

作业 1. 《离散数学》160 页练习 9.1.1. 这是找最便宜生成树的另一个算法: 在保持图连通的前提下, 每一步删去权重最大的边, 直到不能再删任何边为止. 可具体执行如下算法: 令 $D_0 = \emptyset, K_0 = \emptyset$ (这里 D 表示删除, K 表示保留). 在第 i 步, 选出 $E \setminus (D_{i-1} \cup K_{i-1})$ 中权重最大的边 e (若不唯一则任选一条), 如果 $(E \setminus D_{i-1}) \setminus \{e\}$ 构成连通图, 则令 $D_i = D_{i-1} \cup \{e\}, K_i = K_{i-1}$; 如果 $(E \setminus D_{i-1}) \setminus \{e\}$ 不构成连通图, 则令 $D_i = D_{i-1}, K_i = K_{i-1} \cup \{e\}$. 直到 $D_l \cup K_l = E$ 时终止算法, 输出 $T = K_l$.

证明: 上述算法给出的 T 是最便宜的生成树.

作业 2. 《离散数学》163 页练习 9.2.3. 设 G 是连通的加权图, 且所有边的权重互不相同. 证明: G 的最便宜生成树是唯一的.

作业 3. 《离散数学》163 页练习 9.2.4. 设 G 是连通的加权图, 且每边的权都是正数.

(a) 求 G 的生成树 T , 使得 $\prod_{e \in T} c(e)$ 最小.

(b) 求 G 的生成树 T , 使得 $\max_{e \in T} c(e)$ 最小.

作业 4. 《离散数学》176 页练习 10.4.7. 书上叙述有误, 需要 A 是非空真子集.

作业 5. 《离散数学》177 页练习 10.4.9.

作业 6. 设 G 是 $n(n \geq 3)$ 阶图. 证明: 如果每个顶点的度都不小于 $\frac{n}{2}$, 则图中存在 Hamilton 圈.