Nomor 1

Pilih $w = aba^k ba^{k+2}$, terus casework

Nomor 2

Pilih $w = a^{2k} ba^k$, ambil $q = 2$.

Nomor 3

$w = a^k ba^k$, ambil $q = 2$.

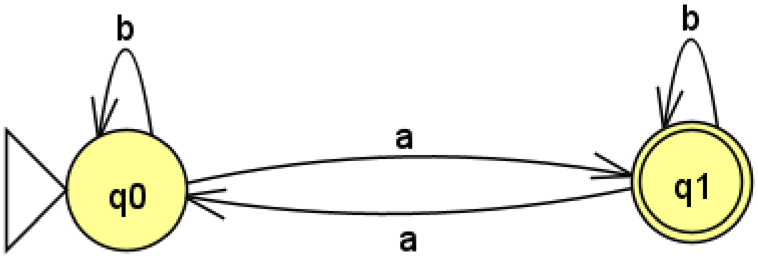
Nomor 4

Diberikan sebuah bahasa L, yaitu
$\{w \in \{a, b\}^* : \text{jika } \#_a(w) \text{ bilangan ganjil, maka } \#_a(w) < 2\#_b(w)\}$.

Berdasarkan ekuivalensi preposisi, bahasa L dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L &= \{w \in \{a, b\}^* : \#_a(w) \text{ bilangan genap} \vee \#_a(w) < 2\#_b(w)\} \\ &= \{w \in \{a, b\}^* : \#_a(w) \text{ bilangan genap}\} \cup \{w \in \{a, b\}^* : \#_a(w) < 2\#_b(w)\} \\ &= K \cup M \end{aligned}$$

Asumsikan bahasa L merupakan bahasa reguler. Jelas bahwa bahasa K, dapat kita buat DFSM nya, yaitu sebagai berikut.



Dapat disimpulkan K merupakan bahasa reguler. Selanjutnya perhatikan bahwa bahasa reguler memiliki sifat tertutup terhadap operasi *union*. Sehingga apabila K dan L merupakan bahasa reguler, maka M juga merupakan bahasa reguler. Akan dibuktikan bahwa M bukan merupakan bahasa reguler dengan teorema Pumping.

Berdasarkan teorema pumping, anggap k sebagai *pumping length*, ambil sebuah string $w = a^{2k} b^{k+1} \in L$, jelas bahwa $|w| = 3k + 1$, dan $\#_a(w) < 2\#_b(w) \iff 2k < 2(k + 1) \iff 2k < 2k + 2$. Selanjutnya, partisi dari string tersebut dapat dibuat:

- $w = xyz$, dengan $|xy| \leq k$
- $x = a^i; y = a^j; z = a^{2k-i-j} b^{k+1}$, dengan $1 \leq i + j \leq k$ dan $1 \leq j$.

Selanjutnya untuk string dalam bentuk $xy^q z = a^i a^{jq} a^{2k-i-j} b^{k+1} = a^{2k+j(q-1)} b^{k+1}$. Akan dipilih $q = 3$, maka dapat ditulis $a^{2k+2j} b^{k+1}$, perhatikan bahwa $j \geq 1 \iff 2j \geq 2 \iff 2k + 2j \geq 2(k + 1)$. Maka, dapat kita tuliskan $\#_a(w) < 2\#_b(w)$ sebagai $2k + 2j < 2(k + 1)$, yang berkontradiksi dengan persamaan di atas. Sehingga terbukti, bahwa L bukan merupakan bahasa regular.

Nomor 5

Ambil $w = a^k c^k$, ambil $q = 0$.

Nomor 6

ambil $w = a^k b^{2k+3}$, ambil $q = 0$.

Nomor 7

Ambil $w = a^i c^k$, ambil $q = 2$.

Nomor 8

Izin bertanya untuk soal nomor 8 tertulis bahwa bahasa tersebut akan menerima

$\{vw : v^R \text{ adalah suffix dari } w \text{ dengan } w \in a, b^*\}$

Apakah dalam kasus ini $|v| > 0$? karena berdasarkan definisi dari slide bahwa string v merupakan string kosong maka reversenya yang sama dengan string kosong juga, akan menjadi suffix dari semua string (katakan itu string w) dan pada dasarnya bahasa tersebut jelas reguler.