CALCULUS II

@arch-techs

2021

CALCULUS II

by: @arch-techs

1. Khai triển Taylor
2. Cực trị tự do
   - $f(x,y)$ đạt cực đại tương đối tại $M_0(x_0,y_0)$:
     $$f(x,y) = f(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y) - f(x_0,y_0) \leqslant 0 \quad \forall(\Delta x,\Delta y) \to (0,0)$$
   - $f(x,y)$ đạt cực tiểu tương đối tại $M_0(x_0,y_0)$:
     $$f(x,y) = f(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y) - f(x_0,y_0) \geqslant 0 \quad \forall(\Delta x,\Delta y) \to (0,0)$$
   - M_0 là điểm tới hạn :
     $$\frac{\partial f}{\partial x}(M_0) = \frac{\partial f}{\partial y}(M_0) = 0$$
     hoặc một trong hai không tồn tại.
   - Điều kiện cần : Nếu hàm số có cực trị tại M_0 thì M_0 là điểm tới hạn.
   - Điều kiện đủ : Ta có điểm M_0 là điểm tới hạn của hàm số.
     Để M_0 là điểm cực trị của hàm số:
     Ta xét:
     $$A = f''_{xx}(x_0,y_0)$$
     $$B = f''_{xy}(x_0,y_0)$$
     $$C = f''_{yy}(x_0,y_0)$$
     Để M_0 là điểm cực trị của hàm số:
     $$AC - B^2 > 0$$
     Nếu $A > 0$ hoặc $C > 0 \Rightarrow$ cực tiểu địa phương.
     Nếu $A < 0$ hoặc $C < 0 \Rightarrow$ cực đại địa phương.
     Nếu $AC - B^2 < 0 \Rightarrow$ không phải cực trị.
     Nếu $AC - B^2 = 0 \Rightarrow$ cũng có thể là có, cũng có thể là không.
3. Cực trị có điều kiện
   - Nhân tử Lagrange.
     Xét tìm cực trị hàm số $f(x,y)$ với điều kiện $\varphi(x,y) = 0$
     $$L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda.\varphi(x,y)$$
     Ta có các điểm dừng: