绝密 ★ 启用前　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**试卷类型：B**

2019 年普通高等院校招生全国统一考试

文科数学

本试卷共 23 小题，共 150 分，共 5 页．考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回．

注意事项： 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应的位置上．将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”．

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．答案不能答在试卷上．

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答无效．

4. 考生必须保证答题卡的整洁．考生结束后，将试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 设 $z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$，则 $|z|=$

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 1

2. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,3,4,5\}$，$B=\{2,3,6,7\}$，则 $B\cap \complement_U A=$

A. $\{1,6\}$　　B. $\{1,7\}$　　C. $\{6,7\}$　　D. $\{1,6,7\}$

3. 已知 $a=\log_2 0.2$，$b=2^{0.2}$，$c=0.2^{0.3}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

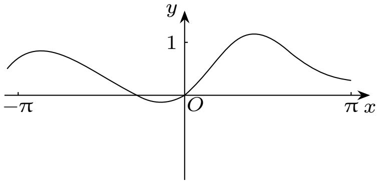
C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

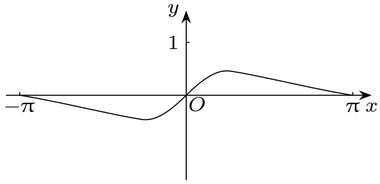
4. 古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618\text{，称为黄金分割比例}\right)$，著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为 105 cm，头顶至脖子下端的长度为 26 cm，则其身高可能是

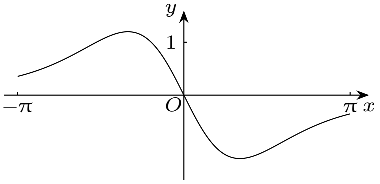
A. 165 cm　　B. 175 cm

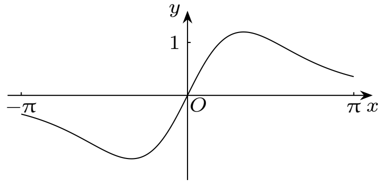
C. 185 cm　　D. 190 cm

5. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图像大致为

A. 

B. 

C. 

D. 

6. 某学校为了解 1 000 名新生的身体素质，将这些学生编号为 1，2，…，1 000，从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测验．若 46 号学生被抽到，则下面 4 名学生中被抽到的是

A．8 号学生　　B．200 号学生　　C．616 号学生　　D．815 号学生

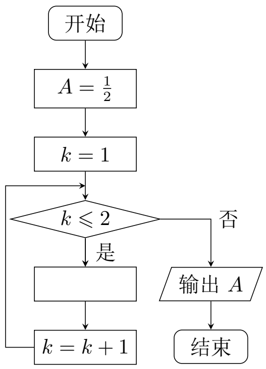
7. $\tan 255^\circ=$

A．$-2-\sqrt{3}$　　B．$-2+\sqrt{3}$　　C．$2-\sqrt{3}$　　D．$2+\sqrt{3}$

8. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$5\dfrac{\pi}{6}$

9. 右图是求 $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$ 的程序框图，图中空白框中应填入



A．$A=\dfrac{1}{2+A}$

B．$A=2+\dfrac{1}{A}$

C．$A=\dfrac{1}{1+2A}$

D．$A=1+\dfrac{1}{2A}$

10. 双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 130°，则 C 的离心率为

A．$2\sin 40^\circ$　　B．$2\cos 40^\circ$　　C．$\dfrac{1}{\sin 50^\circ}$　　D．$\dfrac{1}{\cos 50^\circ}$

11. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c．已知 $a\sin A-b\sin B=4c\sin C$，$\cos A=-\dfrac{1}{4}$，则 $\dfrac{b}{c}=$

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

12. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，过 F_2 的直线与 C 交于 A,B 两点．若 $|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则 C 的方程为

A. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$

C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ D. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 曲线 $y=3(x^2+x)\mathrm{e}^x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为______.

14. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $a_1=1, S_3=\frac{3}{4}$，则 $S_4=$______.

15. 函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{3}{2}\pi\right)-3\cos x$ 的最小值为______.

16. 已知 $\angle ACB=90°$，P 为平面 ABC 外一点，$PC=2$，点 P 到 $\angle ACB$ 两边 AC、BC 的距离均为 $\sqrt{3}$，那么 P 到平面 ABC 的距离为 ______.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

某商场为提高服务质量，随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

（1）分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

（2）能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$p(K^2>k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18.（12 分）

记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_9=-a_5$.

（1）若 $a_3=4$，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

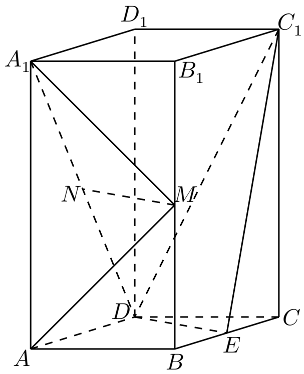
（2）若 $a_1>0$，求使得 $S_n\geqslant a_n$ 的 n 的取值范围.

19.（12 分）

如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60^\circ$，E，M，N 分别是 BC，BB_1，A_1D 的中点.

（1）证明：$MN \parallel$ 平面C_1DE；

（2）求点 C 到平面 C_1DE 的距离.



20.（12 分）

已知函数 $f(x)=2\sin x-x\cos x-x$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.

（1）证明：$f'(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 存在唯一零点；

（2）若 $x\in[0,\pi]$，$f(x)\geqslant ax$，求 a 的取值范围.

21.（12 分）

已知点 A、B 关于坐标原点 O 对称，$|AB|=4$，$\odot M$ 过点 A、B 且与直线 $x+2=0$ 相切.

（1）若 A 在直线 $x+y=0$ 上，求 $\odot M$ 的半径；

（2）是否存在定点 P，使得当 A 运动时，$|MA|-|MP|$ 为定值？并说明理由.

（二）选考题：共 **10** 分．请考生再第 **22**、**23** 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22.［选修 4—4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$（$t$ 为参数）．以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$.

（1）求 C 和 l 的直角坐标方程；

（2）求 C 上的点到 l 距离的最小值．

23.［选修 4—5：不等式选讲］（10 分）

已知 a,b,c 为正数，且满足 $abc=1$．证明：

（1）$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\leqslant a^2+b^2+c^2$；

（2）$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geqslant 24$.

录入：山西　廖凯
安徽　史飞
河南　林木
绘图：合肥　向禹
宜昌　李云皓
排版：浙江　陈晓