

PSET 5: Least Square Problem

Raja Oktovin P. Damanik, M.Sc.

rajaoktovin@cs.ui.ac.id

Faculty of Computer Science, Universitas Indonesia

March 24, 2021

Gerak suatu benda langit jika diproyeksikan pada sebuah bidang dua-dimensi dalam koordinat polar (r, θ) akan berbentuk elips, parabola, atau hiperbola yang memenuhi persamaan polar berbentuk

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \theta}.$$

Persamaan ini disebut persamaan Kepler dan merupakan persamaan elips jika nilai $e < 1$, parabola jika $e = 1$, dan hiperbola jika $e > 1$. Salah satu strategi untuk menentukan orbit suatu benda langit adalah mengumpulkan data posisi (r, θ) suatu benda langit, kemudian mengestimasi p dan e yang paling cocok dengan data. Data posisi (r, θ) dari suatu komet dikumpulkan untuk mencari tahu bentuk dari orbit komet (parameter e) tersebut:

θ	r
$\pi/4$	45
$\pi/3$	22
$2\pi/3$	6.5
$3\pi/4$	7

1. Gunakan data-data eksperimen dari lintasan komet tersebut di dalam teori Kepler tentang orbit benda langit untuk mendapatkan sejumlah persamaan-persamaan linear. Tuliskan dalam bentuk persamaan matriks $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$! Spesifikasi parameter persamaan Kepler apa yang direpresentasikan oleh x_1 dan x_2 .
2. Gunakan persamaan normal untuk menyelesaikan sistem linear *overdetermined* tersebut. Berapakah *condition number* dari matriks $A^T A$?
3. Cari matriks Householder H sehingga kolom pertama matriks HA semuanya 0 kecuali elemen pertamanya. Periksa dengan mengalikan HA pada MATLAB/Octave.
4. Berapa flop yang diperlukan mengalikan matriks HA ?
5. Gunakan metode lain yang ekuivalen namun lebih efisien untuk mendapatkan HA .
6. Dapatkan nilai \mathbf{x} setelah melakukan transformasi Householder secukupnya dari SPL tersebut. Bandingkan dengan \mathbf{x} yang diperoleh dari persamaan normal di soal (b).
7. Apakah bentuk lintasan komet tersebut parabola, elips, atau hiperbola?