Tarea 3 de Mecánica Clásica

Profesora: Dra.Nana Cabo Bizet,
Maestría en Física, 1er semestre
DCI, Universidad de Guanajuato

18 de octubre de 2024

Entrega: Lunes 28 de Octubre de 2024, durante el horario de clase.
La calificación se calculará sobre 18 puntos. Total de puntos: 21.

1. Ejercicio 1, *Potencial de Lennard-Jones* Considere el potencial central entre pares de moléculas neutrales $V = \epsilon((r_m/r)^{12} - 2(r_m/r)^6)$. Considere que las moléculas poseen masas m_1 y m_2. Determine el problema 1D equivalente y determine en que rango de energías las moléculas están asociadas. (1 punto)

2. *Teorema del virial con rozamiento*: Ejercicio 4 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

3. *Fuerza inversamente proporcional a la quinta potencia de la distancia*: Ejercicio 6 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

4. *Orbitas circulares y parabólicas*: Ejercicio 8 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

5. *Meteoro*: Ejercicio 9 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

6. *Órbita elíptica*: Ejercicio 10 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

7. *Precesión de mercurio*: Ejercicio 14 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

8. *Cociente entre la masa de la tierra y la masa del sol*: Ejercicio 16 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

9. *Ángulos de Euler*: Ejercicio 5 Capítulo 3, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

10. Realice el conteo de los grados de libertad de un cuerpo rígido. (1 punto)

11. *Parámetros de Caley-Klein*: Sea una transformación de SO(3) dada por la matriz $A = \{a_{ij}\}$ y las transformaciones de SU(2) asociadas $Q = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta^* & \alpha^* \end{pmatrix}$ con $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, encuentre los elementos a_{31}, a_{32}, a_{33}. (1 punto)

12. Obtenga el elemento de $SU(2)$ al que se mapea una rotación alrededor del eje x con ángulo θ. (1 punto)

13. Explique porque el isomorfismo entre $SO(3)$ y $SU(2)$ es doble-valuado. (1 punto)

14. Demuestre que una transformación de similaridad en una matriz ϵ dada por $B\epsilon B^{-1}$:

    (a) Preserva la traza.

    (b) Si es ortogonal preserva la antisimetría.

    (c) Si es unitaria preserva la hermiticidad.

    (1.5 punto)

15. Demuestre que bajo esa transformación ortogonal especial $d\bar{\Omega}$ cambia como $d\bar{\Omega}' = B \cdot d\bar{\Omega}$. (1 punto)

16. Estudie la seccción 4.7 del Goldstein 1ra edición en inglés. Demuestre la identidad siguiente para el tensor de Levi-Civita ϵ y una matriz ortogonal b:

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{lmn}b_{jm}b_{kn} = b_{il}\det(b). \tag{1}$$

    (0.5 puntos)

17. De muestre que el objeto infinitesimal $d\bar{\Omega}$ que codifica las rotaciones infinitesimales es un pseudovector. Para ello emplee el resultado del ejercicio anterior y encuentre su transformación respecto a una inversión de las coordenadas $\overrightarrow{x} \to -\overrightarrow{x}$. (1 punto)

18. Demuestre que el momento angular $\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p}$ es un pseudo-vector. (1 punto)

19. *Velocidades angulares vs. ángulos de Euler*: Ejercicio 19 Capítulo 4, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

20. *Álgebra de Lie de SO(3)*: Ejercicio 21 Capítulo 4, Goldstein "Mecánica Clásica" 2da edición en español. (1 punto)

21. Demuestre el teorema de Euler para el movimiento del cuerpo rígido. (1 punto).