

1.①

$$y(t) = n(t) + \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \cdot p(t - kT_s) \right) \sin(2\pi f_c t)$$

$$\text{其中 } p(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T_s}}, & 0 \leq t < \frac{T_s}{2} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$p(t)$ 的幅度是由归一化得到的。

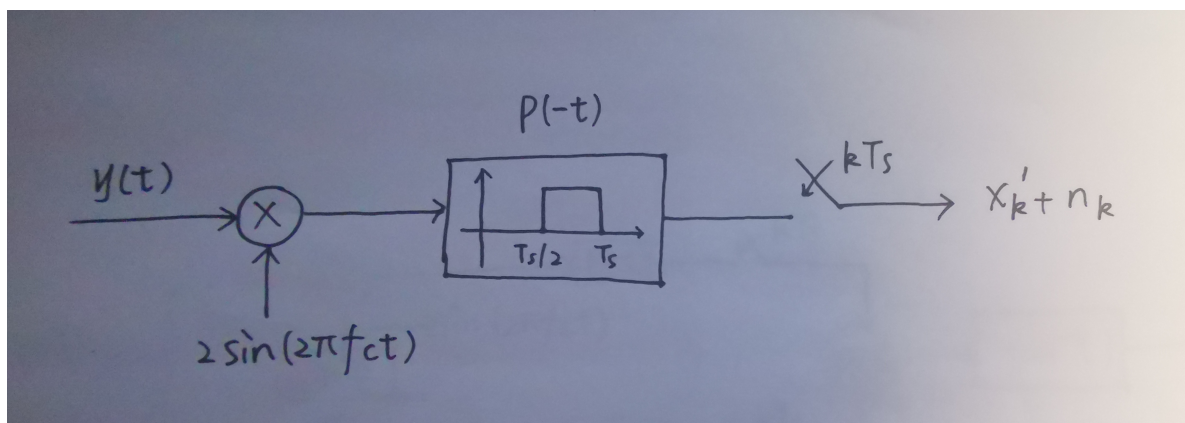
②

$$\text{信道中符号能量: } E_s = \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s/2} \sin^2(2\pi f_c t) dt = \frac{1}{2}$$

$$\text{接收端符号电平能量: } E_s = 1$$

③

最佳接收机如下:



④

$$x'_k = 2x_k \int_{-\infty}^{\infty} p^2(t) \sin^2(2\pi f_c t) dt = x_k \int_{-\infty}^{\infty} p^2(t) (1 - \cos(4\pi f_c t)) dt = x_k, \text{ 而 } E(n_k) = 0$$

$$, E(n_k^2) = \frac{n_0}{2} \cdot 4 \int_{-\infty}^{\infty} p^2(t) \sin^2(2\pi f_c t) dt = n_0.$$

故而等效电平信道为 $y_k = x'_k + n_k$, 其中 $x'_k \in \{-1, 1\}$, $n_k \sim N(0, n_0)$ 。

⑤

$$\text{判决门限为0, } P_b = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right) = Q\left(\frac{1}{\sqrt{n_0}}\right).$$

2.①

$$R_b = 64 \text{ kbps}, B \leq 1.06 - 0.94 = 120 \text{ kHz}, \frac{\log_2 M}{1+\alpha} \geq \frac{64}{120}, \text{ 得到 } M \geq 1.74, \text{ 不妨取 } M = 2.$$

$$x(t) = \sqrt{2} \cos(2\pi \cdot 10^6 \cdot t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \frac{1}{\sqrt{T_s}} \frac{\sin\left(0.5\pi \frac{t}{T_s}\right) + \frac{2t}{T_s} \cos\left(1.5\pi \frac{t}{T_s}\right)}{\frac{\pi t}{T_s} \left[1 - \left(\frac{2t}{T_s}\right)^2\right]}, \text{ 其中}$$

$$T_s = \frac{1}{R_s} = \frac{\log_2 M}{R_b} = \frac{1}{64 \text{ kbps}} \approx 1.5625 \times 10^{-5} \text{ s}.$$

②

$$\text{利用最大值最小值之差为100的信息, 可知 } 2\sqrt{2} \cdot |x_k| \cdot \frac{1}{\sqrt{T_s}} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\right) = 100, \text{ 得到 } |x_k| = 0.123$$

$$, E_s = 0.0151.$$

③

等效电平信道为 $y_k = \hat{x}_k + n_k$, 其中 $\hat{x}_k \in \{-0.123, 0.123\}$, 而 $E(n_k) = 0$, $E(n_k^2) = \frac{n_0}{2} = 0.005$, 故而 $n_k \sim N(0, 0.005)$ 。

④

$$P_b = Q\left(\frac{0.123}{\sqrt{0.005}}\right) \approx 0.041.$$

3.①

$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a \cos(\theta_k) p(t - kT_s) \sin(2\pi f_c t) + a \sin(\theta_k) p(t - kT_s) \cos(2\pi f_c t))$, 其中 $\theta_k \in \{0, \frac{1}{8}\pi, \dots, \frac{15}{8}\pi\}$

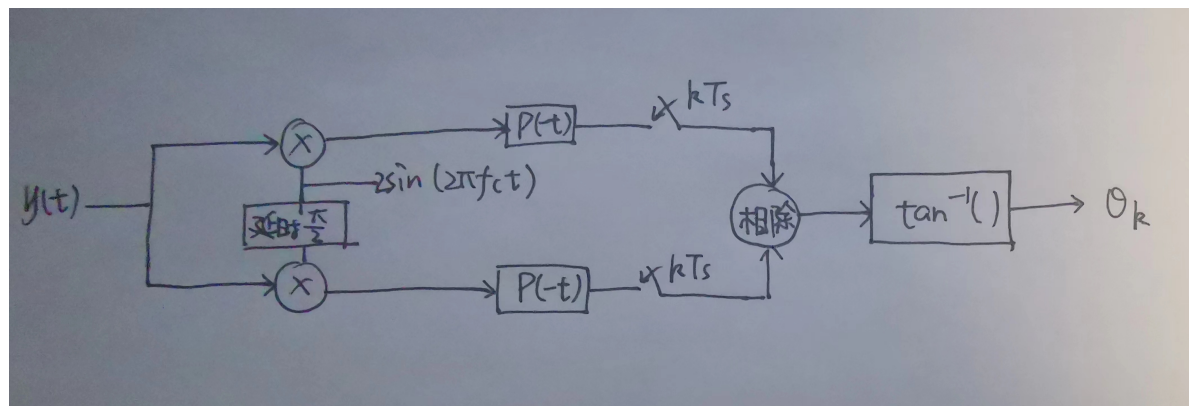
$$\text{其中 } p(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{T_s}}, & 0 \leq t < T_s \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{信道中符号能量: } E_s = \frac{a^2}{T_s} \int_0^{T_s} (\cos^2(\theta_k) \sin^2(2\pi f_c t) + \sin^2(\theta_k) \cos^2(2\pi f_c t)) dt = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{接收端符号电平能量: } E_s = a^2$$

②

接收机框图如下:



③

等效电平信道为 $y_k = x_k + n_k = x_k^I + jx_k^Q + n_k^I + jn_k^Q$, 其中 $x_k \in \{ae^{j\frac{2k\pi}{16}} : k = 0, 1, \dots, 15\}$, 而 $E(n_k) = 0$, $E((n_k^I)^2) = E((n_k^Q)^2) = 2 \cdot \frac{n_0}{2} = n_0$, 即 $n_k \sim CN(0, 2n_0)$ 。

④

判决门限为以原点为端点, 与实轴正半轴呈角度为 $\frac{(2k+1)\pi}{16}$ 的射线, 其中 $k = 0, 1, 2, \dots$, 那么误比特率为 $P_b = \frac{P_e}{\log_2(M)} = \frac{1}{2} Q\left(\frac{a \sin(\frac{\pi}{16})}{\sqrt{n_0}}\right)$ 。(此处的 a 与①中的 a 一致)

⑤

(7, 4) 汉明码可以纠正一位错误, 故而码组出错主要取决于错到除相邻两位外的两位的概率, 误块率为 $P_e = 1 - (1 - \varepsilon)^7 - 7\varepsilon(1 - \varepsilon)^6$, 其中 $\varepsilon = P_b = \frac{1}{2} Q\left(\frac{a \sin(\frac{\pi}{16})}{\sqrt{n_0}}\right)$ 。

4.①

(使用(7,4)汉明编码, 且认为信道带宽用满)

$$\frac{\log_2 M}{1+\alpha} = \frac{R_b}{B} = \frac{112}{120}, \text{ 则 } \alpha = \frac{120}{112} \log_2 M - 1, \text{ 得到 } \alpha \text{ 最小值为 } \frac{1}{14}, \text{ 最大值也为 } \frac{1}{14}.$$

②

(使用(7,4)汉明编码)

由上一问不等式可知, M 只能取 2, 故而 $\Delta\theta$ 的最大最小值都为 π 。

③

由于 M 只能取 2, 所以 P_b 最大最小值都为 $P_b = Q\left(\frac{a}{\sqrt{n_0}}\right)$ 。

④

复基带等效形式如下:

