

Tarea 2 de Mecánica Clásica

Profesora: Dra.Nana Geraldine Cabo Bizet

Maestría en Física
DCI, Universidad de Guanajuato

18 de septiembre de 2024

La calificación se calculará sobre 13 puntos. Total de puntos: 17.
Entregar en físico el Miércoles 25 de septiembre, subir tarea escaneada a Teams.

1. Obtenga las ecuaciones de Lagrange para un sistema mecánico con un Lagrangiano $L(q_j, \dot{q}_j, t)$, calculando los extremos de la acción $S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_j, \dot{q}_j, t) dt$. (1 punto)
2. Obtenga las ecuaciones de Lagrange para un sistema mecánico con un Lagrangiano $L(q_j, \dot{q}_j, t)$ con ligaduras no holónomas dadas por $\sum_k a_{lk} dq_k + a_{lt} dt = 0$. Encuentre una expresión para las fuerzas de ligaduras.(1 punto)
3. Demuestre que el momento canónico asociado a una coordenada cíclica se conserva. (1 punto)
4. Demostrar que si hay simetría cilíndrica alrededor del eje z se conserva la componente del momento angular en esa dirección L_z . (1 punto)
5. Demuestre la ley de conservación de la energía para un sistema de partículas y demuestre la conservación del Hamiltoniano para un sistema de partículas empleando los métodos vistos en clase. Enumere las diferencias entre ambas.(1 punto)
6. Considere dos partículas con masas m y $2m$, obtenga las ecuaciones de movimiento en términos de las coordenadas de posición del centro de masa \bar{R} y del vector diferencia entre sus vectores de posición $\bar{r} = \bar{r}_1 - \bar{r}_2$. (1 punto)
7. Demostrar que el movimiento de una partícula en un campo de fuerza central es en un movimiento en un plano.(1 punto)

8. Para la gravedad, fuerza con potencial de fuerza central dado por $V(r) = -k/r$, analizar las graficas del potencial efectivo del problema 1D equivalente, describiendo los distintos casos energéticos. Para ello obtenga $V'(r)$.(1 punto)
9. Escribir el teorema del virial para la fuerza gravitatoria con potencial entre partículas dado por $V_{ij} = -k/(|\bar{r}_i - \bar{r}_j|)$ cuando se tienen 3 cuerpos de masas m_1, m_2 y m_3 .(1 punto)
10. Demuestre que la órbita de una partícula en un campo de fuerza central es simétrica con respecto al punto de retorno. Considere la ecuación de la órbita: $\frac{l^2 u^2}{m} (\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u) = f(u)$, con $u(\theta) = 1/r(\theta)$ y θ el ángulo de rotación.(1 punto)
11. Obtenga las ecuaciones de Lagrange en término de coordenadas generalizadas para el péndulo doble. (1 punto)
12. Obtenga las ecuaciones de Lagrange para una partícula cayendo con una función de disipación $kv^2/2$. Obtenga la velocidad máxima alcanzada en caída de reposo como $v = mg/k$. (1 punto)
13. Problema 5 (1 punto), Problema 2 (1 punto), Problema 25 (1 punto) Cap.2 Goldstein et al.
14. Problema 10 (1 punto), Problema 12 (1 punto) Cap.3 Goldstein et al.