



INTERPRETANDO EXPRESIONES ALGEBRAICAS

**Actividad traducida de la original
“Interpreting Algebraic Expressions” de la
página <http://map.mathshell.org>**

Interpretando Expresiones Algebraicas

OBJETIVOS MATEMÁTICOS

Esta unidad de lección está diseñada para mejorar la capacidad de los alumnos en relacionar expresiones algebraicas con palabras, símbolos, tablas y representaciones de área. Ayudará a identificar y apoyar a los estudiantes que tienen dificultades con:

- Reconocer el orden de las operaciones algebraicas.
- Reconocer expresiones equivalentes.
- Comprender las leyes distributivas de la multiplicación y la división sobre la suma (expansión de paréntesis).

INTRODUCCIÓN

La unidad de lección está estructurada de la siguiente manera:

1. Antes de la lección: Los estudiantes trabajan individualmente en una tarea de evaluación para revelar su comprensión actual y dificultades. Luego, el docente revisa su trabajo y formula preguntas para ayudarles a mejorar sus soluciones.
2. Durante la lección: Los estudiantes trabajan en pares o tríos para traducir entre expresiones en palabras, símbolos, tablas de valores y representaciones con áreas.
3. Discusión en clase: Los estudiantes encuentran diferentes representaciones de expresiones y explican sus respuestas.
4. Después de la lección: Los estudiantes vuelven a su tarea de evaluación inicial y tratan de mejorar sus respuestas.

MATERIALES REQUERIDOS

- Cada estudiante necesitará: Dos copias de la hoja de trabajo inicial (y final) “Interpretación de Expresiones”, un mini pizarrón blanco, un marcador y un borrador.
- Cada par de estudiantes necesitará: pegamento, un rotulador, una hoja grande de papel o cartulina (necesitarán poner las tarjetas de 4 tablas) y copias recortadas de los conjuntos de tarjetas: Conjunto A: Expresiones, Conjunto B: Palabras, Conjunto C: Tablas, Conjunto D: Áreas. Ten en cuenta que las tarjetas en blanco son parte de la actividad.
- Si la actividad se extiende a una segunda lección, se recomienda proporcionar sobres y sujetapapeles para almacenar las tarjetas emparejadas.

TIEMPO NECESARIO

- 10 minutos para la tarea de evaluación inicial. Debe realizarse en una sesión anterior al inicio de la actividad.
 - La actividad propiamente dicha durará dos lecciones de 50 minutos.
 - 10 minutos en una lección de evaluación o comprobación de mejora.
- Todos los tiempos son aproximados y dependerán de las necesidades de la clase.

ANTES DE LA LECCIÓN

Tarea de evaluación: Interpretación de Expresiones (10 minutos)

Los estudiantes deben completar esta tarea en clase o como tarea antes de llevar a cabo la actividad. Esto permitirá evaluar su comprensión y encontrar el tipo de dificultades que los alumnos presentan. Además, te permitirá preparar de manera más adecuada la actividad, al conocer los puntos débiles del alumnado.

Dale a cada alumno una copia de la hoja “Interpretación de expresiones”. Las instrucciones son:

- *Quiero que dediques 10 minutos a trabajar individualmente en esta tarea.*
- *No te preocupes si no entiendes o no haces todo. Habrá una actividad el próximo día que te ayudará a mejorar.*

Es importante permitir que los estudiantes respondan sin ayuda. Si tienen dificultades, se les puede hacer preguntas para guiarlos, pero sin resolver el problema por ellos.

Evaluando las respuestas de los estudiantes

Recoge las respuestas de los estudiantes a la tarea. Toma algunas notas sobre lo que su trabajo revela acerca de sus niveles actuales de comprensión. El propósito de hacer esto es anticiparte a las dificultades que los estudiantes enfrentarán durante la lección, para que puedas prepararte cuidadosamente.

Sugerimos que no califiques los trabajos de los estudiantes. La investigación muestra que esto será contraproducente, ya que los alentará a comparar sus puntajes y los distraerá de enfocarse en cómo mejorar sus habilidades matemáticas.

En su lugar, ayuda a los estudiantes a avanzar resumiendo sus dificultades en una lista de preguntas. Algunas sugerencias para estas preguntas se encuentran en la tabla de problemas comunes en la página siguiente. Te sugerimos que elabores tu propia lista de preguntas, basada en el trabajo de tus estudiantes, utilizando las ideas de la página siguiente. Recomendamos que:

- Escribas una o dos preguntas en el trabajo de cada estudiante, o
- Entregues a cada estudiante una versión impresa de tu lista de preguntas y resaltes las preguntas relevantes para cada uno.

Si no tienes tiempo para hacer esto, puedes seleccionar algunas preguntas que sean útiles para la mayoría de los estudiantes y escribirlas en la pizarra cuando devuelvas el trabajo en la lección de seguimiento.

INTERPRETACIÓN DE EXPRESIONES

1. Escribe expresiones algebraicas para cada una de las siguientes frases:

- a. Multiplica n por 5 y luego suma 4 _____
- b. Suma 4 a n y luego multiplica por 5 _____
- c. Suma 4 a n y luego divide entre 5. _____
- d. Multiplica n por n y luego multiplica por 3. = _____
- e. Multiplica n por 3 y luego eleva al cuadrado. _____

2. Las siguientes ecuaciones fueron creadas por estudiantes que intentaron escribir expresiones equivalentes a ambos lados del signo de igual.

Imagina que eres un maestro. Tu trabajo es decidir si cada ecuación es correcta o incorrecta. Si encuentras una ecuación falsa:

- a. Tacha la expresión del lado derecho y reemplázala con una expresión equivalente a la del lado izquierdo.
- b. Explica qué está mal usando palabras o diagramas.

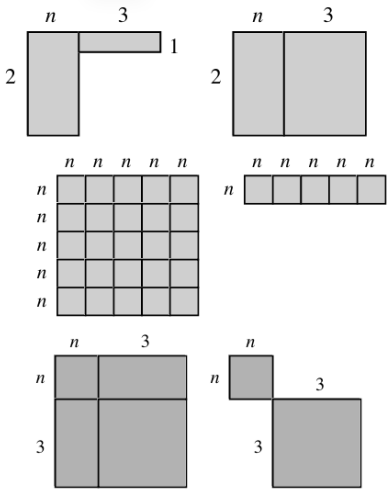
Ejemplos de ecuaciones a analizar:

$$2(n + 3) = 2n + 3$$

$$\frac{10n-5}{5} = 2n - 1$$

$$(5n)^2 = 5n^2$$

$$(n + 3)^2 = n^2 + 3^2 = n^2 + 9$$

Problemas comunes	Preguntas y sugerencias recomendadas:
<p>Escribe las expresiones de izquierda a derecha, mostrando poca comprensión del orden de las operaciones implícito en la representación simbólica.</p> <p>Por ejemplo, el estudiante escribe:</p> <ul style="list-style-type: none"> • P1a. $n \times 5 + 4$ (no es incorrecto). • P1b. $4 + n \times 5$. • P1c. $4 + n \div 5$. • P1d. $n \times n \times 3$. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Puedes escribir las respuestas a lo siguiente? $4 + 1 \times 5$ $4 + 2 \times 5$ $4 + 3 \times 5$ • Verifica tus respuestas con tu calculadora (científica). ¿Cómo está resolviendo estos cálculos? • Entonces, ¿qué significa $4 + n \times 5$? ¿Es esto lo mismo que Q1b?
<p>No construye los paréntesis correctamente o los expande incorrectamente.</p> <p>Por ejemplo, el estudiante escribe:</p> <ul style="list-style-type: none"> • P1b. $4 + n \times 5$ en lugar de $5(n + 4)$. • P1c. $4 + n \div 5$ en lugar de $\frac{4+n}{5}$ <p>O: El estudiante cuenta:</p> <ul style="list-style-type: none"> • P2. $2(n + 3) = 2n + 3$ como correcto. • P2. $(5n)^2 = 5n^2$ como correcto. • P2. $(n + 3)^2 = n^2 + 3^2$ como correcto. 	<p>¿Cuál de las siguientes es la que no encaja?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Piensa en un número, súmalo 3 y luego multiplica tu respuesta por 2. • Piensa en un número, multiplícalo por 2 y luego súmalo 3. • Piensa en un número, multiplícalo por 2 y luego súmalo 6. <p>¿Por qué?</p>
<p>Identifica los errores, pero no da explicaciones.</p> <p>Por ejemplo: El estudiante corrige la primera, tercera y cuarta afirmaciones, pero no se utiliza ninguna explicación ni diagrama para explicar por qué son incorrectas (P2).</p>	<p>¿Cómo escribirías las expresiones para estas áreas?</p>  <p>¿Puedes hacerlo de diferentes maneras?</p>

ESQUEMA DE LECCIÓN SUGERIDO

Introducción interactiva con toda la clase (10 minutos)

Entrega a cada estudiante una pizarra pequeña, un rotulador y un borrador. Realiza una breve sesión de preguntas y respuestas. Si los estudiantes muestran respuestas incorrectas, escribe la respuesta correcta en la pizarra y discute cualquier problema.

En vuestras pizarras pequeñas, muestren una expresión algebraica que represente:

Multiplica n por 4 y luego suma 3 a tu respuesta. $4n+3$

Suma 3 a n y luego multiplica tu respuesta por 4. $4(3+n)$

Suma 5 a n y luego divide tu respuesta por 3. $\frac{n+5}{3}$

Multiplica n por n y luego multiplica tu respuesta por 5. $5n^2$

Multiplica n por 5 y luego eleva tu respuesta al cuadrado. $(5n)^2$

Actividad colaborativa 1:

Emparejamiento de expresiones y palabras (20 minutos)

La primera actividad está diseñada para ayudar a los estudiantes a interpretar los símbolos y comprender que la forma en que están escritos define el orden de las operaciones.

Organiza a los estudiantes en grupos de dos o tres. Proyecta la diapositiva P-1 al grupo.

Relacionando Expresiones y Palabras	
$4(n+2)$	Multiplica n por dos, después suma cuatro.
$2(n+4)$	Suma cuatro a n , después multiplica por dos.
$4n+2$	Suma dos a n , después multiplica por cuatro.

Ten en cuenta que una de las expresiones algebraicas no tiene una correspondencia en palabras. ¡Esto es intencionado! Sirve para ayudarte a explicar la tarea a los estudiantes.

Presenta brevemente la actividad para los estudiantes, usando los ejemplos de la diapositiva. Esta actividad se trabajará en pequeños grupos (de 2 a 4 alumnos).

Voy a dar a cada grupo dos conjuntos de tarjetas, uno con expresiones escritas en lenguaje algebraico y otro con palabras.

Elegir una expresión y encontrar las palabras que coincidan. [$4(n+2)$ coincide con 'Suma 2 a n y luego multiplícalo por 4'; $2(n+4)$ coincide con 'Suma 4 a n y luego multiplícalo por 2'.]

Colocar las tarjetas una al lado de la otra sobre la mesa y explicar cómo saben que coinciden.

Si no pueden encontrar una tarjeta coincidente, deberán escribir la suya propia utilizando las tarjetas en blanco proporcionadas. [$4n+2$ no coincide con ninguna de las tarjetas de palabras mostradas en la diapositiva P-1. La tarjeta con la frase 'Multiplica n por dos y luego suma cuatro' no coincide con ninguna de las expresiones.]

Entrega a cada grupo de estudiantes una copia recortada del Conjunto de Tarjetas A: Expresiones y del Conjunto de Tarjetas B: Palabras.

Conjunto de Tarjetas A: Expresiones	
E1 $\frac{n+6}{2}$	E2 $3n^2$
E3 $2n+12$	E4 $2n+6$
E5 $2(n+3)$	E6 $\frac{n}{2}+6$
E7 $(3n)^2$	E8 $(n+6)^2$
E9 $n^2+12n+36$	E10 $3+\frac{n}{2}$
E11 n^2+6	E12 n^2+6^2
E13	E14

Conjunto de Tarjetas B: Palabras	
P1 Multiplica n por dos y luego suma seis.	P2 Multiplica n por tres, luego eleva al cuadrado.
P3 Suma seis a n, luego multiplícalo por dos.	P4 Suma seis a n, luego divídelo entre dos.
P5 Suma tres a n, luego multiplícalo por dos.	P6 Suma seis a n, luego eleva al cuadrado.
P7 Multiplica n por dos, luego suma doce.	P8 Divide n por dos, luego suma seis.
P9 Eleva n al cuadrado, luego suma seis.	P10 Eleva n al cuadrado, luego multiplícalo por nueve.
P11	P12
P13	P14

Apoya a los alumnos al hacer las correspondencias y explicar sus decisiones. Mientras lo hacen, anímalos a decir en voz alta las expresiones algebraicas. Puede que los estudiantes no estén acostumbrados a ‘hablar en álgebra’ y que no sepan cómo leer lo que está escrito o lo hagan de maneras que generen ambigüedades.

Por ejemplo, la siguiente conversación entre un profesor y un estudiante es bastante común:

Profesor: Dime en palabras esta expresión. [El profesor escribe: $3 + \frac{n}{2}$]

Alumno: Tres más n dividido por dos.

P: ¿Y cómo leerías esta otra? [El profesor escribe: $\frac{3+n}{2}$]

A: Tres más n dividido por dos. Oh, pero en la segunda lo estás dividiendo todo por dos.

P: Entonces, ¿puedes intentar leer la primera otra vez, para que suene diferente de la segunda?

A: Tres más ... [pausa] ... n dividido por dos [dicho rápidamente]. O n dividido por dos, luego suma tres.

Los estudiantes deben crear tarjetas de palabras para que coincidan con **E10**: $3 + \frac{n}{2}$ y **E12**: $n^2 + 6^2$.

También deberán crear tarjetas de expresiones para que coincidan con **P3**: ‘Suma 6 a n, luego multiplícalo por 2’ y **P10**: ‘Eleva n al cuadrado, luego multiplícalo por 9’.

Algunos estudiantes pueden notar que algunas expresiones son equivalentes, por ejemplo, $2(n+3)$ y $2n+6$. No es necesario comentar esto ahora, ya que cuando se entregue el Conjunto de Tarjetas C: Tablas, los estudiantes podrán darse cuenta por sí mismos.

Actividad colaborativa 2: emparejando expresiones, palabras y tablas (20 minutos)

Entrega a cada grupo de estudiantes una copia recortada del **Conjunto de Tarjetas C: Tablas**.

“Conjunto de Tarjetas C: Tablas” hará que los estudiantes sustituyan números en las expresiones y les ayudará a darse cuenta de que diferentes expresiones pueden ser equivalentes.

Pide a los estudiantes que emparejen estas nuevas tarjetas con los dos conjuntos de tarjetas con los que han estado trabajando. Algunas tablas tienen celdas vacías y los estudiantes deberán completarlas.

Anima a los estudiantes a usar estrategias para emparejar. Existen atajos que pueden ayudar a minimizar el trabajo. Por ejemplo, algunos pueden notar que:

Dado que $2(n+3)$ es un número par, solo necesitamos observar tablas con números pares.

Dado que $(3n)^2$ es un número cuadrado, debemos buscar tablas que contengan solo números cuadrados.

Conjunto de Tarjetas C: Tablas.					
T1			T2		
n	1	2	3	4	
Valor	14	16	18	20	
T3			T4		
n	1	2	3	4	
Valor		10	15	22	
T5			T6		
n	1	2	3	4	
Valor			81	100	
T7			T8		
n	1	2	3	4	
Valor		4		5	

Los estudiantes notarán que hay menos tablas que expresiones. Esto se debe a que algunas tablas coinciden con más de una expresión. Permite que los estudiantes descubran esto por sí mismos. Mientras lo hacen, animálos a comprobar si coinciden para todos los valores de n . Esto marca el inicio de una generalización.

¿ $2(n+3)$ y $2n+6$ siempre dan la misma respuesta cuando $n=1,2,3,4,5$?

¿Qué pasa cuando $n=3246$, cuando $n=-23$ o cuando $n=0.245$? Compruébalo en tu calculadora.

¿Puedes explicar cómo estar seguro de que siempre será cierto?

Esta última pregunta es importante y se retomará en la siguiente parte de la lección.

Extender la lección a dos días

Es importante no apresurar el aprendizaje. En este punto, algunas clases pueden quedarse sin tiempo. Si esto sucede, pide a los alumnos que agrupen sus tarjetas en orden, de manera que las tarjetas coincidentes queden juntas, y las sujeten con un clip.

Pide a los estudiantes que escriban sus nombres en un sobre y guarden las tarjetas emparejadas en él. Estos sobres pueden repartirse nuevamente al inicio de la siguiente lección.

Actividad colaborativa 3: emparejando expresiones, palabras, tablas y áreas (20 minutos)

Entrega a cada pequeño grupo de estudiantes una copia recortada del **Conjunto de Tarjetas D: Áreas**, una hoja grande de papel, un rotulador y un pegamento en barra.

El Conjunto de Tarjetas D: Áreas” ayudará a los estudiantes a comprender por qué diferentes expresiones coinciden con las mismas tablas de números.

Cada una de estas tarjetas muestra un área.

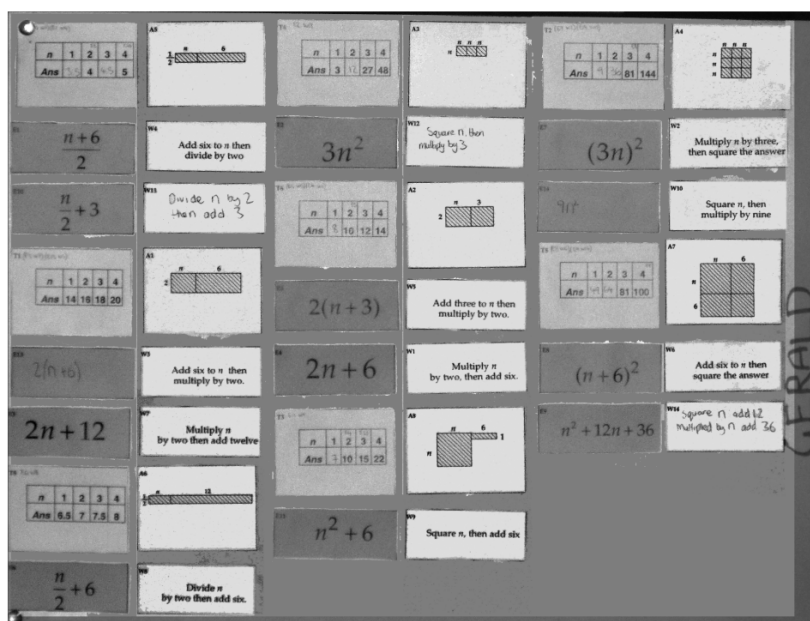
Quiero que emparejéis estas tarjetas de áreas con las tarjetas que ya están sobre la mesa.

Cuando lleguéis a un acuerdo, pegad vuestro emparejamiento final de tarjetas en la hoja grande de papel, creando un póster.

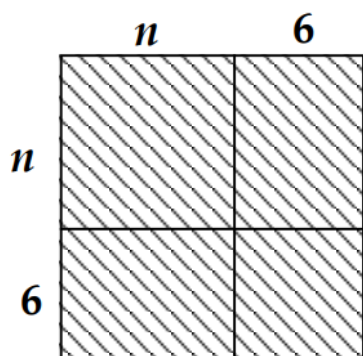
Junto a cada grupo de tarjetas, escribid por qué las áreas muestran que diferentes expresiones son equivalentes.

Conjunto de Tarjetas D: Áreas.	
A1 	A2
A3 	A4
A5 	A6
A7 	A8

Los pósteres que los estudiantes produzcan deberán exhibirse en la discusión final con toda la clase. Pueden verse algo así:



A medida que los estudiantes emparejen las tarjetas, anímalos a explicar y escribir por qué ciertos pares de tarjetas van juntas.



¿Por qué esta área corresponde a $n^2 + 12n + 36$?

Muéstrame dónde está n^2 en este diagrama. ¿Dónde está $12n$?

¿Dónde está la parte que representa 36 en el diagrama?

Ahora muéstrame por qué también representa $(n + 6)^2$

¿Dónde está el $n + 6$?

Pide a los estudiantes que identifiquen grupos de expresiones que sean equivalentes y expliquen su razonamiento. Por ejemplo, **E1** es equivalente a **E10**, **E8** es equivalente a **E9** y **E4** es equivalente a **E5**.

Discusión en toda la clase (20 minutos)

Realiza una discusión interactiva con toda la clase para repasar lo aprendido en esta lección.

Pide a cada grupo de estudiantes que justifique, usando su cartel, por qué dos expresiones son equivalentes. Luego, utiliza pizarras blancas pequeñas y preguntas para comenzar a generalizar el aprendizaje:

Para cada una de las siguientes expresiones, dibuja un área que la muestre y escribe una expresión diferente que dé la misma área.

$$3(x + 4)$$

$$(4y)^2$$

$$(z + 5)^2$$

$$\frac{w+6}{2}$$

Lección de seguimiento: mejorando la tarea de evaluación inicial (10 minutos)

Devuelve el trabajo de los estudiantes sobre la tarea de evaluación inicial “**Interpretación de Expresiones**”, junto con una copia nueva de la hoja de la tarea. Si no has añadido preguntas a los trabajos individuales, escribe tu lista de preguntas en la pizarra. Los estudiantes deben seleccionar de esta lista solo aquellas preguntas que consideren apropiadas para su propio trabajo.

Lee la solución que escribiste [ayer] y las preguntas (en la pizarra/escritas en tu guion).

Responde las preguntas y luego, pensando en lo que aprendiste en esta lección, escribe una nueva solución para ver si puedes mejorar tu trabajo.

Algunos profesores dan esto como tarea para casa.

SOLUCIONES

Tarea de evaluación inicial: “Interpretación de Expresiones”

1a. $5n + 4$

1b. $5(n + 4)$

1c. $\frac{n+4}{5}$

1d. $3n^2$

1e. $(3n)^2$

2. $2(n + 3) \neq 2n + 3$; Lo correcto es $2(n + 3) = 2n + 6$

$\frac{10n-5}{5} = 2n - 1$ es correcto

$(5n)^2 \neq 5n^2$; Lo correcto es $(5n)^2 = 25n^2$

$(n + 3)^2 \neq n^2 + 3^2$ o $n^2 + 9$; Lo correcto es $(n + 3)^2 = n^2 + 6n + 9$

Tarea de la lección

Esta tabla es solo para conveniencia: es útil no referirse a las tarjetas por estas letras en clase, sino más bien por el contenido de las tarjetas.

Expresiones	Palabras	Tablas	Áreas
E1 E10	P4 P13 (en blanco) Divide n entre 2 y luego suma 3.	T7	A5
E2	P11 (en blanco) Eleva n al cuadrado y luego multiplicas por 3.	T4	A3
E3 E13 (en blanco) $2(n + 6)$	P3 P7	T1	A1
E4 E5	P1 P5	T6	A2
E6	P8	T8	A6
E7 E14 (en blanco) $9n^2$	P2 P10	T2	A4
E8 E9	P6 P14 (en blanco) eleva n al cuadrado, suma 12 multiplicado por n y luego suma 36.	T5	A7
E11	P9	T3	A8
E12	P12 (en blanco) Eleva n al cuadrado y luego suma 6 al cuadrado.		

Conjunto de Tarjetas A: Expresiones

E1	$\frac{n + 6}{2}$	E2	$3n^2$
E3	$2n + 12$	E4	$2n + 6$
E5	$2(n + 3)$	E6	$\frac{n}{2} + 6$
E7	$(3n)^2$	E8	$(n + 6)^2$
E9	$n^2 + 12n + 36$	E10	$3 + \frac{n}{2}$
E11	$n^2 + 6$	E12	$n^2 + 6^2$
E13		E14	

Conjunto de Tarjetas B: Palabras

P1 Multiplica n por dos y luego suma seis.	P2 Multiplica n por tres, luego eleva al cuadrado.
P3 Suma seis a n, luego multiplícalo por dos.	P4 Suma seis a n, luego divídelo entre dos.
P5 Suma tres a n, luego multiplícalo por dos.	P6 Suma seis a n, luego eleva al cuadrado.
P7 Multiplica n por dos, luego suma doce.	P8 Divide n por dos, luego suma seis.
P9 Eleva n al cuadrado, luego suma seis.	P10 Eleva n al cuadrado, luego multiplícalo por nueve.
P11	P12
P13	P14

Conjunto de Tarjetas C: Tablas.

T1

n	1	2	3	4
Valor	14	16	18	20

T2

n	1	2	3	4
Valor			81	144

T3

n	1	2	3	4
Valor		10	15	22

T4

n	1	2	3	4
Valor	3		27	48

T5

n	1	2	3	4
Valor			81	100

T6

n	1	2	3	4
Valor		10	12	14

T7

n	1	2	3	4
Valor		4		5

T8

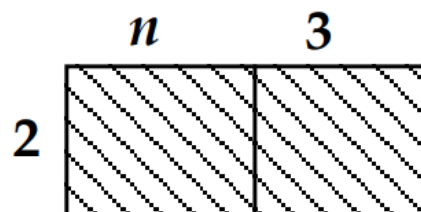
n	1	2	3	4
Valor	6'50	7	7'50	8

Conjunto de Tarjetas D: Áreas.

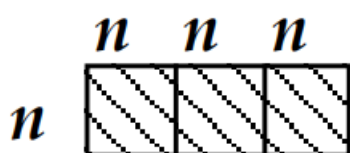
A1



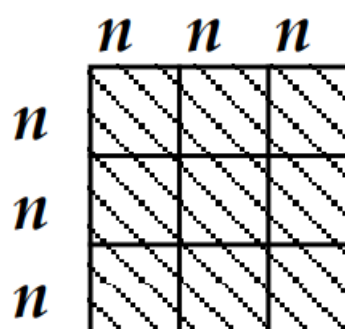
A2



A3



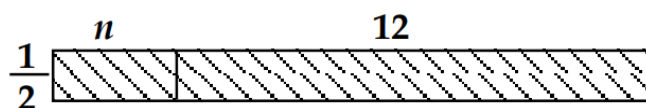
A4



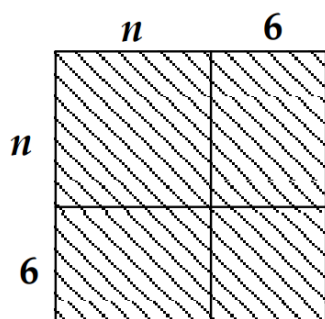
A5



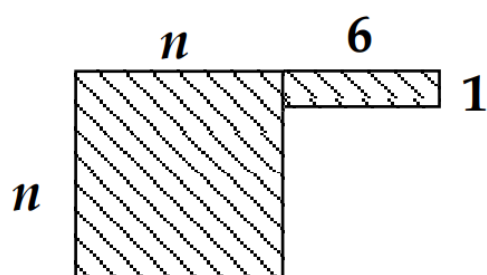
A6



A7



A8



Emparejando Expresiones y Palabras

$$4(n + 2)$$

Multiplica n por 2 y luego suma cuatro.

$$2(n + 4)$$

Suma cuatro a n , luego multiplica por dos.

$$4n + 2$$

Suma 2 a n , luego multiplica por cuatro.