

# 《初等概率论》(40160713-2) 2021 秋

时间地点: 3-4, 3-5 (15:20-17:50); 5-4, 5-5 (15:20-17:50). 6A118

## 教学目标:

- 了解概率论与统计学科的关系及其重要性;
- 理解掌握概率论中的核心基础概念、熟练掌握基本方法和运算技能;
- 初步掌握简单的大数定律与中心极限定理、并能解决与初等概率论相关的实际问题。

教师: 邓婉璐 [wanludeng@tsinghua.edu.cn](mailto:wanludeng@tsinghua.edu.cn) 伟清楼 203C

助教:

王羽超: [yc-w21@mails.tsinghua.edu.cn](mailto:yc-w21@mails.tsinghua.edu.cn)

卢伟灏: [luwh19@mails.tsinghua.edu.cn](mailto:luwh19@mails.tsinghua.edu.cn)

## 答疑时间:

- 教师: 邓婉璐 周五 09:00-10:00
- 助教:  
详见开学后网络学堂助教发的公告

## 教参:

- 教材:  
原版: 《Introduction to Probability》(2nd), Dimitri P. Bertsekas & John N. Tsitsiklis Edition-Athena Scientific (2008), MIT.  
中译本: 《概率导论》, 郑忠国 / 童行伟 (译), 人民邮电出版社, 2015.  
图书馆提供教材电子版: <http://reserves.lib.tsinghua.edu.cn/>  
常见购书网站(e.g. 京东)有纸版。
- 参考书:  
《概率论》, 何书元著, 北京大学出版社, 2015.  
《Elementary Probability Theory》(4th), Kai-Lai Chung & Farid AitSahlia, Springer, 2010.

先修要求: 微积分、线性代数

课程大纲(根据教学情况可能做少量调整):

### 1. 介绍

- a) 课程简介、概率论的发展历史
- b) 预备知识: 集合论
- c) 概率模型:
  - i. 样本空间: 离散、连续
  - ii. 概率: 概率公理、性质、离散模型、连续模型
- d) 随机抽样与随机分配

- i. 有放回与无放回
  - ii. 有序与无序
- 2. 概率空间与概率的性质
  - a) 概率空间：事件域、事件、概率测度
  - b) 概率的性质：
    - i. 常见性质
    - ii. 概率的连续性：上、下极限
- 3. 条件概率及相关
  - a) 条件概率：定义、运算
  - b) 乘法公式
  - c) 全概率公式
  - d) 贝叶斯准则
  - e) 事件的独立性
    - i. 独立与不相交
    - ii. 一组事件的两两独立与相互独立
    - iii. 条件独立
    - iv. 独立性的应用
- 4. 随机变量
  - a) 随机变量：为何引入随机变量、定义、例子、构造随机变量的方式
  - b) 随机变量的独立性
  - c) 离散型随机变量：
    - i. 概率分布列
    - ii. 常见分布及应用场景：两点、二项、几何、负二项分布、超几何分布、负超几何分布、泊松分布、泊松分布与二项分布的关系
  - d) 连续型随机变量：
    - i. 概率密度函数
    - ii. 常见分布及应用场景：均匀、指数、正态分布、Beta 分布、Weibull 分布、Gamma 分布、卡方分布、t 分布、Cauchy 分布、F 分布
- 5. 分布
  - a) 概率分布函数：定义、性质、离散、连续、几何分布与指数分布
  - b) 随机变量函数的分布：离散、连续、定义法、1-1 映射法
  - c) 随机向量及其分布：
    - i. 联合分布、边缘分布、
    - ii. 离散、联合分布列、边缘分布列、独立性、多项分布
    - iii. 连续、联合概率密度、边缘概率密度、独立性、多元正态分布
  - d) 随机向量函数的分布
    - i. 定义法
    - ii. 卷积法
    - iii. 1-1 映射法
- 6. 条件分布等
  - a) 条件分布和条件密度
    - i. 离散 条件分布列、独立性判定
    - ii. 连续 条件密度函数、条件分布、独立性判定
    - iii. 随机向量的条件分布

- b) 次序统计量(简介定义，在后续《统计推断》课程中将重点介绍)
  - c) 随机变量的  $p$  分位数
    - i. 定义、
    - ii. 性质、
    - iii. 生成相应分布的随机变量
- 7. 期望
  - a) 定义：离散、连续、更一般的情形
  - b) 常见分布的期望
  - c) 随机变（向）量函数的期望
  - d) 期望的性质、用途
  - e)  $m$  阶原点矩、 $m$  阶中心矩、高阶矩
- 8. 方差、条件期望
  - a) 方差：
    - i. 定义
    - ii. 常见分布的方差
    - iii. 性质
    - iv. Markov 不等式、Chebyshev 不等式、内积不等式
  - b) 协方差、相关系数
    - i. 定义
    - ii. 协方差矩阵、性质
  - c) 多种条件概率总结
    - i. 条件期望：
    - ii. 定义、重期望法则
    - iii. 性质
    - iv. 几何意义、最佳预测
  - d) 条件方差：定义、全方差公式
- 9. 特征函数等
  - a) 概率母函数：定义、性质、与概率的关系、可逆性、适用范围
  - b) 矩母函数：定义、性质、与矩的关系、可逆性、适用范围
  - c) 特征函数：定义、性质、与矩的关系、可逆性、适用范围
  - d) （随机个 / 固定个）独立同分布随机变量求和形式的分布求解
- 10. 收敛性等
  - a) 独立性判定总结：充要条件
  - b) 多元正态分布：特征函数、等价定义、独立的充要条件、
  - c) 收敛性：
    - i. 定义：依分布收敛、依概率收敛、几乎处处收敛、 $L_p$  收敛
    - ii. 收敛性间的关系
    - iii. 反例
    - iv. 连续映射定理、Slutsky 定理
- 11. 极限定理
  - a) 应用场景
  - b) 大数定律
    - i. WLLN, SLLN
    - ii. LLN 不成立的例子

- iii. 应用举例：经验分布、Monte Carlo
- iv. 服从 WLLN 但不服从 SLLN 之例
- c) 中心极限定理、de Moivre-Laplace CLT, 二项分布的泊松估计与正态估计，Lindeberge-Feller CLT(仅介绍)

成绩评定标准：

- 作业 20% (请按时提交，迟交扣分，详见开学后网络学堂助教公告)
- 期中考试 30%，期末考试 50%，闭卷(根据疫情情况可能调整形式和占比)
- 成绩记录方式：等级制。