

Bildverstehen II

Benkel, Sebastian

Bernecker, Tobias

Wudenka, Martin

February 21, 2020

1 Merkmalsextraktion

1.1 Maßstabsraum-Repräsentation von Bildern

- Maßstab: n-Meter/Pixel
 - ◇ Kleinmaßstäblich(über den Bruch definiert): Objekte werden kleiner dargestellt
 - ◇ Großmaßstäblich: Objekte werden größer dargestellt
 - ◇ Auch Maß dafür wieviel Information über Details in einer Karte vorhanden sind
 - ◇ Auflösung: Fähigkeit feine Strukturen zu unterscheiden(dichte Punkte als solche erkennen)
 - ◇ Glättung reduziert Auflösung
 - ◇ Glättungsfilter $L(f, t)$: $f(p)$ = Bild, t = Maßstab(scale, quasi Kernelsize)
- Maßstabsraum-Axiome, Gaußfilter
 - ◇ Linearität (das Bild ist eine Überlagerung von Signalen)
 - ◇ Positionsinvarianz (der betrachtete Ausschnitt der Welt ist irrelevant)
 - ◇ Rotationsinvarianz (die Orientierung, in der die Welt betrachtet wird, ist irrelevant)
 - ◇ Halbgruppeneigenschaft (Reduktionen der Auflösung kombinieren sich linear)
 - ◇ Vernichtung von Maxima mit größeren t : Formalisierung der Reduktion der Auflösung
 - ◇ Der Gauß-Filter ist der einzige Filter, der alle Maßstabsraum-Axiome erfüllt
 - ◇ Gauß: Maßstab t ist gegeben durch $\sigma = t^2$, Merkregel: Objekte, die kleiner als ungefähr \sqrt{t} sind, werden unterdrückt
 - ◇ Diskretes Analogon des Gauß-Filter: Kernel mit entsprechenden (abgetasteten) Werten

1.2 Unterschiedliche Typen von Linienprofilen für unterschiedliche Anwendungen

- Balkenförmiges Linienprofil
 - ◇ Bei (näherungsweise) parallele Kanten
 - ◇ Bei homogenen Grauwerte innerhalb des Objekts
- Parabolisches Linienprofil
 - ◇ Röhrenförmige Objekte die im Durchlicht aufgenommen werden (Objekte werden scharf abgebildet (optisch, Röntgen))
- Gaußsches Linienprofil
 - ◇ Röhrenförmige Objekte die im Durchlicht aufgenommen werden (Objekte werden unscharf abgebildet, liegen in streuendem Medium, (optisch, Röntgen))

1.3 Definition und Extraktion von Linienpunkten und Linienbreite

Merkmalsextraktion:

- Kanten
 - ◇ Zu extrahierende Merkmale werden häufig über Differentialinvarianten beschrieben und extrahiert
 - ◇ Kante \Leftrightarrow Maximum des Gradientenbetrags in Richtung des Gradienten \Leftrightarrow Nullstelle der zweiten Richtungsableitung in Richtung des Gradienten
 - ◇ lokales orthonormales Koordinatensystem (u, v) , v parallel - u senkrecht zum Gradienten
- Linien
 - ◇ Besitzen charakteristisches Grauwertprofil senkrecht zum Linienverlauf
 - ◇ Balkenförmiges Linienprofil (Straßen, parallele Kanten und homogene Grauwerte innerhalb des Objekts)
 - ◇ Parabolisches Linienprofil (Blutgefäße im Röntgenbild, röhrenförmige Objekte im Durchlicht (scharf))
 - ◇ Gaußsches Linienprofil (Blutgefäß im optischen Bild, röhrenförmige Objekte im Durchlicht (unscharf))
 - ◇ Asymmetrisches Linienprofil: Bsp. Balken:

$$f_b(x) = \begin{cases} 0, & x < -w \\ 1, & \|x\| \leq w \\ a, & x > w \end{cases}$$

- ◇ w = Linienbreite (halber Durchmesser der Linie), $[0, 1] \ni a$ = Differenz Intensität rechte Seite, linke Seite
- ◇ Linienbreiten der drei Modelle auf einer Linie sind nicht vergleichbar, ggf. durch gleiche „Gesamtenergie“ oder auf Bruchteil c des Ziel-Grauwerts
- ◇ für parabolische/Gaußsche Linien gilt: Die Position der Linie ist am lokalen Maxima bzw. Minima des Liniendurchschnitts
- ◇ Bild muss geglättet werden um balkenförmige Linien zu erkennen, bei den anderen zur Rauschunterdrückung
- ◇ sichere Linienselektion für Balkenförmige Linien nur möglich bei $\sigma \geq w/\sqrt{3}$ für Parabol- und Gaußlinien, $\sigma \geq 0$
- ◇ zur Steigerung der Performance wird σ konstant gehalten und w variiert
- ◇ Linienbreite und Mittel

Extraktion der Linienposition:

- Vektor horizontal zur Linie ist durch Eigenvektor zum betragsmäßig größeren Eigenwert der Hessematrix gegeben. Dieser und Maximum bzw. Minimum der Richtungsableitung geben Linienmittelpunkt und Ausrichtung pro Pixel/Auswertung

1.4 Glättung führt inhärent zu verzerrten Extraktionsergebnissen

Maßstabsinvarianz:

- Linienkanten und Mittelpunkt werden proportional verzerrt

1.5 Durch geeignete Modellierung können die Verzerrungen korrigiert werden

- Verzerrung der Breite und der Linienposition kann für ein Bild ermittelt und weitestgehend korrigiert werden
- Dank Maßstabsinvarianz (Fehler skaliert) reicht ermitteln der Invarianz für $\sigma = 1$

1.6 Prinzip der maßstabsraumbasierten Linien- und Kantenextraktion

1.7 Prinzip des Strukturensors

- Viele Punktextraktoren basieren auf dem Strukturtensor
- Bild f mit Gradient $\nabla f = (f_r, f_c)$
- Strukturtensor $\mathbf{S}(r, c) = w(r, c) * (\nabla f(r, c)^T \nabla f(r, c)) = w(r, c) * \begin{pmatrix} f_r(r, c)^2 & f_r(r, c)f_c(r, c) \\ f_r(r, c)f_c(r, c) & f_c(r, c)^2 \end{pmatrix}$
- Als Gewichtung wird meistens der Gaußfilter verwendet $w(r, c) = \sigma(r, c; \sigma_i)$, wobei σ_i als Integrationsmaßstab bezeichnet wird
- Im Diskreten Ableitungen des Bildes über finite Differenzen, aber oft Ableitungen des Gaußfilters stattdessen verwenden: $(f_r(r, c), f_c(r, c)) := (g_r(r, c; \sigma_g), g_c(r, c; \sigma_g)) * f(r, c)$ (σ_g : lokaler Maßstab)
- Eigenwerte $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0$ und Eigenvektoren e_1, e_2 des Strukturensors liefern Informationen über den Inhalt des Integrationsfensters:
 - ◇ $\lambda_1 \approx 0, \lambda_2 \approx 0 \Rightarrow$ Das Integrationsfenster enthält keine Kanten
 - ◇ $\lambda_1 \gg 0, \lambda_2 \approx 0 \Rightarrow$ Das Integrationsfenster enthält Kanten oder Linien; e_1 ist die Richtung senkrecht zur Kante oder Linie
 - ◇ $\lambda_1 \gg 0, \lambda_2 \gg 0 \Rightarrow$ Das Integrationsfenster enthält eine Ecke oder einen flächenhaften Punkt

1.8 Ansatz des Harris-Punktextraktors

- Basiert auf dem Strukturtensor
- Zur Unterdrückung von Kanten und zur Vermeidung der teuren Berechnung der Eigenwerte Verwendung der Antwortfunktion $R = \det(\mathbf{S}) - k \operatorname{tr}(\mathbf{S})^2$ mit $R > 0$ und R maximal (pixelgenau)
- In der Praxis Verwendung eines höheren Schwellwertes für R und subpixelgenaue Bestimmung der Position der lokalen Maxima

1.9 Ansatz des Förstner-Punktextraktors

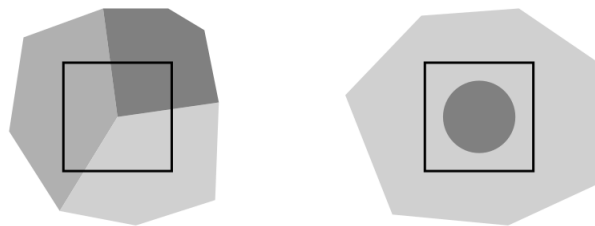


Figure 1: Kreuzungspunkt und Flächenpunkt.

- Basiert auf dem Strukturtensor
- Extrahiert 2D-Merkmale (homogene Regionen), 1D-Merkmale (Kanten, Linien) und 0D-Merkmale (Punkte)
- Unterscheidung zwischen homogenen Regionen H und inhomogenen Regionen (Kanten, Linien, Punkte): $(r, c)^T \in H \Leftrightarrow \lambda_1 + \lambda_2 = \text{tr}(\mathbf{S}) < t_h$
- Unterscheidung zwischen Punkten und Kanten/Linien über das Verhältnis der Eigenwerte des Strukturensors: $(r, c)^T \in P \Leftrightarrow v = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} > t_v$
- Aus Geschwindigkeitsgründen Vermeidung der Berechnung der Eigenwerte
- Stattdessen Einführung des Formfaktors $q = \frac{4\det(\mathbf{S})}{\text{tr}(\mathbf{S})^2} > t_q$
- Umrechnung des Schwellwertes t_v in einen Schwellwert für q : $t_q = \frac{4t_v}{(1+t_v)^2}$
- Weitere Klassifikation der Punktregionen in Kreuzungs- und Flächenpunkte (Figure ??):
 - ◊ In einem idealen Kreuzungspunkt schneiden sich die Kantenrichtungen (Senkrechten der Gradienten) in einem Punkt
 - ◊ In einem idealen Flächenpunkt schneiden sich die Gradientenrichtungen in einem Punkt

Berechnung der Punktolokalisierungsgüte:

- Verschieben eines Fensters über das Bild
- Berechnung des Abstandes einer Geraden zum Mittelpunkt des Fensters für jeden Punkt des Fensters unter der Annahme, es liege ein Kreuzungspunkt oder ein Flächenpunkt vor
- Summierung der gewichteten Abstände über das Fenster
- Gewichtung der Abstände über
 - ◊ Stärke des Gradienten (große Gradienten sind sicherere Kanten und tragen viel Information zur Lokalisierung bei)
 - ◊ Gauß-Funktion mit Mittelwert am Mittelpunkt des Fensters und Maßstab σ_p (weit vom Mittelpunkt des Fensters entfernte Punkte tragen weniger Information zur Lokalisierung bei)
- Bestimmung, welcher Punkttyp vorliegt: statistischer Test auf $s_p = D/D^\perp$ (D = Punktolokalisierungsgüte)
- Klassifikation in:
 - ◊ Kreuzungspunkt, falls s_p kleiner als eine untere Signifikanzschwelle
 - ◊ Flächenpunkt, falls s_p größer als eine obere Signifikanzschwelle
 - ◊ undefinierter Punkt
- Die Lokalisierung der Punkte erfolgt durch Bestimmung lokaler Minima in V bzw. V^\perp ($V = \frac{D}{w}$ und $V^\perp = \frac{D^\perp}{w}$)

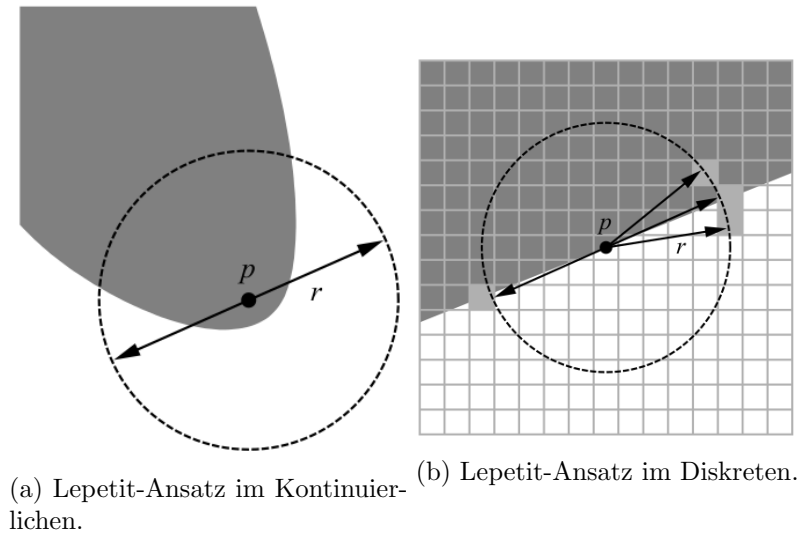


Figure 2: Lepetit-Ansatz.

1.10 Ansatz des Lepetit-Punktextraktors

- Harris- und Förstner-Punktextraktoren sind vergleichsweise aufwendig
- Geringere Genauigkeit als bei Harris- und Förstner-Punktextraktoren
- Für lauffzeitkritische Anwendungen (z.B. Objekterkennung)
- Liefert stabile markante Punkte
- Ansatz (Figure ??): Betrachtung der Grauwerte auf einem Kreis um jeden Punkt im Bild
 \Rightarrow Falls zwei gegenüberliegende Punkte auf dem Kreis ähnliche Grauwerte haben wie der Mittelpunkt, ist der Punkt sicher kein markanter Punkt
 \Rightarrow Falls $|f(\mathbf{p}) - f(\mathbf{p} + \mathbf{d})| \leq t_d$ und $|f(\mathbf{p}) - f(\mathbf{p} - \mathbf{d})| \leq t_d$ ist \mathbf{p} kein markanter Punkt ($\mathbf{d} = (r \cos \theta, r \sin \theta)^T, \theta \in [0, \pi)$)
- Im Diskreten müssen zur Unterdrücken von Antworten an Kanten nicht nur gegenüberliegende Pixel getestet werden, sondern auch noch benachbarte Pixel
- Die Tests, ob ein Pixel ein potentieller markanter Punkt ist, sind sehr effizient und können nach dem ersten fehlgeschlagenen Test abgebrochen werden
- Nur bei tatsächlichen Kandidaten für markante Punkte wird der gesamte Kreis evaluiert
- Die Tests beim Lepetit-Punktextraktor liefern für jeden markanten Punkt mehrere benachbarte Punkte, die die Tests erfüllen
- Zur eindeutigen Lokalisierung werden die lokalen Maxima der folgenden Antwortfunktion berechnet:

$$l(\mathbf{p}) = \sum_{\theta \in [0, \pi)} f(\mathbf{p} - \mathbf{d}) - f(\mathbf{p}) + f(\mathbf{p} + \mathbf{d})$$

- Dies stellt eine Näherung des mit einem Gaußfilter geeigneter Größe geglätteten Laplace-Operators dar
- Zusätzlich zur Schwelle bei der Bestimmung der Kandidaten für markante Punkte kann eine Schwelle für die Punktantwort verwendet werden: $l(\mathbf{p}) \geq t_l$

- Für jeden markanten Punkt kann eine Orientierung bestimmt werden:

$$\alpha(\mathbf{p}) = \arg \max_{\theta \in [0, 2\pi)} |f(\mathbf{p}) - f(\mathbf{p} + \mathbf{d})|$$

1.11 Skalierungsinvariante Punktextraktion

- Harris-, Förstner- und Lepetit-Punktextraktoren nur gegen relativ kleinen Skalierungsbereich invariant
- Um Invarianz gegen großen Skalierungsbereich zu erreichen Extraktion von Punkten in Bildpyramide
- Punkte, die auf verkleinerten Bildern extrahiert werden, müssen in das Koordinatensystem des Originalbildes skaliert werden
- Hierdurch werden u.U. mehrere Punkte in der Bildpyramide für denselben semantischen Punkt extrahiert
- Falls dies unerwünscht ist, können stattdessen sog. skalierungsinvariante markante Punkte extrahiert werden (hier nicht näher behandelt)

2 Klassifikation

2.1 Klassifikation basiert auf Merkmalen

- Muster werden durch Merkmale beschrieben, die in einem Merkmalsvektor zusammengefasst werden
- Ein Merkmal beschreibt eine charakteristische Eigenschaft des Musters
- Beispiele:
 - ◊ RGB-Farbwerte eines Pixels
 - ◊ Regionenmerkmale einer Region
 - ◊ Grauwertmerkmale einer Region
- Merkmale müssen so gewählt werden, dass sich die Klassen unterscheiden lassen

2.2 Prinzip der Bayes-Klassifikation

- $P(\omega_i | \mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{P(\mathbf{x})}$
- Aus den Trainingsdaten wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung basierend auf den gegebenen Merkmalen erstellt (\approx Histogramm der Merkmalsvektoren + Annahme der Normalverteilung \Rightarrow a-priori-Verteilung)

2.3 Typen von Klassifikatoren

- Es gibt zwei große Gruppen von Klassifikatoren:
 - ◊ Klassifikatoren, die die a-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen bzw. über die Bayes-Regel die a-priori-Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Klassen konstruieren
 - ◊ Klassifikatoren, die explizite Trennflächen zwischen den einzelnen Klassen konstruieren

2.3.1 Schätzen von Wahrscheinlichkeiten

- Um einen Klassifikator zu konstruieren, sind die a-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen $P(\mathbf{x} | \omega_i)$ der Klassen sowie die Wahrscheinlichkeiten $P(\omega_i)$ des Auftretens der einzelnen Klassen erforderlich
- Zur Bestimmung dieser Wahrscheinlichkeiten sind Trainingsdaten, d.h. Merkmalsvektoren \mathbf{x}_k sowie deren zugehörige Klassen ω_k notwendig
- Möglichkeiten zur Bestimmung von $P(\omega_i)$:
 - ◊ Aus der relativen Häufigkeit des Auftretens der jeweiligen Klasse in den Trainingsdaten
 - ◊ Annahme, dass alle Klassen gleich häufig auftreten, d.h. $P(\omega_i) = \frac{1}{m}$
 \Rightarrow Klassifikation rein nach den a-priori-Wahrscheinlichkeiten: $P(\omega_i | \mathbf{x}) \propto P(\mathbf{x} | \omega_i) \rightarrow \max$
- Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen wird praktikabel, wenn Form der Verteilung (z.B. Normalverteilung) bekannt ist oder angenommen werden kann
 \Rightarrow Schätzung der Parameter der Verteilung aus den Trainingsdaten z.B. mit Maximum-Likelihood-Schätzung (MLE) nötig

2.3.2 Konstruktion von Trennflächen

- Bayes-Entscheidungsregel zerlegt den Merkmalsraum in die Regionen, in denen die einzelnen Klassen die maximale a-posteriori-Wahrscheinlichkeit besitzt:

$$R_j = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid P(\omega_j | \mathbf{x}) > P(\omega_i | \mathbf{x}) \forall i \neq j\}$$

\Rightarrow Es existieren Flächen im \mathbb{R}^n , die die Klassen voneinander trennen:

$$P(\omega_i | \mathbf{x}) - P(\omega_j | \mathbf{x}) = 0 \forall i \neq j$$

2.4 Neuheitserkennung bei der Klassifikation

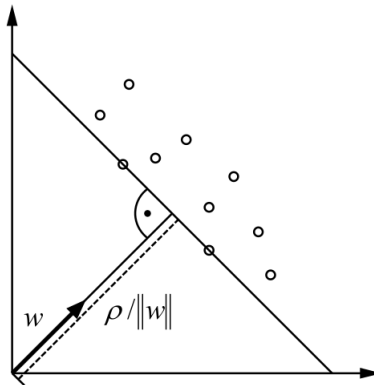


Figure 3: Lepetit-Ansatz im Diskreten.

- Gaußsche Mischmodelle (GMM):
 - ◊ Neuheitserkennung (Daten, die nicht trainiert wurden) über Rückweisung mit k -sigma-Wahrscheinlichkeit:

$$P_{k\sigma}(\mathbf{x}) = \frac{\max_{i=1,\dots,m} P(\omega_i) P(k)}{\max_{i=1,\dots,m} P(\omega_i)}$$

- ◇ Wahrscheinlichkeit, dass ein Merkmalsvektor außerhalb eines k -sigma-Ellipsoids um den Mittelwert liegt (t als unterer Schwellwert für die Rückweisung: $P_{k\sigma} \geq t$)
- Multilayer Perceptron (MLP):
 - ◇ Aufgrund der Form der Aktivierungsfunktionen sind Perzeptrons nicht zur Neuheitserkennung geeignet (Softmax-Funktion führt dazu, dass die Aktivierungen in einem Sektor des Merkmalraums (bis unendlich) den Wert 1 haben)
 - ◇ Für Neuheitserkennung Einführung einer separaten Klasse für Merkmalsvektoren, die zu keiner trainierten Klasse gehören
 - ◇ Für diese Rückweisungsklasse können während des Trainings automatisch Trainingsdaten erzeugt werden:
 - ▷ Berechnung des kleinsten umschließenden Hyperquaders der jeweiligen Klasse
 - ▷ Berechnung einer Quaderschale einer gewissen Dicke und eines gewissen Abstandes zum kleinsten umschließenden Hyperquader jeder Klasse
 - ▷ Erzeugung von Merkmalsvektoren innerhalb der Quaderschale in den Bereichen, die sich nicht mit den Hyperquadrern der anderen Klassen überlappen
 - ◇ Die Neuheitserkennung für CNNs ist ein derzeit noch ungelöstes Problem
- Support Vector Machine (SVM):
 - ◇ Zur Neuheitserkennung Modifikation der SVM
 - ◇ Transformation der Merkmale in den höherdimensionalen Raum
 - ◇ Bestimmung einer Hyperebene (Figure ??) im höherdimensionalen Raum, die maximalen Abstand vom Ursprung besitzt und den Ursprung von den Trainingsdaten x_i trennt
 - ◇ Parametrisierung der Hyperebene über (\mathbf{w}, ρ)
 - ◇ Beachte: Es gibt keine Klassenlabel y_i
 - ◇ Entscheidungsfunktion:

$$f(\mathbf{x}) = \text{sgn} \left(\sum_{i=1}^l \alpha_i k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) - \rho \right)$$
 - ◇ $f(\mathbf{x}) = -1 \Rightarrow \mathbf{x}$ ist neu
 - ◇ Mit den Gaußschen radialen Basisfunktion kann man jeden Trainingsdatensatz vom Ursprung trennen
 - ◇ Um eventuelle Fehler (Ausreißer) in den Trainingsdaten handhaben zu können, wird auch hier ein Parameter ν eingeführt:
 - ▷ ν ist eine obere Schranke für den Anteil der Ausreißer in den Trainingsdaten
 - ▷ ν ist eine untere Schranke für den Anteil der Stützvektoren unter den Trainingsdaten

2.5 Wichtiges Kriterium für die Klassifikation: Ausreichend viele Trainingsdaten

- Wenn eine große Menge an Trainingsdaten verwendet wird, zeichnet sich keines der Verfahren bei gleichen Eingabedaten gegenüber den anderen Verfahren durch eine signifikant höhere Erkennungsrate (niedrigere Fehlerwahrscheinlichkeit) aus
- In jedem Fall ist eine große Menge an Trainingsdaten die Voraussetzung für eine hohe Erkennungsrate

3 Beschriftungserkennung

- Optical Character Recognition
 1. Segmentierung der Zeichen
 2. Klassifikation der Zeichen ("Lesen der Zeichen")
- ⇒ OCR ist die Klassifikation der segmentierten Zeichen

3.1 Segmentierungsverfahren bei der OCR zur Auftrennung von verschmolzenen Zeichen

- Schwellwertoperationen: global, dynamisch, automatisch
- Beleuchtungskorrektur
- Regionen-, Grauwertmorphologie
- Alles was situationsspezifisch hilft...
- Industrielle Zeichensätze haben oft konstante Breite → Segmentierung in Quadrate gleicher Breite (konstante Auftrennung)
- Alternativ: Vorgabe der ungefähren Breite und der möglichen Breitenänderung → Suchbereich für Trennlinie → Trennlinie an vertikaler Linie mit den geringsten Punkten und minimalem Abstand zur erwarteten Breite (dynamische Auftrennung)

3.2 Klassifikation bei der OCR basiert auf Regionen- und Grauwertmerkmalen

- Merkmale:
 - ◇ Anisometrie
 - ◇ Verhältnis Breite/Höhe des umschließenden Rechtecks
 - ◇ Anzahl Löcher
 - ◇ Robust kontrastnormierte Grauwerte innerhalb des umschließenden Rechtecks skaliert auf Standardgröße
- Probleme
 - ◇ Ähnlich Zeichen: Cc ,. ;
 - ◇ In der Industrie meist vermieden durch spezielle Zeichensätze

4 Farbbildverarbeitung

4.1 Farbe: Lichtquelle → Reflexion, Transmission (Objekt) → Wahrnehmung (Auge) → Interpretation (Gehirn)

- sichtbares Lichtspektrum: 380 nm – 780 nm
- Röntgen- und Gammastrahlung < Ultraviolettstrahlung < Sichtbares Licht < Infrarotstrahlung < Mikro- und Radiowellen
- Farbspektrum wird am Monitor oder im Druck nicht korrekt wiedergegeben

- Weißes Licht besteht aus allen sichtbaren Wellenlängen, einzelne Wellenlängen dargestellt als spektrale Leistungsdichte
- Objekte interagieren mit Licht:
 - ◊ Transmission (Fensterglas)
 - ◊ Absorption (Schwarz)
 - ◊ Streuung (Milchglas)
 - ◊ Fluoreszenz (umwandeln in andere Wellenlänge: Remission als Fluoreszenz (schnelle Emission) oder Phosphoreszenz (verzögerte Emission))
- (ideale) Schwarze Körper absorbieren komplett und geben nur eine zur Wärme proportionales Leistungsspektrum ab
- CIE hat feste Spektren für Lichtquellen definiert, Normallichtarten typ D liegen nah am Spektrum Schwarzer Körper
- Menschliche Wahrnehmung
 - ◊ Stäbchen (rods) → Nachtsehen (skotopisches Sehen, Hell-Dunkel) ≈ 92 Millionen
 - ◊ Zapfen (cones) → Tagesehen (photopisches Sehen, Farbwahrnehmung) ≈ 4.6 Millionen
 - ◊ 'bunte Tannenzapfen seh ich nur am Tag'
 - ◊ Stäbchen sind \approx Faktor 100 Lichtsensitiver (Dunkelsicht)
 - ◊ L-Zäpfchen maximal effektiv im Rotbereich 566nm (häufigste)
 - ◊ M-Zäpfchen maximal effektiv im Grünbereich, 543nm
 - ◊ S-Zäpfchen maximal effektiv im Blaubereich 440nm (seltenste)
 - ◊ **Metamerie**
 - ▷ Eigenschaft spektral unterschiedlicher Farbreize, die gleiche Farbempfindung auszulösen ^{Wikipedia}
 - ▷ (um Farbreize zu erzeugen reicht es dem Auge Kompositionen aus R G B zu übermitteln)
 - ▷ Rot, Grün und Blau (Monitore)
 - ▷ Cyan, Magenta, Gelb (Drucker)
 - ▷ Farbe eines Objekts kann je nach Beleuchtung variieren
 - ◊ Übertragung ans Gehirn via Helligkeitskanal
 - ◊ via Gegenfarbkanäle Rot(+)-Grün(-)-Kanal, Gelb(+)-Blau(-)-Kanal

4.2 Farbe läßt sich durch drei Farbwerte in einem Farbenraum darstellen

- **Beschreibungen basierend auf Farbmischung**
 - ◊ **rgb**
 - ▷ Industriestandard bei Digitalkameras, zur direkten Wiedergabe Kalibrierung der Primärfarben des Bildschirms notwendig
 - ▷ kann eine Gammakorrektur enthalten
 - $v_{video}^{\gamma} = v_{scene}$
 - bzw.: $v_{video} = v_{scene}^{1/\gamma}$
 - NTSC: $\gamma = 2.2$
 - PAL: $\gamma = 2.8$

- ▷ additive Farbmischung
 - (Red , Green, Blue) additive Farbmischung
 - (0, 0, 0) = Schwarz
- ▷ subtraktive Farbmischung
 - (Cyan , Magenta, Gelb) subtraktive Farbmischung
 - (0 , 0, 0) = Weiß
- ▷ Farbraum ist ein Würfel
- ▷ RGB-Farbenraumdarstellung ist geräteabhängig
- ▷ Farbgamut (Darstellbarer Bereich) im Auge übersteigt den technischer Geräte

- **Beschreibungen basierend auf Farbordnung**

- ◇ Signal aufgeteilt in:
 - ▷ Kanal für Helligkeit (Farbwürfel zu Quader verzogen, so das Leuchtdichte = z-Position)
 - ▷ Farbkanäle (x-, z-Position innerhalb des Farb-Quaders)
- ◇ **YIQ**
 - ▷ NTSC-Farbvideonorm
 - ▷ Y = Leuchtdichte (luminance)([0-Positiv])
 - ▷ I,Q = Farbigkeit (chrominance)([Negativ/Positiv])
- ◇ **YUV**
 - ▷ Y = Leuchtdichte(luminance)([0-Positiv])
 - ▷ U, V = Farbigkeit (chrominance)([Negativ/Positiv])

- **Farbenräume basierend auf Farbordnung**

- Intuitive Beschreibung der Farbe

- ◇ basierend auf Helligkeit (lightness), Buntton (hue) und Sättigung (saturation) oder Buntheit (chroma)
- ◇ Vorteile
 - ▷ Buntton und Sättigung (in HLS) sind semantisch sinnvolle Attribute
- ◇ Nachteile
 - ▷ Helligkeit ist kein semantisch sinnvolles Attribut(reines Blau gefühlt dunkler als reines Grün)
 - ▷ Darstellung ist Geräteabhängig
 - ▷ Farbunterschiede sind gefühlt nicht gleichförmig
- ◇ **HSI**
 - ▷ Intensität I = Diagonale des RGB-Farbraums (alle unbunten Farben)
 - ▷ Polarkoordinatensystem orthogonal zur Intensität
 - Winkel = Buntton (Konvention 0° = Rot) (durch Quaderform nicht einheitlich)
 - Abstand = Sättigung (durch Quaderform nicht einheitlich)
 - eine direkte Umrechnung aus RGB-Raum \rightarrow Farbenraumdarstellung Geräteabhängig
- ◇ **HLS**
 - ▷ umgerechnet aus HSI
 - ▷ Buntton (Hue) ist einheitlich, Diamantform

- ▷ Helligkeit (Lightness)
 - ▷ Sättigung (Saturation) (echte Sättigung, Buntheit/Helligkeit ist einheitlich)
 - ▷ Standard in Grafikprogrammen
- ◇ **HSV**
 - ▷ Buntton (Hue) (reine Farbe hat Helligkeit 1)
 - ▷ Sättigung (Saturation)
 - ▷ Value (Buntheit (Kegel) oder Sättigung (Zylinder))
- **Beschreibungen basierend auf Farbabgleich**
 - ◇ Farbabgleich (color matching) = experimentelles Mischen von 3 Primärvalenzen (Farbiges Licht) um gegebene Farbe zu erzeugen
 - ◇ bestimmte Testfarben nicht durch die drei Primärvalenzen dargestellt werden
 - ◇ Primärvalenzen mit Menschen Ergaben Farbenräume
 - ◇ 'Farbleistung' skaliert und addition und subtraktion von Farben ist möglich)
 - ◇ CIE definiert Farbraum für Normalbeobachter mit 2° Sichtfeld und 10° ohne innere 2° Sichtfeld
 - ◇ repräsentieren die durchschnittliche menschliche Farbwahrnehmung
 - ◇ Die Farbwahrnehmung einer echten Person kann sich erheblich vom Normalbeobachter unterscheiden (Biologisch & Altersbedingt)
- **CIE-XYZ-Farbwerte**
 - ◇ es gilt X, Y, Z (Farbvalenzen) werden normiert zu x, y, z (Farbwertanteile)
 - ◇ es gilt: $x + y + z = 1$, daher reichen (x, y) + Y zur rücktransformation
 - ◇ (x,y) ergibt eine Hufeisenförmige Visualisierung der Menschen wahrnehmbaren Farbarten
 - ◇ wird oft zur beschreibung der Primärfarben von Ausgabegeräten genutzt
 - ◇ sind Primärfarben des Ausgabegerätes als CIE-XYZ-Farbvalenzen bekannt, kann der jeweilige RGB Wert errechnet werden
 - ◇ erlaubt den Vergleich zweier Farbdarstellungen auf unterschiedlichen Geräten
 - ◇ Farbraum ist nicht gleichförmig, Regionen unterschiedlicher Größe können für Menschen einfarbig aussehen, gerade im oberen Bereich
- **CIELUV**
 - ◇ Farbraum ist näherungsweise gleichförmig (durch projektive Transformation auf wahrgenommene Veränderung angepasst)
 - ◇ ergibt UCS (uniform chromaticity scale) diagram
 - ◇ ist auf CIE-Normlichtart D65 ausgelegt, so das es nur in Kontrollierter Beleuchtung eingesetzt werden sollte
- **CIELCh_{uv}**
 - ◇ CIELUV in Polarkoordinaten
- **CIELAB**
 - ◇ wie CIELUV mit anderer projektiver Transformation
- **CIELCh_{ab}**
 - ◇ CIELAB in Polarkoordinaten

4.3 Prinzip des Farbmanagements

- Falls eine Transformation der RGB-Farbwerte der Kamera in CIE-XYZ-Farbwerte (mit möglichst kleinem Fehler) bestimmt worden ist, ist die Kamera farbkalibriert (\Rightarrow Kamera unterliegt somit einem Farbmanagement)
- Das Farbmanagement dient dazu, die menschliche Wahrnehmung möglichst gut nachzubilden
- Je nach spektralem Empfindlichkeitsgrad der Kamerasensoren können bestimmte Farben mehr oder weniger korrekt beschrieben werden
- Die unterschiedliche Behandlung von Metamerie bei Mensch und Kamera kann durch Farbmanagement nicht nachträglich korrigiert werden
- Zur Bestimmung der Transformation von RGB zu CIE-XYZ wird eine Farbkalibriertafel (besitzt eine bestimmte Anzahl von Feldern, für die die CIE-XYZ-Farbwerte (oder CIE-L*a*b*-Farbwerte) bekannt sind) verwendet
- Vorab muss radiometrische Kalibrierung der Kamera durchgeführt werden, um eventuelle Nichtlinearitäten der RGB-Farbwerte zu entfernen
- Die Farbkalibrierung erfolgt durch Minimierung der Fehler der transformierten linearen RGB-Farbwerte und der XYZ-Farbwerte der Farbkalibriertafel
- Transformation oft als linear angenommen, ansonsten quadratische Transformation

4.4 Prinzip der chromatischen Adaption

- kalibrierte Farbwerte sind nur für die Beleuchtung gültig in der sie kalibriert wurden
- Veränderung des Spektrums abhängig von
 - ◊ Tageszeit, Standort, Bewölkung
- Auswirkung:
 - ◊ Farbwerte ändern sich
 - ◊ für Menschen erscheinen unbunte Farben schnell bunt
- für hohe Genauigkeit muss eine erneute Kalibrierung durchgeführt werden
- für geringe Genauigkeit reicht eine chromatic adaptation transformation (CAT)
 - ◊ Hauptziel ist die Wiederherstellung der Unbuntheit der unbunten Farben, daher der Beiname **Weißabgleich**
 - ◊ Annahme: Unbunte Farben führen zu identischen Aktivierungen der Zapfen ($L_a = M_a = S_a$)
 - ◊ Annahme: Empfindlichkeit der Zapfen (Farbsicht) passt sich der Beleuchtung linear an
 - ◊ wird typischerweise auf CIE XYZ Farbraum durchgeführt, kann bei bekannten Transformationsmatrizen aus anderen Farbräumen transformiert werden und durch Inversion der Matrix wieder zurück
 - ◊ nichtlineare Kodierung der Farbwerte muss vorher entfernt werden (Gammakorrektur etc.)
 - ◊ Durchführung:
 - ▷ ggf. inverse Gammakorrektur
 - ▷ Farbwerte aus einem geräteunabhängigen Farbraum transformieren

- ▷ Verhältniss der Echten und transformierten CIEXYZ-Farbwerte berechnen
- ▷ Bild transformieren
- ◇ bei unbekanntem Beleuchtungsspektrum(Normalfall) kann die chromatische Adaption basierend auf einer weißen Region im Bild durchgeführt werden
- ◇ Automatischer Weißabgleich wie in Kameras kann durch einige Approximationen algorithmisch automatisiert werden:
 - ▷ Die Welt ist im Mittel grau: die Mittelung aller Farben im Bild ergibt ein Grau mit 18% Helligkeit
 - ▷ Die hellste Farbe im Bild ist weiß
 - ▷ Analyse des Farbgamuts des aufgenommenen Bildes und statistischer Vergleich mit Farbgamutdaten aus einer Datenbank

4.5 Prinzip des Demosaicking

- CCD- und CMOS-Sensoren können verschiedene Farben (also unterschiedliche Wellenlängen) nicht unterscheiden
- Um Farbbilder aufzunehmen, existieren zwei verschiedene Technologien:
 - ◇ Drei-Chip-Kameras
 - ▷ verwenden ein Prisma als Strahlenteiler, um das einfallende Licht auf drei Sensoren umzulenken
 - ▷ Vorteil: Das Bild hat die volle Auflösung in jeder Farbe
 - ▷ Nachteil: Deutlich höherer Preis
 - ◇ Ein-Chip-Kameras
 - ▷ besitzen nur einen Sensor mit derselben Auflösung wie ein Schwarzweiß-Sensor
 - ▷ Hier werden die Filter für die drei Grundfarben in einer Mosaikanordnung vor dem Sensor angebracht
 - ▷ Nachteil: Die Auflösung der Farbkanäle ist unterschiedlich und geringer als die Auflösung eines Schwarzweiß-Sensors
 - ⇒ Die Farbinformation muss interpoliert werden (sog. Demosaicking)

4.6 Methoden zur Segmentierung von Farb- und Mehrkanalbildern

•

4.7 Prinzip der Kanten-, Linien- und Punktextraktion über den metrischen Tensor des Farb- oder Mehrkanalbildes

•

5 Hand-Auge-Kalibrierung

5.1 Koordinatensysteme und –transformationen

- beschrieben durch **Ursprung** und n **orthogonale Achsen** (Einheitsvektoren)
- **rechts-** und **linkshändige**
- Transformation von einem zum anderen: **starre Abbildung im n-dimensionalen Raum**

- Ursprung von einem KS ist Punkt, der in anderem dargestellt werden kann (Translationsvektor)
- Rotationsmatrix: Achsen von einem KS in anderem ausgedrückt:
- $x_1^{\{0\}} = \mathbf{R}_1^0 x_1^{\{1\}} \Rightarrow \mathbf{R}_1^0 = \begin{bmatrix} x_1^T x_0 & y_1^T x_0 \\ x_1^T y_0 & y_1^T y_0 \end{bmatrix}$ (alle Vektoren in KS $\{0\}$)
- $\mathbf{R}_0^1 = \begin{bmatrix} x_0^T x_1 & y_0^T x_1 \\ x_0^T y_1 & y_0^T y_1 \end{bmatrix}$ (alle Vektoren in KS $\{0\}$)
- $\mathbf{R}_0^1 = (\mathbf{R}_1^0)^T = (\mathbf{R}_1^0)^{-1}$
- orthogonale Matrizen: a) $\det(\mathbf{R}) = 1$ Rotationen, b) $\det(\mathbf{R}) = -1$ Spiegelungen
- $p^{\{0\}} = \begin{bmatrix} p^{\{1\}T} x_0^{\{1\}} & p^{\{1\}T} y_0^{\{1\}} & p^{\{1\}T} z_0^{\{1\}} \end{bmatrix}^T = \mathbf{R}_1^0 p^{\{1\}}$
- Drehung Objekt von p_a zu p_b : $p_b^{\{0\}} = \mathbf{R}_1^0 p_b^{\{1\}} = \mathbf{R}_1^0 p_a^{\{0\}}$
- $\mathbf{R}_2^0 = \mathbf{R}_1^0 \mathbf{R}_2^1$
- starre Abbildung: $p^{\{0\}} = \mathbf{R}_1^0 p^{\{1\}} + t_1^0 = \mathbf{R}_1^0 \mathbf{R}_2^1 p^{\{2\}} + \mathbf{R}_1^0 t_2^1 + t_1^0$
- homogene Koordinaten: $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$, $p_{hom} = \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{H}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & -\mathbf{R}^T t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$
- 2D Rotationen $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, $z = x + iy = r(\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta}$

5.1.1 Eulerwinkel

- Aufsplittung in 3 Rotation um orthogonale Achsen
- 12 versch. Sequenzen möglich
- $\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, $\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$, $\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

5.1.2 Rotationsachse und Rotationswinkel

- Rotationsachse n , Rotationswinkel θ , $\|n\| = 1$
- Rodrigues Formel: $\mathbf{R} = I + \sin \theta [n]_{\times} + (1 - \cos \theta) [n]_{\times}^2$ ($[n]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{bmatrix}$)
- von Rotationsmatrix zu Rotationsachse: Eigenvektor zum Eigenwert 1, θ aus $e^{i\theta}$ oder $e^{-i\theta}$

5.1.3 Quaternionen

- 3fach komplexe Zahlen (i, j, k) , $\mathbf{q} = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T = [q_0 \quad q_v^T]^T$
- $\mathbf{pq} = [p_0 q_0 - p_v^T q_v \quad (p_0 q_v + q_0 p_v + p_v \times q_v)^T]^T$
- $\bar{\mathbf{q}} = [q_0 \quad -q_v^T]^T$

- $pq \neq qp$
- $q^{-1} = \frac{\bar{q}}{q\bar{q}}$
- von Rotationsvektor zu Quaternion: $q = [\cos(\frac{1}{2}\theta) \quad \sin(\frac{1}{2}\theta)n^T]^T$
- Punkt rotieren: $p = [0 \quad p^T]^T$, $p_{rot} = qp\bar{q}$
- q und $-q$ beschreiben gleiche Rotation

5.1.4 Schraubungen

- Gerade $g = p + \lambda(q - p) = p + \lambda l$
- Plückerkoordinaten: $l = q - p$ und $m = p \times l = p \times q$, l normieren
- homogene Plückerkoordinaten: $l_{ij} = -l_{ji} = p_i q_j - p_j q_i$, $l = [-l_{14} \quad l_{42} \quad -l_{34}]^T$ and $m = [l_{23} \quad -l_{13} \quad l_{12}]^T$
- von R, t auf Schraubung: $l, \theta =$ Rotationsachse und -winkel von R , $d = t^T l$, $m = \frac{1}{2}(t \times l + (t - dl) \cot(\frac{1}{2}\theta))$
- von Schraubung zu R, t : R - Rodrigues Formel, $t = (I - R)(l \times m) + dl$
- Punkt auf g mit kürzesten Abstand zu Ursprung: $l \times m$

5.1.5 Duale Quaternionen

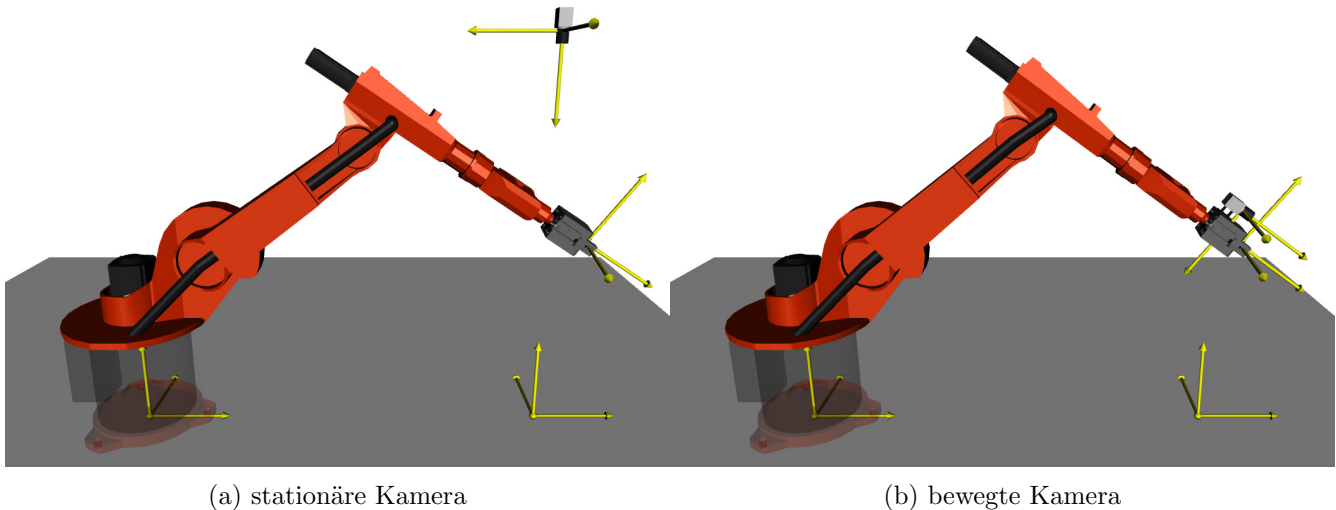
- $\hat{q} = [\hat{q}_0 \quad \hat{q}_1 \quad \hat{q}_2 \quad \hat{q}_3]^T = [\hat{q}_0 \quad \hat{q}_v^T]^T$
- $\hat{p}\hat{q} = [\hat{p}_0\hat{q}_0 - \hat{p}_v^T\hat{q}_v \quad (\hat{p}_0\hat{q}_v + \hat{q}_0\hat{p}_v + \hat{p}_v \times \hat{q}_v)^T]^T$
- $\tilde{\hat{q}} = [\hat{q}_0 \quad -\hat{q}_v^T]^T$
- Geraden in Plückerkoordinaten durch duale Einheitsquaternionen: $\hat{l} = [0 \quad \tilde{l}_v^T]^T = [0 \quad l^T]^T + \epsilon [0 \quad m^T]^T$
- von Schraubung zu duales Einheitsquaternion: $\hat{q} = [\cos(\frac{1}{2}\hat{\theta}) \quad \hat{n}^T \sin(\frac{1}{2}\hat{\theta})]^T$, $\hat{n} = n + \epsilon o$, $\|n\| = 1$, $n^T o = 0$, $\hat{\theta} = \theta + \epsilon d$

5.2 Koordinatensysteme an Robotern

5.3 Problemdefinition (stationäre und bewegte Kamera)

5.3.1 stationäre Kamera

- außerhalb Roboter
- beobachtet Arbeitsraum von Roboter
- Problem: bestimme Lage Kamerakoordinatesnsystem relativ zu Basiskoordinatensystem
- Kalibrierkörper wird in n unterschiedlichen Posen bewegt
- gesucht: Basis \rightarrow Kamera, Tool \rightarrow Endeffektor



5.3.2 bewegte Kamera = Auge-in-Hand-Konfiguration

- am Endeffektor montiert
- Problem: bestimme Lage Kamerakoordinatesystem relativ zu Werkzeugkoordinatensystem
- Kamera wird in n unterschiedliche Posen bewegt
- gesucht: Kamera \rightarrow Endeffektor, Kalibrierkörper \rightarrow Basis

5.4 Lösungsmethoden

5.4.1 Ansätze, die Gleichungen der Form $AX = XBl$ lösen

5.4.2 Ansätze, die Gleichungen der Form $AX = YBl$ lösen

5.4.3 Optimale Hand-Auge-Kalibrierung

6 Objekterkennung

6.1 Prinzip des deskriptorbasierten Matchings

- Homographie (projektive Transformation) H : $p'_i = \lambda_i H p_i$ (λ - unbekannter Skalierungsfaktor) $\Rightarrow p'_i \times H p_i = 0$
- direct linear transformation (DLT)
- mindestens 4 Punkte benötigt, numerisch instabil (leichte Verbesserung durch Normalisierung)
- besser: bundle adjustment (Bündelausgleich), mehr Rechenaufwand
- Punkt-Gerade-Korrespondenz: $l^T H^{-1} p' = 0 \rightarrow$ analog zu Punkten, aber min. 8 Korrespondenzen
- Weltkoordinaten schätzen: bekannt: interne Kameraparameter + Sehstrahlen durch Merkmale, zusätzlich benötigt: Entfernung Modellebene oder Kalibrierkörper

- Kameramatrix $K = \begin{bmatrix} \frac{f}{s_x} & 0 & c_x \\ 0 & \frac{f}{s_y} & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, Kamerapose $P = [R \quad t]$, $R = K^{-1}H$

- Modellpose berechnen: Distanzen zwischen projizierten Geraden und korrespondierten Kantenpunkten minimieren
- langes Training, schnelle Suche
- benötigt viel Textur
- keine repetetive Texturen

6.1.1 Extraktion von markanten Punkten

- im Modell und Suchbild markante Punkte extrahieren, wiederfinden mit Deskriptoren
- stabil unter Lageänderung, Skalierung, Rotation, Beleuchtung
- Punktextraktion mittels Harris, Lepetit

6.1.2 Klassifikation der Punkte im Suchbild

- Korrespondenzsuche ist Klassifikationsproblem (jeder Modellpunkt eigene Klasse), Lösung: randomisierte Bäume
- zum Training Daten generieren (skalieren, kippen, rotieren)
- randomized Trees: an jedem Knoten werden 2 zufällige Punkte aus der Umgebung verglichen

6.1.3 Hypothesengenerierung und –validierung über RANSAC

- wähle s (genug um Modellparameter zu schätzen) zufällige Datenpunkte aus n Modellparameter
- Konsensmenge berechnen (Punkte die max. Abstand d zu Modell haben)
- wiederholen
- Modellparameter mit größter Konsensmenge verwenden

6.2 Prinzip des deformierbaren Matchings

- zerlege Objekt in mehrere Teile (Clustering)
- Erzeuge Hypothesen auf oberster Pyramidenstufe durch template matching
- Match durch Pyramide tracken, Hypothese verfeinern
- auf unterster Stufe Homographie, Pose oder Deformation bestimmen
- auch als Tracking verwendbar
- Deformation durch Vektorfeld (über Punktkorrespondenzen)
- gut für Objekte mit Kanten
- Training schnell
- Suche relativ schnell
- nicht geeignet für kleine Objekte oder dünne Linien (verschwinden aus Bildpyramide)

6.3 Prinzip des ansichtenbasierten Matchings

- für Objekte mit wenig Textur, aber Kanten
- 3D-CAD Modell verfügbar
- virtuelle Kameras auf Schale um Objekt platzieren
- Kanten mit renderings matchen - Pose von Rendering verwenden mit 2D Matching-Parameter verfeinern
- sehr rechenaufwendig, geringe Genauigkeit, nur orthographische Projektion (Objekt in Mitte)

6.4 Prinzip des kantenbasierten 3D-Matchings

- wie ansichtenbasiert
- Suchraumeinschränkung
- erst Überabtastung (Kanten im virtuellen benachbarten Bildern liegen max. 1 Pixel auseinander)
- Ausdünnen benachbarter Ansichten, falls Ähnlichkeit bei Templatematching groß, Verwendung Bildpyramiden
- Representation in Baumstruktur
- robustes Templatematching entlang Baumstruktur
- robuster: 3-Kanal Bild: Modellflächen erhalten Grauwerte je nach Normalenvektor
- Tracking geeignet

6.5 3D Aufnahme

- Stereo-Setup
- Flächenlaser
- strukturiertes Licht (Kinect)
- Radar, Lidar, Time-of-Flight
- Iterative-Closest-Point-Algorithmus: Lage 2er Punktwolken abgleichen aufgrund von Korrespondenzen und Abstandsminimierung
- Korrespondenzfindung über k-d-Bäume, Voxel, vollständige Suche
- 3D Deskriptoren: Spin-Images, Punktpaarhistogramme

6.6 Prinzip des oberflächenbasierten 3D-Matchings

- Datenbank von Punktpaaren: Abstand, Winkel zw. Normalen, Winkel zw. Normalen und Differenzvektor
- diskretisierter Merkmalsvektor als Hashschlüssel
- pro: finden in konstanter Zeit, invariant gegenüber starren Abbildungen, 2 Korrespondenzen reichen aus

- Größe ist quadratisch zur Zahl der abgetasteten Punkte
- für jeden Referenzpunkt in Szene Hough-Transformation
- Referenzpunkt mit allen anderen Punkten als Paar in DB gesucht
- jeder Referenzpunkt gibt Lagehypothese: Non-Maximum-Suppression
- Verfeinerung mit ICP