计算传热学第六次作业

锥形喷管，其扩张段进行斜切形成出口截面，如下图所示。对该扩张段斜切锥形喷管内流场进行数值模拟。扩张段斜切锥形喷管的构型参数：喉部半径Rt=5mm，扩张段扩张比Ae/At=2（Ae是指斜切处圆截面面积），收敛段收缩比Rb/Rt=1.5，扩张段扩张半角θ=15˚，收敛段收敛半角为α。喷管工作参数：来流总压P0=6Mpa， 总温T0=3200K，比热比k=1.26。研究收敛段半角（α=20˚，φ=30˚，60˚，80˚）和不同斜切角度（φ=30˚，60˚，80˚）对流场特性的影响。

Rb

Rt

Re

Le

L

φ

α

Ld

θ

**1 数学模型**

**1.1 基本方程**

本问题研究的是2D欧拉方程：



无量纲方程，压力采用0.1Mpa，密度采用1kg/m3，长度采用Rt进行无量纲，特征速度与特征时间如下选取：





无量纲后方程形式不变，只是每个量均变为了无量纲量。

**1.2方程离散**

欧拉方程采用有限体积法时间推进进行求解，首先给出积分型方程离散：



下面针对坐标轴线与网格平行的情况，采用零阶重构进行半离散：



需要求解界面通量：



对于Euler方程，不存在简单特征关系，这种情况下，演化过程通过近似求解Riemann问题的通量分裂方法实现。，为了得到界面通量，根据Reo密度加权平均：







：



：



，经过推导：



*Fni-1/2,j*的求解形式相同，下面考虑*G*：



：



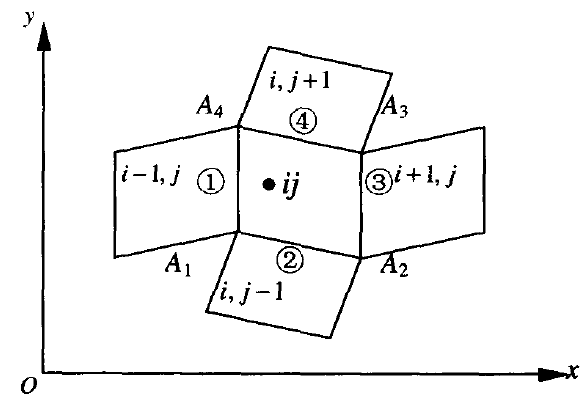
：



，经过推导：



以上针对的都是网格边界与x,y方向平行的情况，对于不规则网格如下：



如上图，则方程可写为：





S表示控制体边界，n是单位外法向量，则采用中点近似，中点分别记为：(i+1/2,j),(i,j+1/2),(i,j-1/2),(i-1/2,j)，则：



*F，G*的值由前面推导可以得到。

关于时间离散方法，采用二阶Runge-Kutta格式进行时间推进：





**1.3边界条件**

**1.3.1入口**

入口喷管流动入口为亚音速流动，出口为超音速流动，由特征线理论可知，亚音速入口，有2条特征线进入计算域，需给定两个边界条件，根据题目已知条件，我们给定压力和密度，入口速度根据相容关系得到，已知的入口参数为和待设置的入口参数为，由内点外推得到的数值解为，根据相容关系：

，

由此式可解出。即



另外，



**1.3.2壁面**

壁面满足不可穿透条件, 只有一条特征线指向计算域内，利用镜像方法，通过虚拟节点给定其他边界条件。具体做法是：

1. 边界节点由紧邻的内层节点外推虚拟值：w\*(i,0)=w(i,1), w\* (i,max)=w(i,max-1)
2. 利用相容条件解出满足条件的正确值：



其中壁面法向指向求解域内部。

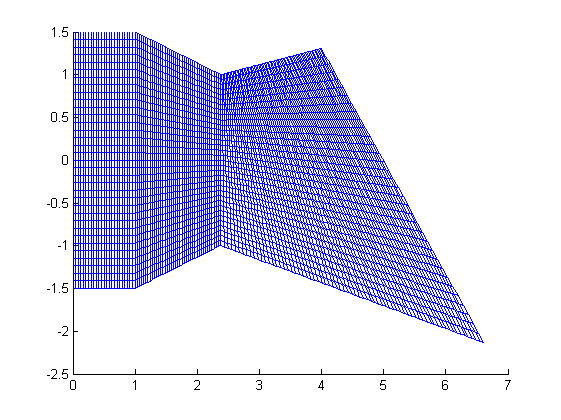
**1.3.3超声速出口**

对于出口，由于气流超音速，三条特征线均指向计算域外部，不需要给定任何边界条件，因此，边界未知参数值可以采用外插方法得到

**2 程序求解与结果**

**2.1程序求解过程**：

1. 网格划分，得到第i,j个节点的坐标X(i,j),Y(i,j)



1. 计算并设置入口条件：

假定管内流动处于设计工况，即喉部Ma=1，根据气体一维等熵流动关系式



根据入口和喉部的面积比，得到入口马赫数Main=0.2724。根据总温、总压，结合入口Ma和温度、压力的计算公式，计算入口的静压力和静温度：





1. 设置壁面不可穿透边界
2. 设置出口外推边界
3. 建立节点方程：





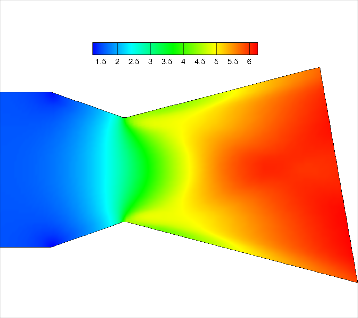
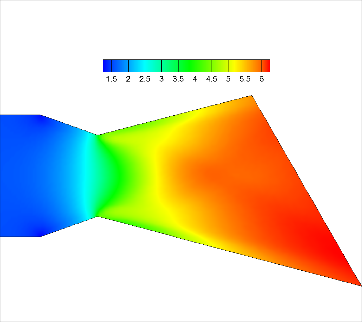
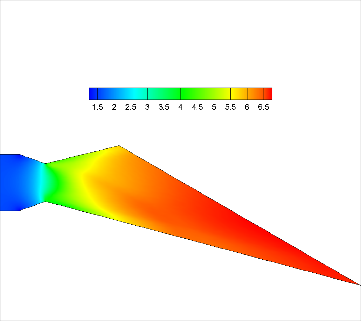


1. 流场初始化。给定初始无量纲参数，在喷管入口段根据滞止参数将初始无量纲场设为，，，在收缩及扩张段内初始场的无量纲参数为，，
2. **计算结果及分析**

保持其他参数不变，喷管斜切角度分别取、、时的无量纲参数计算结果如下列图所示。

喷管斜切角对x方向速度分布的影响

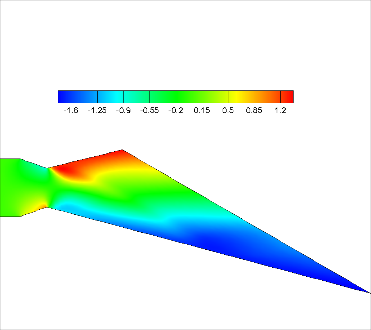
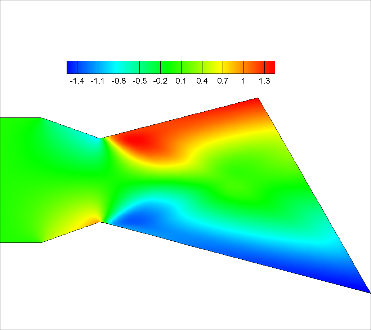
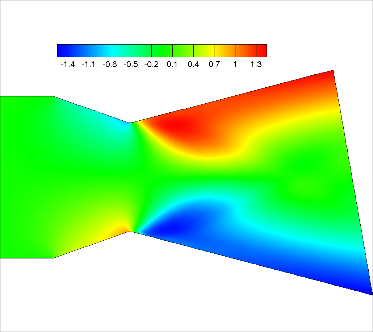
从水平方向速度分布云图可以看出，水平段和收缩段流动速度较低，速度分布的对称性很好，此段的速度分布基本不受喷管斜切角的影响。喷管在收敛段内加速，在膨胀段进一步加速且速度的变化更为剧烈。喷管出口的速度最高，在喷管出口的上部分壁面对应的截面上，不同斜切角下，该界面的速度都是相同的。主要原因是计算工况下，喷管出口达到超音速流动状态，根据特征线传播方向，超音速区域仅仅受上游扰动的影响，而计算的入口参数是相同的，此截面的面积与喉部面积的比值也相同，因此，该截面的速度相同，表明计算结果的合理性。喷管出口上表面出口以后的流动速度进一步增加，斜切角越大，所能达到的最大速度也越大。



u速度云图

喷管斜切角对y方向速度分布的影响

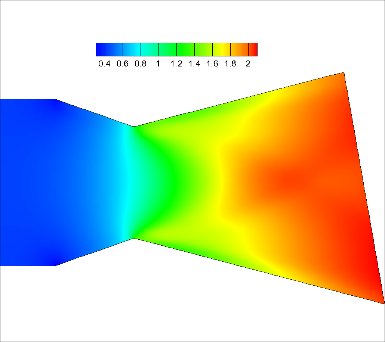
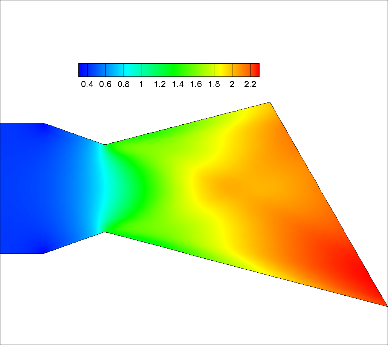
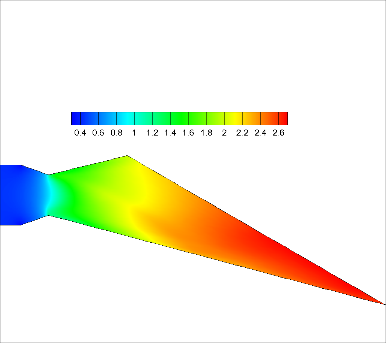
v速度的产生主要是因为喷管结构中的收缩和扩张段，因此，收缩和扩张段也是v速度变化比较剧烈的地方，尤其是在壁面附近。在收缩段，上下壁面附近的v速度关于喷管轴线基本呈反对称分布，即大小相等而方向相反。由于斜切角的存在，在扩张段，这种对称性遭到破坏，在喷管斜切角较大时，v速度的对称性逐渐恢复。另外，就大小而言，v速度远小于u速度。

V速度云图

喷管斜切角对Ma数分布的影响

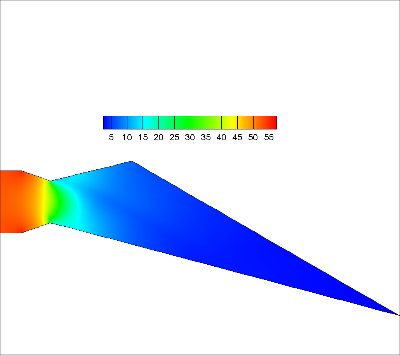
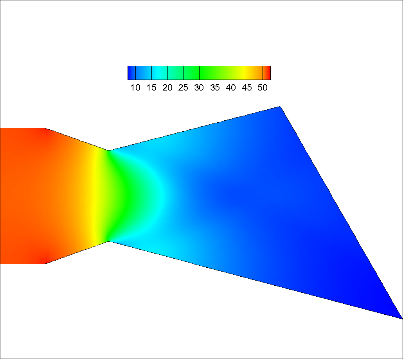
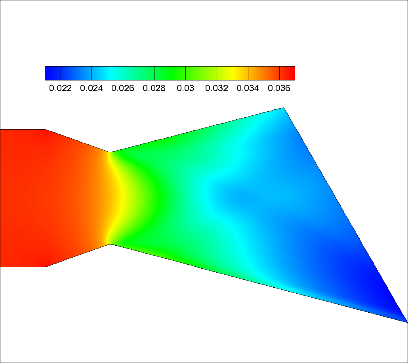
根据马赫数分布云图，可知气流在入口段马赫数基本不变，在收敛段，马赫数逐渐增加，喉部界面达到1，扩张段气流继续加速，马赫数剧烈增加，喷管斜切角越大，喷管下表面越长，气流加速达到的最大马赫数也随之增加。



马赫数云图

喷管斜切角对压力分布的影响

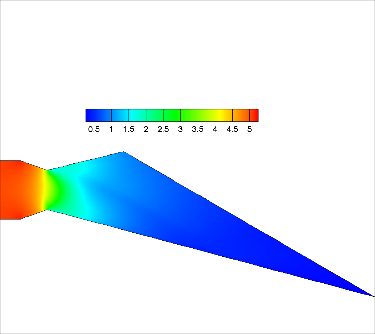
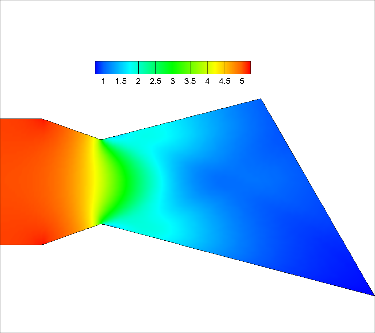
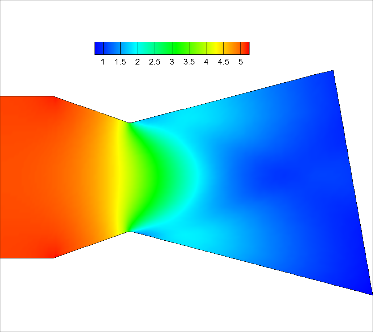
从压力分布图可见，入口水平段内压力基本相同，收缩段内压力逐渐减小，压力势能转换为速度，使得流动速度增加。扩张段内压力急剧减小，扩张段起始部分压力分布的对称性很好，随后分布趋势不再对称。喷管斜切角越小，加速段越长，压力降低越明显，下表面出口处的压力最低。喷管喉部到喷管上表面出口范围内的压力数值基本相同，且斜切角越大，分布的对称性越好。与速度和马赫数的分布一致。

压力云图

喷管斜切角对密度分布的影响

从密度分布云图可知，水平段内密度基本一致，收缩段密度逐渐减小，扩张段密度剧烈减小。从水平段到收缩段起始位置处的密度是全场最大的，主要原因是壁面法向速度为零，使得流动从中心区域到壁面时剧烈滞止，使得密度达到最大。不同斜切角下，水平段和收敛段的分布趋势基本一致，扩张段内的密度大小基本一致，等值线的分布在喉部附近也基本一致，越接近出口等值线的形状差别越大。

密度云图

通过对比和分析，我们可以得出以下结论：

（1）3种斜切角喷管喉部的无量纲压力和密度均存在较大梯度，说明喉部有正激波存在，在喉部左侧为亚音速等熵流，右侧为超音速等熵流；

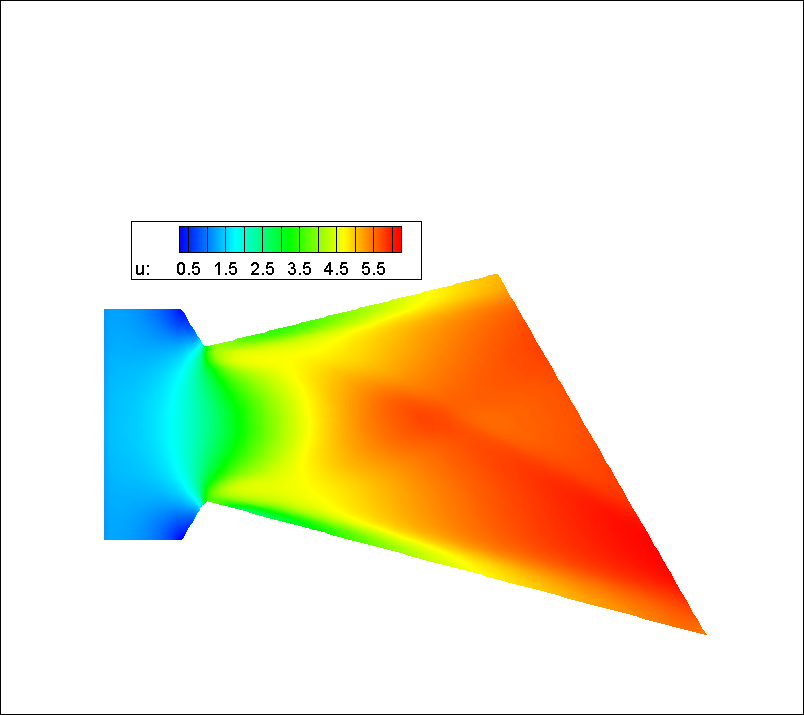
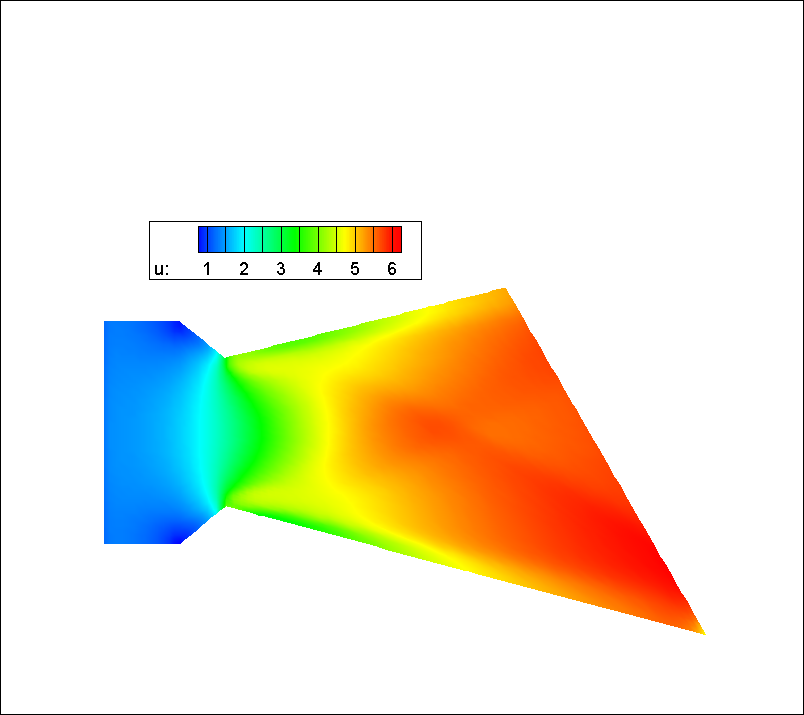
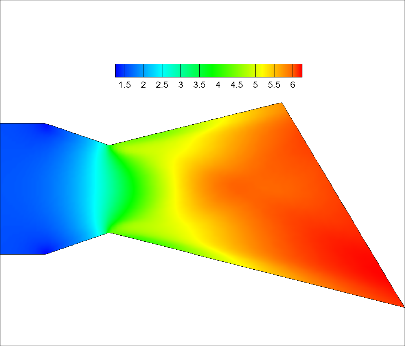
（2）从马赫数云图来看，3种斜切角喷管喉部附近马赫数均接近于1；

（3）随着斜切角的增加，喷管出口无量纲压力和密度等参数趋于均匀，喷管出口马赫数逐渐减小；

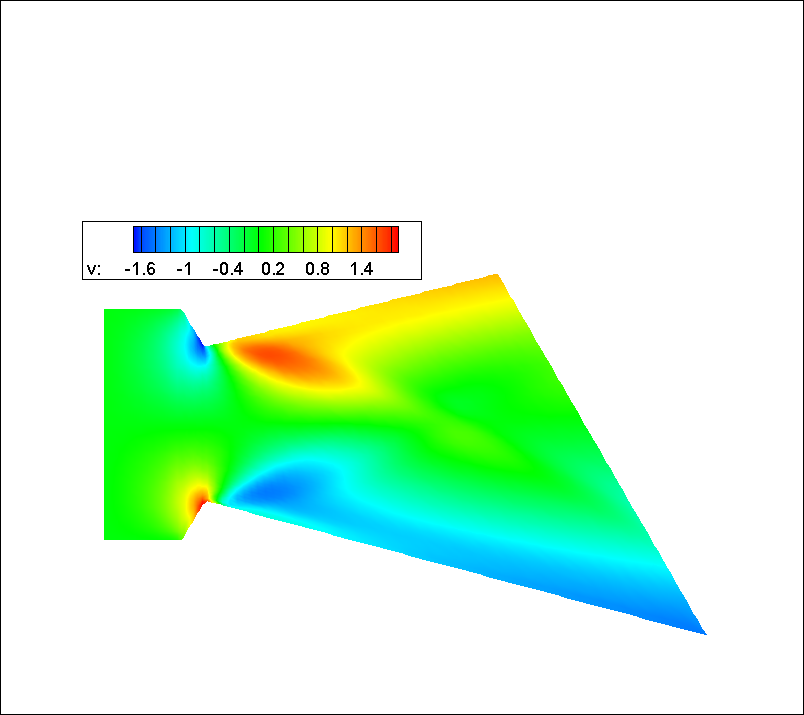
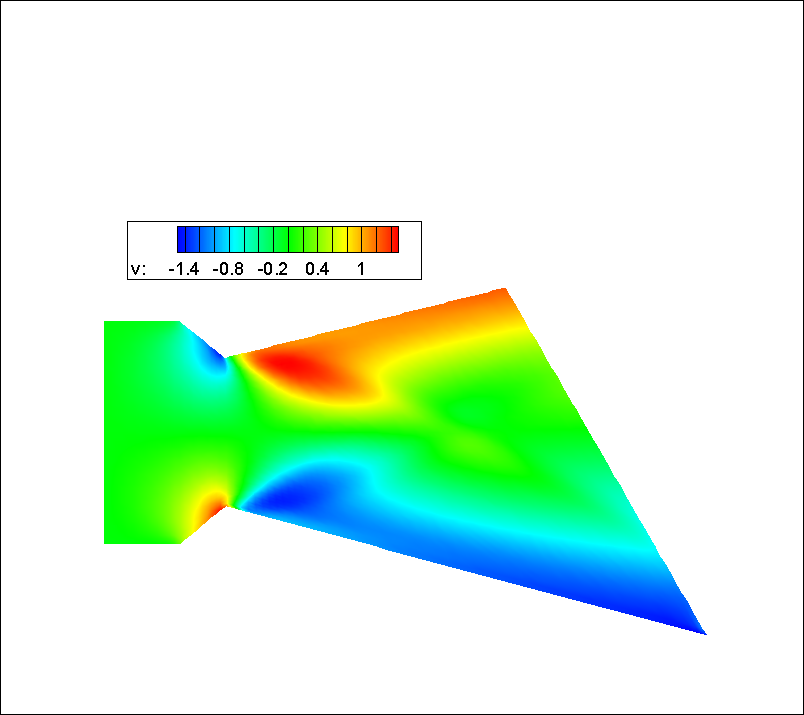
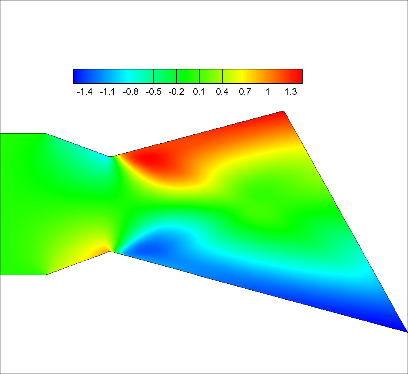
（4）不同斜切角对应的喷管出口压力分布有很大不同，根据斜切喷管的工作原理，这将产生不同的推力和力矩。

下面考虑收敛半角对结果的影响：

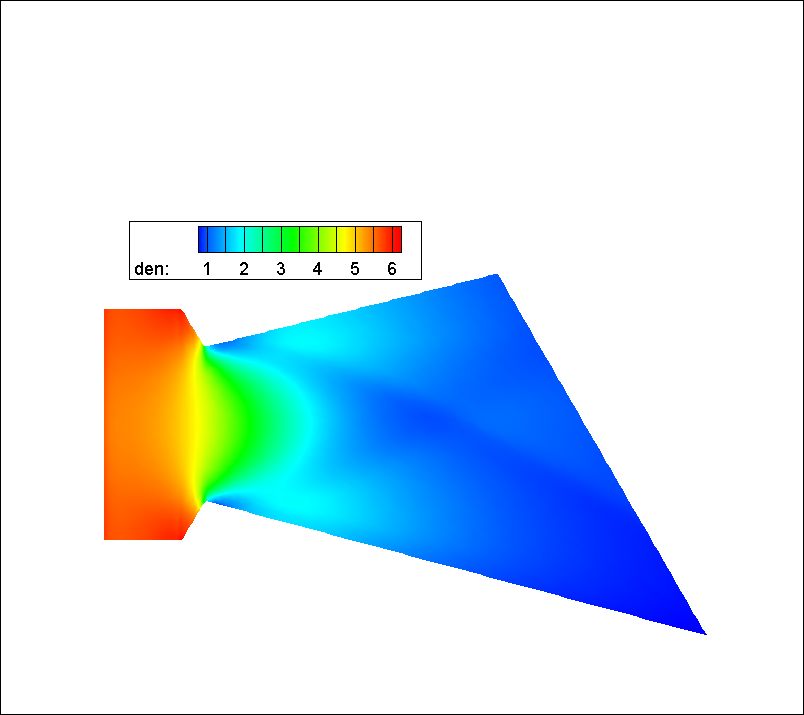
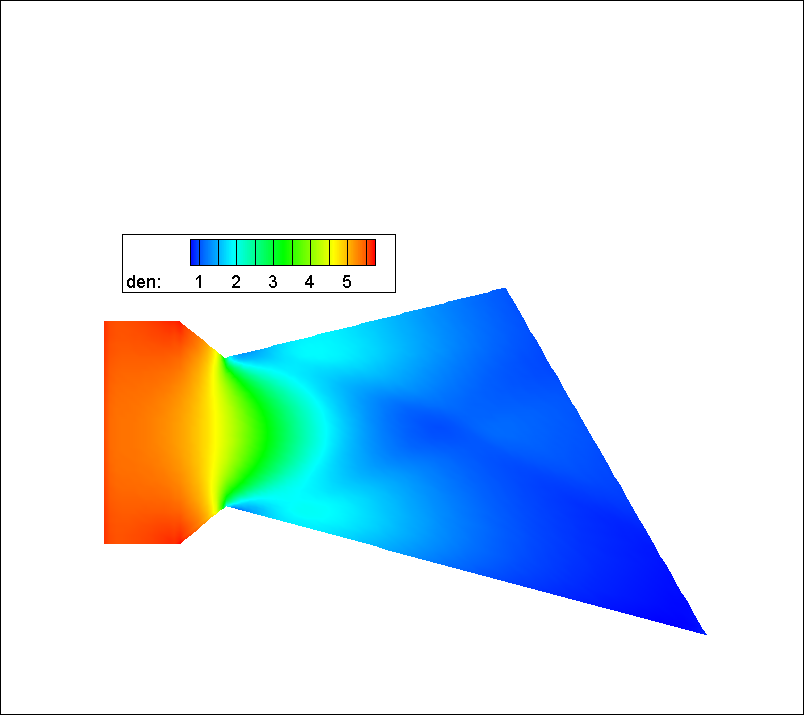
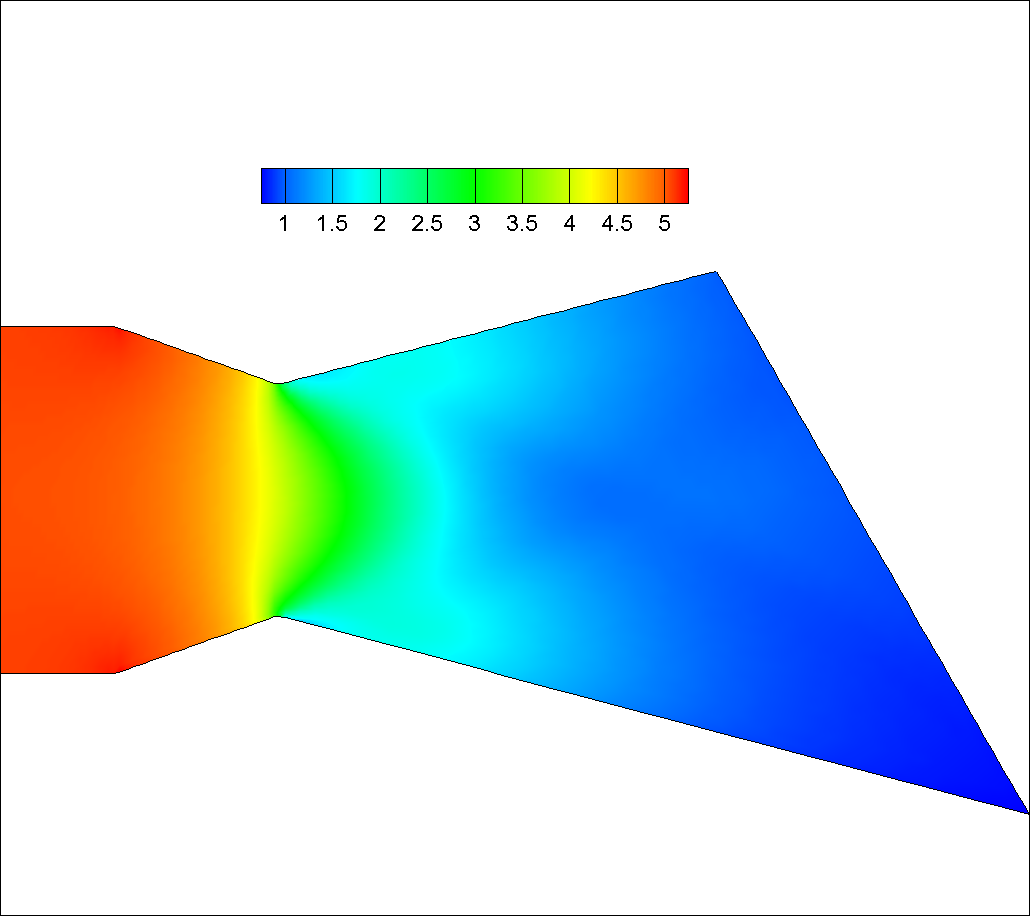
U速度：



V速度：



密度：



压力：

