TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP.HCM

XỬ LÝ SỐ TÍN HIỆU
Digital Signal Processing

Giảng viên: Ths. Đào Thị Thu Thủy

- **Tên học phần** : **XỬ LÍ SỐ TÍN HIỆU**
- **Mã học phần** : **2202021057**
- **Số tín chỉ** : 2 (3, 0, 6)
- **Trình độ** : Dành cho sinh viên năm thứ 3
- **Phân bố thời gian**: 30 tiết

TÀI LiỆU THAM KHẢO

1. **Digital Signal Processing, John G. Proakis, DimitrisG.Manolakis**, Prentice – Hall Publisher 2007, fourth editon, ISBN 0-13-228731-5.

2. **Bài giảng "Xử lý số tín hiệu", Đào Thị Thu Thủy, ĐHCN, Tp. HCM**

3. **"Xử lý số tín hiệu", Lê Tiến Thường**

4. **"Xử lý tín hiệu & Lọc số", Nguyễn QuốcTrung**

5. **"Xử lý tín hiệu số", Nguyễn Hữu Phương**

6. **"Xử lý tín hiệu số", Quách Tuấn Ngọc**

NỘI DUNG MÔN HỌC

Chương 1: Khái niệm tín hiệu và hệ thống

Chương 2: Tín hiệu và hệ thống rời rạc trong miền thời gian

Chương 3: Tín hiệu và hệ thống trong miền Z

Chương 4: Tín hiệu và hệ thống trong miền tần số liên tục

Chương 5: Biến đổi Fourier rời rạc DFT và Biến đổi Fourier nhanh FFT

Chương 6: Mạch lọc số và thực hiện mạch lọc số

Chương 1: KHÁI NIỆM TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

1.1 Tín hiệu, hệ thống và xử lý tín hiệu

1.2 Phân loại tín hiệu

1.3 Khái niệm tần số trong tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc thời gian

1.4 Biến đổi AD và DA

1.5 Lấy mẫu và khôi phục tín hiệu

1.6 Tổng hợp tín hiệu.

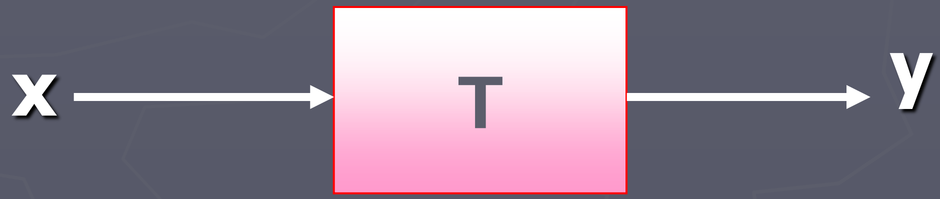
1.1 Tín hiệu, hệ thống và xử lý tín hiệu

a. Khái niệm tín hiệu (signal)

- **Tín hiệu** là biểu hiện vật lý của thông tin
  - ✓ Tín hiệu được biểu diễn một hàm theo một hay nhiều biến số độc lập.
- Ví dụ về tín hiệu:
  - ✓ **Tín hiệu âm thanh, tiếng nói** là sự thay đổi áp suất không khí theo thời gian
  - ✓ **Tín hiệu hình ảnh** là hàm độ sáng theo 2 biến không gian và thời gian
  - ✓ **Tín hiệu điện** là sự thay đổi điện áp, dòng điện theo thời gian

b. Khái niệm hệ thống (system)

❖ **Hệ thống** đặc trưng toán tử **T** làm nhiệm vụ biến đổi tín hiệu vào **x** thành tín hiệu ra **y**



Hệ thống

❖ **Các hệ thống xử lý tín hiệu:**

- ✓ ***Hệ thống tương tự:*** Tín hiệu vào và ra là tương tự
- ✓ ***Hệ thống số:*** Tín hiệu vào và ra là tín hiệu số
- ✓ ***Hệ thống xử lý số tín hiệu*** *: bao gồm cả xử lý tín hiệu số và tương tự*

c. Khái niệm xử lý tín hiệu (signal processing)

- là một chuỗi các công việc hay các phép toán được thực hiện trên tín hiệu nhằm đạt một mục đích nào đó

  Ví dụ:

  - ✓ Tách lấy tin tức chứa bên trong tín hiệu.
  - ✓ Truyền tín hiệu mang tin từ nơi này đến nơi khác.

- **Một hệ thống xử lý tín hiệu** có thể là một thiết bị vật lý- *phần cứng*, hoặc là một chương trình- *phần mềm*, hoặc *kết hợp cả phần cứng và phần mềm* mỗi phần thực hiện các công việc riêng nào đó.

❖ Xử lý số tín hiệu (Digital Signal Processing)

Xử lý số tín hiệu = Xử lý tín hiệu bằng các phương pháp số. (processing of signals by digital means)

Phương pháp số: sử dụng các chương trình lập trình trên máy tính hoặc chip DSP (Digital signal processor)

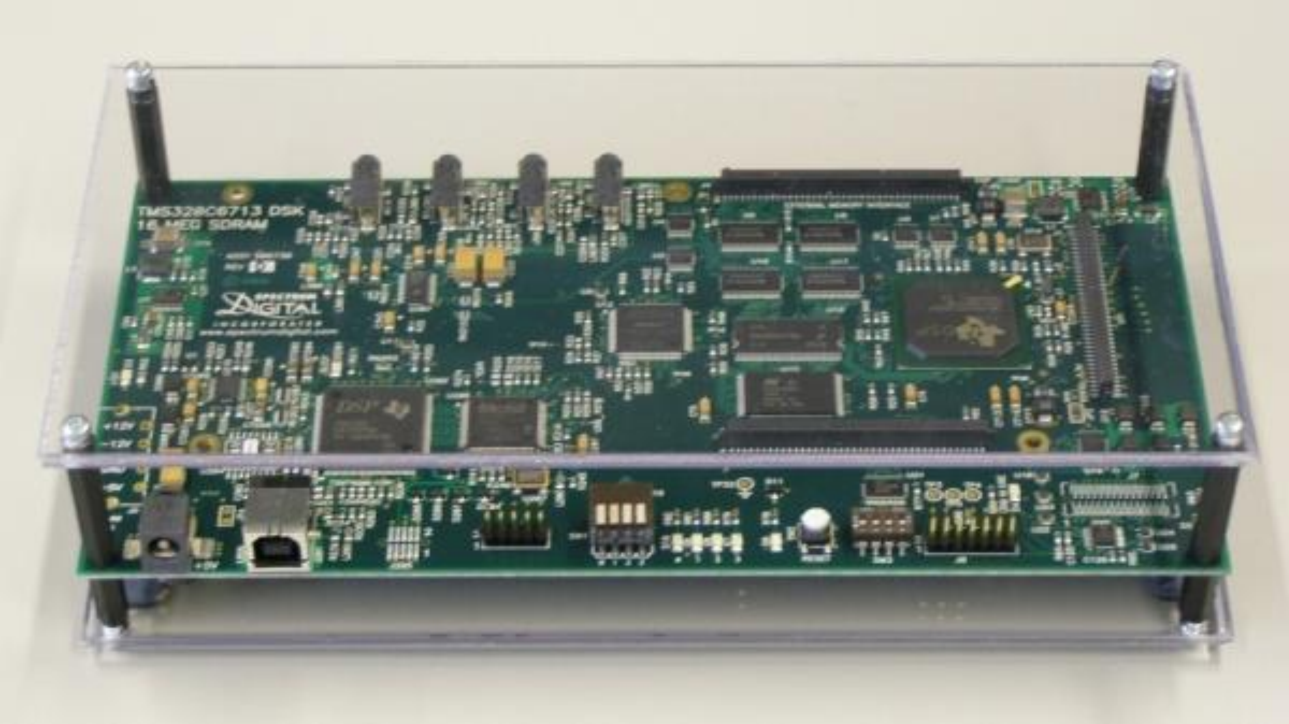
Ví dụ:

- Cải thiện chất lượng ảnh số
- Nhận dạng và tổng hợp tiếng nói
- Nén dữ liệu (để lưu trữ hoặc truyền đi)

Các hệ thống DSP thực tế:

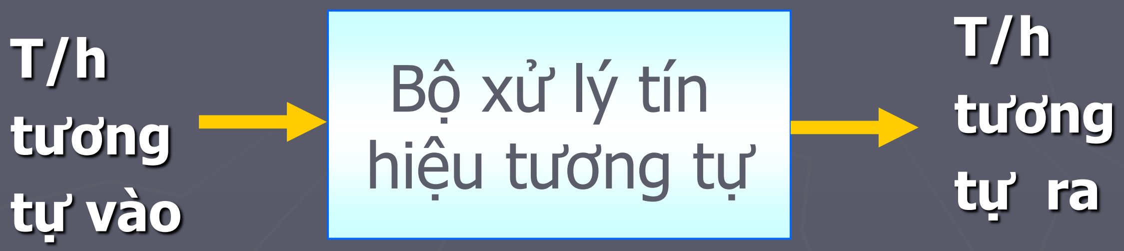
- PC & Sound card:

- Chip DSP chuyên dụng:

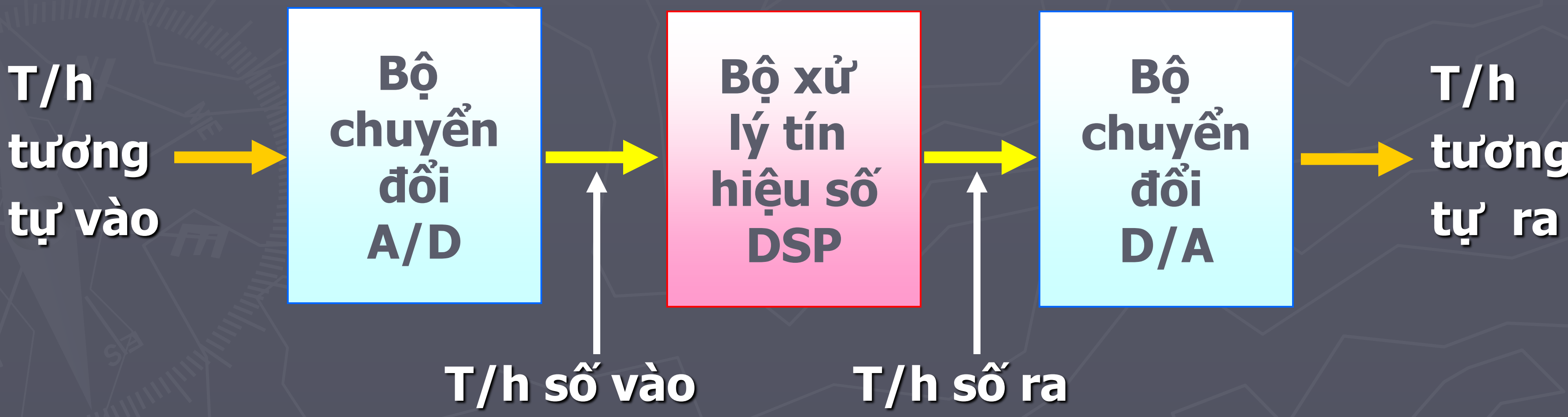


Kit DSP TMS320C6416

➢ Các thành phần cơ bản trong một hệ thống xử lý tín hiệu



Hệ thống tương tự



Hệ thống xử lý số tín hiệu

➢Ưu điểm của xử lý số so với xử lý tương tự

- ✓ Hệ thống số có thể lập trình được
- ✓ Độ chính xác của hệ thống số cao và điều khiển lại rất dễ dàng
- ✓ Tín hiệu số dễ dàng lưu trữ trên các thiết bị băng đĩa từ
- ✓ Tín hiệu số có thể truyền đi xa và có thể được xử lý từ xa
- ✓ Xử lý số cũng cho phép thực hiện các thuật toán xử lý tín hiệu tinh vi phức tạp hơn
- ✓ Trong một vài trường hợp, xử lý số rẻ hơn xử lý tương tự

1.2 Phân loại tín hiệu

a. Theo các tính chất đặc trưng:

- ✓ Tín hiệu xác định & tín hiệu ngẫu nhiên
  - ➢ *Tín hiệu xác định*: biểu diễn theo một hàm số
  - ➢ *Tín hiệu ngẫu nhiên*: không thể dự kiến trước hành vi
- ✓ Tín hiệu tuần hoàn & tín hiệu không tuần hoàn
  - ➢ *Tín hiệu tuần hoàn*: $x(t)=x(t+T)=x(t+nT)$
  - ➢ *Tín hiệu không tuần hoàn*: không thoả tính chất trên
- ✓ Tín hiệu nhân quả & không nhân quả
  - ➢ *Tín hiệu nhân quả*: $x(t)=0 : t<0$
  - ➢ *Tín hiệu không nhân quả*: không thoả tính chất trên

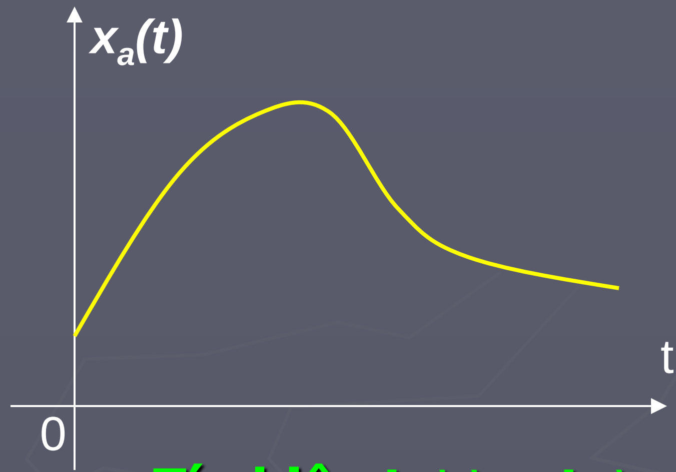
- Tín hiệu thực & tín hiệu phức
  - *Tín hiệu thực*: hàm theo biến số thực
  - *Tín hiệu phức*: hàm theo biến số phức
- Tín hiệu năng lượng & tín hiệu công suất
  - *Tín hiệu năng lượng*: $\mathbf{0 < E < \infty}$
  - *Tín hiệu công suất*: $\mathbf{0 < P < \infty}$
- Tín hiệu đối xứng (chẵn) & tín hiệu phản đối xứng (lẻ)
  - *Tín hiệu đối xứng*: $x(-n) = x(n)$
  - *Tín hiệu phản đối xứng*: $x(-n) = -x(n)$

b. Theo biến thời gian:

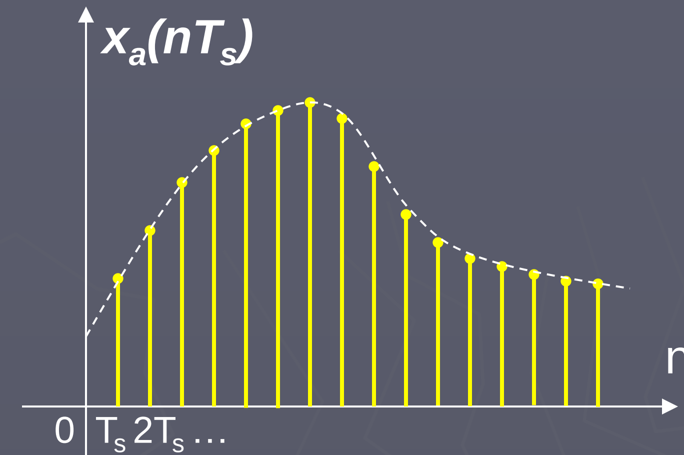
- *Tín hiệu liên tục*: có biến thời gian liên tục
- *Tín hiệu rời rạc*: có biến thời gian rời rạc

c. Theo biến thời gian và biên độ:

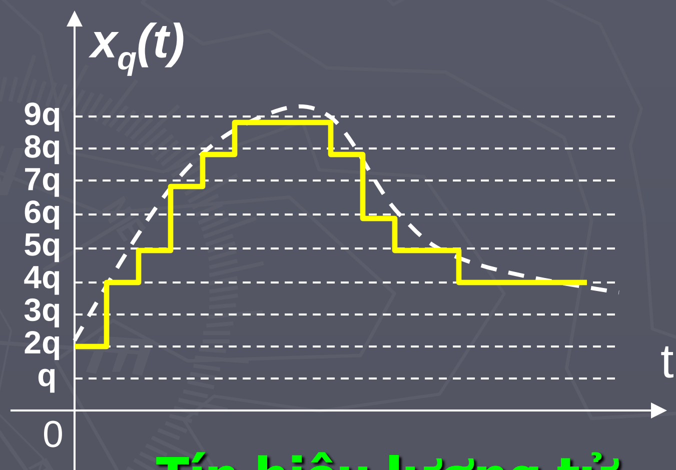
	Tín hiệu tương tự (analog)	Tín hiệu rời rạc (lấy mẫu)	Tín hiệu lượng tử	Tín hiệu số
Biên độ	Liên tục	Liên tục	Rời rạc	Rời rạc
Thời gian	Liên tục	Rời rạc	Liên tục	Rời rạc



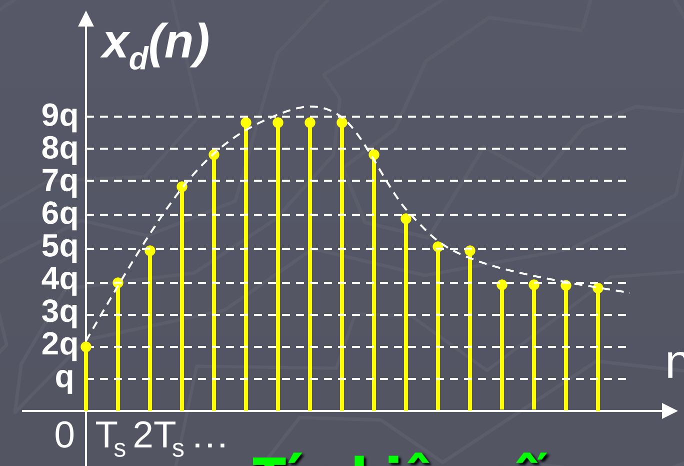
Tín hiệu tương tự



Tín hiệu rời rạc



Tín hiệu lượng tử



Tín hiệu số

d. Nhiễu

- Nhiễu nhiệt
- Nhiễu nội hay nhiễu hệ thống
- Nhiễu ngoại hay can nhiễu
- Nhiễu trắng
- Nhiễu hồng
- Nhiễu xung

- **Nhiễu nhiệt:** do sự di chuyển không đồng đều về tốc độ và chiều hướng (do sự va chạm với nhau, với các nguyên tử, mạng tinh thể,…) trong linh kiện và mạch điện tử tạo nên…
- **Nhiễu nội hay nhiễu hệ thống:** là nhiễu do chính hệ thống truyền và xử lý tín hiệu phát sinh ra.
- **Nhiễu ngoại hay can nhiễu** là nhiễu phát sinh bên ngoài hệ thống thâm nhập vào hệ thống, ví dụ nhiễu do sấm sét

- Nhiễu trắng là nhiễu có độ lớn như nhau ở mọi tần số.
- Nhiễu hồng có độ lớn lớn ở tần số thấp và giảm dần ở tần số càng cao.
- Nhiễu xung có biên độ lớn và xảy ra từng hồi một cách ngẫu nhiên.

1.3 Khái niệm tần số trong tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc thời gian

1.3.1 Tín hiệu sin liên tục

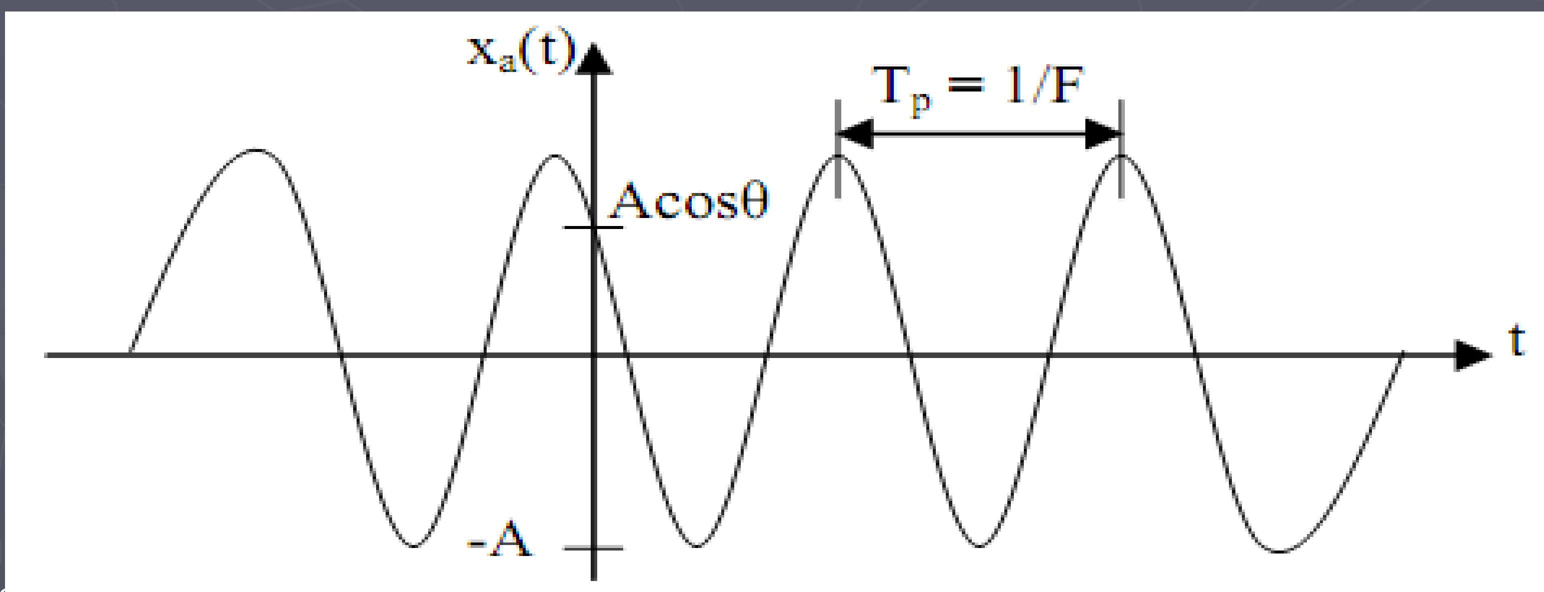
$$x_a(t) = A\cos(\Omega t + \theta),\ -\infty < t < \infty$$

- ✓ A là biên độ
- ✓ Ω là tần số góc tính bằng radian trên giây (rad/s)
- ✓ θ là góc pha ban đầu tính bằng radian (rad)

✓ $\Omega = 2\pi F$ với F là tần số tính bằng số chu kỳ trên giây (Hz)

⇒ Viết lại phương trình tín hiệu sin liên tục:

$$x_a(t) = A\cos(2\pi F t + \theta), \ -\infty < t < \infty$$



❖Đặc điểm của tín hiệu sin liên tục

1. Với F cố định, tín hiệu sin liên tục $x_a(t)$ tuần hoàn với chu kỳ cơ bản là $T_p = 1/F$, nghĩa là ta luôn luôn có:

$$x_a(t + T_p) = x_a(t), -\infty < t < \infty$$

2. Các tín hiệu sin liên tục có tần số khác nhau thì khác nhau.

3. Tăng tần số $\Rightarrow$ tăng tốc độ của dao động của tín hiệu, tức là tăng số chu kỳ dao động trong một khoảng thời gian cho trước.

Vì thời gian t liên tục nên ta có thể tăng F đến vô cùng.

❖Biểu diễn tín hiệu sin liên tục ở dạng phasor

$$x_a(t) = A\cos(\Omega t + \theta) = \frac{A}{2}e^{j(\Omega t+\theta)} + \frac{A}{2}e^{-j(\Omega t+\theta)}$$

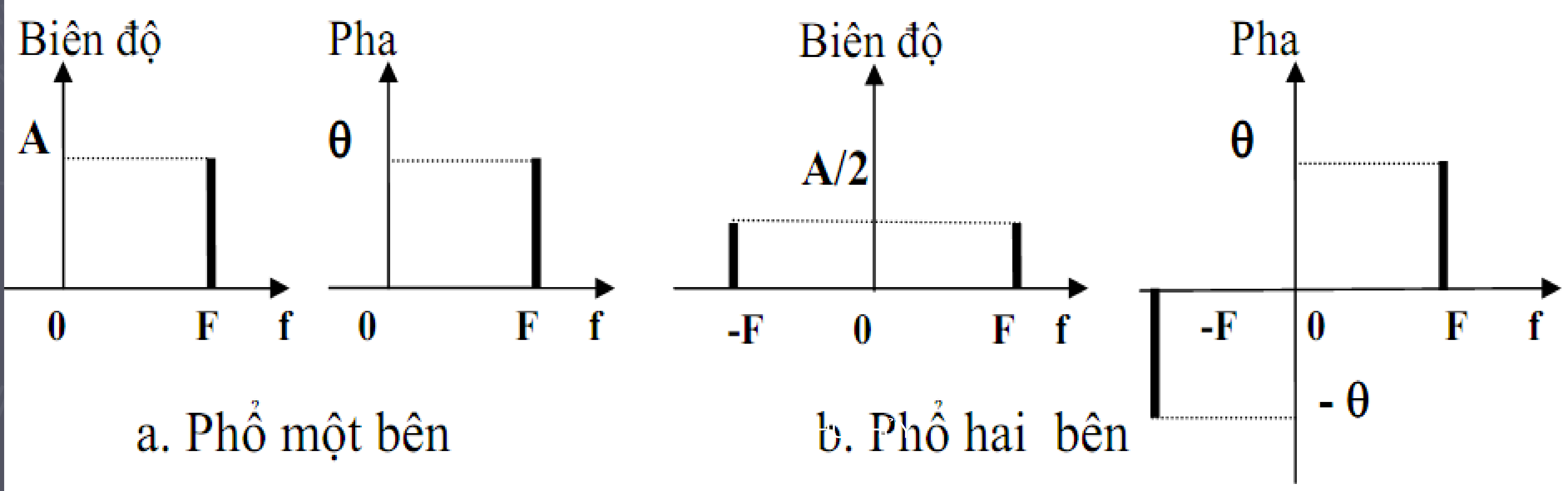
Tín hiệu sin liên tục là tổng của 2 tín hiệu điều hòa hàm mũ phức có biên độ bằng nhau và liên hợp phức với nhau, tần số góc là $\pm\Omega$: tần số dương và âm

Dải tần số của tín hiệu liên tục là $-\infty < F < \infty$.

❖Phổ một bên và hai bên của tín hiệu sin thực

Từ hai cách biểu thị toán học tín hiệu sin thực ở trên dẫn đến 2 cách trình bày tần phổ

$$x_a(t) = A\cos(\Omega t+\theta) = \frac{A}{2}e^{j(\Omega t+\theta)} + \frac{A}{2}e^{-j(\Omega t+\theta)}$$



a. Phổ một bên

b. Phổ hai bên

1.3.2 Tín hiệu sin rời rạc

$$x(n) = A\cos(\omega n + \theta),\ -\infty < n < \infty$$

- n là biến nguyên gọi là số mẫu
- A là biên độ
- ω là tần số góc tính bằng radian trên mẫu (rad/mẫu)
- θ là góc pha tính bằng radian (rad)
- f là tần số với quan hệ: $\omega = 2\pi f$

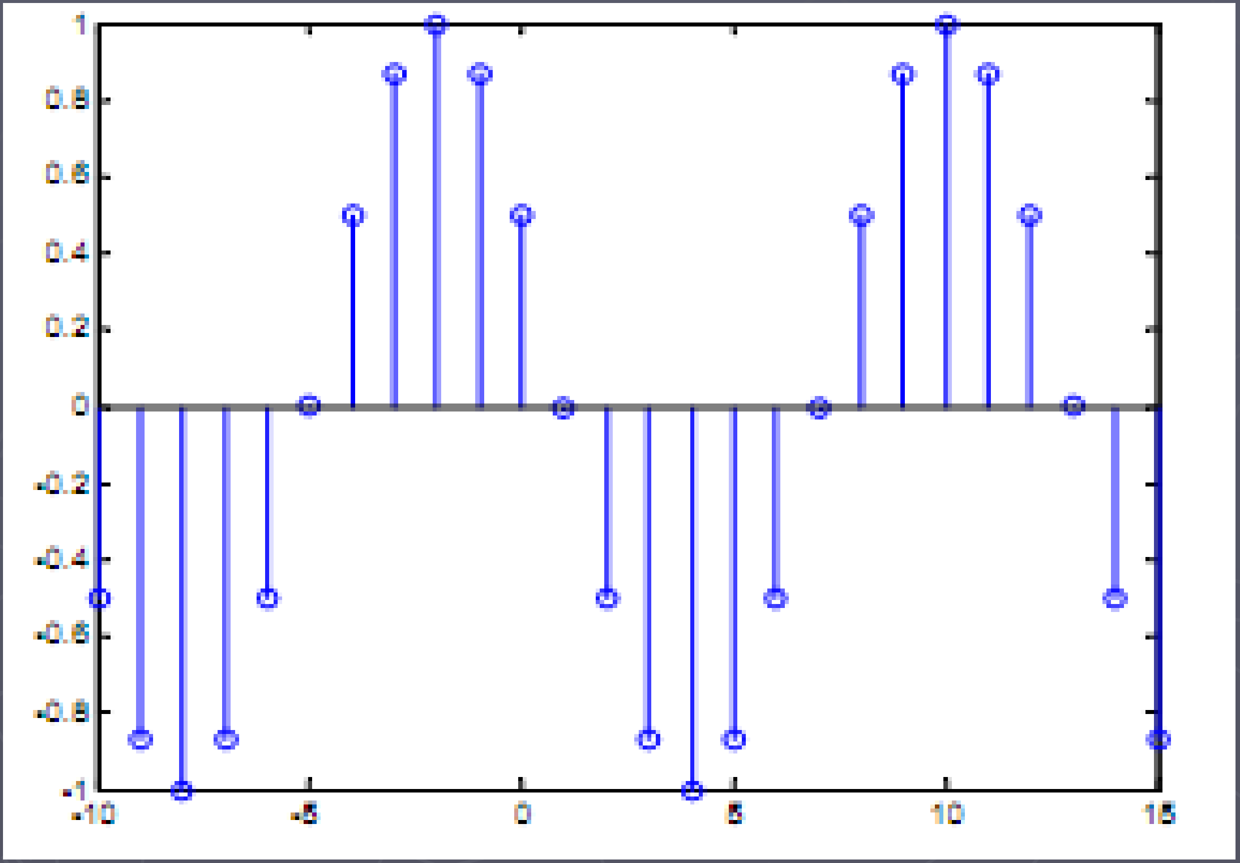
  Tần số f có thứ nguyên là chu kỳ trên mẫu (chu kỳ/mẫu)

⇒ Viết lại phương trình tín hiệu sin rời rạc:

$$x(n) = A\cos(2\pi f n + \theta),\ -\infty < n < \infty$$

❖Ví dụ: Biểu diễn tín hiệu sin rời rạc

với $\omega = \pi/6$ (rad/mẫu) và pha $\theta = \pi/3$ (rad).



$$x(n)=\cos(n\,\pi/6 + \pi/3)$$

❖Đặc điểm của tín hiệu sin rời rạc

1. Tín hiệu sin rời rạc tuần hoàn khi và chỉ khi tần số f_o là một số hữu tỷ.

2. Các tín hiệu sin rời rạc có tần số khác nhau một bội số nguyên lần 2π thì trùng nhau.

3. Tốc độ cao nhất của tín hiệu sin rời rạc đạt được khi $\omega=\pi$ hay $\omega=-\pi$, tương đương với $f = 1/2$ hay $f =- 1/2$

1. Tín hiệu sin rời rạc tuần hoàn khi và chỉ khi tần số f_o là một số hữu tỷ.

Tín hiệu rời rạc x(n) tuần hoàn với chu kỳ N (N>0)

$\Leftrightarrow$ $$x(n+N) = x(n) \quad \forall n$$

N nhỏ nhất là chu kỳ cơ bản.

Giả sử tín hiệu sin rời rạc tần số f_0 tuần hoàn

$\Leftrightarrow$ $$\cos[2\pi f_0(n+N)+\theta]=\cos(2\pi f_0 n+\theta)$$

Quan hệ này chỉ đúng khi tồn tại một số nguyên k sao cho:

$$2\pi f_0 N = 2k\pi \Leftrightarrow f_0 = \frac{k}{N}$$

Cách xác định chu kỳ cơ bản $\Rightarrow$ biểu diễn f_0 dưới dạng tỷ số của hai số nguyên k/N, sau đó đưa k/N về dạng phân số tối giản

$\Rightarrow$ **mẫu số của phân số tối giản chính là chu kỳ cơ bản.**

Ví dụ $f_1 = 23/50$ $\Rightarrow N_1 = 50$

$f_2 = 25/50 = 1/2$ $\Rightarrow N_2 = 2.$

2. Các tín hiệu sin rời rạc có tần số khác nhau một bội số nguyên lần 2π thì trùng nhau.

$$x(n) = \cos(\omega_0 n + \theta)$$

$$x(n) = \cos[(\omega_0 + 2\pi)n + \theta] = \cos(\omega_0 n + 2\pi n + \theta) = \cos(\omega_0 n + \theta)$$

Vậy tất cả các tín hiệu sin rời rạc đều trùng nhau nếu có dạng:

$$x_k(n) = \cos(\omega_k n + \theta),\ k = 0,1,2,...$$ với $$\omega_k = \omega_0 + 2k\pi,\ -\pi \le \omega_0 \le \pi$$

Nhận xét:

- Các tín hiệu sin rời rạc có $-\pi \le \omega \le \pi$ hay $-1/2 \le f \le 1/2$ thì mới khác biệt nhau.
- Những tín hiệu sin rời rạc có tần số nằm ngoài dải $[-\pi, \pi]$ là phiên bản (alias) của những tín hiệu rời rạc có tần số nằm trong dải $[-\pi, \pi]$ tương ứng.
- Dải cơ bản là dải tần số có bề rộng là 2π.
- Thường chọn dải cơ bản là $-\pi \le \omega \le \pi$ hay $0 \le \omega \le 2\pi$.

3. Tốc độ cao nhất của tín hiệu sin rời rạc đạt được khi $\omega=\pi$ hay $\omega=-\pi$, tương đương với f = 1/2 hay f =− 1/2

Ví dụ minh họa với tín hiệu $x(n) = \cos n\omega$

Lần lượt cho

$$\omega_0 = 0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi$$

Tần số tương ứng là: f = 0, 1/16, 1/8, 1/4, 1/2

ta có chu kỳ tương ứng là

$$N = \infty, 16, 8, 4, 2$$

Ta thấy chu kỳ giảm khi tần số tăng, tức là tốc độ dao động của tín hiệu tăng.

BÀI TẬP

1.1. Vẽ các tín hiệu sau, xem tín hiệu nào tuần hoàn và xác định chu kỳ của tín hiệu.

$$a.\quad x(n) = \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$$

$$b.\quad x(n) = 5\cos\left(\frac{\pi n}{5} + \frac{\pi}{6}\right)$$

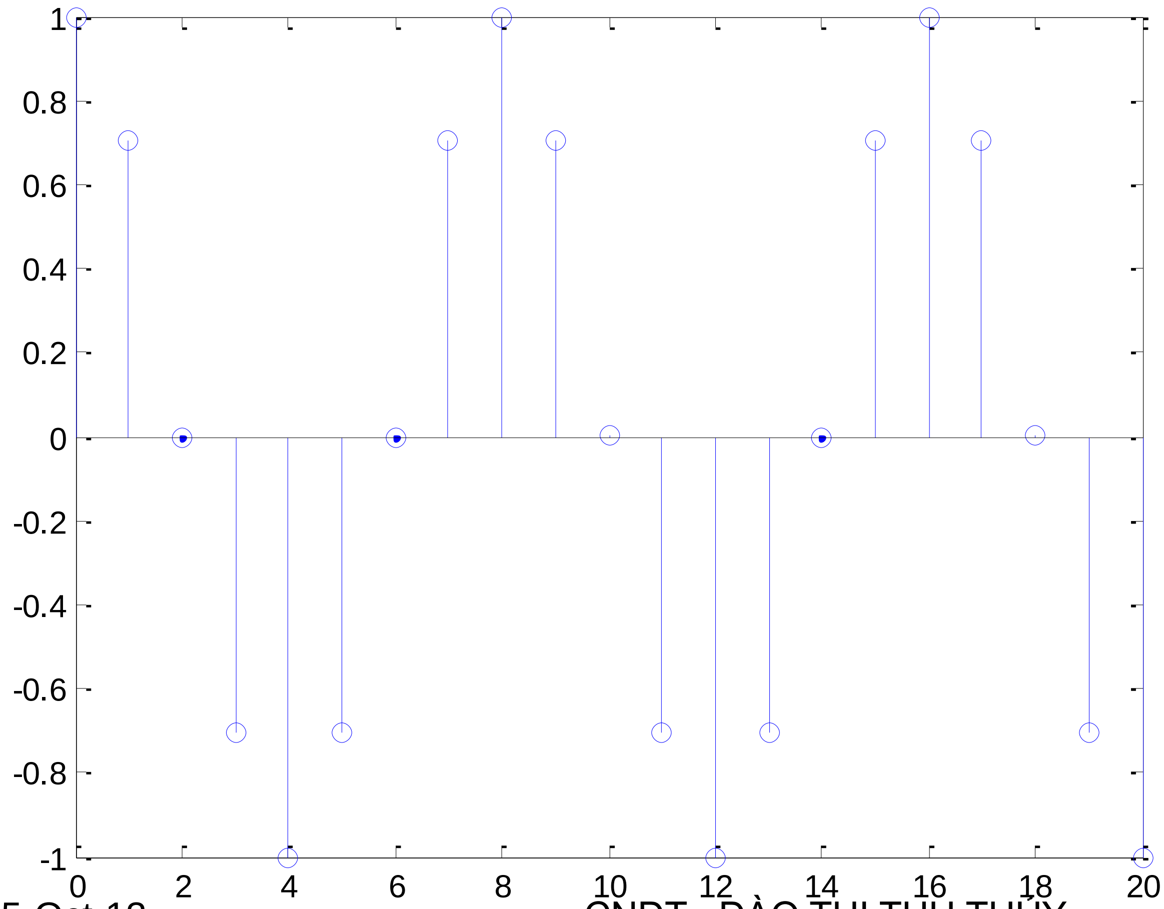
$$c.\quad x(n) = 2\cos 0.01\pi n$$

$$d.\quad x(n) = \cos 3\pi n$$

$$e.\quad x(n) = \sin \pi \frac{62}{10} n$$

$$a.\quad x(n) = \cos(\frac{\pi n}{4})$$

n=[0:20]; x=cos(n*pi/4);stem(n,x)



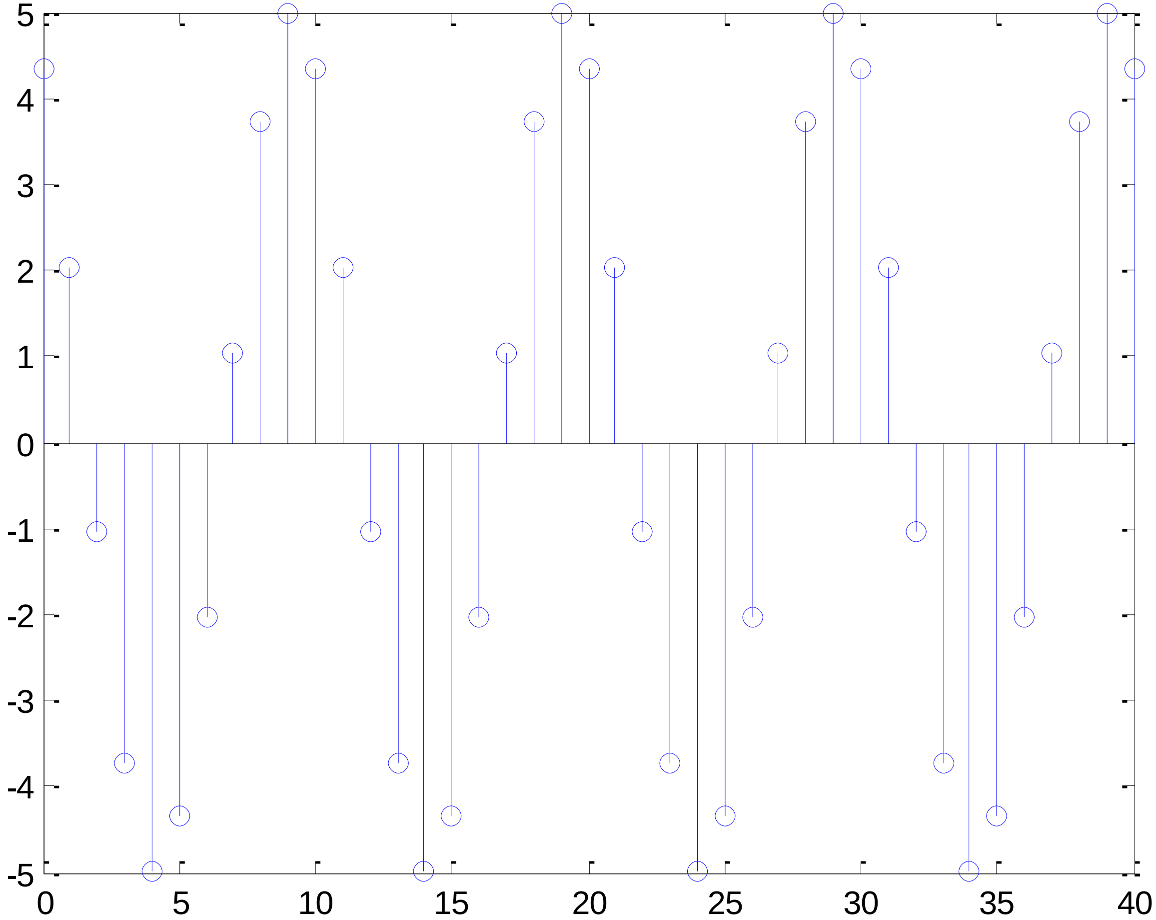
Cách xác định chu kỳ cơ bản $\Rightarrow$ biểu diễn f_0 dưới dạng tỷ số của hai số nguyên k/N, sau đó đưa k/N về dạng phân số tối giản

$\Rightarrow$ mẫu số của phân số tối giản chính là chu kỳ cơ bản.

a. N=8
b. 10
c. 200
d. 2
e. 10

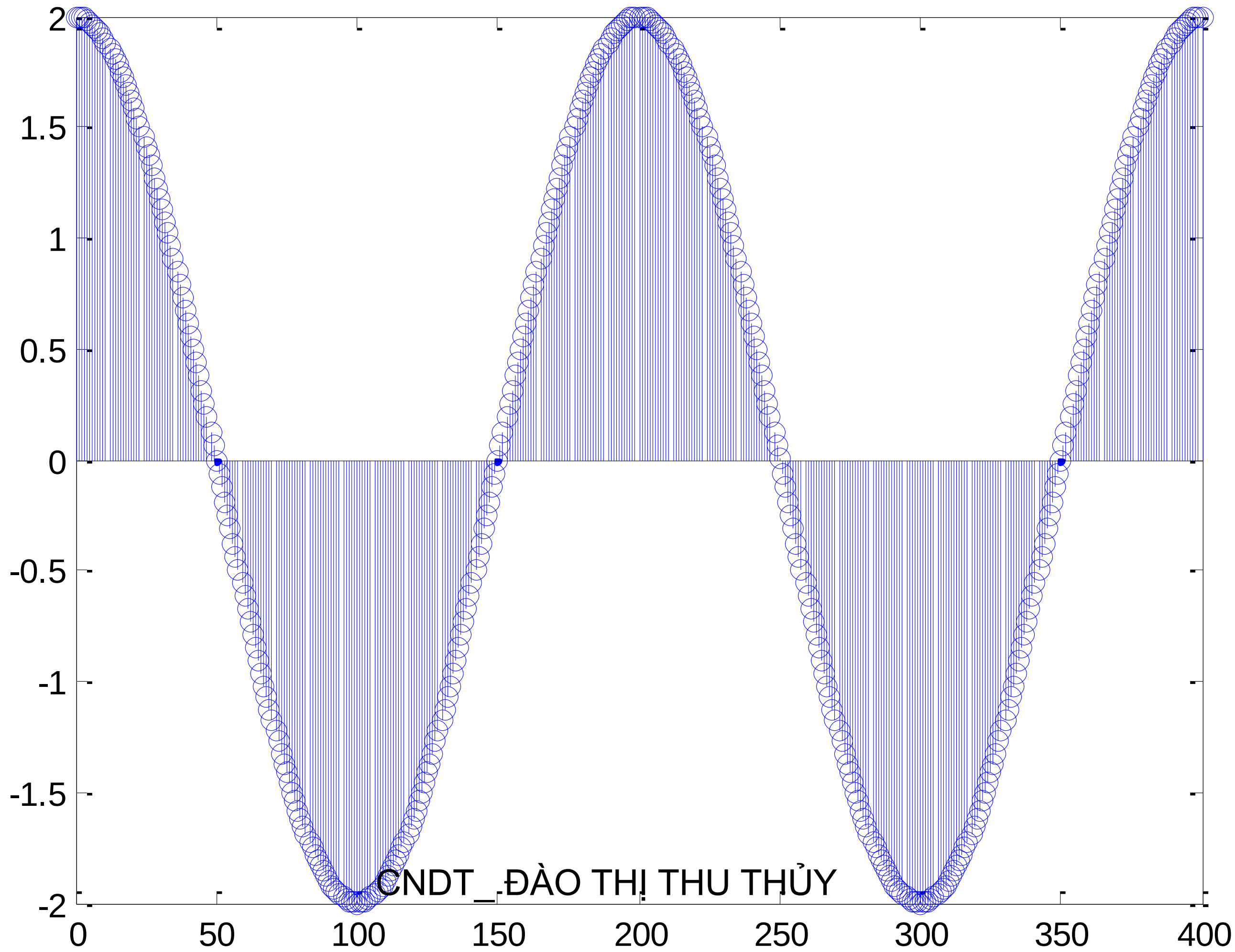
$$b.\quad x(n) = 5\cos\left(\frac{\pi n}{5} + \frac{\pi}{6}\right)$$

```
n=[0:40];x=5*cos(n*pi/5 + pi/6); stem(n,x);
```



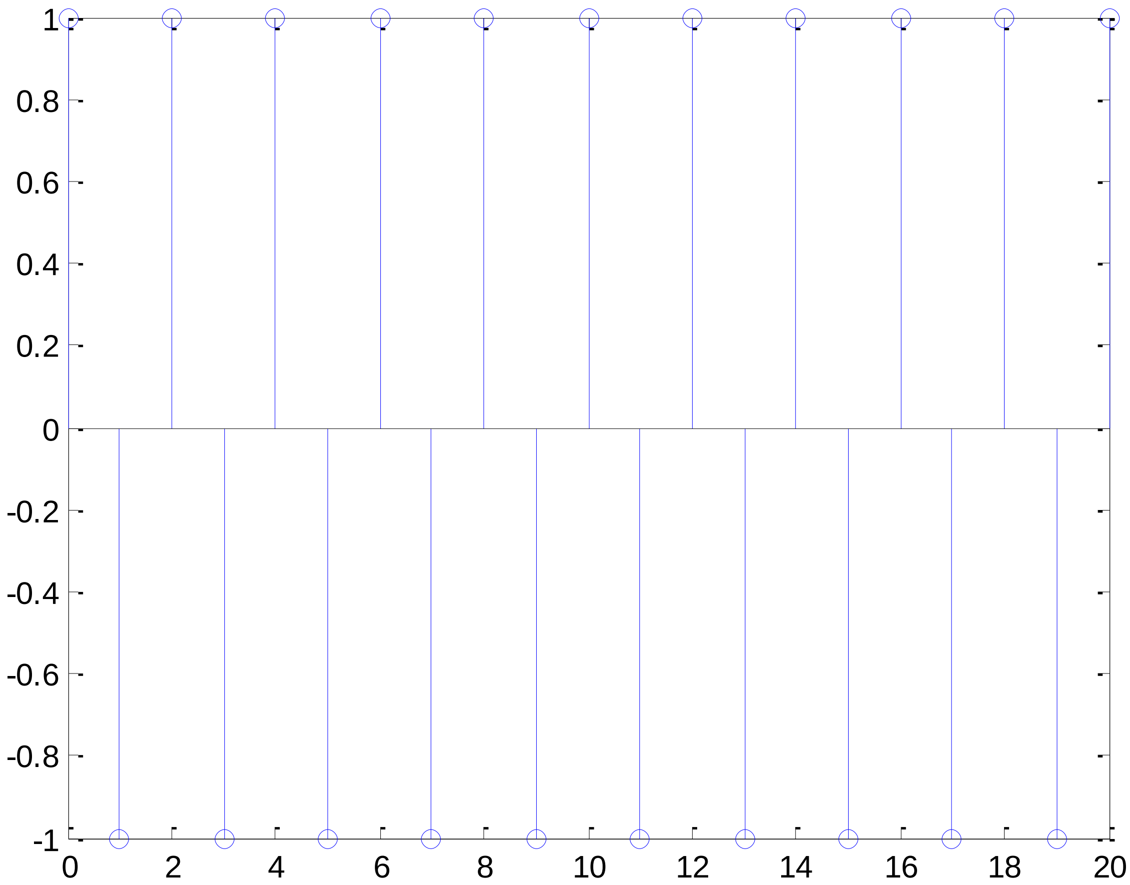
$$c.\quad x(n)=2\cos 0.01\pi n$$

n=[0:400]; x=2*cos(n*pi*0.01); stem(n,x)



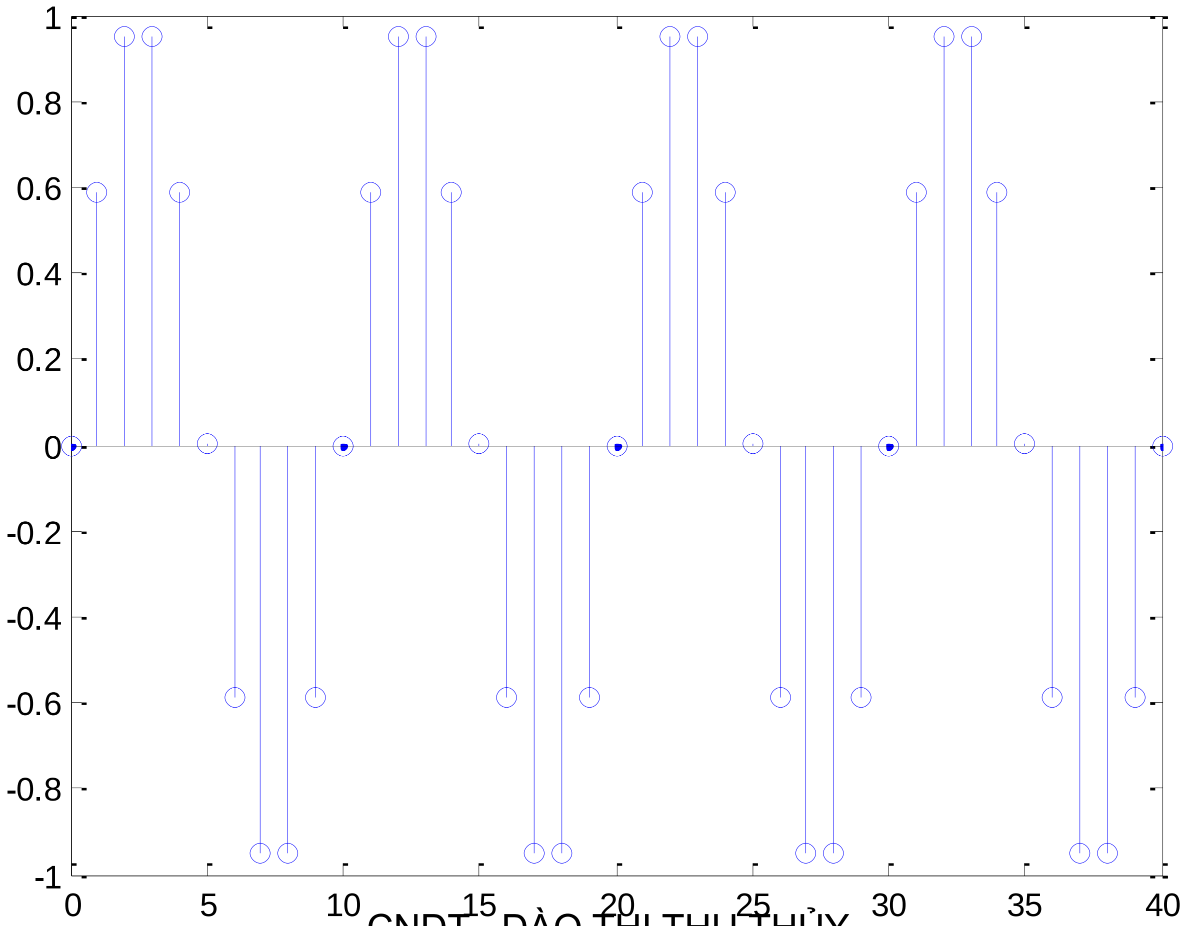
$$d.\quad x(n) = \cos 3\pi n$$

n=[0:20]; x=cos(n*pi*3); stem(n,x)



$$e.\quad x(n) = \sin \pi \frac{62}{10} n$$

n=[0:20]; x=sin(n*pi*62/10); stem(n,x)



1.2 Tín hiệu nào tuần hoàn và xác định chu kỳ cơ bản của tín hiệu

a. $x(n) = 2\cos(\frac{1}{4}n)$

b. $x(n) = \cos(\sqrt{2}\pi n)$

g. $x(n) = 5\cos(\frac{\pi}{3}n + \pi) + 3\sin(\frac{\pi}{3}n - \frac{\pi}{4})$

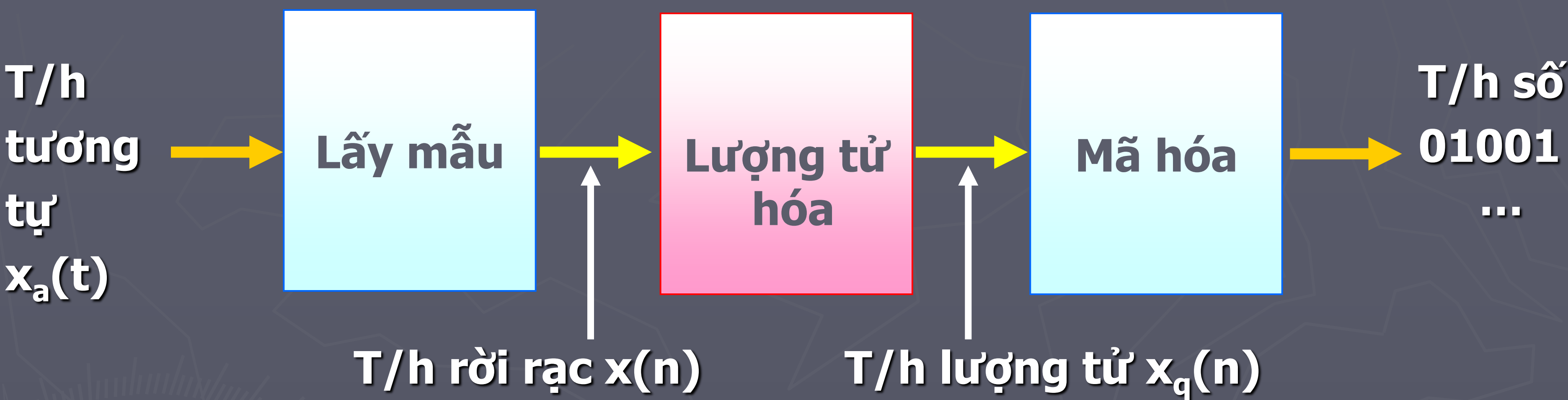
h. $x(n) = 2\cos(\frac{\pi}{5}n + \pi) - 3\sin(\frac{\pi}{10}n - \pi)$

i. $x(n) = 2\cos(\frac{8\pi}{10}n + \pi) - 3\sin(\frac{\pi}{3}n - \pi)$

1.4. BIẾN ĐỔI TƯƠNG TỰ-SỐ (ADC) VÀ BIẾN ĐỔI SỐ-TƯƠNG TỰ (DAC)

- Các tín hiệu thực tế như tiếng nói, tín hiệu sinh học, tín hiệu địa chấn, radar, sonar, tín hiệu thông tin như audio, video... đều là tín hiệu tương tự.
- Để xử lý tín hiệu tương tự bằng phương pháp số, trước hết phải chuyển tín hiệu tương tự sang dạng số. (ADC)
- Sau khi xử lý hầu hết các ứng dụng đều yêu cầu phải chuyển đổi tín hiệu số sau xử lý trở lại thành tín hiệu tương tự. (DAC)

1.4.1 Biến đổi tương tự - số ADC



1. Lấy mẫu (sampling) là quá trình chuyển đổi tín hiệu từ liên tục thành rời rạc bằng cách lấy từng mẫu (sample) của tín hiệu liên tục tại các thời điểm rời rạc. (lấy mẫu và giữ mẫu (sample and hold))

$x_a(t) \Rightarrow x_a(nT) \equiv x(n)$ với T là chu kỳ lấy mẫu

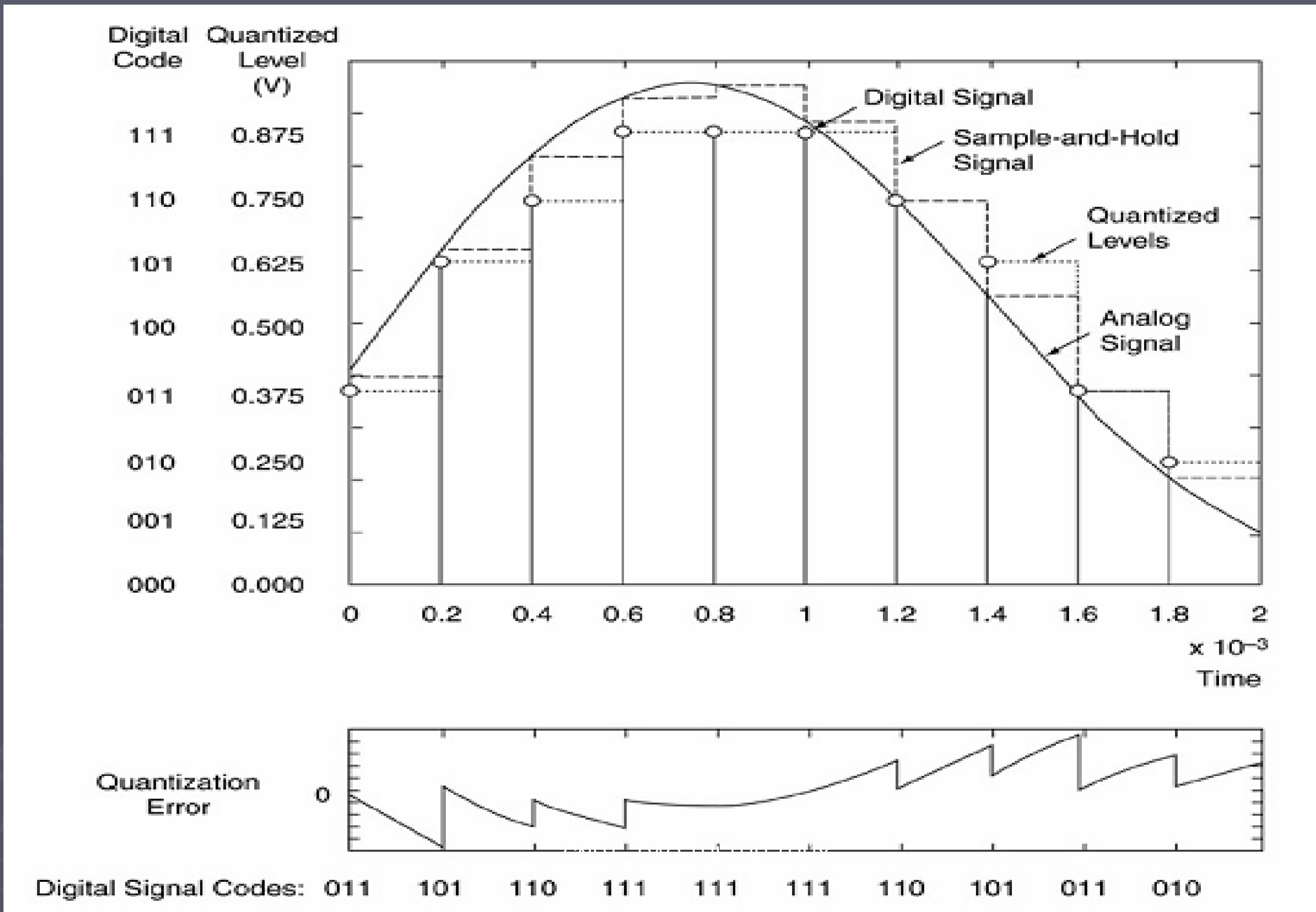
2. Lượng tử hóa (quantization) là quá trình chuyển đổi tín hiệu rời rạc có biên độ liên tục thành tín hiệu rời rạc có biên độ rời rạc (còn gọi là tín hiệu số).

$x(n) \Rightarrow x_q(n)$

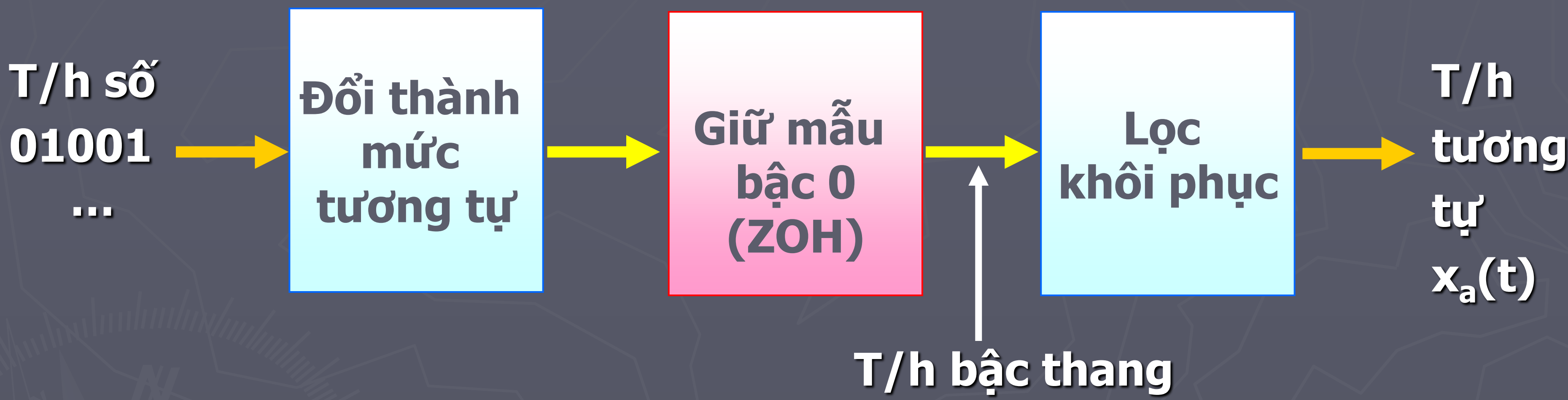
Sự khác nhau giữa giá trị của mẫu chưa lượng tử hóa x(n) và giá trị của mẫu đã lượng tử hóa $x_q(n)$ gọi là sai số lượng tử hóa (quantization error)

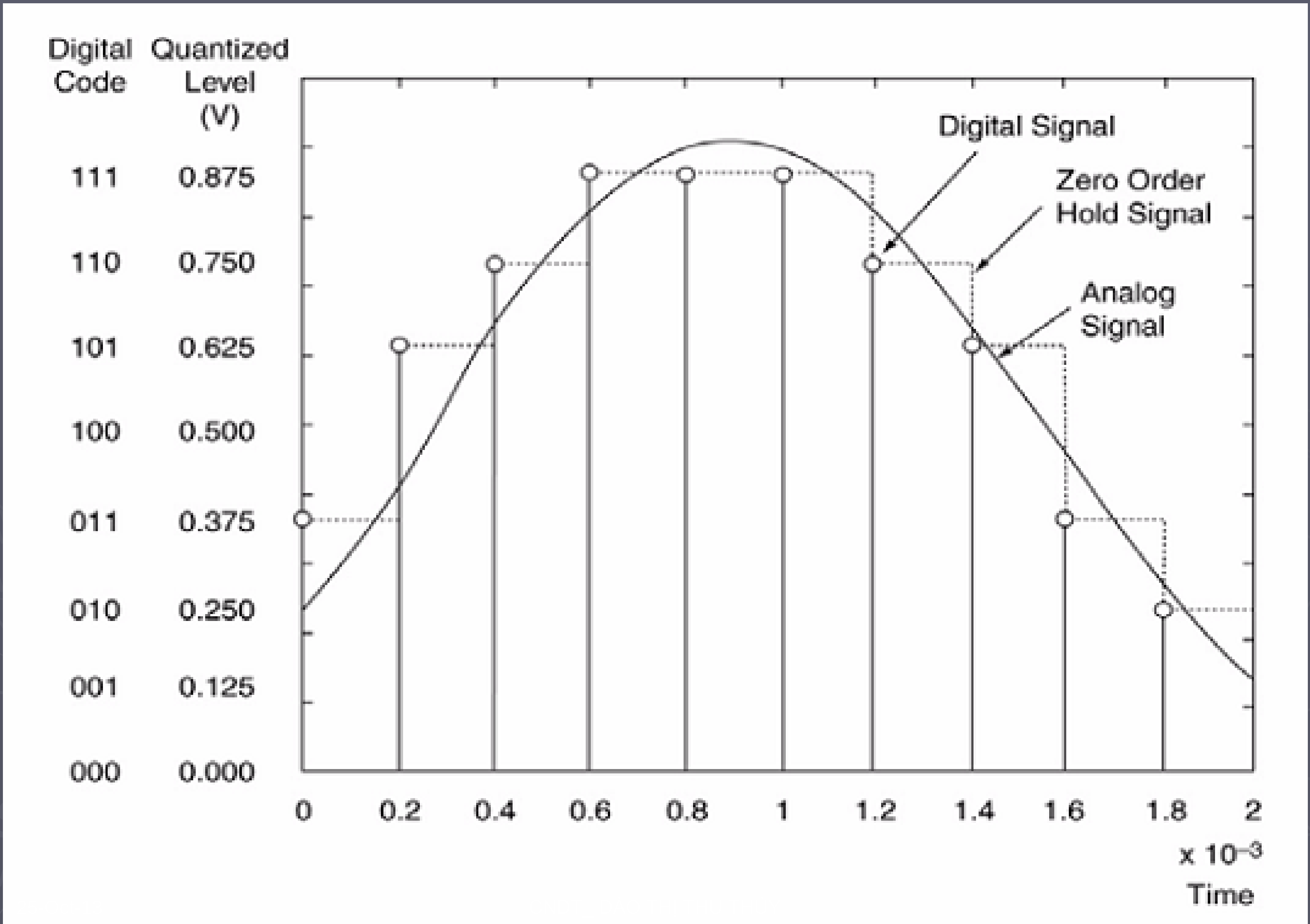
3. Số hóa (digitization) là quá trình biểu diễn mỗi giá trị rời rạc $x_q(n)$ bằng một dãy số nhị phân b bit.

Ví dụ biến đổi A/D 3 bit



1.4.2 Biến đổi số - tương tự DAC




Digital Code
Quantized Level (V)
111 0.875
110 0.750
101 0.625
100 0.500
011 0.375
010 0.250
001 0.125
000 0.000
Digital Signal
Zero Order Hold Signal
Analog Signal
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
x 10^-3
Time

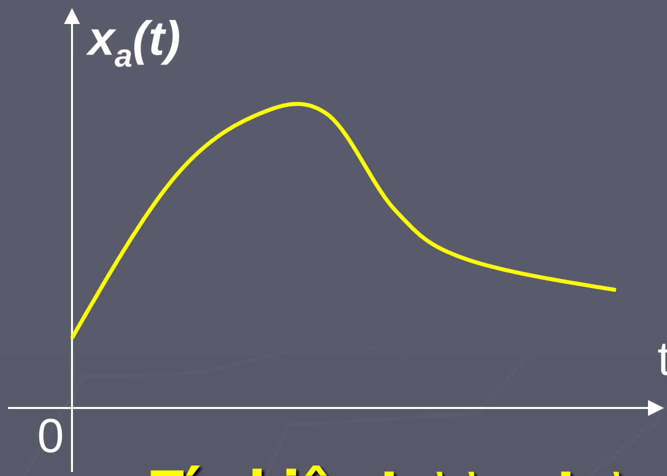
1.5 LẤY MẪU & KHÔI PHỤC TÍN HiỆU

1.5.1 Lấy mẫu và định lý lấy mẫu
1.5.2 Sự chồng phổ
1.5.3 Tiền lọc chống biệt danh
1.5.4 Lấy mẫu quá mức và tiêu hủy
1.5.5 Mạch khôi phục tương tự

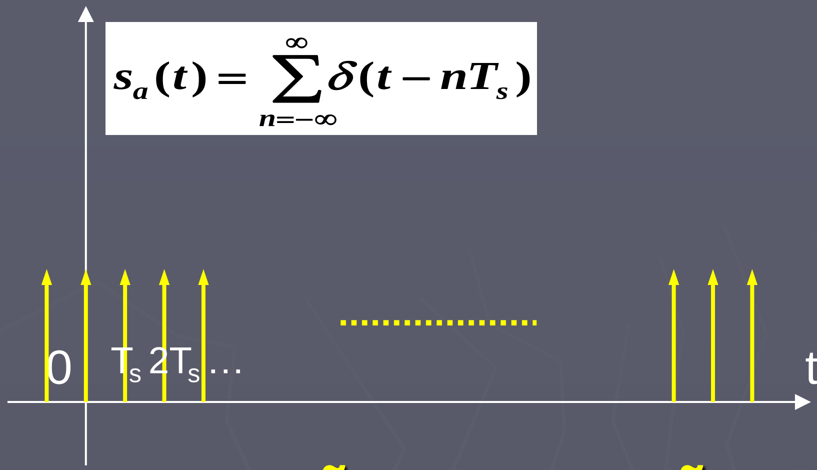
1.5.1 LẤY MẪU & KHÔI PHỤC TÍN HiỆU THỜI GIAN LIÊN TỤC

1 Khái niệm lấy mẫu tín hiệu

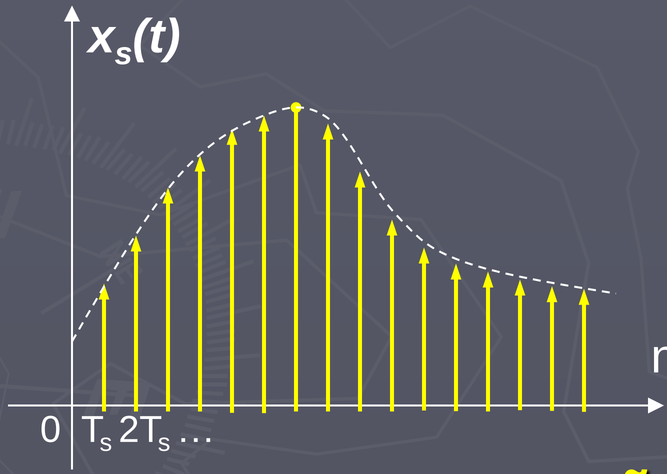
Quá trình lấy mẫu tín hiệu



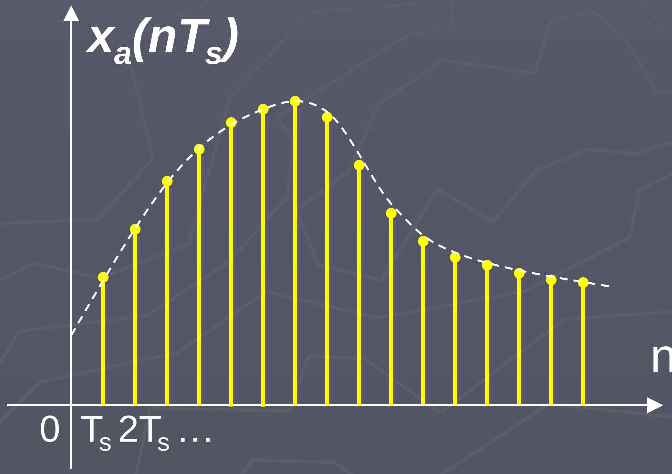
Tín hiệu tương tự



Chuỗi xung lấy mẫu



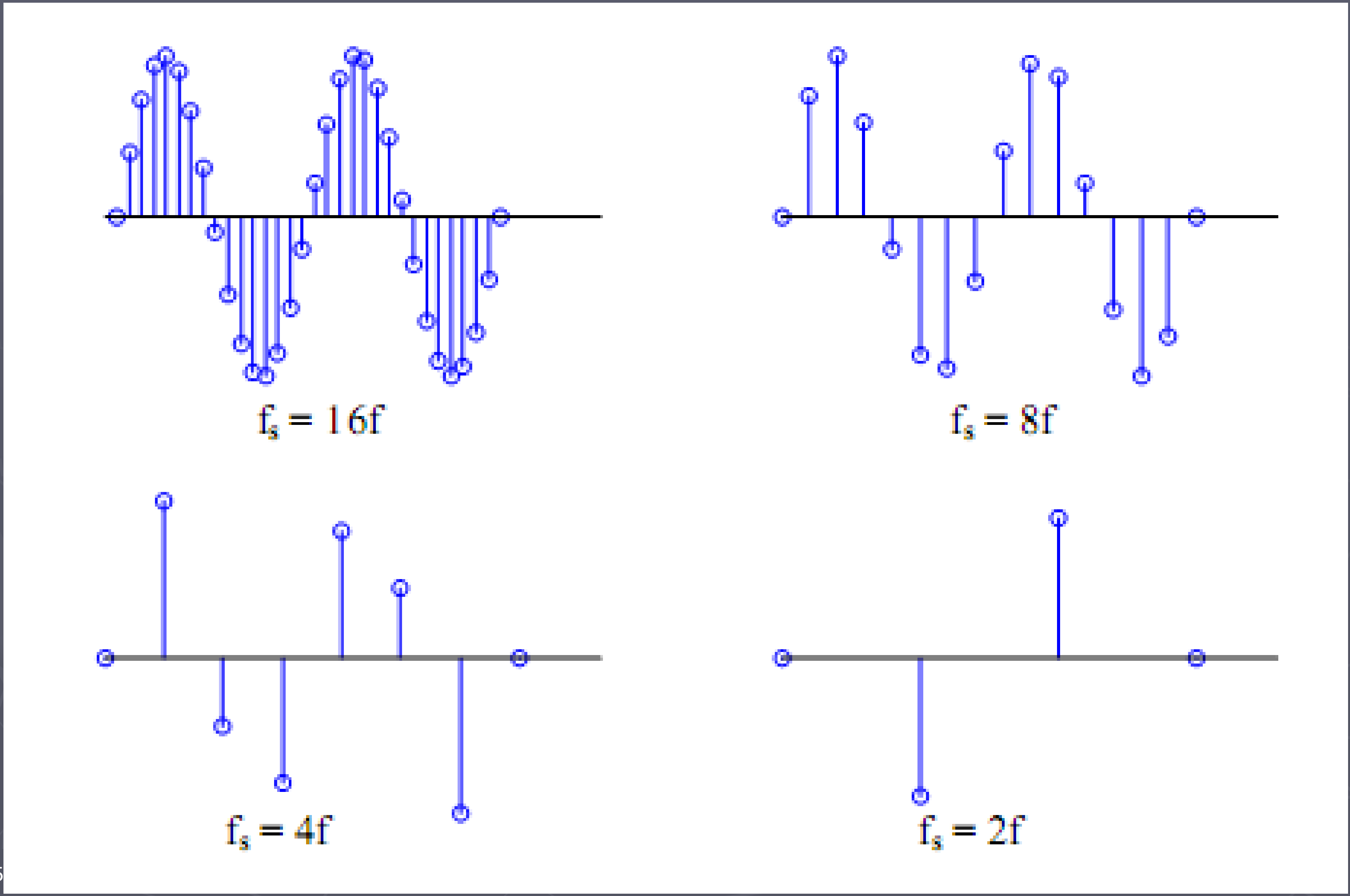
Tín hiệu được lấy mẫu



Tín hiệu rời rạc

Tốc độ lấy mẫu càng lớn -> khôi phục tín hiệu càng chính xác

Ví dụ lấy mẫu tín hiệu sin



Tần số lấy mẫu càng cao

⇒ càng có khả năng khôi phục giống tín hiệu gốc.

Tần số lấy mẫu càng cao

→ lượng mẫu lớn ⇒ dung lượng lưu trữ lớn.

⇒ tốc độ xử lý sẽ chậm lại.

- Tần số lấy mẫu???
  - để khôi phục lại gần đúng dạng tín hiệu
  - với tốc độ xử lý giới hạn trong mức cho phép

2 Quan hệ giữa tần số tín hiệu rời rạc và tương tự

$$x_a(t) = A\cos\Omega t \xrightarrow[t = nT_s]{\text{Lấy mẫu}} x_a(nT_s) = A\cos(n\Omega T_s)$$

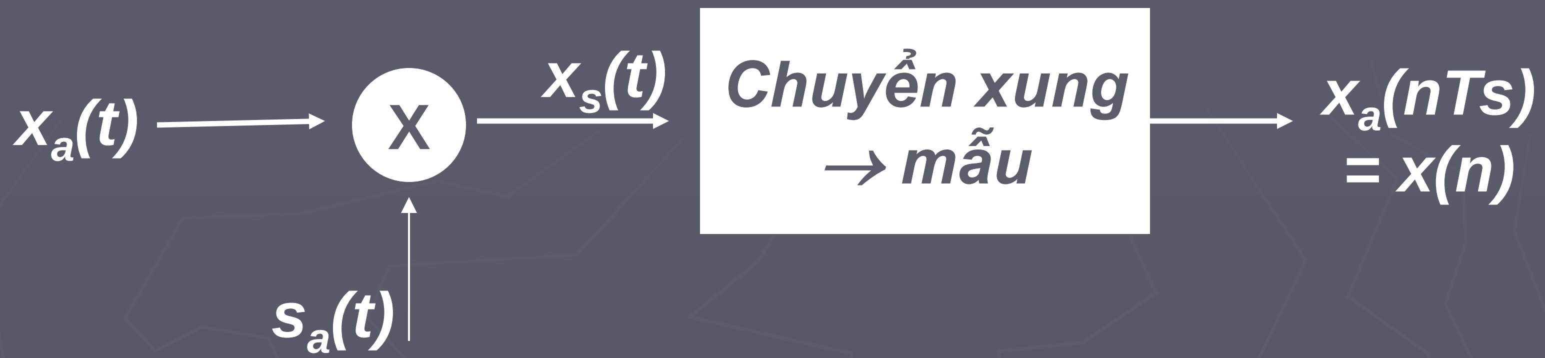
$$x(n) = x_a(nT_s) = A\cos(n\Omega T_s) = A\cos(\omega n) \Rightarrow \boxed{\omega = \Omega T_s}$$

Trong đó: ω - tần số của tín hiệu rời rạc

Ω - tần số của tín hiệu tương tự

T_s - chu kỳ lấy mẫu

3 Quan hệ giữa phổ tín hiệu rời rạc và phổ tín hiệu tương tự



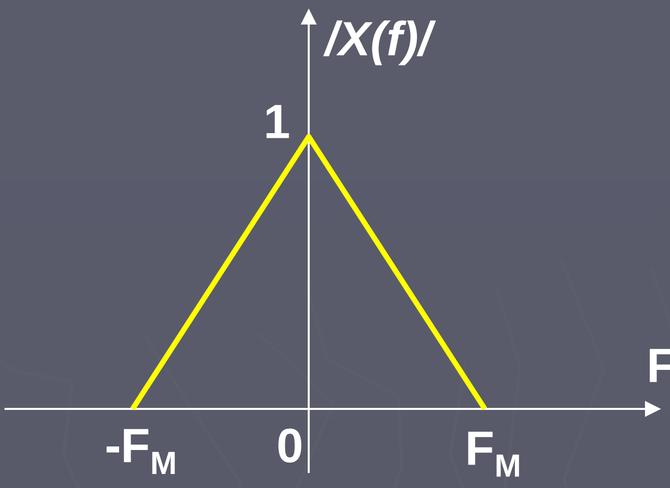
$x_a(nT_s) = x_a(t)s_a(t)$

$$s_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \Rightarrow X_s(f) = X(f) * S(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s)$$

Với: $X_s(f)$ là phổ của tín hiệu lấy mẫu
$X(f)$ là phổ của $x_a(t)$
$S(f)$ là phổ của $s_a(t)$

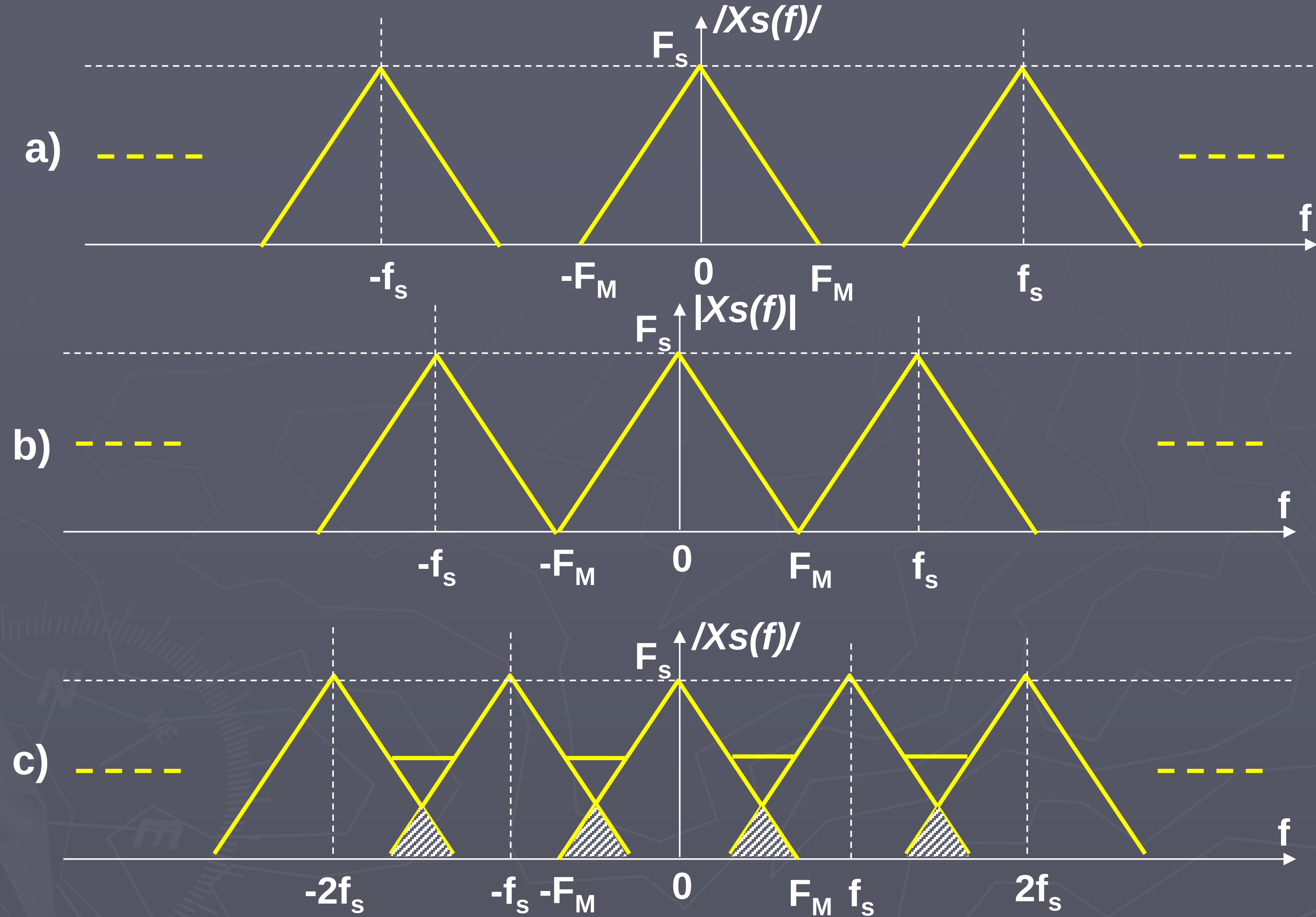
<u>Ví dụ</u>: Hãy vẽ phổ biên độ tín hiệu rời rạc, biết phổ biên độ tín hiệu tương tự cho như hình vẽ, với các tốc độ lấy mẫu:

a) $\mathbf{f_s > 2F_M}$ b) $\mathbf{f_s = 2F_M}$ c) $\mathbf{f_s < 2F_M}$

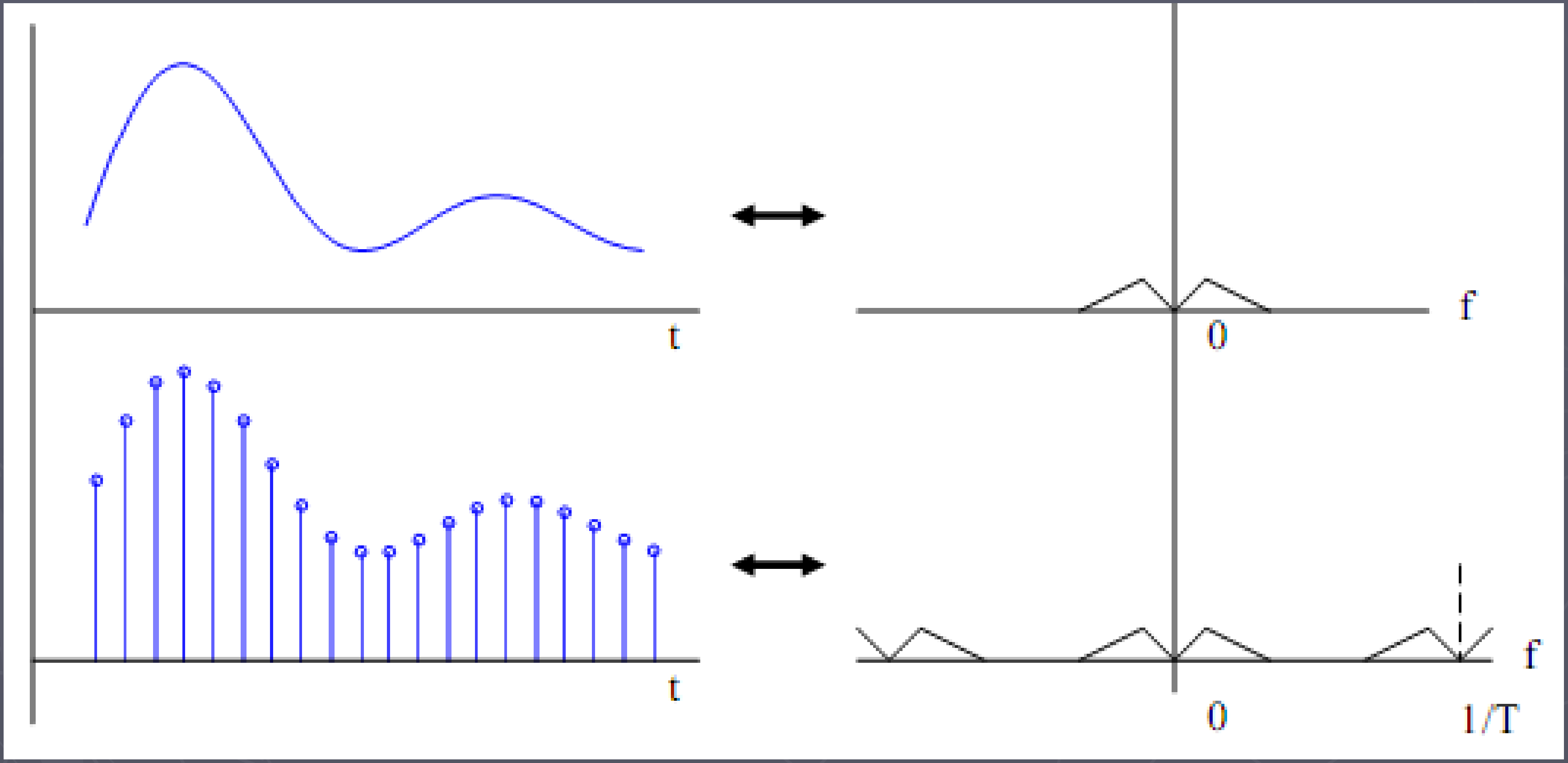


$$\Rightarrow X_s(f) = X(f) * S(f) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s)$$

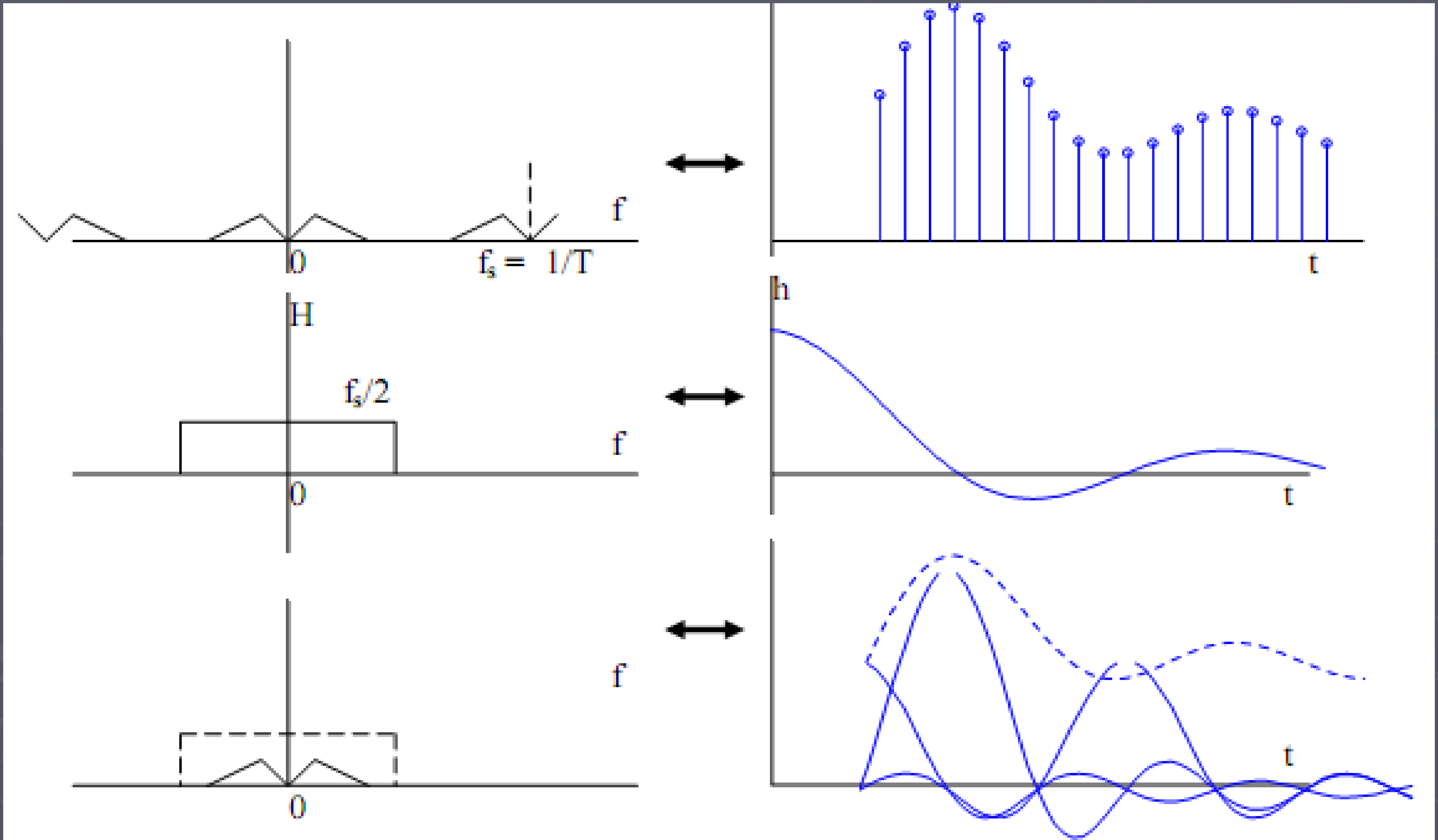
phổ của các mẫu là sự lặp lại phổ tín hiệu gốc ở các tần số $\pm$ fs, $\pm$ 2fs, $\pm$ 3fs,...



Nếu tần số lấy mẫu fs < 2 fM ta có hiện tượng chồng phổ (aliasing)


t
0
f
t
f
0
1/T

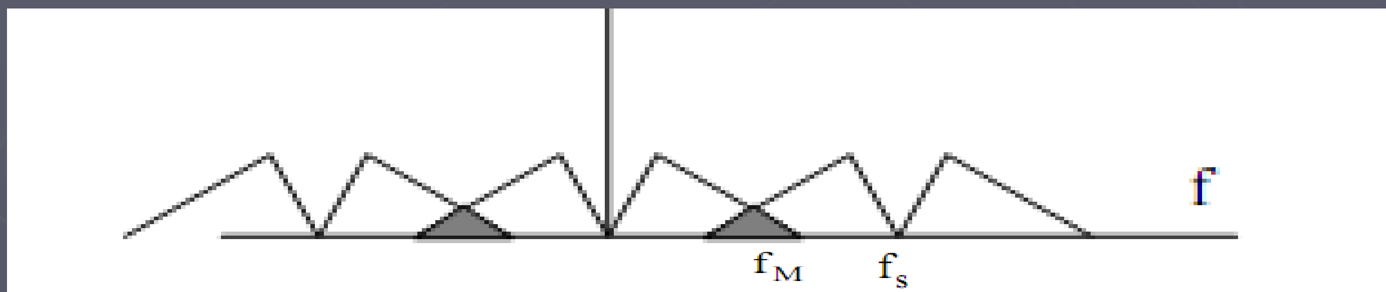
Để khôi phục lại dạng của tín hiệu, ta chỉ cần giới hạn phổ tần của tín hiệu.
Quá trình này có thể thực hiện bằng một mạch lọc thông thấp chỉ lấy phần phổ tín hiệu mẫu giống phổ tín hiệu gốc



Để khôi phục lại tín hiệu trước khi lấy mẫu

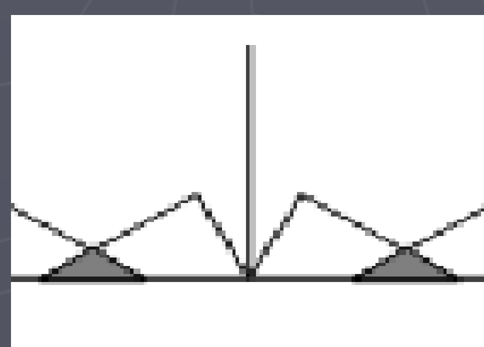
⇒ phổ tín hiệu sau khi qua mạch lọc phải giống hoàn toàn với phổ tín hiệu gốc.

Nếu $f_s < 2\ f_M$ ta có hiện tượng chồng phổ (aliasing)



⇒ phổ tín hiệu sau khi qua mạch lọc không giống hoàn toàn với phổ tín hiệu gốc.

⇒ Ko khôi phục đúng tín hiệu gốc



4 Định lý lấy mẫu

Định lý lấy mẫu: Để các mẫu biểu diễn đúng tín hiệu tương tự, tức từ các mẫu ta có thể phục hồi tín hiệu tương tự ban đầu, tốc độ lấy mẫu phải lớn hơn hay ít nhất là bằng 2 lần thành phần tần số cao nhất của tín hiệu tương tự:

$$f_s \geq 2F_M$$

- Tần số giới hạn 2 f_M được gọi là tốc độ Nyquist.
- $f_s/2$: tần số Nyquist (hay tần số gấp).
- $[-f_s/2, f_s/2]$: khoảng Nyquist.
- f_s: tần số lấy mẫu (tốc độ lấy mẫu).
- f_M: tần số cao nhất của tín hiệu tương tự.

Ví dụ 5.1. Cho tín hiệu tương tự:

$$x(t) = 3\cos 50\pi t + 10\sin 300\pi t - \cos 100\pi t$$

Xác định tốc đô ̣Nyquist.

Giải:

$$x(t) = 3\cos 50\pi t + 10\sin 300\pi t - \cos 100\pi t$$

Tín hiệu x(t) có 3 tần số:

f1= 25Hz, f2= 150Hz, f3= 50Hz

Tần số cao nhất là $f_M = f_2 = 150$ Hz nên tốc độ Nyquist là 2x150 Hz = 300Hz.

Khi lấy mẫu ở tần số này hay lớn hơn sẽ không có hiện tượng chồng phổ hay biệt danh.

Ví dụ 1.5.2. Cho tín hiệu tương tự:

$$x(t) = 4 + 3\cos 2\pi t + 10\sin 3\pi t - \cos 4\pi t \quad (t\text{:ms})$$

Xác định tốc đô ̣Nyquist

Giải:

Tín hiệu x(t) có 4 tần số:

f_1= 0Hz, f_2= 1kHz, f_3= 1.5kHz, f_4= 2kHz

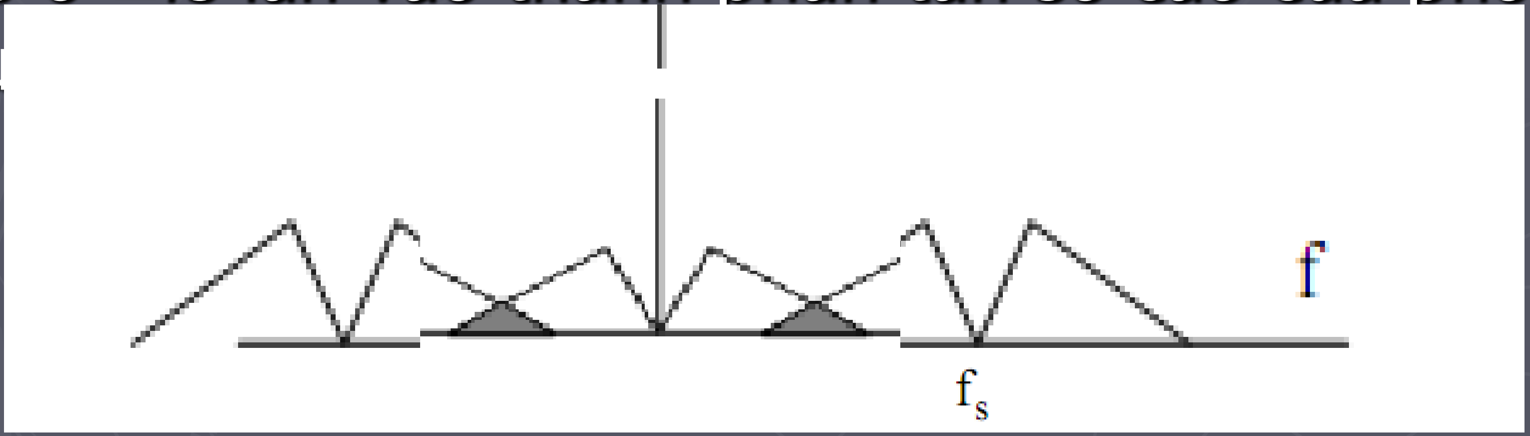
Tần số cao nhất là f_M = f_4= 2kHz nên tốc độ Nyquist là 2x2kHz = 4kHz

1.5.2 SỰ CHỒNG PHỔ (BIỆT DANH)

- Khi $f_s < 2 f_M$ (lấy mẫu dưới mức)

⇒ta có hiện tượng chồng phổ (xét về mặt tần số) hay biệt danh (xét về mặt tín hiệu).

- Khi lọc ta thấy thành phần tần số thấp của phần phổ lặp ở ±fs lẫn vào thành phần tần số cao của phổ tru



⇒ tín hiệu được tái lập sẽ không đúng.

1. 5.2 SỰ CHỒNG PHỔ (BIỆT DANH)

- Khi tín hiệu tương tự ở tần số f được lấy mẫu ở tốc độ f_s thì để tìm các tần số tái lập f_o trước tiên ta cộng hoặc trừ vào f bội số của fs:

$$f_o = f \pm mf_s \qquad m=0, 1, 2, \ldots.$$

- Các tần số f_o nằm trong khoảng Nyquist $[-f_s/2, f_s/2]$ là các biệt danh của f.

Ví dụ 5.3. Tín hiệu tương tư ở tần số f =100 Hz.

a. Tín hiệu được lấy mẫu ở tần số fs=120Hz. Tần số của tín hiệu khôi phục là bao nhiêu?

b. Lặp lại khi lấy mẫu ở fs=220 Hz.

1.5.3. Tín hiệu tương tư ở tần số f =100 Hz.

a. Tín hiệu được lấy mẫu ở tần số fs=120Hz. Tần số của tín hiệu khôi phục là bao nhiêu?

Giải:

a. Khoảng Nyquist [-60Hz, 60Hz].

$\Rightarrow$ tín hiệu được lấy mẫu ko thỏa định lý lấy mẫu

$\Rightarrow$ Các tần số tái lập là:

fo= f $\pm$ mfs = 100 $\pm$ m120

= 100, 100 $\pm$ 120, 100 $\pm$ 240, 100 $\pm$ 360,...

= 100, 220, **-20**, 340, -140, 460, -260, ...

Chỉ có tần số -20 Hz $\in$ khoảng Nyquist.

$\Rightarrow$ tín hiệu khôi phục có tần số -20Hz (20Hz đảo pha) thay vì 100 Hz.

5.3.Tín hiệu tương tự ở tần số f =100 Hz.

a. Tín hiệu được lấy mẫu ở tần số fs=120Hz. Tần số của tín hiệu khôi phục là bao nhiêu?

b. Lặp lại khi lấy mẫu ở fs=220 Hz.

Giải

b. Khi lấy mẫu ở tốc độ fs=220Hz thì thỏa định lý lấy mẫu. Khoảng Nyquist là (-110Hz,110Hz). Ta có:

$$f_o = f \pm mf_s = 100 \pm m220$$

$$= 100, 320, -120, 540, -340, \ldots$$

- **Vậy không có tần số nào lọt vào khoảng Nyquist ngoại trừ tần số nguyên thủy 100Hz.**

Ví dụ

1.5.4. Tín hiệu tương tự:

$$x(t) = 4 + 3\cos\pi t + 2\cos 2\pi t + \cos 3\pi t \quad (t:ms)$$

a. Xác định tốc độNyquist.

b. Nếu lấy mẫu ở phân nửa tốc đô ̣Nyquist, xác định tín hiệu $x_o(t)$ sẽ biệt danh với x(t).

1.5.5 Tín hiệu $x(t)= 2\cos 8\pi t +2\cos 6\pi t +\cos 4\pi t \quad (t:s)$. Được lấy mẫu ở fs=15Hz. Xác định tín hiệu tương tự tái lập

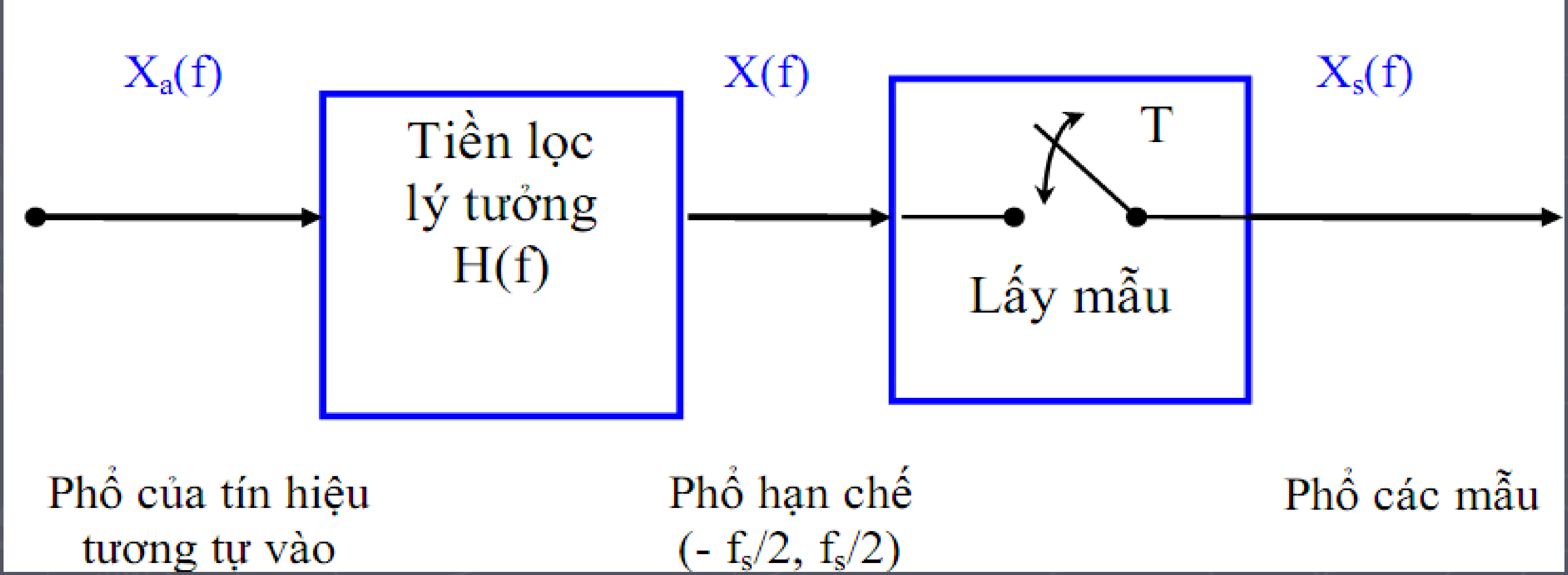
1.5.6 Tín hiệu $x(t)= 5\cos 8\pi t + 4\cos 4\pi t \cos 6\pi t \quad (t:ms)$.

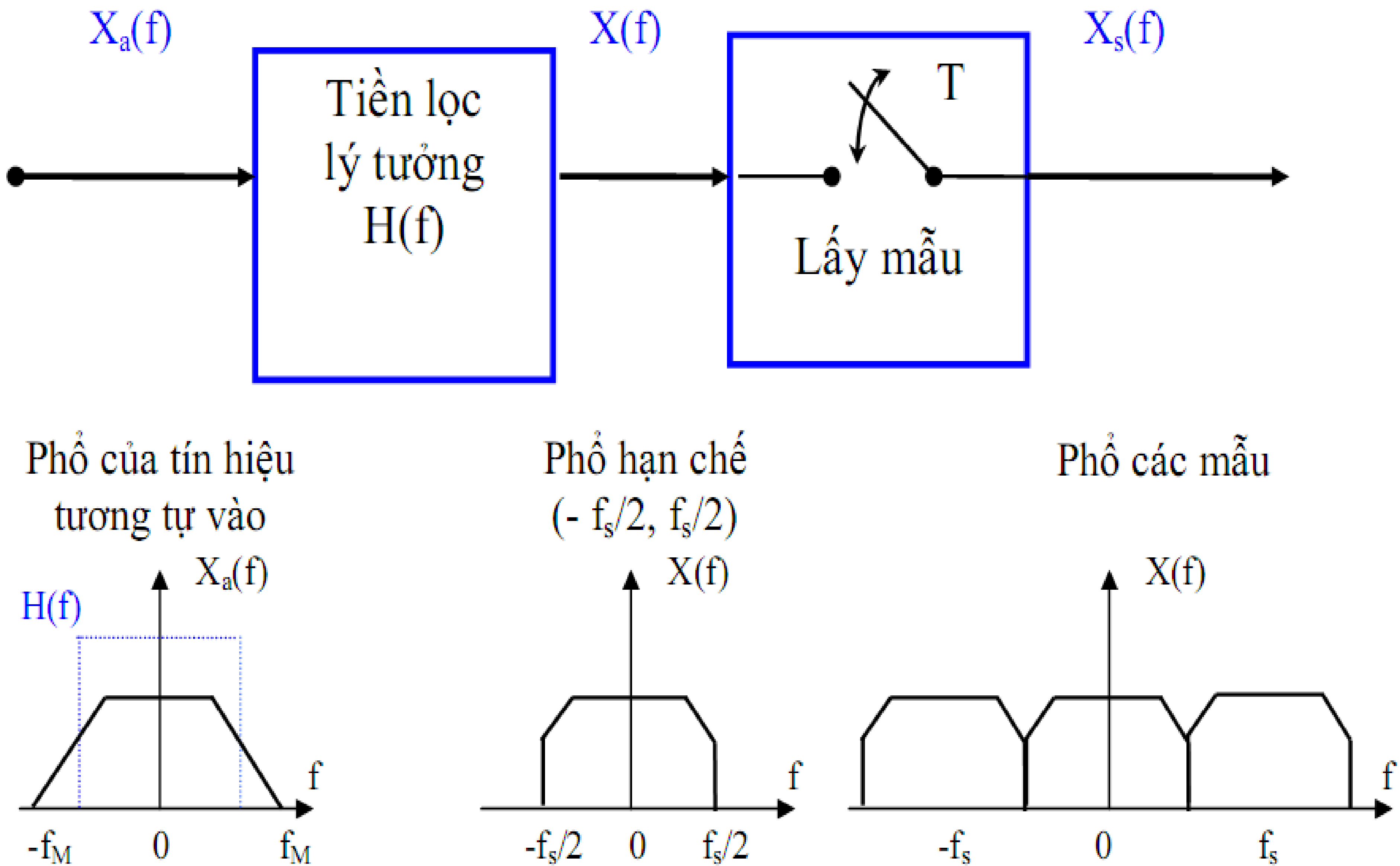
a. Tần số lấy mẫu bằng bao nhiêu để có thể khôi phục lại đúng tín hiệu ban đầu.

b. Xác định tín hiệu tương tự tái lập khi lấy mẫu ở fs =9kHz.

1.5.3 TIỀN LỌC CHỐNG BIỆT DANH

Mạch tiền lọc chống biệt danh là một lọc thông thấp thêm vào trước mạch lấy mẫu để loại bỏ các thành phần tần số cao hơn tần số cao nhất f_M của tín hiệu mà ta muốn giữ lại (hay các tần số trên fs/2 và cao hơn).





$X_a(f)$
Tiền lọc
lý tưởng
H(f)
$X(f)$
T
Lấy mẫu
$X_s(f)$
Phổ của tín hiệu
tương tự vào
$X_a(f)$
H(f)
f
$-f_M$
0
f_M
Phổ hạn chế
$(-f_s/2, f_s/2)$
$X(f)$
f
$-f_s/2$
0
$f_s/2$
Phổ các mẫu
$X(f)$
f
$-f_s$
0
f_s

1.5.4 LẤY MẪU QUÁ MỨC VÀ TIÊU HỦY

a. Lấy mẫu quá mức

Là tốc độ lấy mẫu cao hơn tốc độ Nyquist nhiều để sự biệt danh càng ít đi và mạch tiền lọc đơn giản hơn.

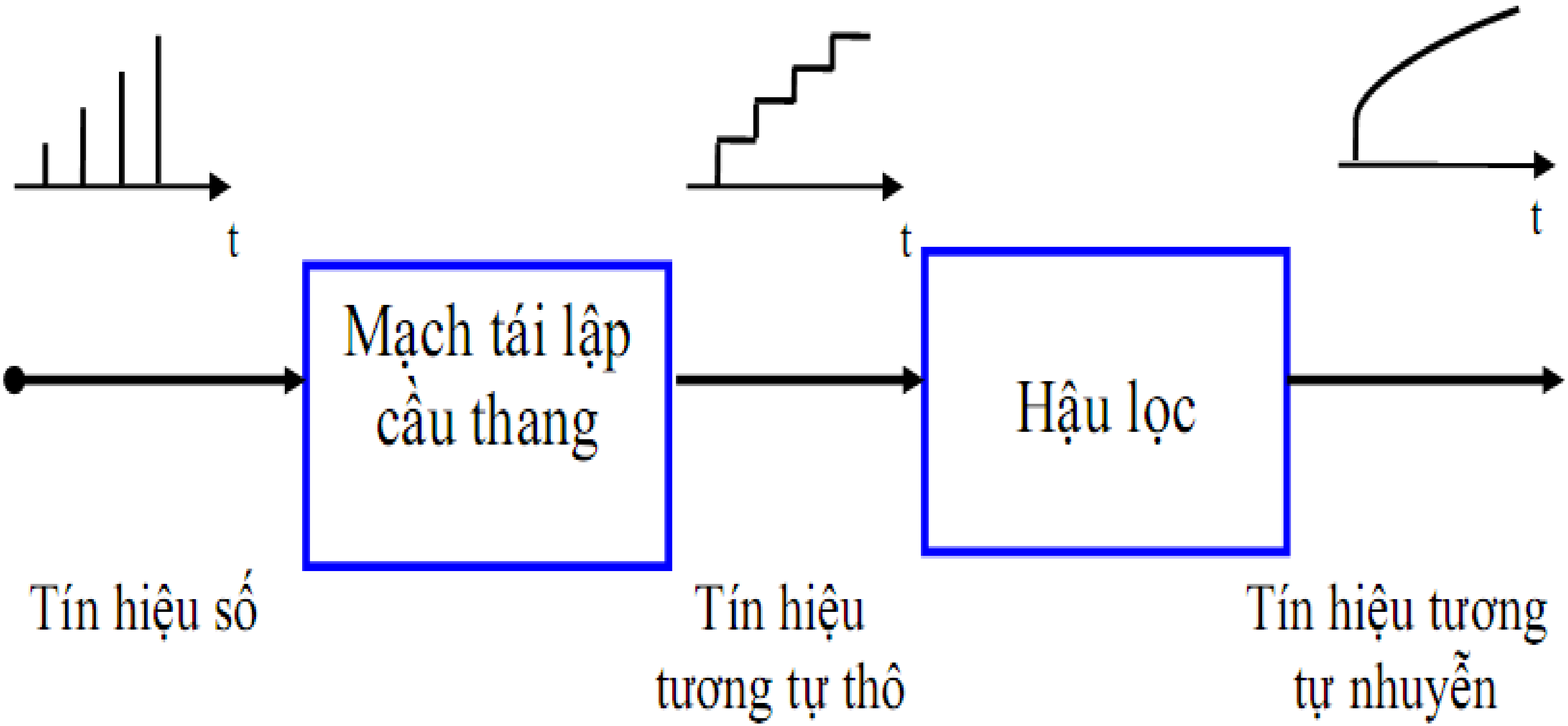
Tuy nhiên có những ứng dụng tần số lấy mẫu phải được giảm lại tần số ban đầu để được xử lý tiếp.

b. Lọc tiêu hủy

Là bô lọc số thông thấp sau khi lấy mẫu quá mức trước khi đưa tần số lấy mẫu giảm trở lại trị số ban đầu, để bảo đảm là sự biệt danh không xuất hiện trở lại.

5.5 MẠCH KHÔI PHỤC TƯƠNG TỰ

- Mục đích của mạch khôi phục tương tự là chuyển đổi các mẫu rời rạc x(nT) trở thành tín hiệu tương tự $x_o(t)$.
- Dựa theo nguyên lý mạch lấy mẫu và giữ. Mỗi mẫu được duy trì biên độ cho đến khi gặp mẫu kế tiếp (mạch tái lập cầu thang) ta được tín hiệu tương tự thô.
- Sau đó qua mạch hậu lọc (lọc thông thấp) có tác dụng làm trơn tru dạng sóng tương tự thô.

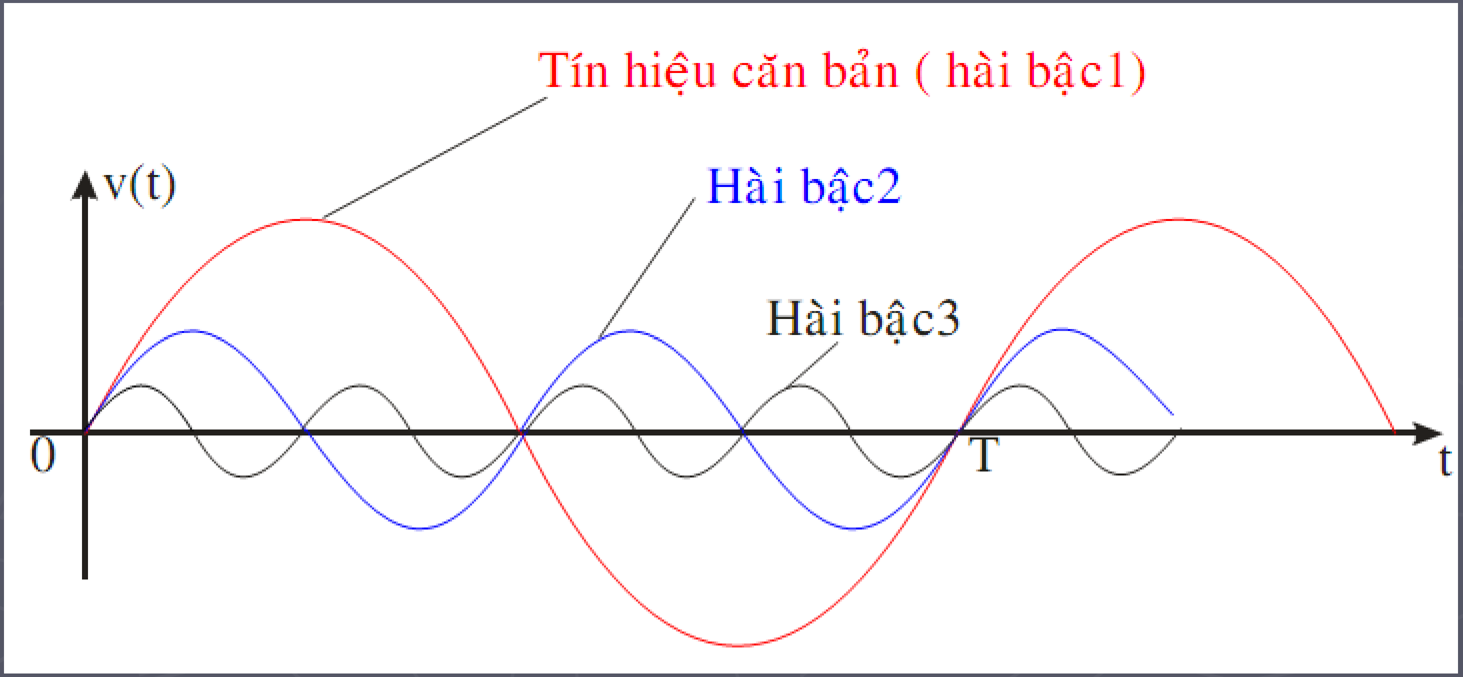


Hình 3.7 Khôi phục tương tự

1.6. TỔNG HỢP TÍN HIỆU

- Tổng hợp biên độ là cộng ở từng thời điểm nhiều dạng sóng thành phần để được dạng sóng toàn thể mong muốn.
- Tổng hợp nhiều sóng sin khác tần số sẽ được dạng sóng không sin nhưng tuần hoàn với tần số của thành phần căn bản.
- Tổng hợp các tín hiệu sin cùng tần số cho ra tín hiệu sin cùng tần số.

Các hài của tín hiệu sin



Ví dụ : Tổng hợp hai tín hiệu

$x_1(t) = a\cos\omega t$ và $x_2(t) = b\sin\omega t$

Giải:

Hai tín hiệu cùng tần số, khác biên độ và pha

$\Rightarrow$ Tín hiệu tổng x(t) cùng tần số, khác biên độ và pha với $x_1(t)$ và $x_2(t)$.

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = a\cos\omega t + b\sin\omega t$$

$$= c\cos(\omega t+\phi) = c\cos\phi\,\cos\omega t - c\sin\phi\,\sin\omega t$$

Cân bằng hệ số: $c\cos\phi = a$; $c\sin\phi = -b$

Bình phương hai vế rồi cộng lại:

$$c^2 \cos^2\phi = a^2$$

$$c^2 \sin^2\phi = b^2$$

$$\Rightarrow \quad c^2(\cos^2\phi + \sin^2\phi) = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Lập tỉ số: $\dfrac{c\sin\phi}{c\cos\phi} = \mathrm{tg}\phi = \dfrac{-b}{a}$

$$\Rightarrow \quad \phi = \mathrm{arctg}\frac{-b}{a}$$

Vậy:

$$a\cos\omega t + b\sin\omega t = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(\omega t + \mathrm{arctg}\frac{-b}{a})$$

Tín hiệu tổng hợp có cùng tần số nhưng khác biên độ và pha với hai thành phần.