1 最小二乘法

我们收集到一组数据 $(y_i, t_i), i = 1, \ldots, 4$: $(5,2), (7,3), (11,4), (12,5)$. 假设$y$和$t$的关系是线性的$y = C + Dt$. 根据我们的数据，用最小二乘法来决定系数$C$和$D$.

2 正交归一基

1. 给定R^m中的一组正交线性无关向量组$Q = [A_1, A_2, \ldots, A_n]$。如果$b$是和上面的 向量组是线性无关的，用投影矩阵的办法证明向量

$$B = b - \frac{A_1 A_1^T}{A_1^T A_1} b - \frac{A_2 A_2^T}{A_2^T A_2} b - \ldots - \frac{A_n A_n^T}{A_n^T A_n} b \tag{1}$$

是和向量组Q是正交的。

2. 给定下面一组向量

$$v_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},\ v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix} \tag{2}$$

用Gram-Schmit办法找出一组正交归一基。

3 行列式的练习

1. a): 计算下列2阶矩阵的行列式

$$\begin{bmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} n+1 & n \\ n & n-1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{bmatrix}, \tag{3}$$

b): 计算下列3阶矩阵的行列式

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix} \tag{4}$$

c): 计算下列4阶矩阵的行列式

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & 9 \end{bmatrix} \tag{5}$$

2. 证明：二阶矩阵的行列式为0， 当且仅当行列式的秩小于二。
3. 三阶矩阵的每个元素都是正一或者负一，求行列式可能取的最大值，。