EEE - Tarea Unidad 1

Hollman Daniel Quintero Salazar

Febrero 2022

Problema 1: Calculate the λ_{max} for the Sun.

Solución: Si se considera que el Sol está a una temperatura de aproximadamente 5770 K, entonces, empleando la ley de desplazamiento de Wien para cuerpo negro se obtiene:

$$\lambda_{max} \cdot T = 2.9 \times 10^{-3} m \cdot K$$

$$\lambda_{max} = \frac{2.9 \times 10^{-3} m \cdot K}{5770\, K} = 502.6 \times 10^{-9} m$$

El pico de emisión máxima del Sol está en 502.6 nm lo que corresponde al rango visible del espectro electromagnético, específicamente en la franja verde.

Problema 2: Demonstrate the distance modulus equation.

Solución: Si en principio se considera que la relación entre magnitudes aparentes entre dos diferentes estrellas está dada por (teniendo en cuenta que una estrella de magnitud $m = 1$ es 100 veces más brillante que una estrella de magnitud $m = 6$,)

$$m_1 - m_2 = -2.5 log(\frac{F_1}{F_2})$$
$$\frac{F_1}{F_2} = 100^{\frac{m_2 - m_1}{5}}$$

Ahora bien, si se considera una estrella de luminosidad L y magnitud aparente m a una distancia d, se puede aplicar la relación anterior en función del flujo recibido F de la estrella y el flujo que se recibiría de este mismo objeto a 10 parsecs (este valor se asume por convención).Entonces,

$$\frac{F_{10}}{F} = 100^{\frac{m-M}{5}}$$

Así,sabiendo que el flujo es función de la luminosidad tal que,

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Y del mismo modo, sabiendo que el flujo varía en función del cuadrado de la distancia,

$$\frac{F(d)}{F_{10}} = (\frac{10pc}{d})^2$$

Haciendo las sustituciones adecuadas y reordenando se tiene,

$$(\frac{d}{10})^2 = 100^{\frac{m-M}{5}}$$

$$m - M = 5log(\frac{d}{10pc})$$

Problema 3: Knowing that the apparent visual magnitude of the Sun is -26.73, calculate its absolute magnitude.

Solución: Teniendo en cuenta que el módulo de distancia expresa la relación entre la magnitud aparente y la magnitud real de un objeto a 10 parsecs de distancia tal que:

$$m - M = 5log(\frac{r}{10pc})$$

Y teniendo en cuenta que el Sol se encuentra a una distancia de 1 UA,

$$1UA = 1.495 \times 10^{11}m \times \frac{1pc}{3.086 \times 10^{16}m} = 4.84 \times 10^{-6}pc$$

Entonces,

$$M = m - 5log(\frac{r}{10pc})$$

$$M = -26.73 - 5log(\frac{4.84 \times 10^{-6}pc}{10pc}) = 4.84$$

Problema 4: A binary star system is observed, and since the separation between the two stars is much smaller that the distance of the system from the observer, it can be supposed that both stars are found at the same distance from Earth. The absolute magnitude in a given photometric band of the first star is determined to be 0.5, while its apparent magnitude is 3.5. If the apparent magnitude of the second star is 4.5, what is its absolute magnitude? At what distance (in light - years) is the binary system from the observer?

Solución: En el entendido que la distancia (D) de la Tierra a los objetos es mucho mayor que la separación entre ellos (d), así D>>d, se puede considerar usar el módulo de distancia para calcular la distancia de la Tierra a una estrella y luego calcular la magnitud absoluta de la restante.

Entonces,

$$m - M = 5log(\frac{r}{10pc})$$

Donde,

$$M_a = -0.5 \qquad m_a = 3.5$$
$$M_b = ? \qquad m_b = 4.5$$
$$m_a - M_a = 5log(\frac{D}{10pc})$$
$$(3.5) - (-0.5) = 5log(\frac{D}{10pc})$$
$$\frac{4}{5} = log(\frac{D}{10pc})$$
$$D = 10^{\frac{4}{5}} * 10pc$$
$$D \approx 63.10pc$$

Teniendo la distancia al punto de observación se puede calcular la magnitud de la estrella M_b,

$$M_b = -5log(\frac{D}{10pc}) + m_b$$
$$M_b = -5log(\frac{63.10pc}{10pc}) + 4.5$$
$$M_b = 0.5$$

Teniendo la distancia D en parsecs basta realizar la conversión a años luz tal que,

$$D = 63.10pc \times \frac{3.086 \times 10^{16}m}{1pc} \times \frac{1al}{9.461 \times 10^{15}m} = 205.82al$$

Problema 5: What is the numerical difference between the absolute magnitudes of two stars having the same Teff , where one of these stars is in the giant phase and has a radius 15 times larger than the other star, which finds itself on the main sequence?

Solución: Si consideramos que tenemos los siguientes valores respecto a lo que plantea el enunciado:

$$M_1 \qquad M_2$$
$$T_{eff1} \qquad T_{eff2}$$
$$R_o \qquad 15R_o$$
$$Secuenciaprincipal \qquad Gigante$$

Ahora bien, sabiendo que la luminosidad está dada por $L = 4\pi R^2\sigma T^4$ y $T_{eff1} = T_{eff2}$.

$$T = (\frac{L}{4\pi R^2\sigma})^{1/4}$$
$$(\frac{L_1}{4\pi R_o^2\sigma})^{1/4} = (\frac{L_2}{4\pi(15R_o)^2\sigma})^{1/4}$$
$$L_1 = \frac{L_2}{225}$$

A partir del resultado anterior se puede observar que, dado que el flujo es función de la luminosidad, y a su vez, la magnitud absoluta se deriva a partir del flujo cuyo valor varía en función del cuadraro de la distancia, se puede concluir que la magnitud aparente de la estrella en secuencia principal será inversamente proporcional a la magnitud de la gigante por un factor de 15^2.

Problema 6: Consider a basketball with a radius of 12 cm. It was just used in a game, and as a result it heated up to human body temperature, 98.6∘ F. The ball is placed in a locker room at 68∘ F. Assume the basketball is a perfect blackbody. (a) Calculate the basketball's luminosity. (b) A blackbody also receives heat from its environment, following the same equation used to calculate blackbody emission. At what rate does the basketball absorb heat from its environment? What is the net rate of energy loss? (c) What is the peak wavelength of the basketball's blackbody emission? In which part of the electromagnetic spectrum does this fall? (d) Given your answer to part (c), why is the basketball orange?

Solución: Con el ánimo de usar medidas equivalentes en el sistema internacional de unidades se especifica que:

$$TemperaturaPelota = T_p = 98.6^oF = 37^oC = 310.15K$$

$$TemperaturaAmbiente = T_a = 68^oF = 20^oC = 293.15K$$

(a) La luminosidad del cuerpo vendrá dada por la relación de Stefan-Boltzmann para la radiación de cuerpo negro, la cual es función del área del objeto, su emisividad (en este caso 1 al tratarse como emisor perfecto), la constante de Boltzmann y la temperatura a la cuarta potencia. Así,

$$H(T) = L = Ae\sigma T^4$$
$$L = 4\pi R^2 e\sigma T_p^4$$
$$L = 4\pi(0.12m)^2 \cdot 1 \cdot 5.67 \times 10^{-8}\frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot (310.15\,K)^4$$
$$L = 94.94\,W$$

(b) Se debe tener en cuenta que la radiación es un mecanismo de transferencia de calor. Si bien la pelota está radiando energía debido a que tiene una cierta temperatura, del mismo modo lo hace el ambiente circundante. Dado que el ambiente circundante y el cuerpo en cuestión no están en equilibrio termodinámico hay una transferencia neta de energía del cuerpo con mayor temperatura al de menor.

Ahora bien, teniendo en cuenta que el ambiente tiene una cierta temperatura, se tiene pues que la transferencia neta de calor es equivalente a:

$$H_{neta} = Ae\sigma(T_p^4 - T_a^4)$$
$$H_{neta} = 4\pi(0.12m)^2 \cdot 1 \cdot 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot ((310.15\,K)^4 - (293.15\,K)^4)$$
$$H_{neta} = 19.17\,W$$

El valor obtenido para el cálculo anterior es positivo, lo cual indica una tasa neta de transferencia de energía del cuerpo más caliente hacia el entorno que lo rodea (cuerpo hipotético más frío proporcional al área de la esfera).

(c) Para hallar el pico de emisión en longitud de onda de cuerpo negro dada una cierta distribución de temperatura se utiliza la ley de desplazamiento de Wien:

$$\lambda_{max} \cdot T = 2.9 \times 10^{-3} m \cdot K$$

$$\lambda_{max} = \frac{2.9 \times 10^{-3} m \cdot K}{310.15\,K} = 9.35 \times 10^{-6} m$$

El pico de emisión de energía se encuentra en el infrarrojo medio.

(d) Observar un color naranja de la pelota indica la forma en que responde la configuración electrónica de las moléculas por las cuales se conforma el objeto ante la interacción con ondas electromagnéticas incidentes. Las longitudes de onda que se observan son aquellas que se reflejan por el fenómeno anteriormente descrito. La pelota solo podrá verse de ese color si hay luz en el espectro visible que incida sobre su superficie y que rebote hacia los ojos. Si por ejemplo la pelota se coloca en un cuarto oscuro no se verá naranja, es más, no se podrá ver debido a que no emite luz en longitudes de onda del espectro visible.

Sin embargo y a pesar del análisis anterior, es factible decir que la pelota está brillando. La pelota brilla en longitudes de onda del infrarrojo por tener una cierta temperatura. Si la pelota se colocara de nuevo en un cuarto oscuro y el ojo humano tuviera la capacidad de ver más allá del visible es seguro que el objeto podría vislumbrarse.

Como comentario adicional también podría mencionarse que, si la pelota estuviera hecha de un material consistente ante cambios de temperatura (metal por ejemplo) y se agregara calor de manera constante, la pelota realmente empezaría a brillar en el visible debido a que su pico de emisión iría desplazándose hacia longitudes de onda más energéticas dado que su distribución de temperatura aumenta.