

# 2019 年普通高等院校招生全国统一考试

## 文科数学

本试卷共 5 页. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并收回.

**注意事项:** 1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内.

2. 选择题必修使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚.

3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效.

4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑.

5. 保持卡面清洁, 不要折叠、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正液、刮纸刀.

**一、选择题:** 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x > -1\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$

A.  $(-1, +\infty)$

B.  $(-\infty, 2)$

C.  $(-1, -2)$

D.  $\emptyset$

2. 设  $z = i(2 + i)$ , 则  $\bar{z} =$

A.  $1 + 2i$

B.  $-1 + 2i$

C.  $1 - 2i$

D.  $-1 - 2i$

3. 已知向量  $\mathbf{a} = (2, 3t)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 2)$ , 则  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| =$

A.  $\sqrt{2}$

B. 2

C.  $5\sqrt{2}$

D. 50

4. 生物实验室有 5 只兔子, 其中 3 只测量过某项指标, 若从这 5 只兔子中随机取出 3 只, 恰好有 2 只测量过该指标的概率为

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{3}{5}$

C.  $\frac{2}{5}$

D.  $\frac{1}{5}$

5. 在“一带一路”知识检测后, 甲、乙、丙三人对成绩进行预测:

甲: 我的成绩比乙高.

乙: 丙的成绩比我和甲的都高.

丙: 我的成绩比乙高.

成绩公布后,三人成绩互不相同且只有一个人预测正确,那么三人按成绩由高到低的次序为

- A. 甲、乙、丙      B. 乙、甲、丙      C. 丙、乙、甲      D. 甲、丙、乙

6. 设函数  $f(x)$  为奇函数,且当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = e^x - 1$ ,则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$

- A.  $e^{-x} - 1$       B.  $e^{-x} + 1$       C.  $-e^{-x} - 1$       D.  $-e^{-x} + 1$

7. 设  $\alpha, \beta$  是两个平面,则  $\alpha \parallel \beta$  的充要条件是

- A.  $\alpha$  内有无数条直线与  $\beta$  平行      B.  $\alpha$  内有两条相交直线与  $\beta$  平行  
C.  $\alpha, \beta$  平行于同一条直线      D.  $\alpha, \beta$  垂直于同一平面

8. 若  $x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{3\pi}{4}$  是函数  $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$  两个相邻的极值点,则  $\omega =$

- A. 2      B.  $\frac{3}{2}$       C. 1      D.  $\frac{1}{2}$

9. 若抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点是椭圆  $\frac{x^2}{3p} + \frac{y^2}{p} = 1$  的一个焦点,则  $p =$

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 8

10. 曲线  $y = 2 \sin x + \cos x$  在  $(\pi, 1)$  处的切线方程为

- A.  $x - y - \pi - 1 = 0$       B.  $2x - y - 2\pi - 1 = 0$   
C.  $2x + y - 2\pi + 1 = 0$       D.  $x + y - \pi + 1 = 0$

11. 已知  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 且  $2 \sin 2\alpha = \cos 2\alpha + 1$ , 则  $\sin \alpha =$

- A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 设  $F$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点,  $O$  为坐标原点,以  $OF$  为直

径的圆与圆  $x^2 + y^2 = a^2$  交于  $P, Q$  两点. 若  $|PQ| = |OF|$ , 则  $C$  的离心率为

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{3}$       C. 2      D.  $\sqrt{5}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \\ y - 2 \leq 0, \end{cases}$  则  $z = 3x - y$  的最大值是\_\_\_\_\_.

14. 我国高铁发展迅速, 技术先进. 经统计, 在经停某一站的高铁列车中, 有 10 个车次的正点率为 0.97, 有 20 个车次的正点率为 0.98, 有 10 个车次的正点率为 0.99, 则经停该站高铁列车所有车次的平均正点率的估计值为\_\_\_\_\_.

15.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $b \sin A + a \cos B = 0$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.

16. 中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一．印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（图 1）．半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体．半正多面体体现了数学的对称美．图 2 是一个棱数为 48 的半正多面体．它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为 1．则该半正多面体共有\_\_\_\_\_个面，其棱长为\_\_\_\_\_．（本题第一空 2 分，第二空 3 分．）



图 1

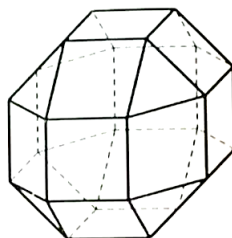


图 2

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

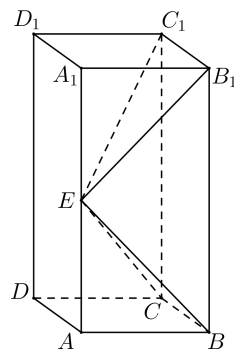
（一）必考题：共 60 分．

17. (12 分)

如图，长方形  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  是正方形，点  $E$  在棱  $AA_1$  上， $BE \perp EC_1$ ．

(1) 证明： $BE \perp$  平面  $EB_1C_1$ ；

(2) 若  $AE = A_1E$ ， $AB = 3$ ，求四棱锥  $E - BB_1C_1C$  的体积．



18. (12 分)

已知  $\{a_n\}$  是各项均为正数的等比数列,  $a_1 = 2, a_3 = 2a_2 + 16$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = \log_2 a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和.

19. (12 分)

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况, 随机调查了 100 个企业, 得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率  $y$  的频数分布表.

$y$ 的分组	$[-0.20, 0)$	$[0, 0.20)$	$[0.20, 0.40)$	$[0.40, 0.60)$	$[0.60, 0.80)$
企业数	2	24	53	14	7

(1) 分别估计这类企业中产值增长率不低于 40% 的企业比例、产值负增长的企业比例;

(2) 求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表). (精确到 0.01)

附:  $\sqrt{74} \approx 8.602$

20. (12 分)

已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的两个焦点,  $P$  为  $C$  上一点,  $O$  为坐标原点.

(1) 若  $\triangle POF_2$  为等边三角形, 求  $C$  的离心率;

(2) 如果存在点  $P$ , 使得  $PF_1 \perp PF_2$ , 且  $\triangle F_1PF_2$  的面积等于 16, 求  $b$  的值和  $a$  的取值范围.

21. (12 分)

已知函数  $f(x) = (x-1)\ln x - x - 1$ . 证明:

(1)  $f(x)$  存在唯一极值点;

(2)  $(x) = 0$  有且仅有两个实根, 且两个实根互为倒数.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生再第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在极坐标系中,  $O$  为极点, 点  $M(\rho_0, \theta_0)$  ( $\rho_0 > 0$ ) 在曲线  $C: \rho = 4 \sin \theta$  上, 直线  $l$  过点  $A(4, 0)$  且与  $OM$  垂直, 垂足为  $P$ .

(1) 当  $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$  时, 求  $\rho_0$  及  $l$  的极坐标方程;

(2) 当  $M$  在  $C$  上运动且  $P$  在线段  $OM$  上时, 求  $P$  点轨迹的极坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知  $f(x) = |x - a|x + |x - 2|(x - a)$ .

(1) 当  $a = 1$  时, 求不等式  $f(x) < 0$  的解集;

(2) 若  $x \in (-\infty, 1)$  时,  $f(x) < 0$ , 求  $a$  的取值范围.

录入: 河北 宁现丰

张家口 饶强

河南 林木

安徽 贾彬

西安 张龙刚

河北 焦子奇

安徽 史飞

广东 周险峰

山西 廖凯

河南 时涛

绘图: 河北 焦子奇

排版: 浙江 陈晓

严禁用于商业用途, 转载请注明作者与出处!