

Tarea 1 de Mecánica Clásica

Profesora: Dra.Nana Cabo Bizet,
Maestría en Física
DCI, Universidad de Guanajuato

1ro de septiembre de 2024

La calificación se calculará sobre 12 puntos. Total de puntos: 16.

Indicaciones: Realizar los ejercicios de manera individual.

Entregar en físico hasta el lunes 9 de septiembre, subir la tarea escaneada a Teams.

1. Considere un sistema donde se conserva la energía mecánica $E = T + V$. Demuestre que un cambio en el cero de energía potencial V no cambia el comportamiento del sistema (ecuaciones de movimiento). (1 punto)
2. Determine la primera y la segunda velocidad cósmica de un objeto en el campo gravitacional de la Tierra.
(1 punto)
3. Enuncie y demuestre el teorema de conservación del momento angular para un sistema de partículas, empleando la ley fuerte de acción y reacción. (1 punto)
4. Demuestre que se cumple la ley fuerte de acción y reacción para partículas j e i con posiciones \mathbf{r}_j y \mathbf{r}_i y potencial dependiente de la distancia entre ambas: $V(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)$.
(1 punto)
5. Dos partículas de masa m están fijas a los extremos de una varilla sin masa de longitud l , cuyo punto medio se mueve en una circunferencia de radio a . Escriba la energía cinética del sistema en coordenadas generalizadas.
(1 punto)
6. Encuentre las ecuaciones de movimiento de un cohete que parte de la superficie terrestre con ángulo θ y pierde por unidad de tiempo la cantidad de masa \dot{m} .
(1 punto)

7. Derive las ecuaciones de Lagrange del principio de Hamilton para sistemas conservativos y holónomos. (2 puntos)
8. Derive las ecuaciones de Lagrange del principio de Hamilton para sistemas no-conservativos con potencial $U(q_j, \dot{q}_j)$. (2 puntos)
9. Considere el Lagrangiano de una partícula en un campo electromagnético $L = T - q\phi + \frac{q}{c}\mathbf{A} \cdot \mathbf{v}$, y obtenga para este sistema la ecuación de movimiento. ¿Cual es el momento canónico? ¿Se conservará?
(2 puntos)
10. Considere una rueda de masa M y radio R moviéndose en rodadura pura bajo la acción de una fuerza horizontal conservativa $\mathbf{F} = f\hat{x}$. Escriba la ecuación de ligadura y las ecuaciones de movimiento del sistema empleando el método de los multiplicadores de Lagrange. ¿Qué aceleración posee la rueda? ¿Cuánto vale la fuerza de fricción estática? (2 puntos)
11. Considere la superficie de revolución mínima (catenaria) estudiada en clase con solución $x(y) = a \cosh(\frac{y-b}{a})$. Encuentre las constantes a, b en término de las posiciones iniciales en el plano (x_1, y_1) y (x_2, y_2) . Encuentre sus puntos de inflexión y analice los tipos de curvas según estas condiciones. (1 punto)
12. Encuentre la expresión para la curva braquistócrona, la cual constituye la trayectoria de una partícula en el campo gravitatorio (que se desliza en una varilla flexible sin rozamiento) para recorrer el tiempo mínimo. (1 punto)