

- FFT_main
 - SRC dim -> TEX dim
 - Real2Complex func으로 복소수 변환
 - pot를 check하는 이유??
 - FFT로 원활하게 진행할 수 있기 때문이다
 - 이후 DFT or FFT 진행
- userdata-fft
 - DFT
 - bind TEX, 1, 0 -> first pass를 TEX의 layer 1에 저장
 - row 기준으로 fourier 할 때는 src
 - bind TEX, 0, 0 -> second pass를 TEX의 layer 0에 저장(bypass)
 - col 에서는 row의 결과 값을 위해서 TEX->view(0,1,1,1)
 - level 0부터 1 level, layer 1부터 1의 layer에 대한 view(level -> mipmap)
 - 중간 저장용인 1 index layer 사용하겠다는 의미
 - 0 1 1 0 하면 안쓰니까 row fourier만 생기고 오류(하나 이상 layer 쓰라는 msg)
 - return view(0, 1, 0, 1), 최종결과로 0 index layer 사용하겠다
 - FFT
 - FFT preprocessing(butterfly algorithm)
 - w, h에 맞게 비트 뒤집어서 짝을 맞춰야 하기 때문에 bit-reversal 과정이 필요
 - vector<vec2> 끝에 각 x, y의 width, height에 맞게 bit-reverse
 - ex) 0,1,2,3,4,5,6,7 -> Lv1 : [0,4],[2,6],[3,5],[4,7] -> Lv 2 : [0,2,4,6], [3,4,5,7]
 - > Lv3 : [0,1,2,3,4,5,6,7] (max level = lg N)
 - 마찬가지로 각 level 에 맞는 weight 미리 계산
 - 각 level n마다 $2^{(n-1)}$ 개의 weight 필요
 - Forward 기준으로 $W_k = W_{k-1} * e^{(-2\pi i/d)}$, $W_0 = 1$ 의 점화식이다.
 - 이를 sinusoidal 하게 나타내기 위해서 오일러 식을 써서 나타내면

$$e^{(-2\pi i/d)} = \cos(-2\pi/d) + i * \sin(-2\pi/d)$$
 만약 $W_{k-1} = a + b \cdot i$ 에서 $W_k = (a + b \cdot i)(\cos(-t) + i * \sin(-t))$
 이므로 실수부, 허수부로 나눈다면

$$W_k \cdot x = a \cos(-t) - b \sin(-t), W_k \cdot y = a \sin(-t) + b \cos(-t)$$
 코드와 동일하다는 것을 알 수 있었다.
 - 예를 들어서 N = 8이면 총 level 3 단계로
 - level 1 : $W_0 = 1$

- level 2 : $W_0 = 1, W_1 = e^{(-2\pi i/4)}$
 - level 3 : $W_0 = 1, W_1 = e^{(-2\pi i/8)}, W_2 = e^{(-4\pi i/8)}, W_3 = e^{(-6\pi i/8)}$
 - weight texture와 bit-reversal-map은 해당 SRC의 모든 FFT에 사용될 수 있기 때문에 미리 table로 만들어 놓는다.
- 0 layer bind, FFTShiftScale, src shift(+ scaling)
- 1 layer bind, PermuteBits, tex layer 0을 읽음
 - 요런 식으로 tex 0, 1 layer를 번갈아가면서 사용하면서 bind
- FFT
 - 미리 계산되어 rpm에 맞게 순서가 바뀐 tex layer와 weight texture 적용
 - 1 stage부터 log N stage까지 진행한다.
 - TEX는 0과 1을 번갈아가면서 bind하여 사용
- FFT.fx
 - Real2Complex
 - texelFetch로 TEX의 현재 xy값에 대응되는 rgb 값을 가져온는데 그 중에서 x 값을 가져오고 y 값은 0으로 $\text{vec2}(\text{texelFetch().x}, 0)$ 꼴을 반환한다
 - 텍스처에서 하나의 실수 값을 가져와서 $R + 0 \cdot i$ 꼴의 복소수 형태로 만들
 - DFT
 - 이때 받은 SRC level 1은 위의 Real2Complex를 거친 상태
 - tex : current pixel coordinate, ivec2
 - UV : 좌표계 중심을 이미지 중앙으로 이동
 - 왜 와이?? frequency domain에서 0 center로 하고 좌우로 보내기 위해서
 - 0,1,2,3,4,5,6,7 pixel 좌표를 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 꼴
 - $u = UV[\text{mode}]/m * (-1.0 \text{ or } 1.0)$ 이게 무엇인가??
 - m은 mode에 다른 width or height 값
 - 크기를 -0.5~0.5로 정규화
 - DFT에서 forward 값에 따라 exponential의 지수가 -1 붙는 것을 보면 됨
 - $f(u) = \sum F(n)e^{-i2\pi un/N}$ 을 계산하기 위해서 DFT 수행(mode : row 가정)
 - $\text{tex}[\text{mode}] = n$ 으로 row 값 고정 현재 처리할 부분들 fix
 - $\text{vec2 } f = \text{tFetch}().xy$ 로 현재 위치의 현재 $F(n)$ 값이라고 볼 수 있다
 - $2\pi u(n - \frac{M}{2})$
 - $I = \text{vec2}(0, 0) = 0 + 0 \cdot i$ 에서 0부터 M에 대해 각각 구한 complex의 exp꼴을 sin함수 꼴로 변환 후 누적 $\text{sqrt}(m)$ 은 너무 작게 나오는 걸 방지
 - FFT
 - FFTShiftScale
 - brute하게 하면 주로 보는 low frequency영역이 가장자리에 위치하기 때문에 이를 가운데로 옮기기 위함, 시각적으로 잘 보이게 하기 위해 scale
 - 기존 x, y와 전체 width, height를 $\text{dim} = \text{vec2}(M, N)$ 으로 저장해서 shift

- $[0, \dots, n-1]$ 에서 $[n/2, \dots, n-1, 0, 1, \dots, n/2 - 1]$ shift, 다시 말해 $n/2$ 씩 더하고 mod n
- scale은 1.0으로 원본 상태를 유지
- PermuteBits
 - row 또는 col 방향으로 선택해서 진행
 - rpm은 미리 계산된 bit-reversal map이기 때문에 해당 mode에 따른 x, y 좌표만 바꿔서 계산한다.
 - $\text{dir} = \text{ivec2}(1, 0)$ 이면 행 연산, $\text{tc}[\text{row}][\text{y}]$ 의 row 값을 위의 rpm으로 재배열한다
- FFT
 - $r = \text{tc}[\text{dir.y}==1?1:0] \% (1 \ll \text{stage})$ 이게 무엇인가??
 - 위 bit-inversal map 참고해서 현재 위치를 보고 stage에 따른 상대적 위치
 - ex) 0,1,2,3,4,5,6,7 -reversal-> 0,4,2,6,3,5,4,7
 -> stage 1 : [0,4],[2,6],[3,5],[4,7]
 -> stage 2 : [0,2,4,6],[3,4,5,7]
 -> stage 3 : [0,1,2,3,4,5,6,7]
 - 예를 들어 row 연산에서 tc.x: 0 1 2 3 4 5 6 7 일 때 이미 rpm 적용되었기에 옆으로 적당히 그룹을 지어주기만 하면 된다.
 tc.x: 0 1 2 3 4 5 6 7
 r(stage 1) : 0 1 0 1 0 1 0 1 (hd = 1)
 r(stage 2) : 0 1 2 3 0 1 2 3 (hd = 2)
 r(stage 3) : 0 1 2 3 4 5 6 7 (hd = 4) 각 stage마다 더 큰 그룹으로 합쳐짐
 - $\text{hd} = \text{ivec2}(1 \ll (\text{stage}-1))$
 - 상대적인 간격? cell 크기? 를 절반으로 나눔(weight 적용할 부분)
 - 하단, 상단으로 구분했을 때 다음과 같은 차이가 있다.
 - ex) $N = 8$ 중 $k = 2$, 하단의 경우

$$Y(2) = S(2) + W_2 T(2), Y(k) = S(k) + W_k T(k)$$

 $k = 5$, 상단의 경우

$$Y(5) = S(1) - W_1 T(1), Y(k) = S(k - \text{hd}) - W_{k-\text{hd}} T(k - \text{hd})$$

 $S(0) \sim S(3)$ 과 $T(0) \sim T(3)$ 역시

$$S(0) = A(0) + W_0 B(0) \dots S(3) = A(1) - W_1 B(1)$$

 분해 가능 (T도 동일 한 방식으로 C, D)
 계속 내려가서 $k_d = 1$ 인 stage 1에서는 src 값 $y()$ 만으로 구한다

$$X(0) = y(0) + y(1), X(1) = y(0) - y(1)$$
 - 유도를 할 때와는 반대로 실제로 현재 vertex k 에 대한 FFT 값 $Y(k)$ 는 stage 1의 $y(k)$ 를 가지고 stage 2의 A, B, C, D를 구하고 stage 3로 가는 bottom up 방식이다.

- 식의 일관성을 위해서

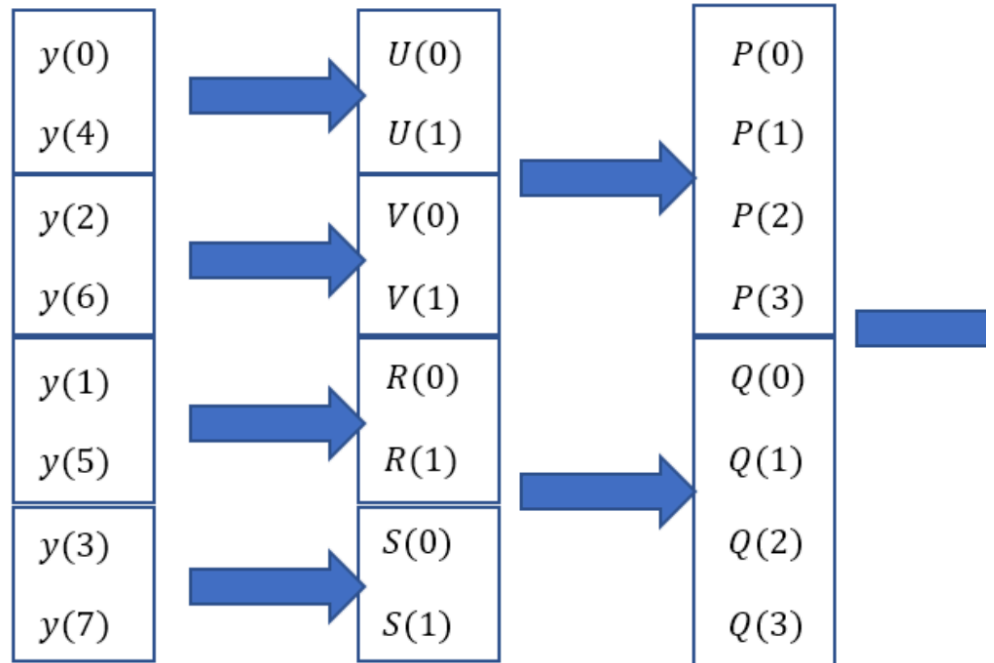
하단부는

$$\text{fragColor}(k) = P(k) + W_k Q(k + hd)$$

상단부는

$$\text{fragColor}(k) = P(k - hd) + W_{k-hd} Q(k)$$

$y(n)$



출처

- 위 사진처럼 row or col을 고정시켜놓고 보았을 때 1차원으로 했을 때 각 r 값으로 구역을 나누고 한 셀 크기를 hd라고 생각하면 된다.