

电平判决实验报告

无04 2019012137 张鸿琳

实验目的

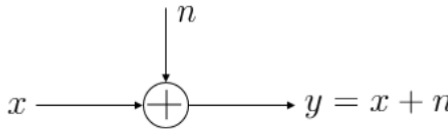
- 通过Simulink模块的搭建，理解电平信道抽象和判决方法。
- 通过实验，分析和对比直接采样判决、硬判决和软判决的抗噪声性能。
- 通过实验，分析和对比中符号比特数与抗噪声性能的关系。

实验内容

- 在AWGN电平信道中传输二元符号并进行判决。
- 在AWGN电平信道中传输重复符号，并实现采样判决、硬判决、软判决三种判决方式。
- 在AWGN电平信道中传输多元符号并进行判决。

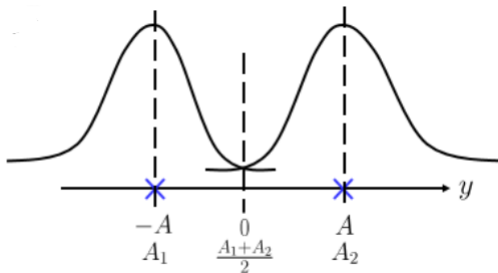
实验原理

为了传输“逻辑”符号0/1，我们用物理量“电平”承载符号。对于不同的符号发送不同幅度的电平。信道是加性高斯噪声信道，如下图：



$$n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad \text{即} \quad p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)$$

电平经过信道后幅度发生变化，我们需要根据接收电平进行符号判决，一般采用最大后验概率判决(MAP)，在符号等概率发送时，等价于最大似然判决(ML)，又由于高斯分布性质，等价于最小欧氏距离判决(MED)，如下图判决门限在两个符号电平的中点。

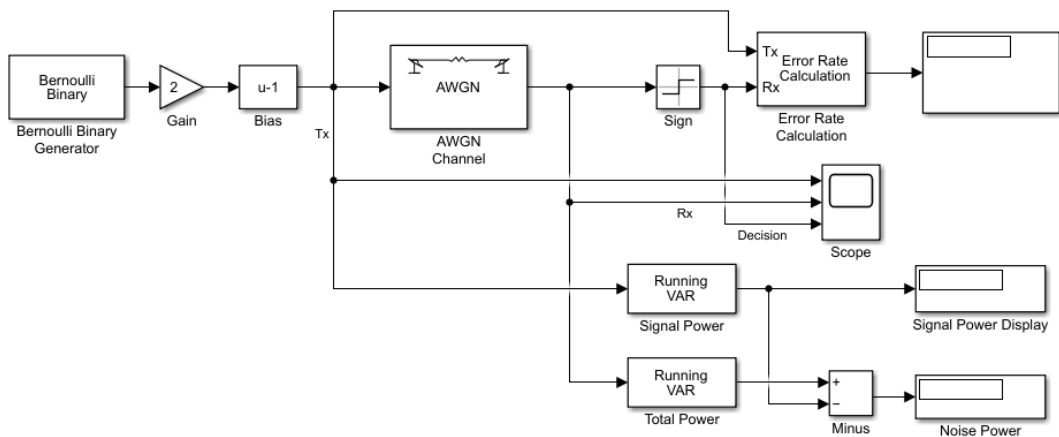


符号功率与噪声功率的比值称为信噪比(SNR)，差错概率和信噪比直接相关，也和符号与电平的映射方法相关。格雷映射(Gray)能在给定的误符号率下尽可能降低误比特率。

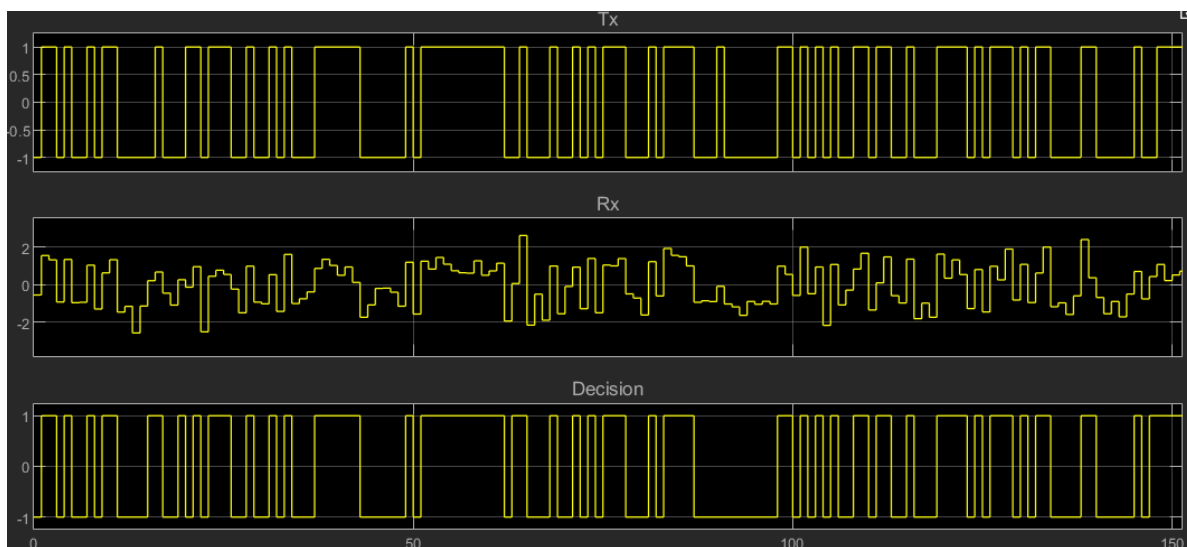
实验过程与记录

AWGN 电平信道与二元符号判决

搭建如下仿真模型：



设定信道噪声方差为 0.25，运行仿真，观察一小段时间内的示波器图像如下：



可以看到由于高斯噪声的加入，使得信道中传输的波形不再是矩形波，而显得更加杂乱无规律，不过通过接收端适当的判定，仍可基本恢复出原信号。

下面修改 AWGN 信道模块的噪声方差，运行仿真并观察记录信号功率、噪声功率、误符号率并计算信噪比，得到下表：

信号功率 E_S	1	1	1	1	1
噪声功率 σ^2	1.007	0.4904	0.2519	0.09121	0.009365
信噪比 E_S/σ^2	-0.031dB	3.095dB	5.988dB	10.400dB	20.285dB
误符号率 P_e	0.1601	0.07745	0.0231	0.00046	0

可以看到测量得到的信号功率与理论信号功率一致，而测量得到的噪声功率也与设定值基本吻合。

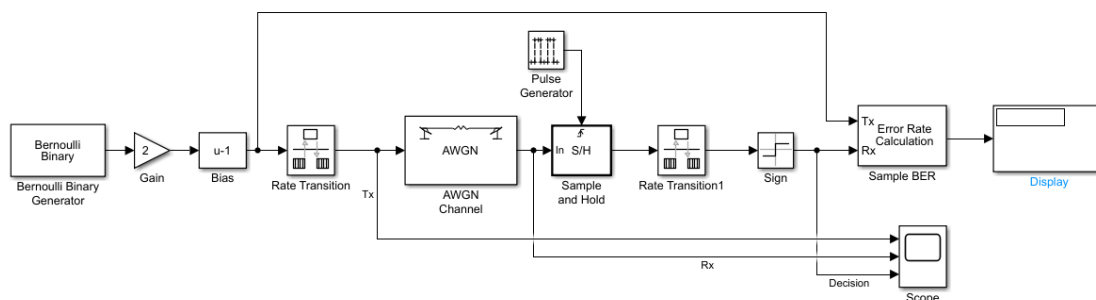
理论上误符号率与信噪比满足关系 $P_e = Q(\sqrt{\frac{E_S}{\sigma^2}})$ ，所以可以计算出理论误符号率并将其与测量值进行对比，如下表：

信噪比 E_S/σ^2	-0.031dB	3.095dB	5.988dB	10.400dB	20.285dB
测得误符号率	0.1601	0.07745	0.0231	0.00046	0
理论误符号率	0.1595	0.0766	0.0232	0.00046	2.48e-25

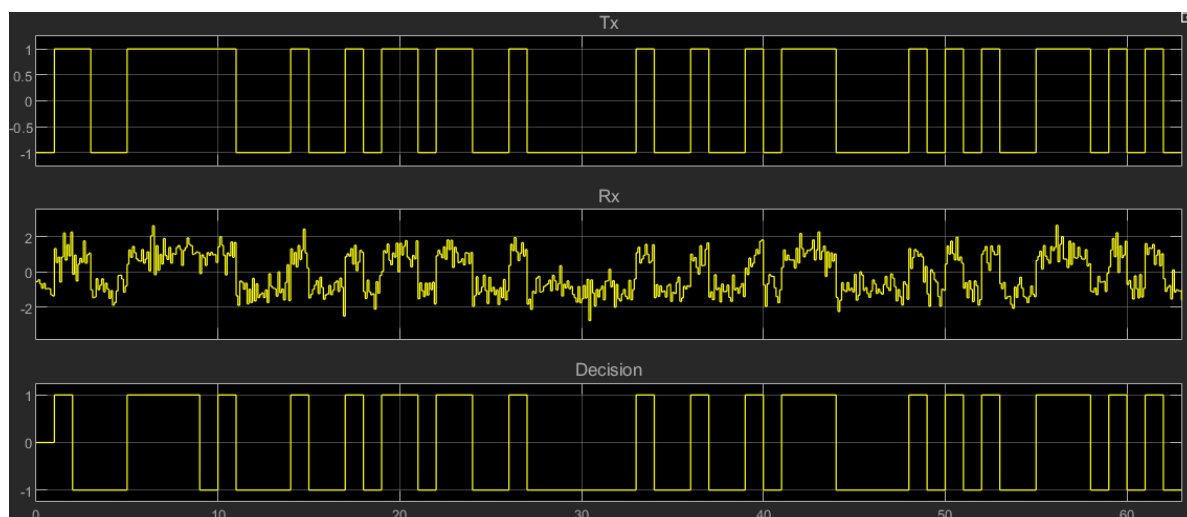
可见理论值与测量值十分吻合。

AWGN 波形信道预习

搭建如下仿真模型：

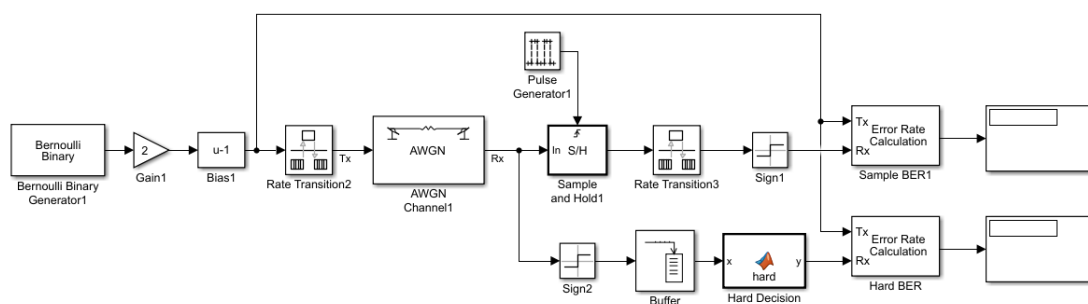


运行仿真，观察示波器图像，如下图：



可以看到，AWGN 信道中的噪声使得接收端收到的信号不再具有矩形脉冲的形状，且由于速率转换模块的作用，使得噪声的影响显得更“密集”。

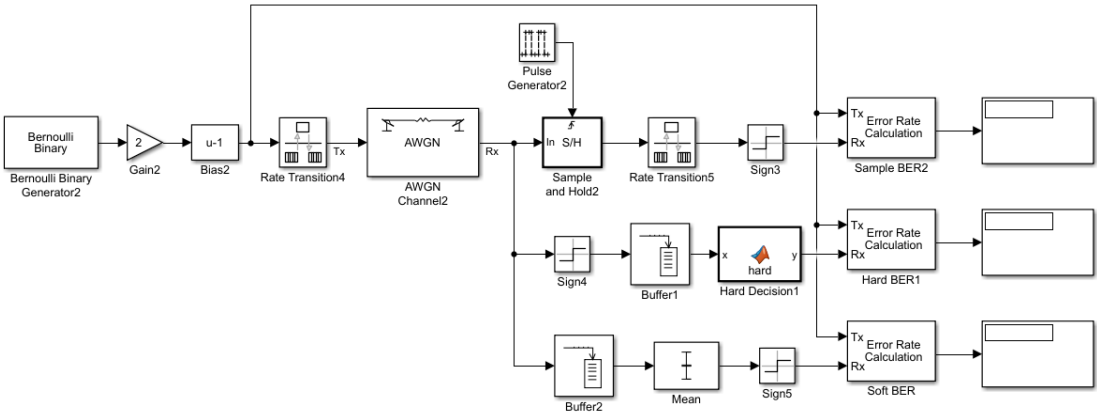
在上述仿真模型的基础上添加硬判决模块，如下图：



其中硬判决模块的代码如下：

```
1 function y = hard(x)
2 n0 = length(find(x==-1));
3 n1 = length(find(x==1));
4 if (n0>=n1)
5     y = -1;
6 else
7     y = 1;
8 end
```

再加上软判决的部分，如下图：



运行仿真，改变 AWGN 信道的噪声方差，记录不同信噪比下的不同判决的误比特率，得到下表：

信号功率	1		
噪声功率	4	1	0.25
信噪比	-6.021dB	0dB	6.021dB
采样速率	5		
采样判决误比特率	0.3083	0.1619	0.02295
硬判决误比特率	0.1757	0.03129	0.00012
软判决误比特率	0.131	0.01265	0
采样速率	10		
采样判决误比特率	0.31	0.1596	0.02201
硬判决误比特率	0.1093	0.00712	0
软判决误比特率	0.05671	0.00074	0

可以看到，总体而言，软判决优于硬判决，而硬判决又优于采样判决。且随着采样速率的提高，硬判决和软判决的误比特率均有所下降。

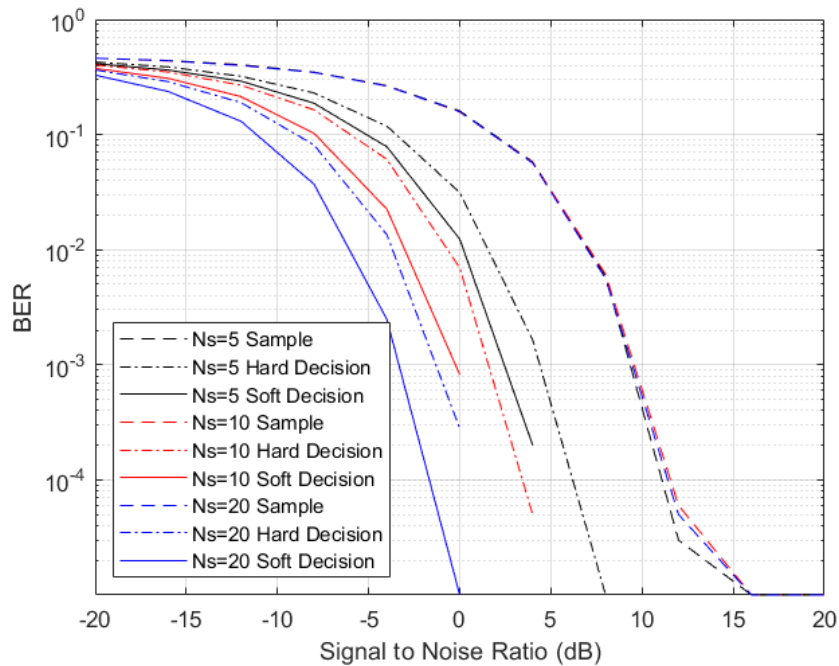
补全脚本“exp6_1.m”中的代码，如下（对SNR的赋值代码稍作了修改，因为原db2mag是进行 $20\log_{10}()$ 的转化，但是信噪比应该进行 $10\log_{10}()$ 的转化）：

```

1  for i = 1:length(Ns_list)
2      for j = 1:length(SNR_list)
3          Ns = Ns_list(i);
4          SNR = 10^(SNR_list(j)/10);%做了一点修改
5          sigma2 = 1/SNR;% TODO
6          simOut = sim('myexp6_2');
7          ber_sample(i,j) = simOut.ber_sample(1);
8          ber_hard(i,j) = simOut.ber_hard(1);
9          ber_soft(i,j) = simOut.ber_soft(1);
10     end
11 end

```

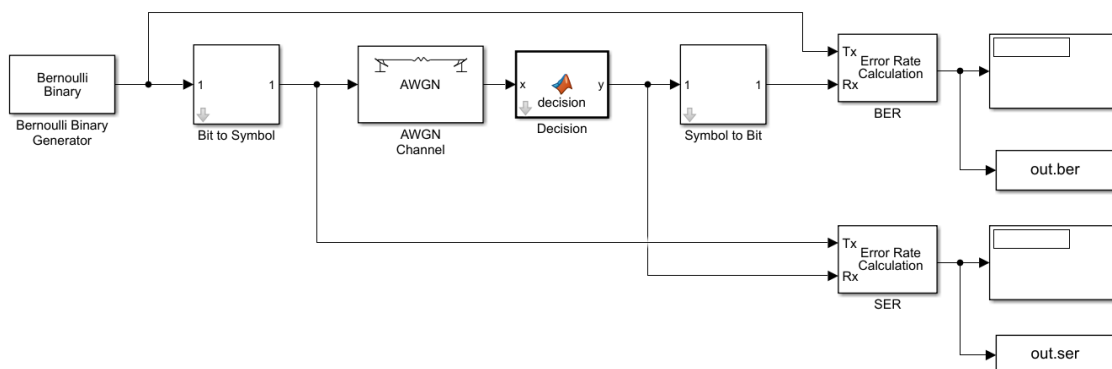
运行脚本，绘制得到误比特率曲线如下：



由上图可知， $N_s = 10$ 时，为保证误比特率不低于0.01，采样判决需要的最低信噪比约为 $7.12dB$ ，硬判决需要的最低信噪比约为 $-0.68dB$ ，软判决需要的最低信噪比约为 $-3.02dB$ 。软判决相比于硬判决的信噪比增益约为 $-0.68 + 3.02 = 2.34dB$ ，软判决相比于采样判决的信噪比增益约为 $7.12 + 3.02 = 10.14dB$ 。

多元符号判决（选做）

搭建如下仿真模型：



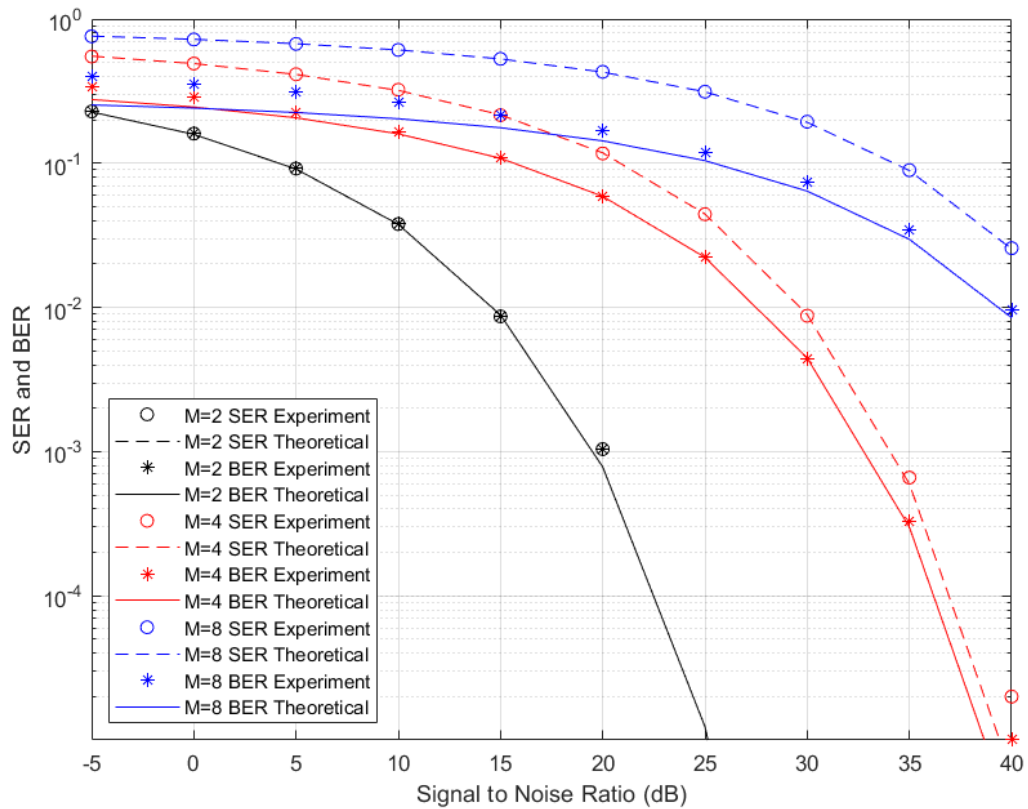
其中 Decision 模块中判决函数如下:

```
1 function y = decision(x,A, k)
2 y = round((x+A)/(2*A))*2*A-A;
3 if (y < -(2^k-1)*A)
4     y = -(2^k-1)*A;
5 elseif (y > (2^k-1)*A)
6     y = (2^k-1)*A;
7 end
```

补全脚本 exp6_2.m 中相应代码, 如下:

```
1 for i = 1:length(k_list)
2     for j = 1:length(SNR_list)
3         k = k_list(i);
4         SNR = db2mag(SNR_list(j));
5         sigma2 = A^2*(2^(2*k)-1)/3/SNR;% TODO
6         simOut = sim('myexp6_3');
7         ser(i,j) = simOut.ser(1);
8         ber(i,j) = simOut.ber(1);
9         ser_th(i,j) = 2*(2^k-1)/(2^k)*...
10             qfunc(sqrt(3*A^2*(2^(2*k)-1)/3/(2^(2*k)-1)/sigma2));% TODO
11         ber_th(i,j) = ser_th(i,j)/k;% TODO
12     end
13 end
```

运行脚本, 得到如下曲线图:

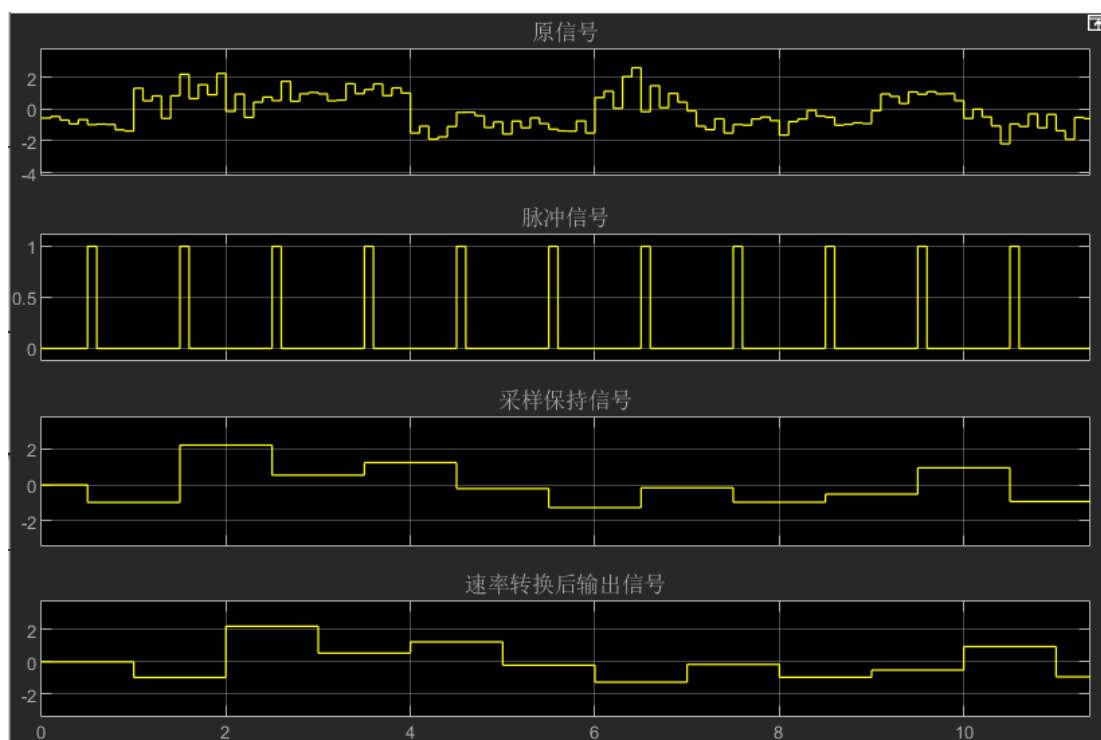


由上图可以看出，实验测得值与理论值基本都是吻合的，只是当信噪比较低时，会出现实验测得的误比特率高于理论误比特率的现象，这是因为在理论上估计误比特率时，一般认为误判基本只发生在紧邻的两个符号之间，那么在格雷编码下一个错误符号基本就对应于一个错误比特，这样可知理论上误符号率 P_e 与误比特率 P_b 之间满足关系 $P_b \approx \frac{1}{\log_2 M} P_e$ ，然而实际上当信噪比较低时，也就是噪声较大时，一个符号受噪声干扰而被误判到更远的符号的概率明显增大，这样一个错误符号就对应于多个错误比特，所以在信噪比较低时，实际测得的误比特率比理论估计出的误比特率要大一些。

实验思考题

1. 为什么 5.2a 中脉冲发生器的相位延迟大于 0 时会导致采样保持、速率转换后输出信号延时1个采样？
(提示：用示波器观察脉冲信号和采样保持信号)

设置 $N_s = 10$ ，脉冲发生器的相位延迟为5，利用示波器观察原信号（从信道直接收到的信号）、脉冲信号、采样保持信号以及速率转换后输出信号，如下图：



可以看到，当采样保持模块每收到一个来自脉冲发生器的脉冲信号就会进行一次采样，而速率转换模块会在整点处进行采样并保持（即在0、1、2……处进行采样），假设脉冲发生器的相位延迟为 x （不为零），采样速率为 N_s ，那么本来位于 $k \sim k+1$ 时间段的第 k 个电平信号，在被被采样保持后会被偏移到 $k + \frac{x}{N_s} \sim k + \frac{x}{N_s} + 1$ 时间段，而速率转换模块仍会在整点处进行采样，脉冲发生器的相位延迟为零时，其会采到第 k 个电平信号，而脉冲发生器的相位延迟非零时，其就会采到第 $k-1$ 个电平信号，也就造成了输出信号延时1个采样。

2. 请推导证明最大似然判决等同于 N_s 个采样平均值的最小距离判决。（提示：利用每个采样的独立性计算似然函数）

假设发送的电平为 a ，设接收到的 N_s 个采样的电平分别为 x_i ，认为单个采样处噪声独立同分布，都为高斯分布 $n_i \sim N(0, \sigma^2)$ ，则似然函数为 $l(x_1, x_2, \dots, x_{N_s}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N_s/2}} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{N_s} (x_i - a)^2}{2\sigma^2}\right)$ ，对 a 求导，得到 $\frac{\partial l}{\partial a} = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N_s/2}} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{N_s} x_i^2 - 2a \sum_{i=1}^{N_s} x_i + N_s a^2}{2\sigma^2}\right) \left(\frac{\sum_{i=1}^{N_s} x_i - N_s a}{\sigma^2}\right)$ ，可见似然函数极大值取在 $a = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} x_i}{N_s}$ ，所以为了保证似然函数尽可能大，需要保证判定电平尽可能接近 $\frac{\sum_{i=1}^{N_s} x_i}{N_s}$ ，这就等价于 N_s 个采样平均值的最小距离判决。

3. 如果在多元符号映射时不采用格雷映射会有什么后果？

若不采用格雷映射，则当一个符号被误判为其相邻符号时，这一个符号错误往往会对应于多个比特错误（而采用格雷映射时，一个符号被误判为其相邻符号，只对应于一个比特错误），通常情况下信道的误符号率是相对固定的，这样就会导致信道的误比特率大大增加，从而使得信道的可靠性降低。