

# G - 三句话题意

何柱

2015 年 6 月 12 日

每次操作后的所有数字为操作前所有数字的线性组合。设操作了  $t$  次后的数字组成的列向量为  $v_t$ ，则有以下关系：

$$v_{t+1} = Av_t$$

其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \underbrace{1 \cdots 1}_d & & & \underbrace{1 \cdots 1}_d \\ 1 & 1 & \underbrace{1 \cdots 1}_d & & \underbrace{1 \cdots 1}_{d-1} \\ 1 & 1 & 1 & \underbrace{1 \cdots 1}_d & \underbrace{1 \cdots 1}_{d-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underbrace{1 \cdots 1}_d & & & & \underbrace{1 \cdots 1}_{d+1} \end{pmatrix}$$

可以推出

$$v_t = A^k v_0$$

其中  $A^k$  可以用快速幂算法来做。

此外，因为  $A$  为循环矩阵，所以对于乘法封闭，即两个循环矩阵的乘积依然是循环矩阵，所以对于循环矩阵只需要记录第一行，乘法运算中计算出第一行即可。