科目 機率

長庚大學期中、期末考試答案用紙

學年度 第 學期 中 考 資工 系 姓名 何佳慶 學號 B0729029

[1] (1) $f_X(x) = \frac{(10)^x \times 90^{(10-x)}}{(100)^{10}}$ #

(2) $E(X) = \sum_{x=0}^{10} x \cdot \frac{(10)^x \times 90^{(10-x)}}{(100)^{10}} = \frac{10\times 90^9}{100^{10}} + \frac{2\times 10^2 \times 90^8}{100^{10}} + \frac{3\times 10^3 \times 90^7}{100^{10}} + \cdots = \underline{0.0490}$ #

(3) $\sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = \sum_x (x-0.049)^2 \cdot \frac{(10)^x \times 90^{(10-x)}}{(100)^{10}} = \underline{0.05659}$

$std[X] = \underline{0.2378}$ #

(4) $f_Y(Y) = \frac{C^{10}_y \times C^{90}_{10-y}}{C^{100}_{10}}$ #

(5) $E(Y) = \sum_y y \cdot \frac{C^{10}_y \times C^{90}_{10-y}}{C^{100}_{10}} = 0.0677$

$\sigma^2 = E[(Y-E(Y))^2] =$

$std[Y]$

$E[Y] + std[Y] =$

(6) $f_Z(z) = b^*(z; 5, 0.1)$

[2] (1) $f_W(w) = P(w; 100) = \frac{e^{-100}(100)^w}{w!}$

(2) $E[W] = 100$ $\sigma^2 = E[(W-100)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (w-100)^2 f(w)\,dw$

(3)

(4) $P(W>120) = \underline{0.0226}$ #

(5) 拒絕它，因為 0.0226 < 0.05 代表在火災發生之平均頻率為每天一件的條件下，W>120 的發生率太小，所以不應該接受

長庚大學期中、期末考試答案用紙 科目

學年度 第 學期 考 系 姓名 學號

[4] $\lambda = np$ $p = \frac{\lambda}{n}$ $B(p,n) = P(x=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$\lim_{n\to\infty} P(X=k) = \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \Rightarrow \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n-k)!} \left(\frac{1}{n^k}\right) \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k}$

$\hookrightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)\cdots(n-k-1)\cdots(1)}{(n-k)(n-k-1)\cdots(1)} \frac{1}{n^k}$

$\hookrightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{n^k}$

$\hookrightarrow \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n}\right)\left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{n-2}{n}\right)\cdots\frac{(n-k+1)}{n}$

$e = \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ $x = -\frac{n}{\lambda}$

$\lim_{n\to\infty} \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n = \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x(-\lambda)} = e^{-\lambda}$

$\lim_{n\to\infty} \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k} \Rightarrow 1$

$\left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n-k)!} \left(\frac{1}{n^k}\right) \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k} = \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right)(1)(e^{-\lambda})(1)$

$P(\lambda, k) = \left(\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}\right)$

[3] (1) $P(X \geq 10) = \sum_{x=0}^{100} b(x;100,0.05) - \sum_{x=0}^{9} (x;100,0.05) = 0.02819$

(2) I reject this batch of products because 0.02819 is small than 0.05
發生機率很小

掃描全能王 創建