



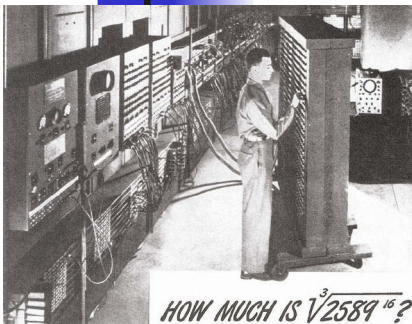
# Chương 1. Tín hiệu và hệ thống

---

**TS. Nguyễn Hồng Quang**

Viện Công nghệ thông tin và Truyền thông  
Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

# Giới thiệu



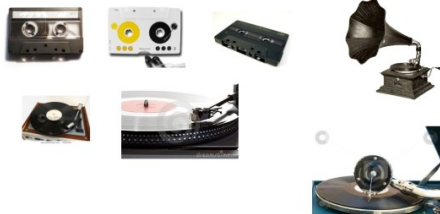
ENIAC (1946)

Kỹ thuật số và kỹ thuật tương tự

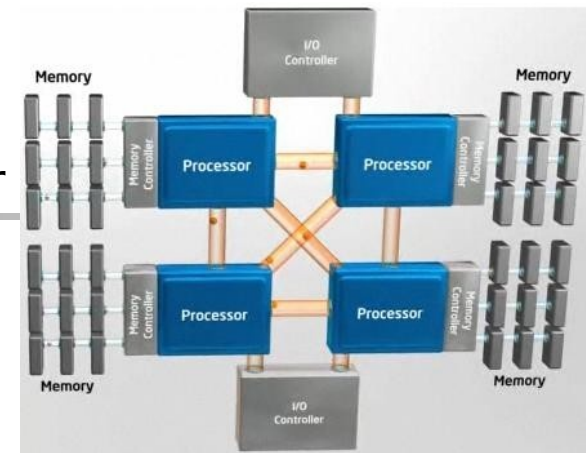
■ Digital



■ Analog



2.300 transistor



INTEL 4004 vs Intel Core i7: 731 triệu transistor

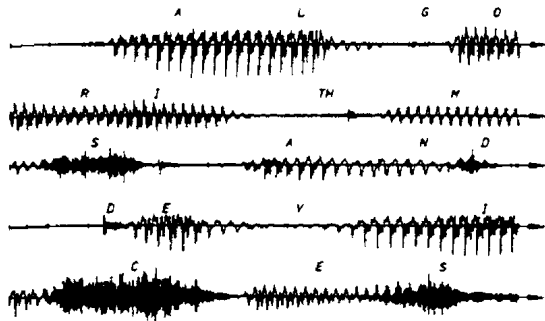
**Ưu điểm:** Tính mềm dẻo, Có khả năng thực hiện các thao tác xử lý tín hiệu số phức tạp, Khả năng sao lưu dữ liệu, Có độ chính xác cao

**Bài tập:** DSP (Digital Signal Processor), Texas Instrument C7613, Analog Devices, DSP nhúng trong các thiết bị. Hãy trình bày về các tính năng cơ bản, kiến trúc của một DSP.

# 1.1. Tín hiệu, hệ thống và xử lý tín hiệu

## Tín hiệu

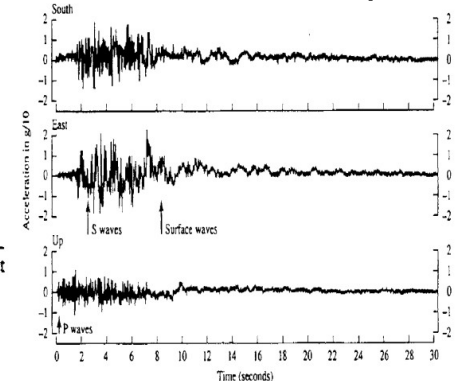
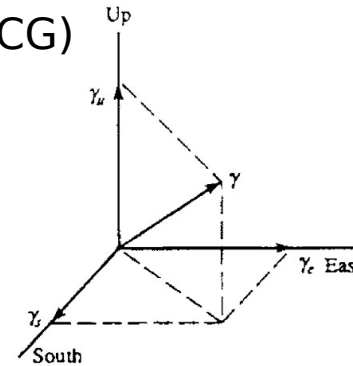
speech



Electrocardiogram (ECG)



Ground acceleration due to an earthquake



## Hệ thống

- Nguyên lý hệ thống
- Xử lý tín hiệu
- Các dạng hệ thống
- Hệ Analog
- Xử lý số tín hiệu

Analog input signal

Analog signal processor

Analog output signal

$$s_1(t) = 5t$$

$$s_2(t) = 20t^2$$

$$s(x, y) = 3x + 2xy + 10y^2$$

Analog input signal

A/D converter

Digital input signal

Digital signal processor

Digital output signal

D/A converter

Analog output signal



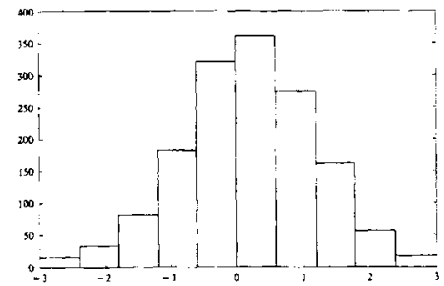
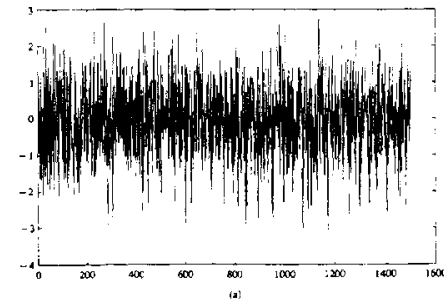
## 1.2. Phân lớp tín hiệu

Tín hiệu một chiều, đa chiều, đa kênh

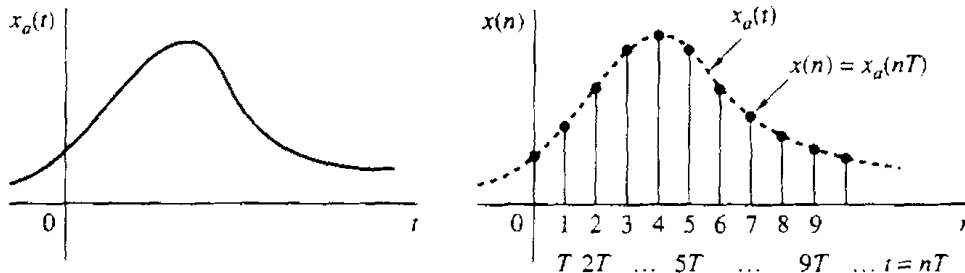
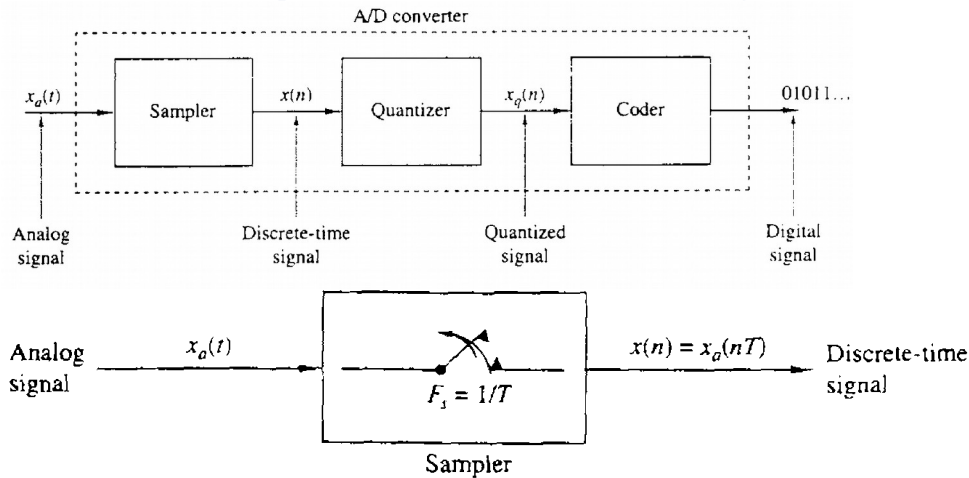
thời gian  $t \Rightarrow x(t)$

$$\mathbf{S}_3(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}(x, y, t) = \begin{bmatrix} I_r(x, y, t) \\ I_g(x, y, t) \\ I_b(x, y, t) \end{bmatrix}$$

Tín hiệu tất định / ngẫu nhiên



## 1.3. Chuyển đổi tương tự - số: Lấy mẫu



Quan hệ tần số giữa  $F_a$  của tín hiệu analog và  $f_d$  của tín hiệu rời rạc

$$x_a(t) = A \cos(2\pi F t + \theta)$$

$$x_a(nT) \equiv x(n) = A \cos(2\pi F nT + \theta)$$

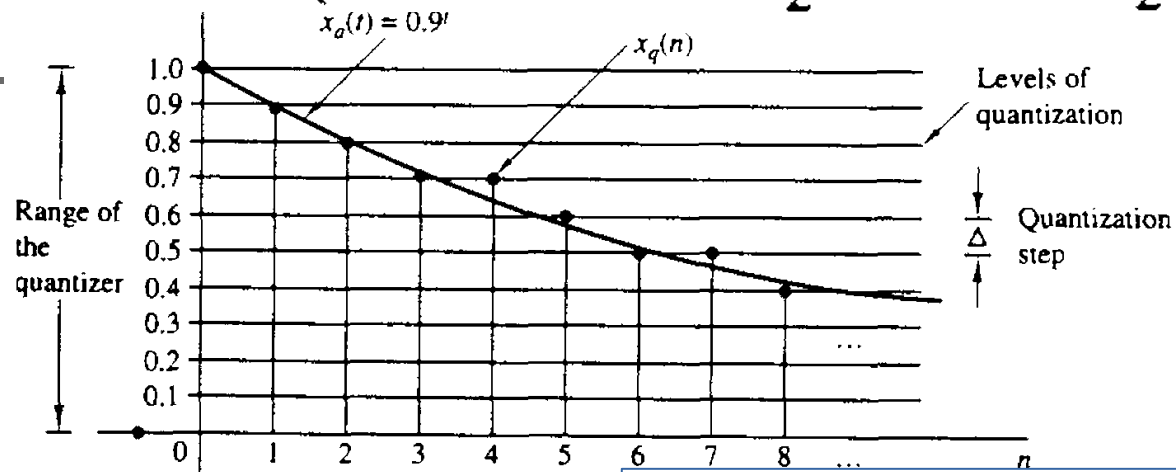
$$= A \cos\left(\frac{2\pi n F}{F_s} + \theta\right)$$

4

$$f = \frac{F}{F_s}$$

# Lượng tử hóa tín hiệu

$$x(n) = \begin{cases} 0.9^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad -\frac{\Delta}{2} \leq e_q(n) \leq \frac{\Delta}{2}$$



$$SQNR = \frac{P_A}{P_q} = \frac{3}{2} \cdot 2^{2b}$$

$$P_A = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} (A \cos \Omega_0 t)^2 dt = \frac{A^2}{2}$$

$$SQNR(dB) = 10 \log_{10} SQNR$$

$$= 1.76 + 6.02b$$

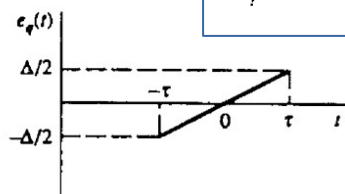
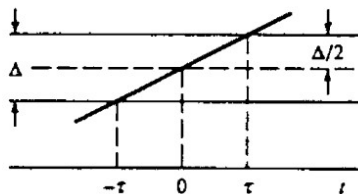
$$x_a(t) = A \cdot \sin \Omega_0 t$$

$$P_q = \frac{A^2/3}{2^{2b}}$$

Công suất lỗi trung bình  $P_q$

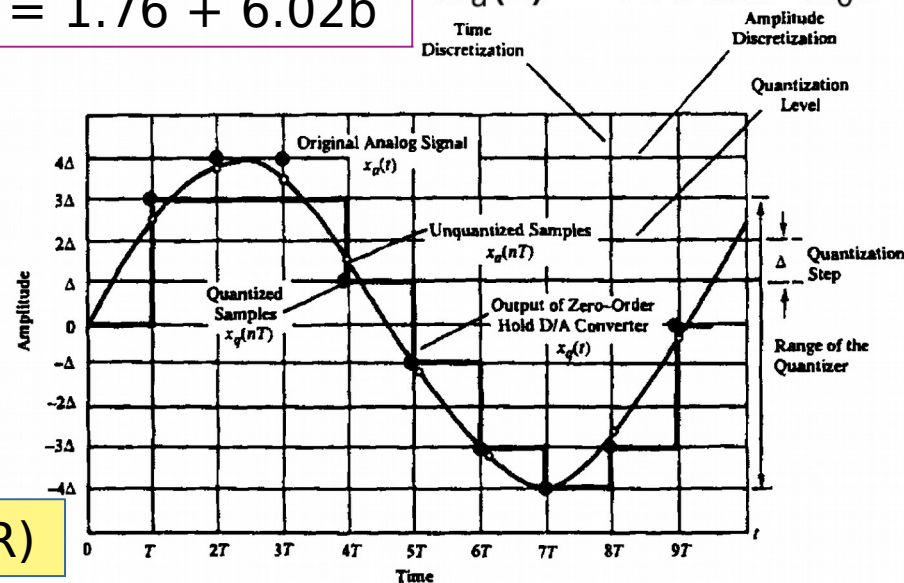
$$e_q(t) = x_q(t) - x_a(t)$$

b bits, 2A



$$P_q = \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} e_q^2(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} e_q^2(t) dt$$

$$P_q = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left( \frac{\Delta}{2\tau} \right)^2 t^2 dt = \frac{\Delta^2}{12}$$

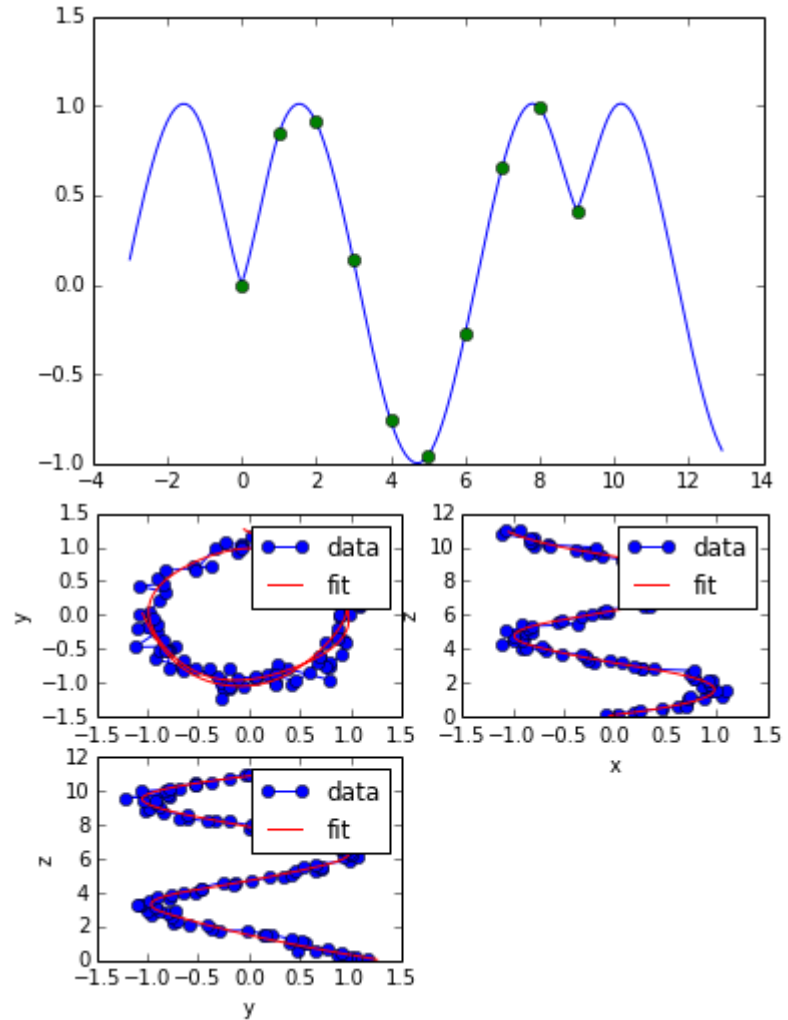
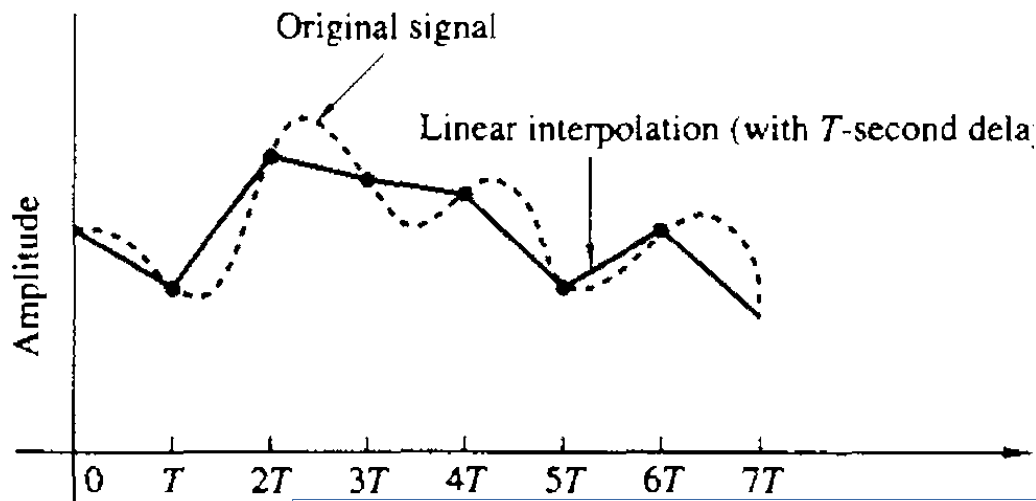
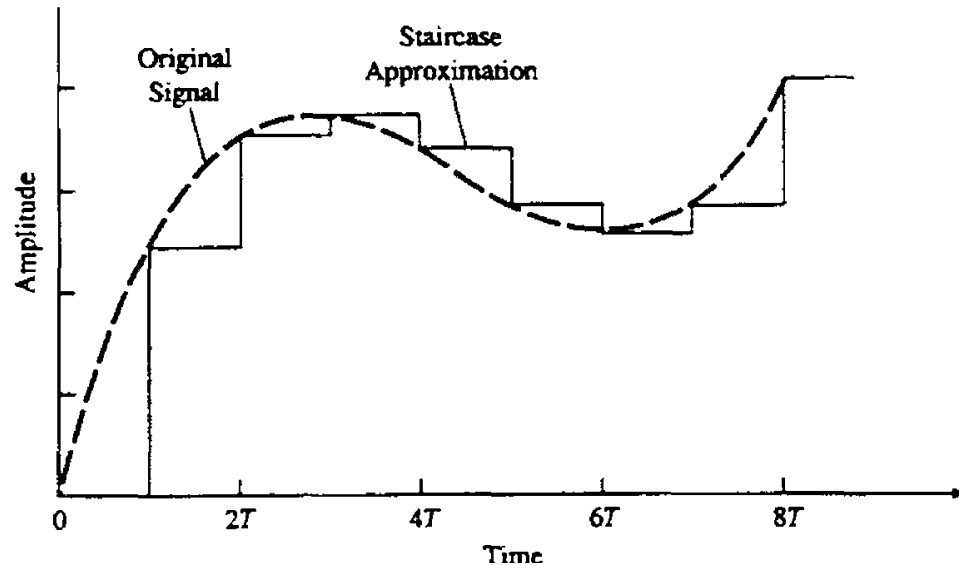


Signal-to-quantization noise ratio (SQNR)

# Digital-to-Analog Conversion

*interpolate between samples*

Zero-order hold digital-to-analog (D/A) conversion





# Bài tập

---

**Bài 1.** Một tín hiệu analog có phương trình sau:

$$s_a(t) = 2.\sin(\Omega_a t) \text{ với } F_a = 1000\text{Hz}$$

Tín hiệu này được lấy mẫu với  $F_s = 8000\text{Hz}$ , biết một mẫu được lấy ở thời điểm 0

- (a) Hãy vẽ tín hiệu  $s(t)$
- (b) Hãy vẽ tín hiệu  $s(n)$
- (c) Hãy tìm phương trình của  $s(n)$
- (d) Hãy tìm tần số  $F_d$  của  $s(n)$
- (e) Hãy tìm mối quan hệ giữa tần số  $F_a$  của  $s(t)$  và  $F_d$  của  $s(n)$

**Bài 2.** Lấy mẫu hai tín hiệu sau với tần số lấy mẫu  $F_s = 40 \text{ Hz}$

Hãy xác định và vẽ tín hiệu  $x_1(n)$  và  $x_2(n)$

$$x_1(t) = \cos 2\pi(10)t$$

$$x_2(t) = \cos 2\pi(50)t$$



## Bài tập

---

Một tín hiệu analog có phương trình sau:  $x_a(t) = 3 \cos 100\pi t$

- (a) Xác định tần số lấy mẫu tối thiểu để tránh trùn phổ
- (b) Giả sử tín hiệu được lấy mẫu với  $F_s = 200\text{Hz}$ . Xác định tín hiệu rời rạc tương ứng?
- (c) Giả sử tín hiệu được lấy mẫu với  $F_s = 75\text{Hz}$ . Xác định tín hiệu rời rạc tương ứng?
- (d) Hãy xác định tần số  $0 < F < F_s/2$  để các mẫu sẽ trùng với kết quả ở câu (c)?





# Bài tập về nhà

---

**1.1** Classify the following signals according to whether they are (1) one- or multi-dimensional; (2) single or multichannel, (3) continuous time or discrete time, and (4) analog or digital (in amplitude). Give a brief explanation.

(a) Closing prices of utility stocks on the New York Stock Exchange.

(b) A color movie.

(c) Position of the steering wheel of a car in motion relative to car's reference frame.

(d) Position of the steering wheel of a car in motion relative to ground reference frame.

(e) Weight and height measurements of a child taken every month.

**1.2** Determine which of the following sinusoids are periodic and compute their fundamental period.

(a)  $\cos 0.01\pi n$       (b)  $\cos\left(\pi \frac{30n}{105}\right)$       (c)  $\cos 3\pi n$       (d)  $\sin 3n$       (e)  $\sin\left(\pi \frac{62n}{10}\right)$

**1.3** Determine whether or not each of the following signals is periodic. In case a signal is periodic, specify its fundamental period.

(a)  $x_a(t) = 3 \cos(5t + \pi/6)$

(b)  $x(n) = 3 \cos(5n + \pi/6)$

(c)  $x(n) = 2 \exp[j(n/6 - \pi)]$

(d)  $x(n) = \cos(n/8) \cos(\pi n/8)$

(e)  $x(n) = \cos(\pi n/2) - \sin(\pi n/8) + 3 \cos(\pi n/4 + \pi/3)$



## Bài tập về nhà

---

- 1.8** An analog electrocardiogram (ECG) signal contains useful frequencies up to 100 Hz.
- (a) What is the Nyquist rate for this signal?
  - (b) Suppose that we sample this signal at a rate of 250 samples/s. What is the highest frequency that can be represented uniquely at this sampling rate?
- 1.9** An analog signal  $x_a(t) = \sin(480\pi t) + 3 \sin(720\pi t)$  is sampled 600 times per second.
- (a) Determine the Nyquist sampling rate for  $x_a(t)$ .
  - (b) Determine the folding frequency.
  - (c) What are the frequencies, in radians, in the resulting discrete time signal  $x(n)$ ?
  - (d) If  $x(n)$  is passed through an ideal D/A converter, what is the reconstructed signal  $y_a(t)$ ?



## Bài tập về nhà

---

**1.10** A digital communication link carries binary-coded words representing samples of an input signal

$$x_a(t) = 3 \cos 600\pi t + 2 \cos 1800\pi t$$

The link is operated at 10,000 bits/s and each input sample is quantized into 1024 different voltage levels.

- (a) What is the sampling frequency and the folding frequency?
- (b) What is the Nyquist rate for the signal  $x_a(t)$ ?
- (c) What are the frequencies in the resulting discrete-time signal  $x(n)$ ?
- (d) What is the resolution  $\Delta$ ?

## Bài tập về nhà

- 1.11 Consider the simple signal processing system shown in Fig. P1.11. The sampling periods of the A/D and D/A converters are  $T = 5$  ms and  $T' = 1$  ms, respectively. Determine the output  $y_a(t)$  of the system, if the input is

$$x_a(t) = 3 \cos 100\pi t + 2 \sin 250\pi t \quad (t \text{ in seconds})$$

The postfilter removes any frequency component above  $F_s/2$ .

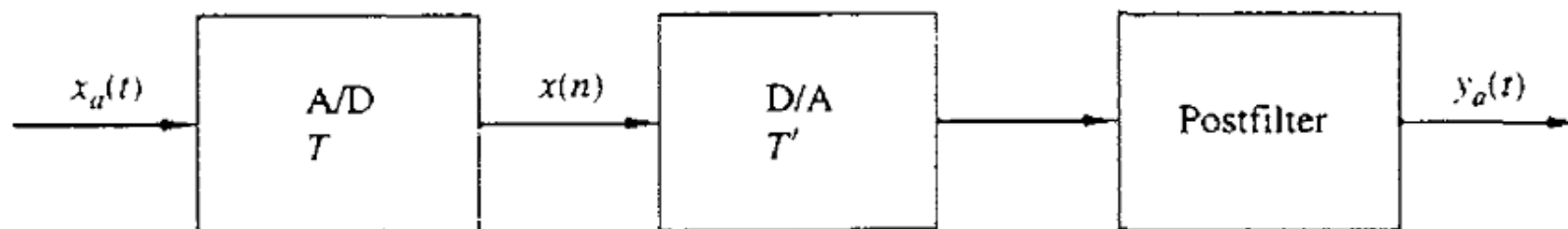


Figure P1.11



# Bài tập về nhà

---

**1.15\*** *Sampling of sinusoidal signals: aliasing* Consider the following continuous-time sinusoidal signal

$$x_a(t) = \sin 2\pi F_0 t, \quad -\infty < t < \infty$$

Since  $x_a(t)$  is described mathematically, its sampled version can be described by values every  $T$  seconds. The sampled signal is described by the formula

$$x(n) = x_a(nT) = \sin 2\pi \frac{F_0}{F_s} n, \quad -\infty < n < \infty$$

where  $F_s = 1/T$  is the sampling frequency.

**(a)** Plot the signal  $x(n)$ ,  $0 \leq n \leq 99$  for  $F_s = 5$  kHz and  $F_0 = 0.5, 2, 3$ , and  $4.5$  kHz. Explain the similarities and differences among the various plots.

**(b)** Suppose that  $F_0 = 2$  kHz and  $F_s = 50$  kHz.

(1) Plot the signal  $x(n)$ . What is the frequency  $f_0$  of the signal  $x(n)$ ?

(2) Plot the signal  $y(n)$  created by taking the even-numbered samples of  $x(n)$ . Is this a sinusoidal signal? Why? If so, what is its frequency?



## Bài tập về nhà

- 1.16\*** *Quantization error in A/D conversion of a sinusoidal signal* Let  $x_q(n)$  be the signal obtained by quantizing the signal  $x(n) = \sin 2\pi f_0 n$ . The quantization error power  $P_q$  is defined by

$$P_q = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x_q(n) - x(n)]^2$$

The “quality” of the quantized signal can be measured by the signal-to-quantization noise ratio (SQNR) defined by

$$\text{SQNR} = 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_q}$$

where  $P_x$  is the power of the unquantized signal  $x(n)$ .

- (a) For  $f_0 = 1/50$  and  $N = 200$ , write a program to quantize the signal  $x(n)$ , using truncation, to 64, 128, and 256 quantization levels. In each case plot the signals  $x(n)$ ,  $x_q(n)$ , and  $e(n)$  and compute the corresponding SQNR.
- (b) Repeat part (a) by using rounding instead of truncation.
- (c) Comment on the results obtained in parts (a) and (b).
- (d) Compare the experimentally measured SQNR with the theoretical SQNR predicted by formula (1.4.32) and comment on the differences and similarities.

## Chương 1.4. Discrete-time signals and systems