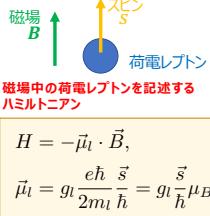


ミュー粒子異常磁気能率への量子電磁気学による摂動12次の寄与

山崎遼大^{*1,*2}、仁尾真紀子^{*2,*1}

*1 埼玉大学理工学研究科、*2理研仁科加速器科学研究所センター

1.素粒子標準模型(SM)でのミュー粒子異常磁気能率



相対論的量子力学では厳密に $g_l = 2$

真空の揺らぎの寄与

2からずれる

その差を **g-2(異常磁気能率)**

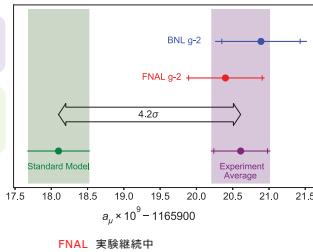
$$a_l := \frac{g_l - 2}{2}$$

実験値 B. Abi et al. Phys. Rev. Lett. 126, 141801 (2021)
 $a_\mu(\text{exp.}) = 116\ 592\ 061\ (41) \times 10^{-11}$

理論値 T. Aoyama et al. Phys. Rept. 887, 1 (2020).
 $a_\mu(\text{SM}) = 116\ 591\ 810\ (1)\ (40)\ (18)\ [43] \times 10^{-11}$
 weak hadron hadron 真空偏極 光光散乱

QEDの不確かさ 0.104×10^{-11}

$$a_\mu(\text{exp.}) - a_\mu(\text{SM}) = 251\ (41)\ (43) [59] \times 10^{-11}$$



$$\begin{aligned} p & \xrightarrow{\text{荷電レプトン}} p' + q \quad (q \text{ is a photon}) \\ &= p' + q + \text{loop diagram} + \dots \\ &= -ie\bar{u}(p') \left[\gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i}{2m} \sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2(q^2) \right] u(p) A_\mu(\vec{q}) \end{aligned}$$

図(積分)を計算することで
g-2を計算可能!!

$$\rightarrow F_2(0) = a_l = a_l(\text{QED}) + a_l(\text{hadronic}) + a_l(\text{electroweak})$$

2.量子電磁気学(QED)による寄与

- 摂動10次まで計算されている
- QEDの不確かさ 0.10×10^{-11} v.s. 実験の不確かさ 41×10^{-11}
- QEDの不確かさ 摂動12次の寄与の概算で決めている
- この概算は正しいか?
- 質量比 $\frac{m_\mu}{m_e} \sim 200$ に起因する強調因子の存在
- 実際に計算することで確かめる

ファインマン図の個数(赤字は各項の値が確定した年)

1948年	1996年	2012年~
$\Gamma = 1 + e^2 + 7e^4 + 72e^6 + 891e^8 + 12\ 672e^{10} + 202\ 770e^{12} + \dots$	1957年	2017年?

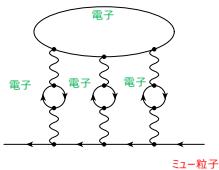
- 摂動12次 ファインマン図 202,770個
- 1個のファインマン図 → 積分 テキストファイルで、数十万行程度
- 1年程度で終えることはできない

ミュー粒子異常磁気能率では、主要に寄与する図が限られており、これらを選択して計算する

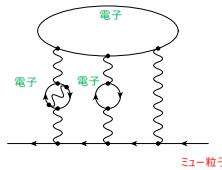
3.低次の結果から推測できる主要項

光光散乱を含む頂点図+真空偏極

LL6_p2p2p2 60個



LL6_p4p2 72×3 個



- ファインマンパラメタ空間(dz)で被積分関数を構成 → 数値積分
- モンテカルロ積分アルゴリズムVEGASでの10次元積分
- すべてノートパソコンで実施

LL6の寄与

$$M^{(6)} = \frac{1}{16} \int \frac{(dz)}{U^2} \left[\left(\frac{C_0}{V^2} + \frac{C_1}{UV} \right) + \sum_{j=3}^5 \left(\frac{Z_0^{(j)}}{V^3} + \frac{Z_1^{(j)}}{UV^2} + \frac{Z_2^{(j)}}{U^2V} \right) \right]$$

$$V = (z_1 + z_2)m_\mu^2 + (z_3 + z_4 + z_5)r^2 m_\mu^2 - (z_1A_1 + z_2A_2)p^2$$

LL6_p2p2p2の寄与

$$M^{(12)} = \frac{1}{16} \int_0^1 ds \int_0^1 dt \int_0^1 du \rho(s)\rho(t)\rho(u) \int \frac{(dz)}{U^2} \quad V \rightarrow V + V_a m_p^2(s) + V_b m_p^2(t) + V_c m_p^2(u)$$

$$\times \left[\left(\frac{C_0}{V^2} + \frac{C_1}{UV} \right) + \sum_{j=3}^5 \left(\frac{Z_0^{(j)}}{V^3} + \frac{Z_1^{(j)}}{UV^2} + \frac{Z_2^{(j)}}{U^2V} \right) \right] \quad m_p^2(s) := 4/(1-s^2)$$

$(\frac{\alpha}{\pi})^6$ の係数として

全てのループが電子

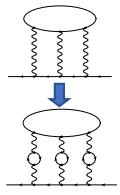
$$M_{LL6_p2p2p2}^{(e,e,e,e)} = 2413.1 \quad (2.1),$$

$$M_{LL6_p4p2}^{(e,e,e)} = 1456.2 \quad (3.7)$$

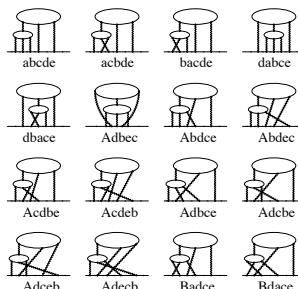
全てのループがミュー粒子

$$M_{LL6_p2p2p2}^{(\mu,\mu,\mu,\mu)} = 2.0936 \quad (41),$$

$$M_{LL6_p4p2}^{(\mu,\mu,\mu)} = 4.0699 \quad (63)$$



4.摂動12次で初めて出現する構造を持つ主要項

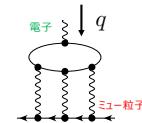


- 摂動12次で初めて出現する構造
- 光光散乱を2個含む図

頂点図 360個 → 自己エネルギー図 16個

強調因子 $\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2 \sim 40000$ が出現する可能性!!
 ミュー粒子g-2の理論値を大きく動かす 10×10^{-11} 程度!?

$$m_\mu^2 \frac{dF_1(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0} \propto \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2$$



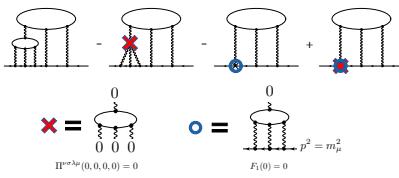
E. H. Wichmann and N. M. Kroll (1956)

LL6_LL6の寄与

$$M^{(12)} = \frac{1}{32} \int (dz) \frac{1}{U^2} \left(\sum_{k=0}^4 \frac{C_k}{U^k V^{5-k}} + \sum_{j=9}^{11} \sum_{k=0}^5 \frac{z_j Z_k^{(j)}}{U^k V^{6-k}} \right)$$

は紫外発散を持っている。そこで、

図abcdeの場合



$(\frac{\alpha}{\pi})^6$ の係数として

$$M_{LL6_LL6}^{(e,e)} = 145.8 \quad (2.0)$$

$\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2$ の強調因子はなかった



RIKEN HOKUSAI bigWaterfall

5.結論

主要項の寄与

$$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^6 \left[M_{LL6_p2p2p2}^{(e,e,e,e)} + M_{LL6_p4p2}^{(e,e,e)} + M_{LL6_LL6}^{(e,e)} \right] \simeq 0.63 \times 10^{-12}$$

統一理論値には影響しない
 新物理探索にミュー粒子g-2は依然有効