2025-02-28-vglare

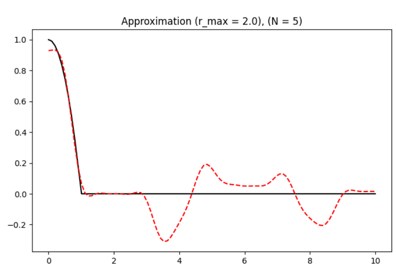
진행사항

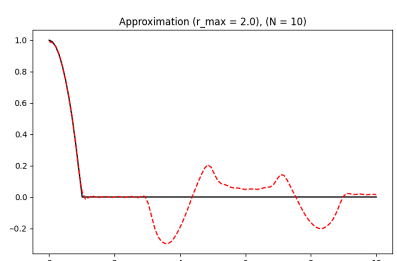
- glare model을 구현하기 위한 2d fourier series의 analytic한 방법 연구

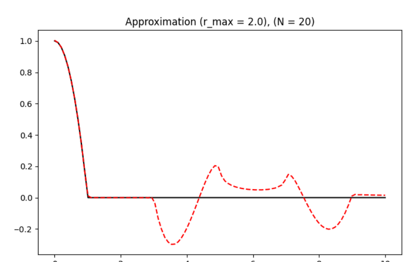
2d fourier series

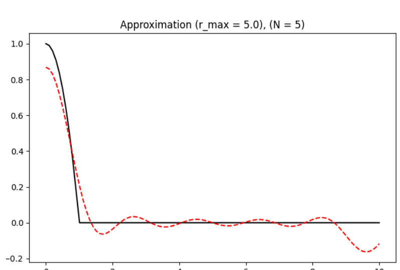
- 종(Ω)모양의 glare model을 표현하기 위해 총 4가지 후보 모델을 산출
  - $z = (1 - x^2)(1 - y^2)$
  - $z = (\cos x)^2 - (\cos y)^2$
  - $z = 1 - (x^2 + y^2)$
  - $z = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)}$ (2d gaussian)
- 위 두 방법은 구현이 간단한 대신 원형 대칭이 아니고 z = 0 부근의 밑면이 사각형 꼴로 퍼지는 경향이 있음
- 아래 두 방법의 경우, 원형 대칭이긴 하지만 cartesian의 fourier series를 쓸 수 없고 polar coordinate에서 새로운 basis를 쓰는 fourier-bessel series 방법을 써야 한다.

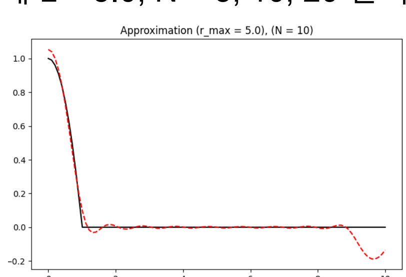
$1 - (x^2 + y^2)$

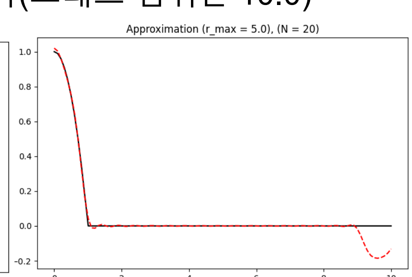
- coefficient를 구하기 위해 $\int_0^1 r(1 - r^2) J_0(\alpha_k \frac{r}{L}) dr$꼴의 경우는 analytic한 적분식으로 표현이 가능
- 기존의 $\cos, \sin$의 basis 역할을 bessel function J_0이 수행한다.
- $1 - (x^2 + y^2)$을 fourier-bessel series로 근사하여 표현
- 아래 그래프는 1d로 잘랐을 때 L = 2.0, N = 5, 10, 20 근사(그래프 범위는 0~10.0)
- 



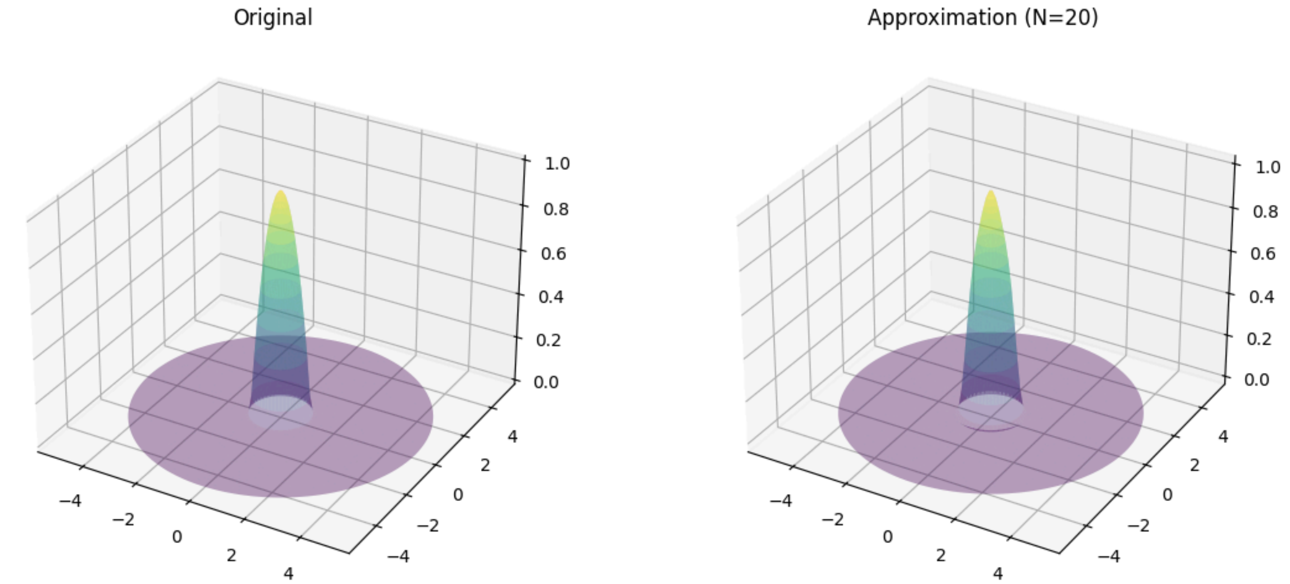


- 아래 그래프는 1d로 잘랐을 때 L = 5.0, N = 5, 10, 20 근사(그래프 범위는 10.0)
- 



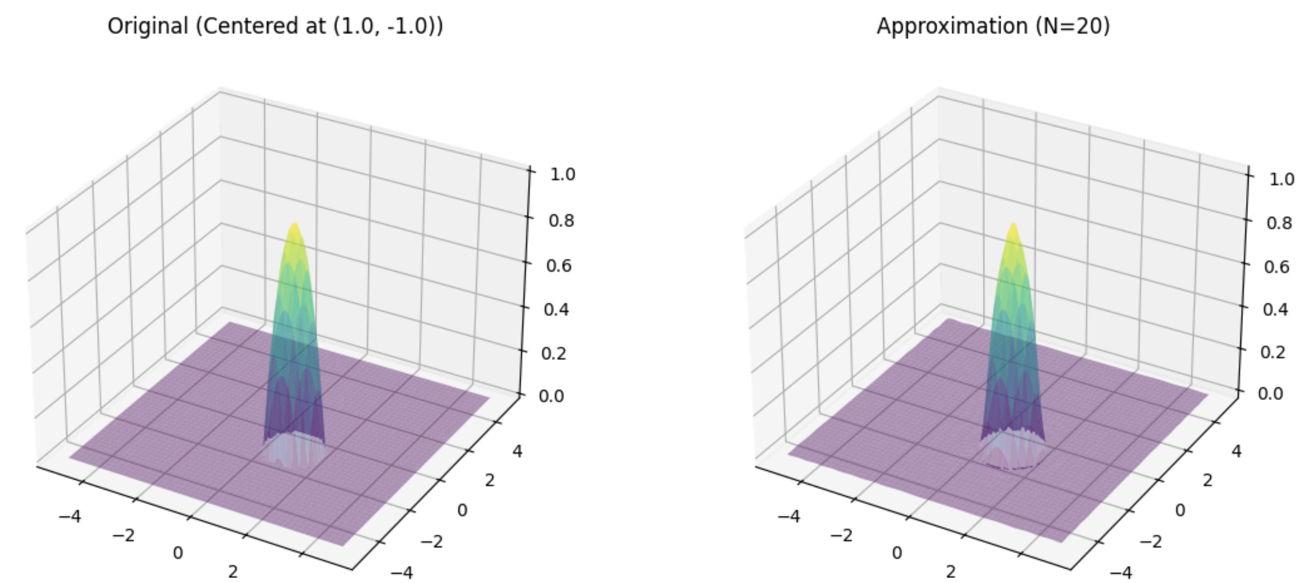


- 아래 그래프는 3d 상에서 봤을 때 비교 시각화(L = 5.0, N = 20 근사)

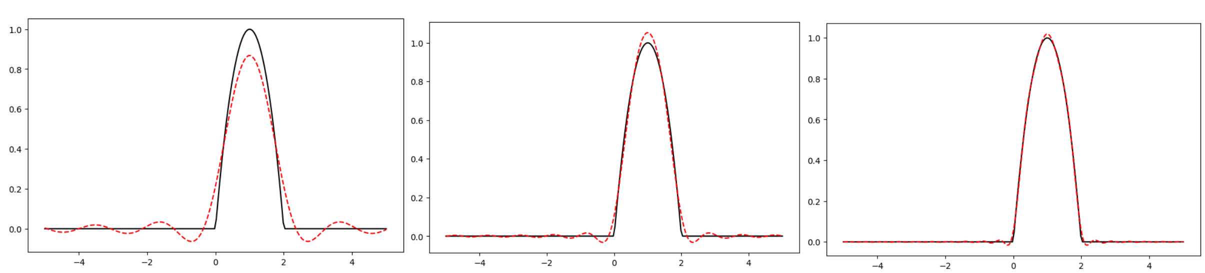


$$1-((x-x')^2+(y-y')^2)$$

- dx, dy 만큼 이동
- 아래 그래프는 dx = 1.0, dy = -1.0에서 비교 (L = 5.0, N = 20 근사)



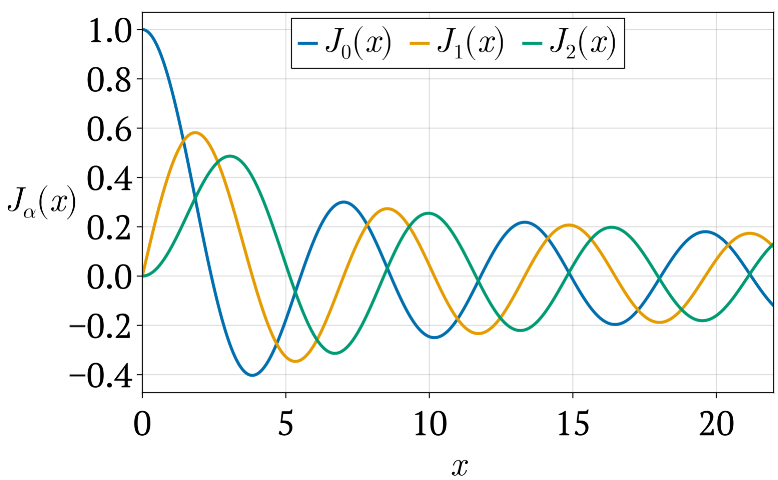
- y = -1 기준으로 잘랐을 때(각각 N = 5, 10, 20 근사)



$$A-B((x-x')^2+(y-y')^2)$$

- 구간 L 사이에서 glare model의 general form인 $A - Br^2$ 근사
- $J_0(a_k) = 0$인 α_k의 경우 bessel function에 대한 일반해로 이미 구해져 있기 때문에 미리 table로 만들어 쓸 수 있다. 일반적인 $J_0(x), J_1(x), J_2(x)$의 경우 아래와 같은 모양을 가지고 있다. 각 식 들은 maclaurin series로 표현할 수 있다.

$$J_a(x) = \sum_{k=0}^{K} \frac{(-1)^k}{k!(k+a+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+a}$$



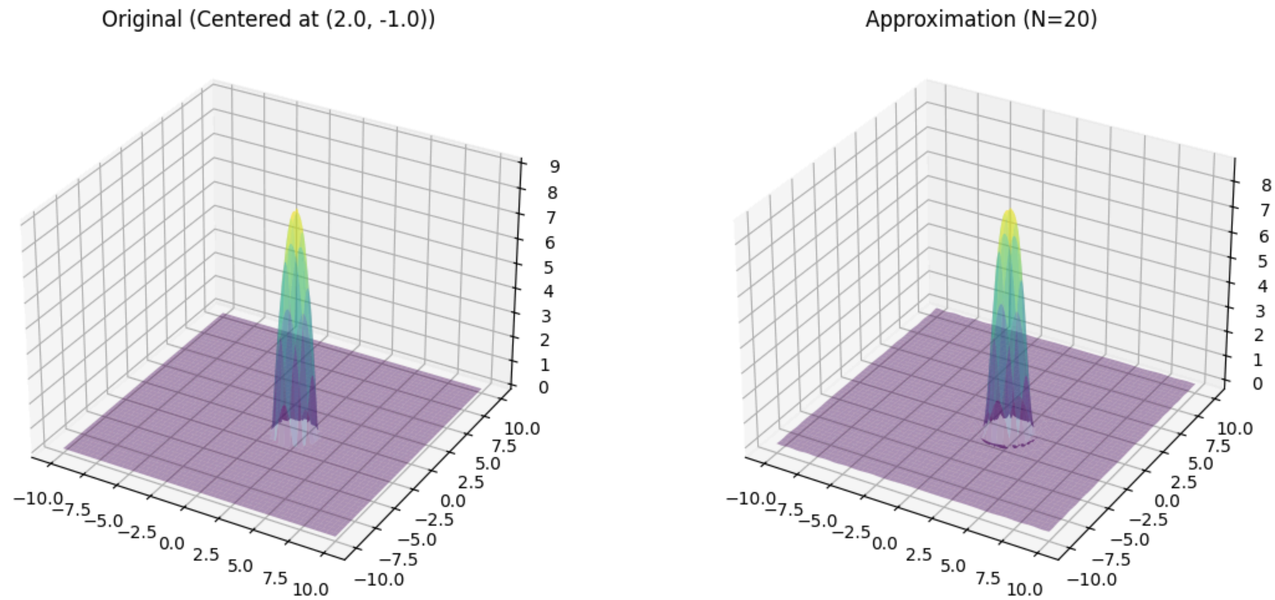
-
- coefficient

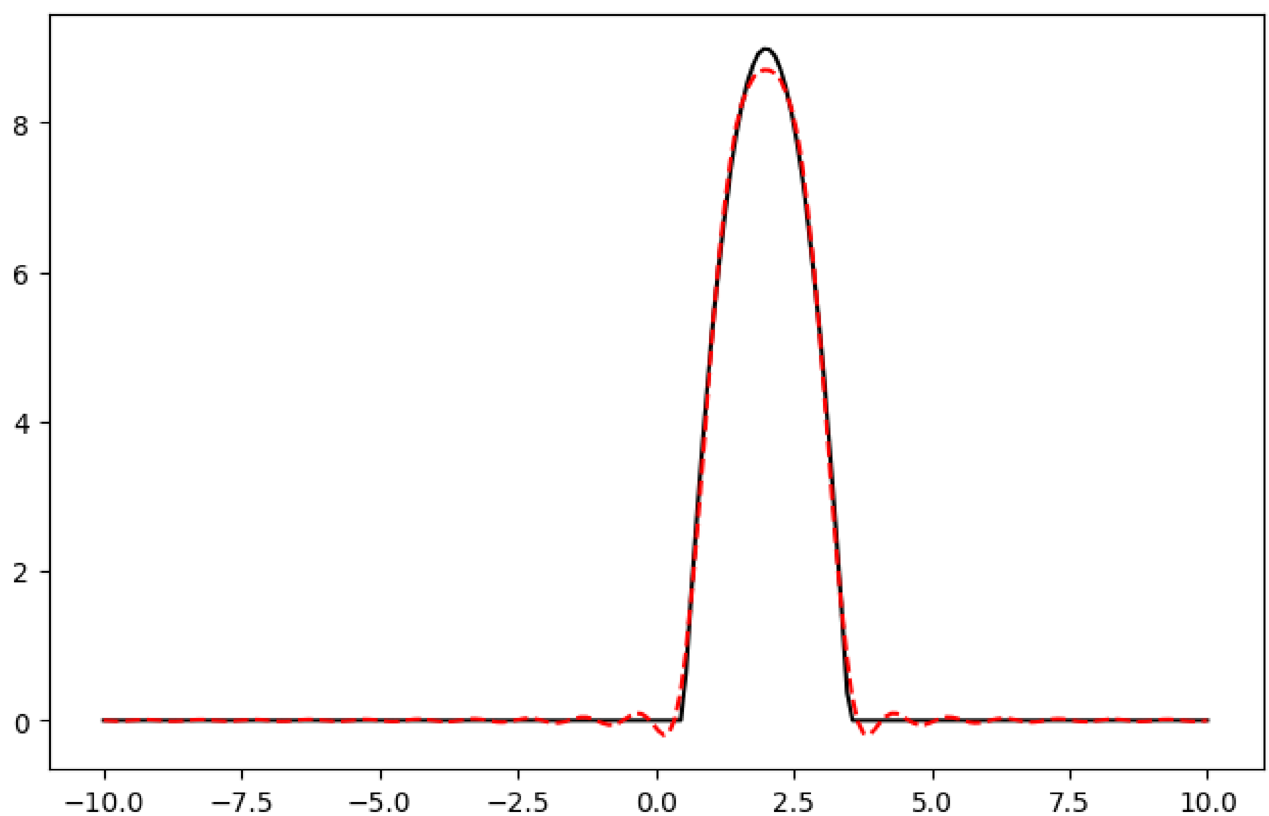
$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{L^2 \cdot (J_1(\alpha_k))^2} \int_0^L r f(r) J_0\left(\frac{\alpha_k r}{L}\right) \\ &= \frac{2}{L^2 \cdot (J_1(\alpha_k))^2} \int_0^{\sqrt{A/B}} r f(r) J_0\left(\frac{\alpha_k r}{L}\right) \\ &= \frac{2}{L^2 \cdot (J_1(\alpha_k))^2} \frac{2AL^2}{\alpha_k^2} J_2\left(\frac{\alpha_k}{L}\sqrt{\frac{A}{B}}\right) \\ &= \frac{4A}{\alpha_k^2 \cdot (J_1(\alpha_k))^2} J_2\left(\frac{\alpha_k}{L}\sqrt{\frac{A}{B}}\right) \end{aligned}$$

- fourier-bessel series

$$f(r) \approx \sum_{k=1}^{N} a_k J_0\left(\frac{\alpha_k r}{L}\right)$$

- dx = 2.0, dy = -1.0, $z = 9 - 4r^2$, N = 20, L = 10.0





- dx = -1.0, dy = 2.0, $z = 4 - 16r^2$, N = 20, L = 5.0, (아래 graph에서 좌 : N = 20, 우 : N = 40)