba cách tính xác suất khác nhau: tính xác suất theo nghĩa cổ điển, theo nghĩa thống kê, theo nghĩa chủ quan. Phân biệt được khi một con số xác suất đưa ra thì con số này được tính theo cách nào.

Bài toán tình huống 1

Câu hỏi tình huống

Giả sử bạn được tham gia vào trò chơi "Ô cửa bí mật" trên truyền hình với hình thức chơi như sau: Có ba cánh cửa, đằng sau một trong ba cánh cửa có một món quà có giá trị lớn, còn hai cánh còn lại thì không có gì. Người chơi được chọn một trong ba ô cửa, nếu mở được cửa có quà thì nhận được quà. Giả sử bạn đã chọn một ô cửa, người dẫn chương trình mở một trong hai ô cửa không có quà còn lại và đề nghị bạn có thay đổi lại lựa chọn của mình không, tức là có đổi sự chọn lựa ô mình đã chọn lấy ô chưa mở còn lại không? Bạn nên quyết định thế nào? Vẫn mở ô cửa đã chọn hay đổi lấy ô cửa còn lại?

Bài toán tình huống 1

Câu hỏi tình huống

Giả sử bạn được tham gia vào trò chơi "Ô cửa bí mật" trên truyền hình với hình thức chơi như sau: Có ba cánh cửa, đằng sau một trong ba cánh cửa có một món quà có giá trị lớn, còn hai cánh còn lại thì không có gì. Người chơi được chọn một trong ba ô cửa, nếu mở được cửa có quà thì nhận được quà. Giả sử bạn đã chọn một ô cửa, người dẫn chương trình mở một trong hai ô cửa không có quà còn lại và đề nghị bạn có thay đổi lại lựa chọn của mình không, tức là có đổi sự chọn lựa ô mình đã chọn lấy ô chưa mở còn lại không? Bạn nên quyết định thế nào? Vẫn mở ô cửa đã chọn hay đổi lấy ô cửa còn lại?

Bài toán tình huống 1

Câu hỏi tình huống

Giả sử bạn được tham gia vào trò chơi "Ô cửa bí mật" trên truyền hình với hình thức chơi như sau: Có ba cánh cửa, đằng sau một trong ba cánh cửa có một món quà có giá trị lớn, còn hai cánh còn lại thì không có gì. Người chơi được chọn một trong ba ô cửa, nếu mở được cửa có quà thì nhận được quà. Giả sử bạn đã chọn một ô cửa, người dẫn chương trình mở một trong hai ô cửa không có quà còn lại và đề nghị bạn có thay đổi lại lựa chọn của mình không, tức là có đổi sự chọn lựa ô mình đã chọn lấy ô chưa mở còn lại không? Bạn nên quyết định thế nào? Vẫn mở ô cửa đã chọn hay đổi lấy ô cửa còn lại?

Câu hỏi tình huống

Giả sử bạn được tham gia vào trò chơi "Ô cửa bí mật" trên truyền hình với hình thức chơi như sau: Có ba cánh cửa, đằng sau một trong ba cánh cửa có một món quà có giá trị lớn, còn hai cánh còn lại thì không có gì. Người chơi được chọn một trong ba ô cửa, nếu mở được cửa có quà thì nhận được quà. Giả sử bạn đã chọn một ô cửa, người dẫn chương trình mở một trong hai ô cửa không có quà còn lại và đề nghị bạn có thay đổi lại lựa chọn của mình không, tức là có đổi sự chọn lựa ô mình đã chọn lấy ô chưa mở còn lại không? Bạn nên quyết định thế nào? Vẫn mở ô cửa đã chọn hay đổi lấy ô cửa còn lại?

Bài toán tình huống 2

Câu hỏi tình huống

Giả sử bạn là giáo viên và bạn giao bài kiểm tra về nhà cho sinh viên. Mỗi sinh viên của lớp được yêu cầu thực hiện một phép chọn ngẫu nhiên lấy ra 5 bài từ một tập bài gồm 35 bài tập khác nhau. Khi sinh viên nộp bài kiểm tra thì có hai sinh viên cùng làm 5 bài giống hệt nhau và bạn cho mỗi sinh viên 0 điểm. Hai sinh viên này lên thắc mắc và khẳng định là chọn hoàn toàn độc lập với nhau. Bạn lí giải thế nào về lập luận của mình về cách xử lí của mình về trường hợp của hai sinh viên này?

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Xác suất là gì?

- Trong tự nhiên cũng như trong xã hội xuất hiện rất nhiều những hiện tượng mà không thể nói trước nó xảy ra hay không xảy ra khi thực hiện một lần quan sát, những hiện tượng này gọi là hiện tượng ngẫu nhiên. Tuy nhiên, nếu tiến hành quan sát khá nhiều lần một hiện tượng ngẫu nhiên trong những hoàn cảnh như nhau thì trong nhiều trường hợp ta có thể rút ra được những kết luận khoa học về hiện tượng này.
- Ví dụ khi tung đồng xu một hoặc vài lần thì ta không thể biết được tần suất xuất hiện mặt sấp là bao nhiêu nhưng khi tăng dần số lần tung đồng xu thì tần suất này ngày càng ổn định quanh con số 1/2 và sau cùng tiến tới trị số 1/2.
- Xác suất là một bộ phận của toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên. Lí thuyết xác suất nhằm tìm ra những qui luật trong những hiện tượng "tưởng chừng" như không có qui luật.

Xác suất là gì?

- Trong tự nhiên cũng như trong xã hội xuất hiện rất nhiều những hiện tượng mà không thể nói trước nó xảy ra hay không xảy ra khi thực hiện một lần quan sát, những hiện tượng này gọi là hiện tượng ngẫu nhiên. Tuy nhiên, nếu tiến hành quan sát khá nhiều lần một hiện tượng ngẫu nhiên trong những hoàn cảnh như nhau thì trong nhiều trường hợp ta có thể rút ra được những kết luận khoa học về hiện tượng này.
- Ví dụ khi tung đồng xu một hoặc vài lần thì ta không thể biết được tần suất xuất hiện mặt sấp là bao nhiêu nhưng khi tăng dần số lần tung đồng xu thì tần suất này ngày càng ổn định quanh con số 1/2 và sau cùng tiến tới trị số 1/2.
- Xác suất là một bộ phận của toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên. Lí thuyết xác suất nhằm tìm ra những qui luật trong những hiện tượng "tưởng chừng" như không có qui luật.

Xác suất là gì?

- Trong tự nhiên cũng như trong xã hội xuất hiện rất nhiều những hiện tượng mà không thể nói trước nó xảy ra hay không xảy ra khi thực hiện một lần quan sát, những hiện tượng này gọi là hiện tượng ngẫu nhiên. Tuy nhiên, nếu tiến hành quan sát khá nhiều lần một hiện tượng ngẫu nhiên trong những hoàn cảnh như nhau thì trong nhiều trường hợp ta có thể rút ra được những kết luận khoa học về hiện tượng này.
- Ví dụ khi tung đồng xu một hoặc vài lần thì ta không thể biết được tần suất xuất hiện mặt sấp là bao nhiêu nhưng khi tăng dần số lần tung đồng xu thì tần suất này ngày càng ổn định quanh con số $1/2$ và sau cùng tiến tới trị số $1/2$.
- Xác suất là một bộ phận của toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên. Lí thuyết xác suất nhằm tìm ra những qui luật trong những hiện tượng "tưởng chừng" như không có qui luật.

Xác suất là gì?

- Trong tự nhiên cũng như trong xã hội xuất hiện rất nhiều những hiện tượng mà không thể nói trước nó xảy ra hay không xảy ra khi thực hiện một lần quan sát, những hiện tượng này gọi là hiện tượng ngẫu nhiên. Tuy nhiên, nếu tiến hành quan sát khá nhiều lần một hiện tượng ngẫu nhiên trong những hoàn cảnh như nhau thì trong nhiều trường hợp ta có thể rút ra được những kết luận khoa học về hiện tượng này.
- Ví dụ khi tung đồng xu một hoặc vài lần thì ta không thể biết được tần suất xuất hiện mặt sấp là bao nhiêu nhưng khi tăng dần số lần tung đồng xu thì tần suất này ngày càng ổn định quanh con số $1/2$ và sau cùng tiến tới trị số $1/2$.
- Xác suất là một bộ phận của toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên. Lí thuyết xác suất nhằm tìm ra những qui luật trong những hiện tượng "tưởng chừng" như không có qui luật.

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Bài toán (Bài toán Méré)

Hiệp sĩ Méré (1607-1684) (nhà văn và nhà triết học người Pháp) là một nhân vật lịch sử nghiện đánh bạc. Méré hay chơi xúc xắc và nhận thấy trong hai sự kiện sau:

- A = *"Tung một con xúc xắc 4 lần, có ít nhất một lần xuất hiện mặt 6";*
- B = *"Tung hai con xúc xắc 24 lần, có ít nhất một lần hiện lên một đôi 6".*

thì B ít xảy ra hơn A.

Méré muốn giải thích tại sao nhưng không giải thích được mà theo ông thì hai sự kiện trên phải có khả năng xảy ra bằng nhau, vì $24 = 6 \times 4$. Méré viết thư hỏi bạn của ông là nhà toán học và triết học Blaise Pascal (1623-1662). Pascal nhận lời suy nghĩ về câu hỏi của Méré, ông viết thư trao đổi với Fermat (1595-1665), một luật sư đồng thời là nhà Toán học. Hai nhà toán học Pascal và Fermat sau một thời gian tìm hiểu đã tìm ra câu trả lời và trong quá trình tìm ra câu trả lời đã phát minh ra lí thuyết xác suất cổ điển.

Méré muốn giải thích tại sao nhưng không giải thích được mà theo ông thì hai sự kiện trên phải có khả năng xảy ra bằng nhau, vì $24 = 6 \times 4$. Méré viết thư hỏi bạn của ông là nhà toán học và triết học Blaise Pascal (1623-1662). Pascal nhận lời suy nghĩ về câu hỏi của Méré, ông viết thư trao đổi với Fermat (1595-1665), một luật sư đồng thời là nhà Toán học. Hai nhà toán học Pascal và Fermat sau một thời gian tìm hiểu đã tìm ra câu trả lời và trong quá trình tìm ra câu trả lời đã phát minh ra lí thuyết xác suất cổ điển.

Méré muốn giải thích tại sao nhưng không giải thích được mà theo ông thì hai sự kiện trên phải có khả năng xảy ra bằng nhau, vì $24 = 6 \times 4$. Méré viết thư hỏi bạn của ông là nhà toán học và triết học Blaise Pascal (1623-1662). Pascal nhận lời suy nghĩ về câu hỏi của Méré, ông viết thư trao đổi với Fermat (1595-1665), một luật sư đồng thời là nhà Toán học. Hai nhà toán học Pascal và Fermat sau một thời gian tìm hiểu đã tìm ra câu trả lời và trong quá trình tìm ra câu trả lời đã phát minh ra lí thuyết xác suất cổ điển.

Méré muốn giải thích tại sao nhưng không giải thích được mà theo ông thì hai sự kiện trên phải có khả năng xảy ra bằng nhau, vì $24 = 6 \times 4$. Méré viết thư hỏi bạn của ông là nhà toán học và triết học Blaise Pascal (1623-1662). Pascal nhận lời suy nghĩ về câu hỏi của Méré, ông viết thư trao đổi với Fermat (1595-1665), một luật sư đồng thời là nhà Toán học. Hai nhà toán học Pascal và Fermat sau một thời gian tìm hiểu đã tìm ra câu trả lời và trong quá trình tìm ra câu trả lời đã phát minh ra lí thuyết xác suất cổ điển.

Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất

- Lí thuyết xác suất ra đời vào nửa cuối thế kỉ thứ 17, bắt nguồn từ những trao đổi thư từ với nhau của hai nhà toán học vĩ đại nước Pháp là Blaise Pascal và Pierre de Fermat về một số bài toán liên quan đến trò chơi may rủi.
- Huygens, Bernoulli và De Moivre là những người có công đầu tiên sáng tạo ra cơ sở toán học của lí thuyết xác suất.
- Lịch sử thực sự của lí thuyết xác suất bắt nguồn từ những công trình của James Bernoulli, ông là người phát minh ra Luật số lớn và De Moivre là tác giả của Định lí giới hạn trung tâm.

Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất

- Lí thuyết xác suất ra đời vào nửa cuối thế kỉ thứ 17, bắt nguồn từ những trao đổi thư từ với nhau của hai nhà toán học vĩ đại nước Pháp là Blaise Pascal và Pierre de Fermat về một số bài toán liên quan đến trò chơi may rủi.
- Huygens, Bernoulli và De Moivre là những người có công đầu tiên sáng tạo ra cơ sở toán học của lí thuyết xác suất.
- Lịch sử thực sự của lí thuyết xác suất bắt nguồn từ những công trình của James Bernoulli, ông là người phát minh ra Luật số lớn và De Moivre là tác giả của Định lí giới hạn trung tâm.

Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất

- Lí thuyết xác suất ra đời vào nửa cuối thế kỉ thứ 17, bắt nguồn từ những trao đổi thư từ với nhau của hai nhà toán học vĩ đại nước Pháp là Blaise Pascal và Pierre de Fermat về một số bài toán liên quan đến trò chơi may rủi.
- Huygens, Bernoulli và De Moivre là những người có công đầu tiên sáng tạo ra cơ sở toán học của lí thuyết xác suất.
- Lịch sử thực sự của lí thuyết xác suất bắt nguồn từ những công trình của James Bernoulli, ông là người phát minh ra Luật số lớn và De Moivre là tác giả của Định lí giới hạn trung tâm.

Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất

- Lí thuyết xác suất hiện đại đi theo hướng tiên đề hóa. Năm 1933, khi Kolmogorov cho ra đời cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability", thì giới toán học chính thức công nhận xác suất là một lĩnh vực toán học chặt chẽ.
- Ngày nay lí thuyết xác suất là lĩnh vực toán học có cơ sở lí thuyết chặt chẽ và có nhiều ứng dụng trong các lĩnh vực hoạt động khác nhau của con người từ âm nhạc tới vật lí, từ thiên văn học đến thống kê xã hội học, từ cơ học đến thị trường chứng khoán, từ dự báo thời tiết đến kinh tế, từ nông học đến y học.

Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất

- Lí thuyết xác suất hiện đại đi theo hướng tiên đề hóa. Năm 1933, khi Kolmogorov cho ra đời cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability", thì giới toán học chính thức công nhận xác suất là một lĩnh vực toán học chặt chẽ.
- Ngày nay lí thuyết xác suất là lĩnh vực toán học có cơ sở lí thuyết chặt chẽ và có nhiều ứng dụng trong các lĩnh vực hoạt động khác nhau của con người từ âm nhạc tới vật lí, từ thiên văn học đến thống kê xã hội học, từ cơ học đến thị trường chứng khoán, từ dự báo thời tiết đến kinh tế, từ nông học đến y học.

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Phép thử ngẫu nhiên

Định nghĩa

Phép thử là một quá trình có các kết quả. Phép thử được gọi là ngẫu nhiên nếu ta không thể dự báo trước kết quả nào sẽ xảy ra.

Ví dụ: Tung đồng xu, gieo xúc xắc, mua xổ số,...

Ví dụ:

a. Nêu phép thử trong tình huống 1.

b. Nêu phép thử trong tình huống 2.

Định nghĩa

- *Một kết quả của phép thử được gọi là một biến cố và thường được kí hiệu là* $A, B, C, \ldots$
- *Biến cố sơ cấp là một biến cố mà không thể phân tích thành các biến cố khác, thường được kí hiệu là* ω.
- *Không gian mẫu là tập hợp tất cả các biến cố sơ cấp, thường được kí hiệu là* Ω.

Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố

Định nghĩa

- *Một kết quả của phép thử được gọi là một biến cố và thường được kí hiệu là* $A, B, C, \ldots$
- *Biến cố sơ cấp là một biến cố mà không thể phân tích thành các biến cố khác, thường được kí hiệu là* ω.
- *Không gian mẫu là tập hợp tất cả các biến cố sơ cấp, thường được kí hiệu là* Ω.

Định nghĩa

- *Một kết quả của phép thử được gọi là một biến cố và thường được kí hiệu là* $A, B, C, \ldots$
- *Biến cố sơ cấp là một biến cố mà không thể phân tích thành các biến cố khác, thường được kí hiệu là* ω.
- *Không gian mẫu là tập hợp tất cả các biến cố sơ cấp, thường được kí hiệu là* Ω.

Ví dụ

Ví dụ: Kí hiệu S (tương ứng N) là kết quả "đồng xu xuất hiện mặt sấp (tương ứng ngửa)". Hãy mô tả không gian mẫu của các phép thử sau và cho nhận xét.

a. Tung đồng xu một lần.

b. Tung một đồng xu hai lần.

c. Tung một đồng xu liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt sấp thì dừng lại.

Ví dụ

Ví dụ: Kí hiệu S (tương ứng N) là kết quả "đồng xu xuất hiện mặt sấp (tương ứng ngửa)". Hãy mô tả không gian mẫu của các phép thử sau và cho nhận xét.

a. Tung đồng xu một lần.

b. Tung một đồng xu hai lần.

c. Tung một đồng xu liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt sấp thì dừng lại.

Ví dụ

Ví dụ: Kí hiệu S (tương ứng N) là kết quả "đồng xu xuất hiện mặt sấp (tương ứng ngửa)". Hãy mô tả không gian mẫu của các phép thử sau và cho nhận xét.

a. Tung đồng xu một lần.

b. Tung một đồng xu hai lần.

c. Tung một đồng xu liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt sấp thì dừng lại.

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Kết quả thuận lợi của một biến cố

Định nghĩa

Biến cố sơ cấp ω được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố A nếu kết quả của phép thử là ω thì biến cố A xảy ra.

Ví dụ: Liệt kê những kết quả có lợi của biến cố A trong các trường hợp sau:

a. A là biến cố "Tung được hai mặt như nhau" trong phép thử "Tung một đồng xu hai lần".

b. A là biến cố "Tung không quá 3 lần" trong phép thử "Tung một đồng xu liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt sấp thì dừng lại".

Kết quả thuận lợi của một biến cố

Định nghĩa

Biến cố sơ cấp ω được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố A nếu kết quả của phép thử là ω thì biến cố A xảy ra.

Ví dụ: Liệt kê những kết quả có lợi của biến cố A trong các trường hợp sau:

a. A là biến cố "Tung được hai mặt như nhau" trong phép thử "Tung một đồng xu hai lần".

b. A là biến cố "Tung không quá 3 lần" trong phép thử "Tung một đồng xu liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt sấp thì dừng lại".

Kết quả thuận lợi của một biến cố

Nhận xét: Mỗi một biến cố gồm một hoặc nhiều biến cố sơ cấp, chính là các kết quả thuận lợi cho A. Ta có thể đồng nhất mỗi biến cố với một tập con của không gian mẫu. Như vậy, nếu $|\Omega| = n$ thì số các biến cố sẽ là 2^n.

Định nghĩa

- *Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra (tương ứng với $\emptyset \subset \Omega$).*
- *Biến cố chắc chắn là biến cố luôn luôn xảy ra (tương ứng với $\Omega \subset \Omega$).*

Kết quả thuận lợi của một biến cố

Nhận xét: Mỗi một biến cố gồm một hoặc nhiều biến cố sơ cấp, chính là các kết quả thuận lợi cho A. Ta có thể đồng nhất mỗi biến cố với một tập con của không gian mẫu. Như vậy, nếu $|\Omega| = n$ thì số các biến cố sẽ là 2^n.

Định nghĩa

- *Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra (tương ứng với $\emptyset \subset \Omega$).*
- *Biến cố chắc chắn là biến cố luôn luôn xảy ra (tương ứng với $\Omega \subset \Omega$).*

Ví dụ

Ví dụ: Hãy mô tả phép thử và không gian mẫu trong các bài toán sau:

- Trong một kì học có ba lớp lí thuyết Xác suất thống kê. Xét phép thử hai Hà và Linh đăng kí học môn xác suất thống kê trong kì này.
- Một trận Tennis gồm có ba sec. Xét phép thử Nam và Tiến chơi trận Tennis.
- Một hộp đựng 10 đồng xu 1 dollar và 10 đồng xu 5 dollar. Xét phép thử chọn lần lượt có hoàn lại ba đồng xu từ hộp.

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Quan hệ giữa các biến cố

Định nghĩa

- *Tổng của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cup B$ hay $A + B$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong hai biến cố thành phần xảy ra.*
- *Biến cố tích của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cap B$ hay AB là biến cố xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.*
- *Biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là $\overline{A}$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra. Ta có $\overline{A} = \Omega \backslash A$.*

Quan hệ giữa các biến cố

Định nghĩa

- *Tổng của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cup B$ hay $A + B$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong hai biến cố thành phần xảy ra.*
- *Biến cố tích của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cap B$ hay AB là biến cố xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.*
- *Biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là $\overline{A}$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra. Ta có $\overline{A} = \Omega \backslash A$.*

Đại học Thăng Long
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346, Fax.: 04.5636775

Định nghĩa

- *Tổng của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cup B$ hay $A + B$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong hai biến cố thành phần xảy ra.*
- *Biến cố tích của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cap B$ hay AB là biến cố xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.*
- *Biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là $\overline{A}$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra. Ta có $\overline{A} = \Omega \backslash A$.*

Định nghĩa

Hai biến cố A và B được gọi là đồng khả năng nếu như chúng cùng khả năng xuất hiện, tức là khả năng xuất hiện của biến cố này giống khả năng xuất hiện của biến cố kia.

Định nghĩa

- *Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc khi và chỉ khi chúng không thể đồng thời xảy ra trong một phép thử.*
- *Các biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_n$ được gọi là xung khắc từng đôi nếu như hai biến cố bất kì trong các biến cố trên xung khắc với nhau.*

Quan hệ giữa các biến cố

Định nghĩa

Hai biến cố A và B được gọi là đồng khả năng nếu như chúng cùng khả năng xuất hiện, tức là khả năng xuất hiện của biến cố này giống khả năng xuất hiện của biến cố kia.

Định nghĩa

- *Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc khi và chỉ khi chúng không thể đồng thời xảy ra trong một phép thử.*
- *Các biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_n$ được gọi là xung khắc từng đôi nếu như hai biến cố bất kì trong các biến cố trên xung khắc với nhau.*

Quan hệ giữa các biến cố

Định nghĩa

Hai biến cố A và B được gọi là đồng khả năng nếu như chúng cùng khả năng xuất hiện, tức là khả năng xuất hiện của biến cố này giống khả năng xuất hiện của biến cố kia.

Định nghĩa

- *Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc khi và chỉ khi chúng không thể đồng thời xảy ra trong một phép thử.*
- *Các biến cố $A_1, A_2, \dots, A_n$ được gọi là xung khắc từng đôi nếu như hai biến cố bất kì trong các biến cố trên xung khắc với nhau.*

Ví dụ

Ví dụ: Trong phép thử "Rút một quân từ bộ bài Tây 52 quân" ta xét các biến cố sau:

- A là biến cố "Rút được quân Át".
- B là biến cố "Rút được quân màu đen".
- C là biến cố "Rút được quân có hình người".

Hãy thực hiện các yêu cầu sau:

a. Lập biến cố $A + B$, AB, $\bar{A}$.

b. Xét xem cặp biến cố nào là xung khắc.

c. Xét xem cặp biến cố nào là cùng khả năng.

Ví dụ

Ví dụ: Trong phép thử "Rút một quân từ bộ bài Tây 52 quân" ta xét các biến cố sau:

- A là biến cố "Rút được quân Át".
- B là biến cố "Rút được quân màu đen".
- C là biến cố "Rút được quân có hình người".

Hãy thực hiện các yêu cầu sau:

a. Lập biến cố $A + B$, AB, $\bar{A}$.

b. Xét xem cặp biến cố nào là xung khắc.

c. Xét xem cặp biến cố nào là cùng khả năng.

Lời giải

Lời giải

Bài toán

Ba xạ thủ A, B, C mỗi người bắn một viên đạn vào mục tiêu. Giả sử X là biến cố "Xạ thủ X bắn trúng" (X lần lượt là A, B, C).

- *Hãy mô tả các biến cố sau: $ABC, \bar{A}\bar{B}\bar{C}, A + B + C$.*
- *Biểu diễn các biến cố sau theo A, B, C:*
  - *D: "Có ít nhất hai xạ thủ bắn trúng";*
  - *E: "Có nhiều nhất một xạ thủ bắn trúng";*
  - *F: "Chỉ có một xạ thủ bắn trúng";*
  - *G: "Chỉ có xạ thủ C bắn trúng".*

Lời giải

Bài toán tình huống

Câu hỏi tình huống

Giả sử bạn được tham gia vào trò chơi "Ô cửa bí mật" trên truyền hình với hình thức chơi như sau: Có ba cánh cửa, đằng sau một trong ba cánh cửa có một món quà có giá trị lớn, còn hai cánh còn lại thì không có gì. Người chơi được chọn một trong ba ô cửa, nếu mở được cửa có quà thì nhận được quà. Giả sử bạn đã chọn một ô cửa, người dẫn chương trình mở một trong hai ô cửa không có quà còn lại và đề nghị bạn có thay đổi lại lựa chọn của mình không, tức là có đổi sự chọn lựa ô mình đã chọn lấy ô chưa mở còn lại không? Bạn nên quyết định thế nào? Vẫn mở ô cửa đã chọn hay đổi lấy ô cửa còn lại?

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Định nghĩa

Xác suất của một biến cố A, kí hiệu là $P(A)$ là một số đo khả năng xuất hiện của A.

Xác suất phụ thuộc vào những gì?

- Xác suất phụ thuộc vào thời gian;
- Xác suất phụ thuộc vào thông tin;
- Xác suất phụ thuộc vào điều kiện;
- Xác suất phụ thuộc vào người quan sát.

Định nghĩa

Xác suất của một biến cố A, kí hiệu là $P(A)$ là một số đo khả năng xuất hiện của A.

Xác suất phụ thuộc vào những gì?

- Xác suất phụ thuộc vào thời gian;
- Xác suất phụ thuộc vào thông tin;
- Xác suất phụ thuộc vào điều kiện;
- Xác suất phụ thuộc vào người quan sát.

Định nghĩa

Xác suất của một biến cố A, kí hiệu là $P(A)$ là một số đo khả năng xuất hiện của A.

Xác suất phụ thuộc vào những gì?

- Xác suất phụ thuộc vào thời gian;
- Xác suất phụ thuộc vào thông tin;
- Xác suất phụ thuộc vào điều kiện;
- Xác suất phụ thuộc vào người quan sát.

Định nghĩa

Xác suất của một biến cố A, kí hiệu là $P(A)$ là một số đo khả năng xuất hiện của A.

Xác suất phụ thuộc vào những gì?

- Xác suất phụ thuộc vào thời gian;
- Xác suất phụ thuộc vào thông tin;
- Xác suất phụ thuộc vào điều kiện;
- Xác suất phụ thuộc vào người quan sát.

Khái niệm chung về xác suất

Định nghĩa

Xác suất của một biến cố A, kí hiệu là $P(A)$ là một số đo khả năng xuất hiện của A.

Xác suất phụ thuộc vào những gì?

- Xác suất phụ thuộc vào thời gian;
- Xác suất phụ thuộc vào thông tin;
- Xác suất phụ thuộc vào điều kiện;
- Xác suất phụ thuộc vào người quan sát.

Định nghĩa

Xác suất của một biến cố A, kí hiệu là $P(A)$ là một số đo khả năng xuất hiện của A.

Xác suất phụ thuộc vào những gì?

- Xác suất phụ thuộc vào thời gian;
- Xác suất phụ thuộc vào thông tin;
- Xác suất phụ thuộc vào điều kiện;
- Xác suất phụ thuộc vào người quan sát.

Phân tích và giải bài toán ô cửa bí mật

Gọi ô cửa mà bạn chọn là A, ô cửa không có quà mà người dẫn chương trình chọn là B.

- Tại thời điểm ban đầu khi người dẫn chương trình chưa mở cửa thì $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$.
- Khi người dẫn chương trình mở cửa thì B không có quà nên $P(B) = 0$.
- Khi $P(B) = 0$ thì $P(A) + P(C) = 1$.
- Do cửa A đã được chọn trước nên không bị ảnh hưởng đến việc B có quà hay không, vậy P(A) = 1/3 và P(C) = 2/3.

Do đó bạn nên đổi cửa vì khả năng nhận được quà của bạn sẽ cao hơn.

Gọi ô cửa mà bạn chọn là A, ô cửa không có quà mà người dẫn chương trình chọn là B.

- Tại thời điểm ban đầu khi người dẫn chương trình chưa mở cửa thì $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$.
- Khi người dẫn chương trình mở cửa thì B không có quà nên $P(B) = 0$.
- Khi $P(B) = 0$ thì $P(A) + P(C) = 1$.
- Do cửa A đã được chọn trước nên không bị ảnh hưởng đến việc B có quà hay không, vậy P(A) = 1/3 và P(C) = 2/3.

Do đó bạn nên đổi cửa vì khả năng nhận được quà của bạn sẽ cao hơn.

Phân tích và giải bài toán ô cửa bí mật

Gọi ô cửa mà bạn chọn là A, ô cửa không có quà mà người dẫn chương trình chọn là B.

- Tại thời điểm ban đầu khi người dẫn chương trình chưa mở cửa thì $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$.
- Khi người dẫn chương trình mở cửa thì B không có quà nên $P(B) = 0$.
- Khi $P(B) = 0$ thì $P(A) + P(C) = 1$.
- Do cửa A đã được chọn trước nên không bị ảnh hưởng đến việc B có quà hay không, vậy P(A) = 1/3 và P(C) = 2/3.

Do đó bạn nên đổi cửa vì khả năng nhận được quà của bạn sẽ cao hơn.

Phân tích và giải bài toán ô cửa bí mật

Gọi ô cửa mà bạn chọn là A, ô cửa không có quà mà người dẫn chương trình chọn là B.

- Tại thời điểm ban đầu khi người dẫn chương trình chưa mở cửa thì $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$.
- Khi người dẫn chương trình mở cửa thì B không có quà nên $P(B) = 0$.
- Khi $P(B) = 0$ thì $P(A) + P(C) = 1$.
- Do cửa A đã được chọn trước nên không bị ảnh hưởng đến việc B có quà hay không, vậy P(A) = 1/3 và P(C) = 2/3.

Do đó bạn nên đổi cửa vì khả năng nhận được quà của bạn sẽ cao hơn.

Phân tích và giải bài toán ô cửa bí mật

Gọi ô cửa mà bạn chọn là A, ô cửa không có quà mà người dẫn chương trình chọn là B.

- Tại thời điểm ban đầu khi người dẫn chương trình chưa mở cửa thì $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$.
- Khi người dẫn chương trình mở cửa thì B không có quà nên $P(B) = 0$.
- Khi $P(B) = 0$ thì $P(A) + P(C) = 1$.
- Do cửa A đã được chọn trước nên không bị ảnh hưởng đến việc B có quà hay không, vậy P(A) = 1/3 và P(C) = 2/3.

Do đó bạn nên đổi cửa vì khả năng nhận được quà của bạn sẽ cao hơn.

Phân tích và giải bài toán ô cửa bí mật

Gọi ô cửa mà bạn chọn là A, ô cửa không có quà mà người dẫn chương trình chọn là B.

- Tại thời điểm ban đầu khi người dẫn chương trình chưa mở cửa thì $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$.
- Khi người dẫn chương trình mở cửa thì B không có quà nên $P(B) = 0$.
- Khi $P(B) = 0$ thì $P(A) + P(C) = 1$.
- Do cửa A đã được chọn trước nên không bị ảnh hưởng đến việc B có quà hay không, vậy P(A) = 1/3 và P(C) = 2/3.

Do đó bạn nên đổi cửa vì khả năng nhận được quà của bạn sẽ cao hơn.

Câu Hỏi

Câu hỏi: Suy nghĩ cách đưa ra xác suất của các biến cố sau:

- Tính xác suất trong ba lần gieo xúc xắc có hai lần xuất hiện mặt lục.
- Tính xác suất để một người dân Việt Nam sống trên 80 tuổi.
- Tính xác suất để bạn thi đỗ môn Xác suất thống kê kì này.

Câu hỏi: Suy nghĩ cách đưa ra xác suất của các biến cố sau:

- Tính xác suất trong ba lần gieo xúc xắc có hai lần xuất hiện mặt lục.
- Tính xác suất để một người dân Việt Nam sống trên 80 tuổi.
- Tính xác suất để bạn thi đỗ môn Xác suất thống kê kì này.

Câu Hỏi

Câu hỏi: Suy nghĩ cách đưa ra xác suất của các biến cố sau:

- Tính xác suất trong ba lần gieo xúc xắc có hai lần xuất hiện mặt lục.
- Tính xác suất để một người dân Việt Nam sống trên 80 tuổi.
- Tính xác suất để bạn thi đỗ môn Xác suất thống kê kì này.

Câu Hỏi

Câu hỏi: Suy nghĩ cách đưa ra xác suất của các biến cố sau:

- Tính xác suất trong ba lần gieo xúc xắc có hai lần xuất hiện mặt lục.
- Tính xác suất để một người dân Việt Nam sống trên 80 tuổi.
- Tính xác suất để bạn thi đỗ môn Xác suất thống kê kì này.

Tính xác suất theo các nghĩa khác nhau

Ta có thể tính xác suất theo các nghĩa sau:

- Tính xác suất theo nghĩa cổ điển.
- Tính xác suất theo nghĩa thống kê.
- Tính xác suất theo nghĩa chủ quan.

Tính xác suất theo các nghĩa khác nhau

Ta có thể tính xác suất theo các nghĩa sau:

- Tính xác suất theo nghĩa cổ điển.
- Tính xác suất theo nghĩa thống kê.
- Tính xác suất theo nghĩa chủ quan.

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Định nghĩa cổ điển về xác suất

Định nghĩa

Trong một phép thử có n kết quả đồng khả năng và xung khắc, trong đó m kết quả có lợi cho biến cố A, khi đó xác suất (theo nghĩa cổ điển) của biến cố A là tỉ số:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{|A|}{|\Omega|} (= \frac{\text{Số kết quả có lợi cho } A}{\text{Tổng số kết quả xảy ra}}).$$

Trong trường hợp này, việc tính xác suất qui về việc đếm tổng số kết quả có thể xảy ra và số kết quả thuận lợi.

Định nghĩa cổ điển về xác suất

Định nghĩa

Trong một phép thử có n kết quả đồng khả năng và xung khắc, trong đó m kết quả có lợi cho biến cố A, khi đó xác suất (theo nghĩa cổ điển) của biến cố A là tỉ số:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{|A|}{|\Omega|} (= \frac{\text{Số kết quả có lợi cho } A}{\text{Tổng số kết quả xảy ra}}).$$

Trong trường hợp này, việc tính xác suất qui về việc đếm tổng số kết quả có thể xảy ra và số kết quả thuận lợi.

Định nghĩa cổ điển về xác suất

Nhận xét: Xác suất theo nghĩa cổ điển được tính toán dựa trên tư duy logic mà không cần thực hiện phép thử. Tuy nhiên định nghĩa cổ điển về xác suất phải dựa vào những giả thiết sau:

- Số kết quả của phép thử là hữu hạn, tức là không gian mẫu Ω gồm hữu hạn phần tử;
- Các kết quả là đồng khả năng.

Hai giả thiết này thường được thỏa mãn khi chúng ta tính toán xác suất trong các trò chơi may rủi với những giả định như: con xúc xắc, đồng xu hay quả cầu là cân đối đồng chất, hoặc khi việc chọn lựa là vô tư, công bằng, không thiên vị.

Định nghĩa cổ điển về xác suất

Nhận xét: Xác suất theo nghĩa cổ điển được tính toán dựa trên tư duy logic mà không cần thực hiện phép thử. Tuy nhiên định nghĩa cổ điển về xác suất phải dựa vào những giả thiết sau:

- Số kết quả của phép thử là hữu hạn, tức là không gian mẫu Ω gồm hữu hạn phần tử;
- Các kết quả là đồng khả năng.

Hai giả thiết này thường được thỏa mãn khi chúng ta tính toán xác suất trong các trò chơi may rủi với những giả định như: con xúc xắc, đồng xu hay quả cầu là cân đối đồng chất, hoặc khi việc chọn lựa là vô tư, công bằng, không thiên vị.

Định nghĩa cổ điển về xác suất

Nhận xét: Xác suất theo nghĩa cổ điển được tính toán dựa trên tư duy logic mà không cần thực hiện phép thử. Tuy nhiên định nghĩa cổ điển về xác suất phải dựa vào những giả thiết sau:

- Số kết quả của phép thử là hữu hạn, tức là không gian mẫu Ω gồm hữu hạn phần tử;
- Các kết quả là đồng khả năng.

Hai giả thiết này thường được thỏa mãn khi chúng ta tính toán xác suất trong các trò chơi may rủi với những giả định như: con xúc xắc, đồng xu hay quả cầu là cân đối đồng chất, hoặc khi việc chọn lựa là vô tư, công bằng, không thiên vị.

Định nghĩa cổ điển về xác suất

Nhận xét: Xác suất theo nghĩa cổ điển được tính toán dựa trên tư duy logic mà không cần thực hiện phép thử. Tuy nhiên định nghĩa cổ điển về xác suất phải dựa vào những giả thiết sau:

- Số kết quả của phép thử là hữu hạn, tức là không gian mẫu Ω gồm hữu hạn phần tử;
- Các kết quả là đồng khả năng.

Hai giả thiết này thường được thỏa mãn khi chúng ta tính toán xác suất trong các trò chơi may rủi với những giả định như: con xúc xắc, đồng xu hay quả cầu là cân đối đồng chất, hoặc khi việc chọn lựa là vô tư, công bằng, không thiên vị.

Ví dụ

Bài toán

Biển đăng kí xe máy ở Hà Nội gồm ba phần: phần đầu là một trong các số 29, 30, 31, 32, 33 chỉ mã vùng Hà Nội; phần thứ hai gồm một chữ cái (Tiếng Anh) và một chữ số; phần thứ ba gồm bốn chữ số. Một người chọn ngẫu nhiên một biển đăng kí xe máy.

a. *Hãy nêu phép thử và lập không gian mẫu của phép thử.*
b. *Tính xác suất để người này chọn được biển số có phần ba gồm các chữ số khác nhau.*
c. *Tính xác suất để người này chọn được biển số có phần ba gồm bốn số tự nhiên liên tiếp.*

Lời giải

Ví dụ

Bài toán

Một tập bài kiểm tra gồm có 35 bài xác suất cổ điển. Mỗi sinh viên được yêu cầu chọn ngẫu nhiên 5 bài khác nhau để làm bài kiểm tra quá trình ở nhà. Nam và Tuấn cùng thực hiện phép chọn ngẫu nhiên để tìm số thứ tự 5 bài mình cần phải làm.

a. *Hãy nêu phép thử và lập không gian mẫu của phép thử.*

b. *Tính xác suất để Nam và Tuấn chọn được 5 bài giống hệt nhau.*

Ví dụ

Bài toán

Một tập bài kiểm tra gồm có 35 bài xác suất cổ điển. Mỗi sinh viên được yêu cầu chọn ngẫu nhiên 5 bài khác nhau để làm bài kiểm tra quá trình ở nhà. Nam và Tuấn cùng thực hiện phép chọn ngẫu nhiên để tìm số thứ tự 5 bài mình cần phải làm.

a. *Hãy nêu phép thử và lập không gian mẫu của phép thử.*
b. *Tính xác suất để Nam và Tuấn chọn được 5 bài giống hệt nhau.*

Lời giải

Tại sao xác suất của biến cố "người dân Việt Nam sống trên 80 tuổi" không tính được theo nghĩa cổ điển?

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Định nghĩa thống kê về xác suất

Định nghĩa

- *Tiến hành n phép thử trong đó biến cố A xuất hiện n(A) lần. Khi đó, tỉ số* $\dfrac{n(A)}{n}$ *được gọi là tần suất xuất hiện biến cố A trong n lần thử nghiệm.*
- *Người ta nhận thấy rằng khi số phép thử n đủ lớn và được tiến hành trong những điều kiện giống nhau thì tần suất xuất hiện A sẽ dao động quanh một con số gọi là tần suất lí thuyết của biến cố A. Ta gọi tần suất lí thuyết của biến cố A là xác suất $P(A)$ của biến cố A theo nghĩa thống kê.*

Định nghĩa thống kê về xác suất

Định nghĩa

- *Tiến hành n phép thử trong đó biến cố A xuất hiện $n(A)$ lần. Khi đó, tỉ số* $\dfrac{n(A)}{n}$ *được gọi là tần suất xuất hiện biến cố A trong n lần thử nghiệm.*
- *Người ta nhận thấy rằng khi số phép thử n đủ lớn và được tiến hành trong những điều kiện giống nhau thì tần suất xuất hiện A sẽ dao động quanh một con số gọi là tần suất lí thuyết của biến cố A. Ta gọi tần suất lí thuyết của biến cố A là xác suất $P(A)$ của biến cố A theo nghĩa thống kê.*

Nhận xét:

- Theo nghĩa thống kê, xác suất $P(A)$ của biến cố A được tính bằng tần suất $\dfrac{n(A)}{n}$ khi n đủ lớn.
- Định nghĩa thống kê về xác suất không đòi hỏi các kết quả phải đồng khả năng và xung khắc nhưng nó đòi hỏi phải thực hiện phép thử chứ không được suy luận.

Định nghĩa thống kê về xác suất

Nhận xét:

- Theo nghĩa thống kê, xác suất $P(A)$ của biến cố A được tính bằng tần suất $\dfrac{n(A)}{n}$ khi n đủ lớn.
- Định nghĩa thống kê về xác suất không đòi hỏi các kết quả phải đồng khả năng và xung khắc nhưng nó đòi hỏi phải thực hiện phép thử chứ không được suy luận.

Ví dụ

Để nghiên cứu khả năng xuất hiện mặt sấp (biến cố A) khi tung một đồng xu, người ta tiến hành tung một đồng xu n lần, đếm số lần xuất hiện mặt sấp n(A) và thu được kết quả sau đây:

Người thí nghiệm	**n**	**n(A)**	Tần suất $\frac{n(A)}{n}$
Buffon	4040	2048	0.5069
Pearson	12000	6019	0.5016
Pearson	24000	12012	0.5005

Qua ví dụ trên ta thấy khi số phép thử tăng lên thì tần suất xuất hiện mặt sấp sẽ dao động ngày càng ít hơn xung quanh giá trị không đổi là 0.5. Điều đó cho ta hi vọng khi số phép thử tăng lên vô hạn, tần suất sẽ hội tụ về giá trị 0.5, từ đó ta có thể kết luận xác suất theo nghĩa thống kê để xuất hiện mặt sấp $P(A) = 0.5$.

Ví dụ

Để nghiên cứu khả năng xuất hiện mặt sấp (biến cố A) khi tung một đồng xu, người ta tiến hành tung một đồng xu n lần, đếm số lần xuất hiện mặt sấp n(A) và thu được kết quả sau đây:

Người thí nghiệm	**n**	**n(A)**	Tần suất $\frac{n(A)}{n}$
Buffon	4040	2048	0.5069
Pearson	12000	6019	0.5016
Pearson	24000	12012	0.5005

Qua ví dụ trên ta thấy khi số phép thử tăng lên thì tần suất xuất hiện mặt sấp sẽ dao động ngày càng ít hơn xung quanh giá trị không đổi là 0.5. Điều đó cho ta hi vọng khi số phép thử tăng lên vô hạn, tần suất sẽ hội tụ về giá trị 0.5, từ đó ta có thể kết luận xác suất theo nghĩa thống kê để xuất hiện mặt sấp $P(A) = 0.5$.

Ví dụ

Khi tiến hành điều tra mức độ ủng hộ các ứng cử viên đang tranh cử chức Tổng thống Mỹ, tổ chức điều tra muốn xác định tỉ lệ cử tri ủng hộ ứng cử viên Đảng Cộng hòa. Đặt biến cố A là việc gặp người trả lời ủng hộ ứng cử viên Đảng Cộng hòa. Mỗi lần phỏng vấn một cử tri là một lần thực hiện lặp lại phép thử giống nhau nên số lần thực hiện phép thử chính là số người được phỏng vấn (giả sử phỏng vấn 1000 người), số lần nhận được câu trả lời ủng hộ ứng cử viên Đảng Cộng hòa chính là số lần biến cố A xuất hiện. Nếu mẫu được chọn để điều tra cho biết dặp 600 cử tri ủng hộ cho ứng cử viên Đảng Cộng hòa, thì tần suất xuất hiện biến cố A là 60%, ta kết luận $P(A) = 0.6$.

Câu hỏi

Tại sao xác suất của biến cố "bạn thi đỗ môn XSTK kì này" không tính được theo nghĩa cổ điển và thống kê?

Nội dung trình bày

1. Lịch sử của Lí thuyết xác suất
   - Xác suất là gì?
   - Lịch sử ra đời và phát triển của lí thuyết xác suất
2. Những khái niệm cơ bản của xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp và biến cố
   - Kết quả thuận lợi của một biến cố
   - Quan hệ giữa các biến cố
3. Định nghĩa xác suất
   - Khái niệm chung về xác suất
   - Định nghĩa cổ điển về xác suất
   - Định nghĩa thống kê về xác suất
   - Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan
   - Nguyên lí xác suất nhỏ

Định nghĩa xác suất theo nghĩa chủ quan

Định nghĩa

Theo nghĩa chủ quan, xác suất của một biến cố được đưa ra dựa vào sự nhạy cảm hoặc khả năng phân tích, phán đoán của người xác định xác suất.

Nhận xét:

- Xác suất theo nghĩa chủ quan không có những tiếp cận khoa học, thường dựa vào vốn kiến thức, sự hiểu biết và kinh nghiệm tích lũy được của người xác định xác suất.
- Xác suất đưa ra theo nghĩa chủ quan đặc biệt hữu ích khi một người bằng kinh nghiệm, kiến thức và những khả năng bên trong của mình đưa ra những dự đoán về một sự kiện nào đó hoặc đưa ra những kết luận quan trọng trong quản lí.

Định nghĩa

Theo nghĩa chủ quan, xác suất của một biến cố được đưa ra dựa vào sự nhạy cảm hoặc khả năng phân tích, phán đoán của người xác định xác suất.

Nhận xét:

- Xác suất theo nghĩa chủ quan không có những tiếp cận khoa học, thường dựa vào vốn kiến thức, sự hiểu biết và kinh nghiệm tích lũy được của người xác định xác suất.
- Xác suất đưa ra theo nghĩa chủ quan đặc biệt hữu ích khi một người bằng kinh nghiệm, kiến thức và những khả năng bên trong của mình đưa ra những dự đoán về một sự kiện nào đó hoặc đưa ra những kết luận quan trọng trong quản lí.

Định nghĩa

Theo nghĩa chủ quan, xác suất của một biến cố được đưa ra dựa vào sự nhạy cảm hoặc khả năng phân tích, phán đoán của người xác định xác suất.

Nhận xét:

- Xác suất theo nghĩa chủ quan không có những tiếp cận khoa học, thường dựa vào vốn kiến thức, sự hiểu biết và kinh nghiệm tích lũy được của người xác định xác suất.
- Xác suất đưa ra theo nghĩa chủ quan đặc biệt hữu ích khi một người bằng kinh nghiệm, kiến thức và những khả năng bên trong của mình đưa ra những dự đoán về một sự kiện nào đó hoặc đưa ra những kết luận quan trọng trong quản lí.

Ví dụ xác suất theo nghĩa chủ quan

- Xác suất để bạn thi đỗ môn Xác suất thống kê là 0.7.
- Xác suất để một nhà máy điện nguyên tử xảy ra sự cố nghiêm trọng là 0.005.
- Xác suất để ông giám đốc một công ty dệt từ chức năm tới là 0.8.

Ví dụ xác suất theo nghĩa chủ quan

- Xác suất để bạn thi đỗ môn Xác suất thống kê là 0.7.
- Xác suất để một nhà máy điện nguyên tử xảy ra sự cố nghiêm trọng là 0.005.
- Xác suất để ông giám đốc một công ty dệt từ chức năm tới là 0.8.

Ví dụ xác suất theo nghĩa chủ quan

- Xác suất để bạn thi đỗ môn Xác suất thống kê là 0.7.
- Xác suất để một nhà máy điện nguyên tử xảy ra sự cố nghiêm trọng là 0.005.
- Xác suất để ông giám đốc một công ty dệt từ chức năm tới là 0.8.

Nội dung trình bày

Nguyên lí xác suất nhỏ

- Một biến cố không thể, có xác suất bằng không. Tuy nhiên, một biến cố có xác suất bằng không vẫn có thể **xảy ra trong một số rất lớn phép thử**. Qua thực nghiệm và quan sát thực tế, người ta thấy rằng các biến cố có xác suất bé sẽ không xảy ra khi ta chỉ thực hiện một phép thử hay một vài phép thử.

Nguyên lí (Nguyên lí xác suất nhỏ)

Nếu một biến cố có xác suất rất nhỏ thì thực tế có thể cho rằng trong một phép thử, biến cố đó không xảy ra.

Nguyên lí xác suất nhỏ

- Một biến cố không thể, có xác suất bằng không. Tuy nhiên, một biến cố có xác suất bằng không vẫn có thể **xảy ra trong một số rất lớn phép thử**. Qua thực nghiệm và quan sát thực tế, người ta thấy rằng các biến cố có xác suất bé sẽ không xảy ra khi ta chỉ thực hiện một phép thử hay một vài phép thử.

Nguyên lí (Nguyên lí xác suất nhỏ)

Nếu một biến cố có xác suất rất nhỏ thì thực tế có thể cho rằng trong một phép thử, biến cố đó không xảy ra.

Nguyên lí xác suất nhỏ

- Chẳng hạn mỗi chiếc máy bay đều có một xác suất rất nhỏ để xảy ra tai nạn. Nhưng trên thực tế, ta vẫn không từ chối đi máy bay vì tin tưởng rằng trong chuyến bay ta đi, sự kiện máy bay rơi sẽ không xảy ra.

Việc qui định mức xác suất thế nào được gọi là nhỏ tùy thuộc vào từng bài toán cụ thể. Chẳng hạn xác suất để máy bay rơi là 0.01 thì xác suất đó chưa được coi là nhỏ nhưng nếu xác suất để một chuyến tàu khởi hành chậm là 0.01 thì có thể coi xác suất đó là nhỏ.

Nguyên lí xác suất nhỏ

- Chẳng hạn mỗi chiếc máy bay đều có một xác suất rất nhỏ để xảy ra tai nạn. Nhưng trên thực tế, ta vẫn không từ chối đi máy bay vì tin tưởng rằng trong chuyến bay ta đi, sự kiện máy bay rơi sẽ không xảy ra.

Việc qui định mức xác suất thế nào được gọi là nhỏ tùy thuộc vào từng bài toán cụ thể. Chẳng hạn xác suất để máy bay rơi là 0.01 thì xác suất đó chưa được coi là nhỏ nhưng nếu xác suất để một chuyến tàu khởi hành chậm là 0.01 thì có thể coi xác suất đó là nhỏ.

Bài tập ôn luyện

Bài toán

Hãy xét xem các xác suất sau thuộc loại nào:

a. *Xác suất để ghi bàn khi đá phạt góc là 0,35.*

b. *Xác suất để có được hai mặt 6 khi tung một cặp xúc xắc là 1/36.*

c. *Xác suất để tổng giám đốc công ty xây dựng Hà Nội từ chức là 20%.*

d. *Xác suất để bạn qua được môn Thống kê là 60%.*

e. *Xác suất sinh viên Khoa Quản lí Trường ĐHTL qua môn Thống kê là 45%.*

Bài toán

Một khách sạn có 10 tầng. Năm khách hàng cùng đi lên thang máy từ tầng một và chọn tầng ra một cách ngẫu nhiên và độc lập. Tìm khả năng xảy ra các tình huống sau:

a. *Tất cả cùng ra ở tầng năm.*
b. *Năm người ra ở bốn tầng khác nhau.*
c. *Tất cả cùng ra ở một tầng.*
d. *Mỗi người ra ở một tầng khác nhau.*

Bài tập ôn luyện

Bài toán

Một hộp có ba loại bi vàng, bi đỏ, bi xanh, mỗi loại có ít nhất hai viên. Chọn ngẫu nhiên hai viên trong hộp.

a. *Nêu phép thử, liệt kê không gian mẫu, tính số phần tử*
b. *Nêu một cặp biến cố xung khắc*
c. *Nêu một cặp biến cố cùng khả năng*

trong hai trường hợp sau:

a. *Chọn có kể thứ tự.*
b. *Chọn không kể thứ tự.*