

### EXAMEN 3 DE RG

Fecha límite de entrega: POR DETERMINAR. Examen INDIVIDUAL..

1. Escribe tu nombre completo.
2. Calcule las componentes del tensor de Riemann para la métrica  $ds^2 = dv^2 - v^2 du^2$ .
3. Calcule las componentes del tensor de Riemann para la métrica  $ds^2 = (b + a \sin \varphi)^2 d\theta^2 + a^2 d\varphi^2$ , donde  $a, b$  son constantes.
4. Para el tensor de energía-esfuerzos:  $T^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \left( F^{\mu\lambda} F^{\nu}_{\lambda} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \right)$ , en donde  $F^{\mu\nu}$  es el tensor de Maxwell y  $g_{\mu\nu}$  es la métrica de Schwarzschild en las coordenadas usuales, ¿cuál es el resultado de  $T^{\mu}_{\mu}$ ?
5. Para el tensor  $T^{\mu\nu}$  del ejercicio anterior, considere su inclusión en las ecuaciones de Einstein  $G^{\mu\nu} = 8\pi G T^{\mu\nu}$ . Calcule el escalar de curvatura  $R$ .
6. Dado un campo vectorial  $\xi_{\alpha}$ , se dice que satisface la ecuación de Killing si  $\xi_{\alpha;\beta} + \xi_{\beta;\alpha} = 0$ . Calcule las ecuaciones de Killing para la métrica  $ds^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$ .
7. Para la métrica en coordenadas esféricas  $ds^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$ , calcule las 3 componentes del tensor de Ricci  $R_{\mu\nu}$  y el correspondiente escalar de curvatura  $R = R^{\alpha}_{\alpha}$ .