

Relación de estrellas variables dentro de la Vía Láctea

Hollman Daniel Quintero Salazar

Agosto 2022

1 Introducción

A principios del siglo XX la astrónoma Henrietta Leavitt descubrió una relación de alto impacto para el desarrollo de la astrofísica moderna; midiendo estrellas variables en la Gran y Pequeña Nube de Magallanes se percató que dichos objetos presentaban una relación entre magnitud aparente y periodo de pulsación. En términos más específicos, aquellas estrellas con mayor magnitud aparente presentaban mayor periodo de pulsación [CO07].

Al considerar que estas estrellas están ubicadas prácticamente a la misma distancia del observador, se puede intuir que su luminosidad está directamente relacionada con el periodo de pulsación registrado. Al calibrar la relación entre periodo y luminosidad (magnitud absoluta) y considerar la ecuación de modulo de distancia, se puede utilizar el periodo de pulsación de las estrellas como estimador de longitudes cósmicas.

El cambio de magnitud aparente en algunas estrellas se relaciona directamente con su evolución, esta definición aplica únicamente a estrellas variables intrínsecas. Las estrellas variables intrínsecas son aquellas cuyo cambio de luminosidad se debe a procesos que ocurren dentro de la misma estrella (a diferencia de estrellas variables extrínsecas como los sistemas binarios o sistemas eclipsantes). En particular, el tipo de estrellas a analizar en este reporte son las intrínsecas pulsantes (excepto por las estrellas TTauri las cuales son variables eruptivas)

las cuales sufren expansiones y contracciones periódicas de sus capas más externas con tal de mantener el equilibrio hidrostático. Una vez más, se hace hincapié que esto es causa del proceso evolutivo de la estrella y su consecuente posicionamiento en el diagrama H-R([Var]). Por otro lado, el cambio de volumen y temperatura de la estrella genera un congruente cambio de luminosidad, de manera recíproca, esto conduce a una diferencia en la medición de magnitud aparente en un periodo de tiempo determinado.

El proceso ocurre de la siguiente forma; si la presión total de la estrella (gas + radiación) rompe el equilibrio hidrostático y supera la fuerza de la gravedad (que apunta radialmente hacia adentro) la estrella expandirá sus capas más externas. Conforme la estrella se expande, el potencial gravitacional hacia adentro disminuye e igualmente la presión del gas va disminuyendo de manera paulatina. Las capas más externas pierden la energía cinética otorgada por la presión del gas (se frenan) causa de la fuerza de gravedad que apunta hacia adentro.

Cuando se alcanza el equilibrio hidrostático otra vez, la fuerza gravitacional hacia adentro es mayor que la presión del gas y la estrella se comprime. Conforme la estrella se comprime el potencial gravitacional se incrementa, no obstante, la presión lo hace en mayor medida debido a la reducción de volumen de la estrella. Llega un instante donde la presión de gas es mayor que el potencial gravitacional y el ciclo se repite ([Pol11]).

Se nombran algunos de los tipos de estrellas variables intrínsecas mas comunes y algunas de sus características más relevantes:

δ Cefeidas: Estrellas de población I, comúnmente del tipo espectral A a G. Su periodo de pulsación ocurre de días a meses.

W Virgin: Similares a las Delta cefeidas pero de población II. Sus periodos son mas irregulares que las delta cefeidas, suelen ser mas frías y de menor masa.

RR Lyrae: Estrellas de población II poco luminosas, de baja masa y con periodos muy cortos (del orden de horas).

T Tauri: Gigantes en la fase post AGB cuya amplitud de variabilidad puede oscilar entre 3 y 4 magnitudes.

Mira: Son gigantes rojas pertenecientes a la región AGB del diagrama H-R. Sus periodos de pulsación suelen bastante largos del orden de meses.

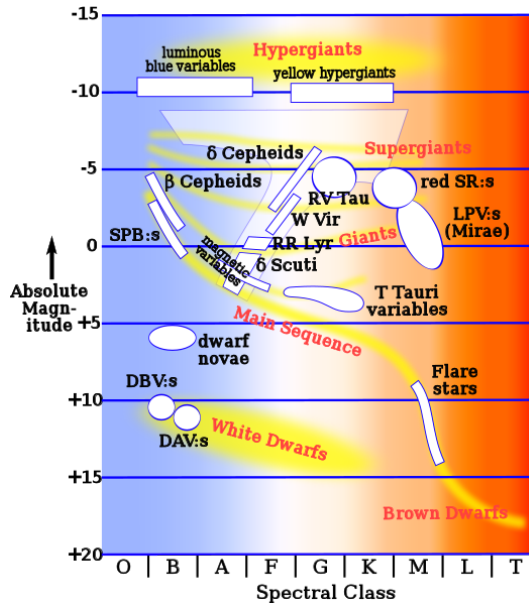


Figura 1: Diagrama H-R donde se observan algunas estrellas intrínsecas variables. Fuente: <https://bit.ly/3AeZqWa>

2 Objetivo

Realizar el diagrama Periodo - Luminosidad para estrellas variables dentro de la Vía Láctea.

3 Metodología

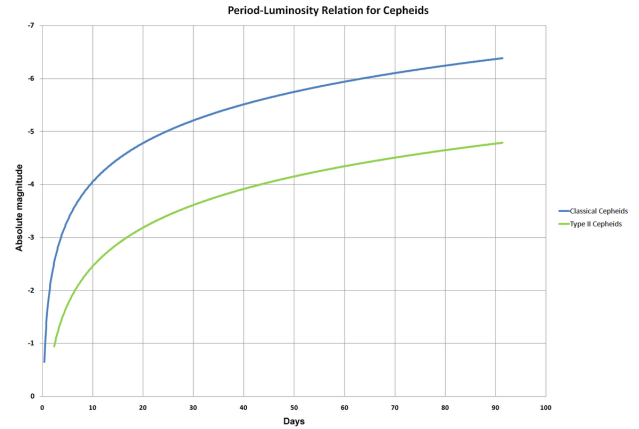


Figura 2: Relación Periodo - Luminosidad para Cefeidas. Fuente: <https://bit.ly/3c8Ibhi>

Con tal de realizar el diagrama Periodo - Luminosidad se obtuvo información fotométrica de los objetos estelares empleando la plataforma SIMBAD (<https://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fsam>).

El rango de búsqueda se limitó a 15.3 kiloparsecs (el límite radial aproximado de la galaxia) buscando mediciones en la banda I (806nm, infrarrojo cercano). A fin de refinar la búsqueda, el criterio de selección tuvo en cuenta que las medidas de error en paralaje fueran de una calidad óptima (Opción A en SIMBAD) y del mismo modo cumplieran con los requisitos mencionados anteriormente. El query empleado se muestra a continuación (maintype se relaciona con el tipo de estrella. Ej: maintype= 'Cc*' para Cefeidas):

```

maintype = 'XX' & (Imag > 0 | Imag
< 0) & ((distance.distance < 15330 &
distance.unit = 'pc') | (distance.distance
< 15.3 & distance.unit = 'kpc')) &
plxqual = 'A' & var.period > 0

```

Una vez obtenidos los datos de magnitud aparente en la banda I, error fotométrico, periodo, paralaje y error de paralaje se procedió a estimar la magnitud absoluta de cada objeto. La relación de magnitud absoluta para cada objeto viene dada por el modulo de distancia, así, teniendo la relación de distancia y el paralaje se tiene que,

$$m - M = 5 * \log\left(\frac{d}{10[pc]}\right)$$

$$d = \frac{1[pc]}{p['']} = \frac{1000 * 1[pc]}{p[mas]}$$

$$M = m - 5 * \log\left(\frac{1000}{10 * p[mas]}\right)$$

Ahora bien, la calibración del diagrama P-L surge a partir de estimar la magnitud absoluta de cada objeto con base en la medición de su paralaje, obteniendo el valor de periodo de pulsación se puede realizar un ajuste de correlación considerando la estimación de errores para cada variable. La propagación de incertidumbre de una variable como función de otra se puede estimar usando la formula de propagación de error de Gauss. Para el caso concreto se expresa como sigue:

$$\Delta M = \sqrt{(\Delta m)^2 + \left(\frac{5 * \Delta p}{p * \ln(10)}\right)^2}$$

Incorporando el conjunto de datos anteriormente citado se procede a realizar un ajuste de

correlación para cada tipo de estrella de la forma:

$$M = A * \log(P) + B$$

Se evaluó la calidad del ajuste analizando el parámetro χ^2 y la comparativa entre datos medidos contra estimados en el cálculo de distancia como función del periodo. Igualmente se calcularon los coeficientes de correlación y determinación para cada regresión.

4 Resultados

La búsqueda por criterio realizado en SIMBAD arrojó los resultados mostrados en la tabla 1 y 2 para periodo y magnitud absoluta respectivamente. Como se puede observar en la figura 3, los tipos de estrellas Cefeidas, W Virgin, RRLyrae y TTauri exhibieron un patrón de correlación logarítmico. Así pues, se procedió a realizar el ajuste de correlación para estos tipos de estrellas. En contraste, las estrellas Mira (Figura 4) no presentaron el comportamiento esperado, por lo que no se procedió con el ajuste.

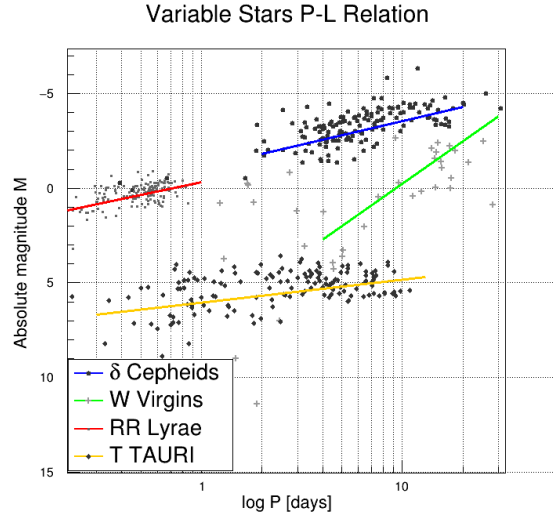


Figura 3: Diagrama P-L para estrellas Cefeidas, W Virgin, RRLyrae y TTauri. Fuente: *Elaboración propia*

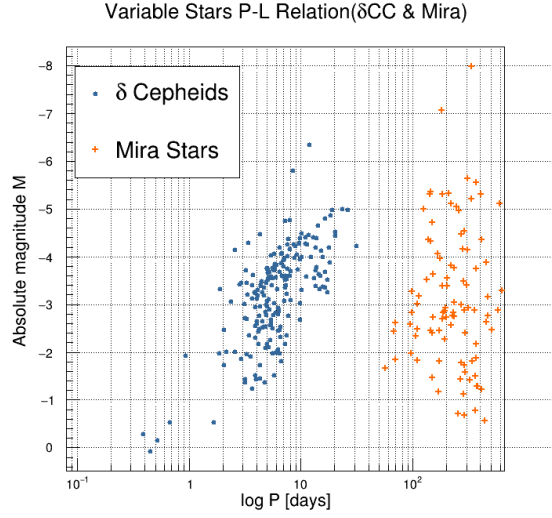


Figura 4: Diagrama P-L para estrellas Cefeidas y estrellas Mira. Fuente: *Elaboración propia*

Se calculó la estimación de propagación de error de la magnitud absoluta con base en el error de medición de magnitud aparente en la banda I y el paralaje de cada estrella. Los estadísticos se muestran en la tabla 3.

Periodo [días]					
Tipo	N	\bar{x}	σ	m	M
δ Cefeidas	483	5.4	4.6	0.3	31
W Virgin	37	9.6	7.5	1.2	28.4
RR Lyrae	221	0.5	0.2	0.2	0.9
T Tauri	279	3.1	2.3	0.1	10.9

Tabla 1: Estadísticos de periodo para cada tipo de estrella variable.

Magnitud Absoluta estimada [-]					
Tipo	N	\bar{x}	σ	m	M
δ Cefeidas	483	-2.6	1.4	-6.7	1.2
W Virgin	37	1.3	3.8	-2.7	14.0
RR Lyrae	221	0.3	0.6	-0.9	3.8
T Tauri	279	5.4	1.2	3.6	9.7

Tabla 2: Estadísticos de magnitud absoluta para cada tipo de estrella variable.

Error de Magnitud Absoluta[-]			
Tipo	\bar{x}	σ	Pearson
δ Cefeidas	1.02	2.32	0.02
W Virgin	0.55	0.44	2.28
RR Lyrae	1.09	4.83	0.4
T Tauri	0.54	0.48	-2.85

Tabla 3: Estadísticos del error de magnitud absoluta para cada tipo de estrella variable.

La tabla 4 muestra el valor χ^2 , los coeficientes de correlación y determinación y los valores de probabilidad para evaluación del ajuste. Del mismo modo, a partir de la figura 5 a la figura12, se presenta el detalle de la distribución de los datos en el diagrama P-L para cada tipo de estrella junto a sus correspondientes parámetros estimados de ajuste, grados de libertad y el valor de χ^2 .

El área sombreada en color verde representa la extensión de las barras de error para cada uno de los valores de magnitud absoluta.

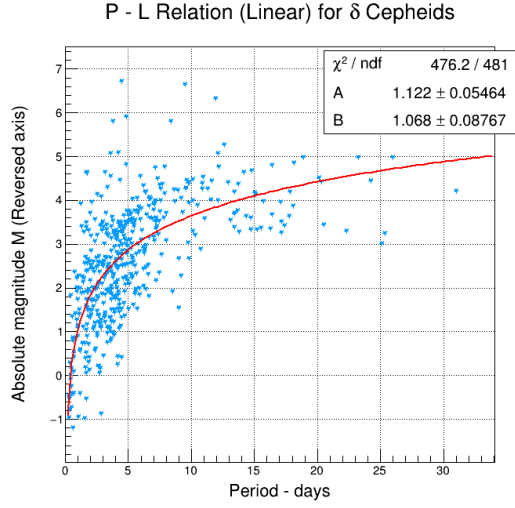


Figura 5: Relación Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación. Estrellas Cefeidas. Fuente: *Elaboración propia*

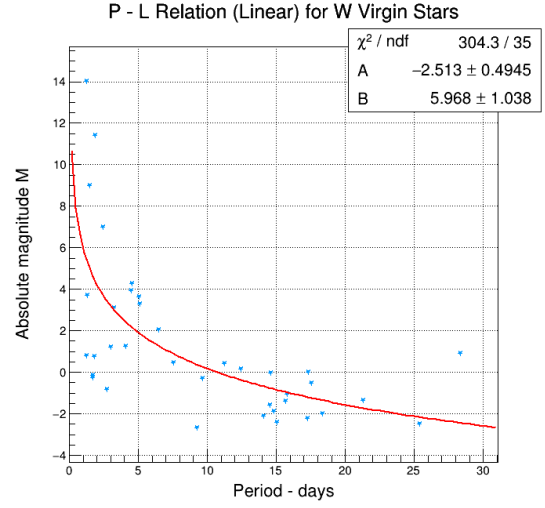


Figura 7: Relación Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación. Estrellas W Virgin. Fuente: *Elaboración propia*

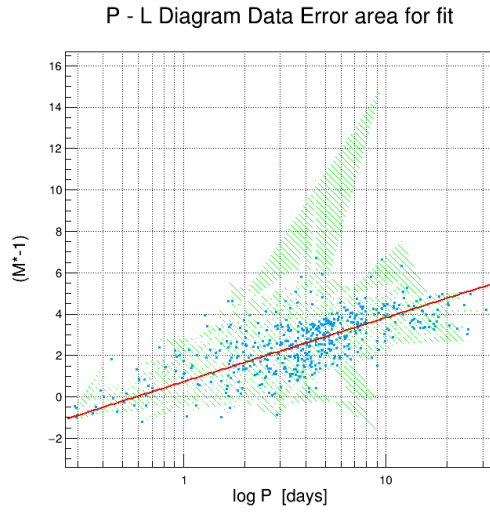


Figura 6: Relación logarítmica Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación con barras de error. Estrellas Cefeidas. Fuente: *Elaboración propia*

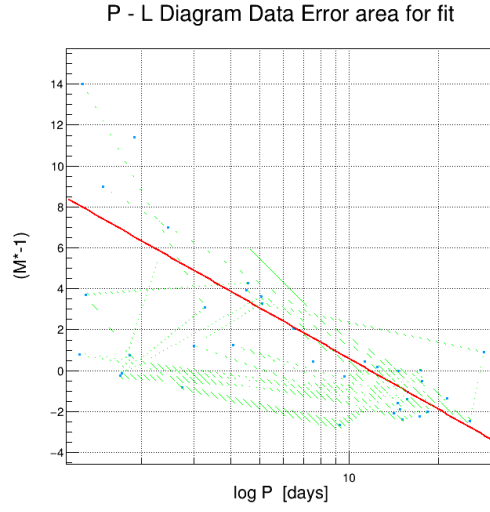


Figura 8: Relación logarítmica Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación con barras de error. Estrellas W Virgin. Fuente: *Elaboración propia*

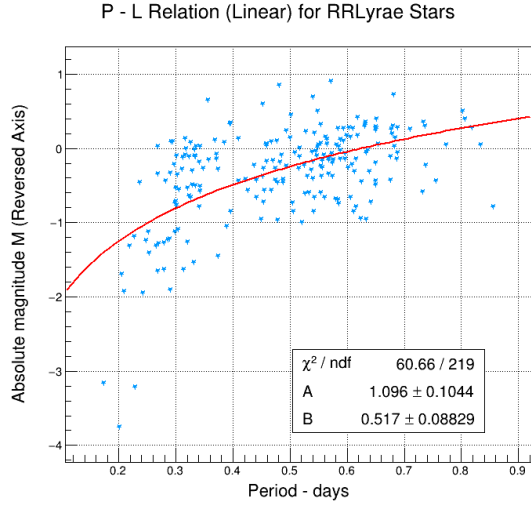


Figura 9: Relación Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación. Estrellas RR Lyrae. Fuente: *Elaboración propia*

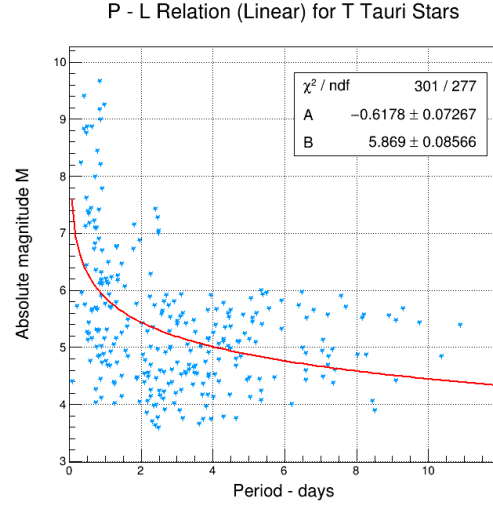


Figura 11: Relación Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación. Estrellas T Tauri. Fuente: *Elaboración propia*

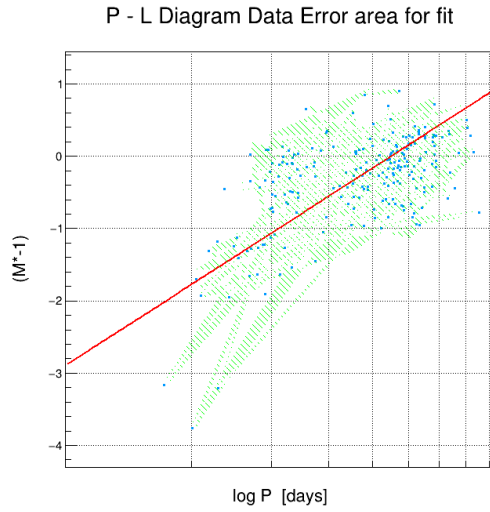


Figura 10: Relación logarítmica Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación con barras de error. Estrellas RR Lyrae. Fuente: *Elaboración propia*

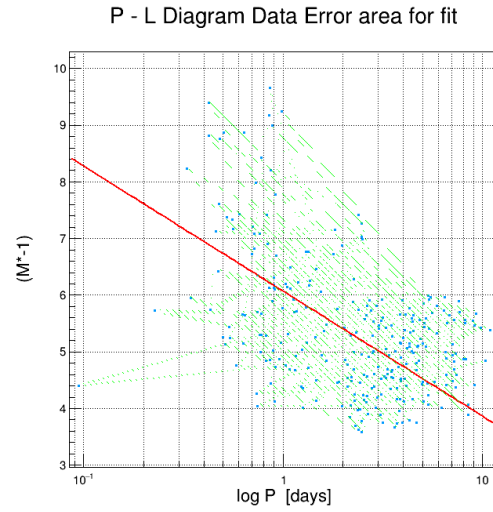


Figura 12: Relación logarítmica Periodo - Luminosidad y ajuste de correlación con barras de error. Estrellas T Tauri. Fuente: *Elaboración propia*

Parámetros de ajuste					
Tipo	χ^2	ndf	P-val	R	R^2
δ Cefeidas	476.2	483	0.58	0.68	0.47
W Virgin	304.3	36	0	0.65	0.42
RR Lyrae	60.66	220	1	0.58	0.33
T Tauri	301	278	0.16	0.45	0.21

Tabla 4: Parámetros de ajuste en la regresión logarítmica

5 Discusión

5.1 Dispersión de los datos y evaluación del ajuste

En primera medida, tal como muestra la tabla 1, los valores promedio de pulsación para cada uno de los tipos de estrella coinciden con los rangos expuestos en [Var], siendo, en orden de aparición del presente reporte, δ Cefeidas: 1 a 135 días, W Virgin: 0.8 a 35 días, RR Lyrae: 0.1 a 1 día y TTauri: 1 a 10 días; también es importante mencionar que los valores de dispersión mostrados en la tabla 1 brindan certeza estadística sobre la distribución de valores de pulsación para cada uno de los tipos de estrella.

Según la tabla 2, los valores promedio estimados de magnitud absoluta (a partir del paralaje de cada estrella y su medición de magnitud aparente) son bastante recíprocos con aquellos mostrados en la figura 1, salvo para las estrellas W Virgin. Acorde a la distribución estadística de los datos, las estrellas W Virgin presentan un notorio desfase en su valor estimado de magnitud absoluta dentro del diagrama H-R. Igualmente, al comparar el eje de las ordenadas en las figuras 1 y 3 se pueden apreciar visualmente las afirmaciones anteriores.

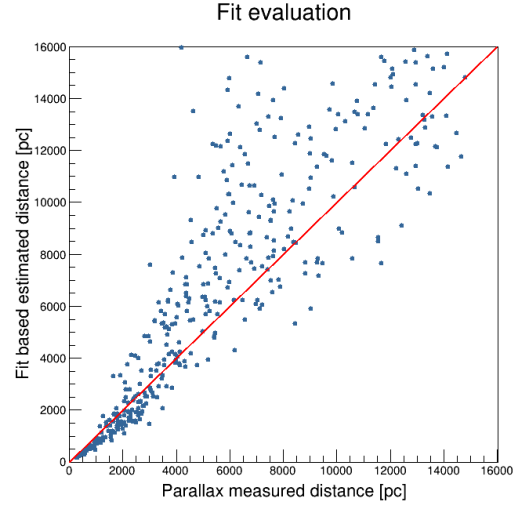


Figura 13: Evaluación de ajuste de correlación para estrellas Cefeidas. Fuente: *Elaboración propia*

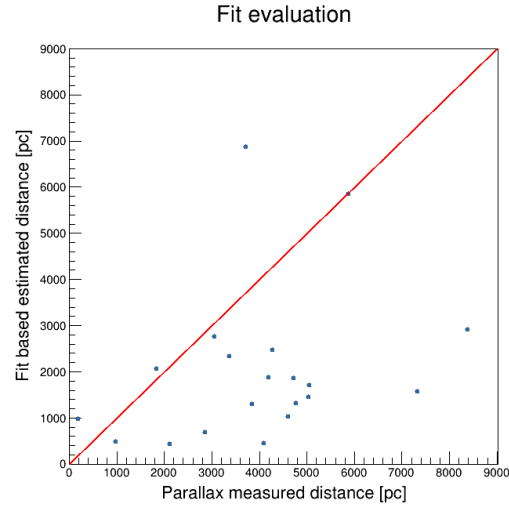


Figura 14: Evaluación de ajuste de correlación para estrellas W Virgin. Fuente: *Elaboración propia*

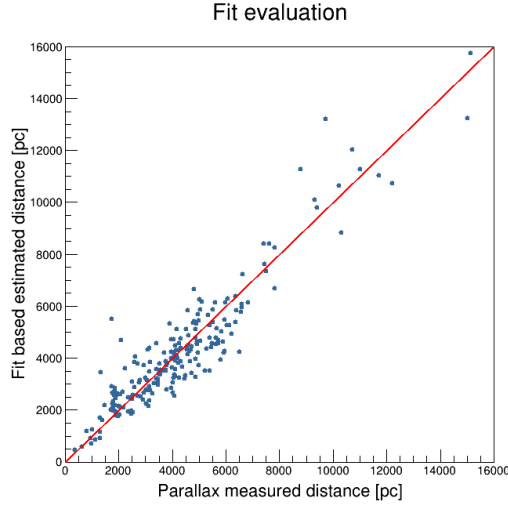


Figura 15: Evaluación de ajuste de correlación para estrellas RR Lyrae. Fuente: *Elaboración propia*

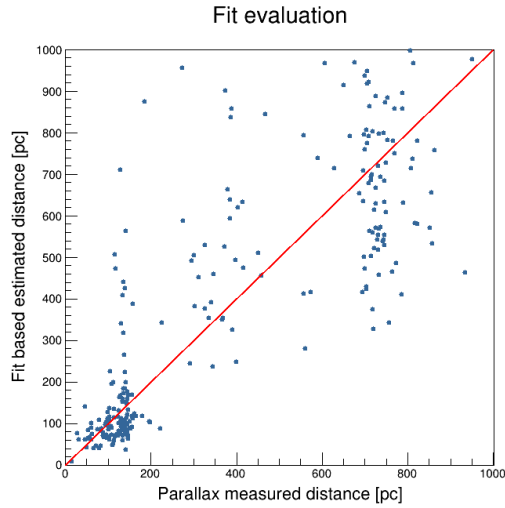


Figura 16: Evaluación de ajuste de correlación para estrellas T Tauri. Fuente: *Elaboración propia*

Si bien las estrellas Mira no se incluyeron en los ajustes de correlación, es importante recalcar que tanto su rango de pulsación (100 a 1000 días) y su magnitud absoluta promedio estimada son coherentes con los datos ofrecidos en [Var].

Ahora bien, tal como muestra la figura 2 (en contraste con la figura 3), las estrellas δ Cefeidas, W Virgin, RR Lyrae y T Tauri, presentaron el patrón de correlación de tipo logarítmico esperado. Este patrón también es observable en las figuras 5 a 12 para cada una de las muestras.

Como se observa en la tabla 4, el coeficiente de correlación R fue en todos los casos, a excepción de las estrellas TTauri, mayor o cercano a 0.6, lo cual indica que para las estrellas δ Cefeidas, W Virgin y RR Lyrae en realidad existe un patrón de correlación positivo significativamente aceptable entre periodo y magnitud absoluta. Otro aspecto de importancia que respalda la idea anterior surge al considerar el valor del coeficiente de Pearson de la tabla 3. Tal y como se expresa, las estrellas δ Cefeidas y RR Lyrae no presentan un sesgo estadístico apreciable en los errores de magnitud absoluta estimada (coeficientes de Pearson cercanos a cero), siendo justamente lo contrario para el caso de las estrellas W Virgin y TTauri las cuales presentaron sesgo positivo y negativo fuertes respectivamente. El comportamiento estadístico señalado anteriormente se puede apreciar de una mejor manera en las figuras 6, 8, 10 y 12.

Acorde a los parámetros de ajuste expresados en la tabla 4, para el coeficiente de determinación R^2 , el mejor ajuste sucedió para las estrellas δ Cefeidas con un valor de 0.47, lo cual indica que la variable independiente (Periodo) explica en un 47% la variable dependiente (magnitud absoluta). Por otra parte, considerando los errores en los datos se tiene que el mejor valor de χ^2 correspondió a las estrellas RR Lyrae con un valor P de 100% considerando un nivel de significancia de confianza de 5%.

También se tiene que el segundo mejor valor de coeficiente de determinación perteneció a las estrellas RR Lyrae y el segundo mejor valor de valor P para distribución χ^2 fue para las estrellas δ Cefeidas. De esta manera se infiere que los dos mejores ajustes pertenecieron a las estrellas δ Cefeidas y RR Lyrae, argumento que se puede visualizar en las figuras 13 y 15.

5.2 Coeficientes del ajuste

Dado que el mejor comportamiento estadístico y el mejor ajuste de correlación sucedió para las estrellas δ Cefeidas y RR Lyrae, por practicidad solo se consideraron las referencias bibliográficas pertinentes a estos dos tipos de estrellas.

[Nav+17] midieron la variabilidad de estrellas pulsantes RRLyrae en el cúmulo globular ω Centauri que está ubicado aproximadamente a 5 kiloparsecs (dentro de la Galaxia). Haciendo mediciones en la banda J concluyeron de manera recíproca que existía una correlación de función logarítmica entre el periodo y la magnitud para esa banda en específico. EL valor de la pendiente para su ajuste fue de -1.744 ± 0.061 y la intersección de 13.079 ± 0.075 con un coeficiente de determinación de 0.936.

Como se puede observar de la figura 9, el valor de la pendiente para el mismo tipo de estrella en la banda I (la cual concierne al escrito en cuestión) fue de -1.096 ± 0.104 y de la intersección de 0.517 ± 0.088 . Si bien los valores discrepan de manera significativa se deben tener en cuenta varios factores; las diferencias de pendiente al medir en una banda o en otra pueden influir fuertemente en el ajuste de correlación debido a que cada banda corresponde a un rango fotométrico diferente incluso estando en la zona del infrarrojo. Por otra parte, en el trabajo de [Nav+17] se hace el ajuste de correlación utilizando una variable adicional (metalicidad), componente que cambia de sobremanera el análisis de los datos. Por otra parte se

debe considerar que las mediciones en el trabajo de [Nav+17] se hicieron bajo una misma muestra, mientras que en el caso de este reporte la muestra de SIMBAD es proveniente de distintos catálogos, en diferentes épocas, distintos errores de paralaje, etc.

De forma similar, se tiene que [GS03] y [Nge+15] exponen una clara relación de correlación logarítmica entre el periodo y la magnitud absoluta en la banda I para las estrellas δ Cefeidas. No obstante, para este caso en concreto, los valores de pendiente e intersección distan de los que se muestran en la figura 5. Para el caso de [Nge+15], el valor de la pendiente es de -2.918 ± 0.031 y el de la intersección de 17.127 ± 0.022 , siendo muy similares a los datos expresados por [GS03], ante esto, cabe mencionar que pueda existir un error sistemático en la toma de datos del presente reporte.

6 Conclusiones

Se observa que las estrellas variables pulsantes (intrínsecas) tienen una flagrante relación entre periodo y luminosidad la cual es una herramienta bastante valiosa en la estimación de distancias en el universo. También se tiene que, para el caso de las estrellas TTauri, las cuales no son específicamente variables pulsantes, existe una relación entre periodo y luminosidad, esto último teniendo en cuenta que el mecanismo físico detrás de los cambios de magnitud asociados a estas estrellas dista bastante de aquel que concierne a las estrellas pulsantes.

A pesar que las estrellas Mira son cuerpos estelares pulsantes con periodos muy largos, según el presente análisis, no se observó relación periodo-luminosidad bajo la muestra en cuestión. El argumento anterior se soporta teniendo en cuenta que SIMBAD es una base de datos que alberga distintos catálogos, con distintos errores de paralaje, magnitud, etc., lo que se puede traducir en posibles inconsistencias

en la información. Como argumento adicional, se expuso que las estrellas W Virgin tuvieron una calidad de información bastante deficiente para establecer inferencias estadísticas robustas. Esto también explica porque la probabilidad P del parámetro χ^2 fuera exactamente igual a cero y a su vez el coeficiente de determinación fuera no nulo.

Es bastante evidente que los mejores estimadores de distancia, según dispersión estadística y ajuste de correlación, fueron las estrellas δ Cefeidas y RR Lyrae. No obstante, al observar los gráficos de distancia estimada por el ajuste y distancia medida por paralaje, se tiene que la calidad de la predicción va perdiendo calidad en tanto se aumentan las distancias. Este fenómeno puede suceder debido a errores sistemáticos importantes tal como la extinción y el aumento de error en la medición de la magnitud aparente en una banda en específico.

REFERENCIAS

- [CO07] W.B. Carroll and D.A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. Pearson, 2007. ISBN: 0805304029.
- [GS03] M Groenewegen and M Salaris. “The distance to the LMC cluster NGC 1866; clues from the cluster Cepheid population”. In: *A&A* 410, 887–896 (2003). DOI: 10.1051/0004-6361:20031332.
- [Nav+17] C Navarrete et al. “Near-IR period-luminosity relations for pulsating stars in Centauri (NGC 5139)”. In: *A&A* 604, A120 (2017). DOI: 10.1051/0004-6361/201630102.
- [Nge+15] CC Ngeow et al. “PERIOD-LUMINOSITY RELATIONS DERIVED FROM THE OGLE-III FUNDAMENTAL MODE CEPHEIDS. II. THE SMALL MAGELLANIC CLOUD CEPHEIDS”. In: *The Astrophysical Journal*, 808:67 (8pp) (2015). DOI: 10.1088/0004-637X/808/1/67.
- [Pol11] O.R. Pols. *Stellar Structure and evolution*. Astronomical Institute UtrechtSpringer, 2011.
- [Var] AAVSO(American Association of Variable Star Observers). *Variable Star Classification and Light Curves*. URL: <https://www.aavso.org/files/Variable%20Star%20Classification%20and%20Light%20Curves%20Manual%202021.pdf>. (accessed: 11.08.2022).