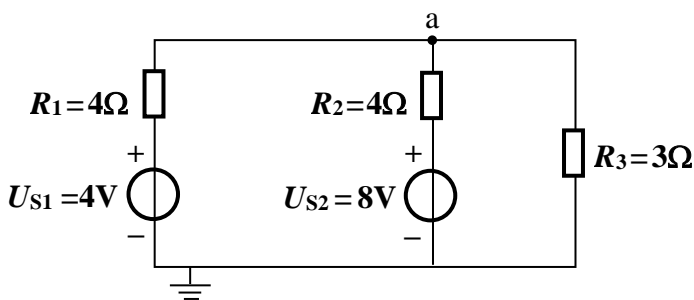


## 第一次仿真作业

1. 已知电路参数如下图所示。

- (1) 推导  $U(a)$  与  $R_1, R_2, R_3, U_{S1}, U_{S2}$  的关系式。
- (2) 推导并计算  $U(a)$  对  $R_1, R_2, R_3$  的绝对灵敏度。
- (3) 用仿真软件的sensitivity功能求  $U(a)$  对  $R_1, R_2, R_3$  的绝对灵敏度，打印出仿真电路图和仿真结果。
- (4) 若  $R_1, R_2, R_3$  的阻值偏差是相互独立的，且最大偏差均为其阻值的10%， $U_{S1}, U_{S2}$  是精确不变的。 $U(a)$  的偏差不能超过其工作点的10%，分别用绝对灵敏度和相对灵敏度讨论能否确保电路正常工作。
- (5) 将上述(4)中的节点电压最大偏差所对应的电阻值代入(1)得到的公式中，所得到的节点电压和(4)中得到的有最大偏差的节点电压的差别有多大？为什么会有这样的差别？



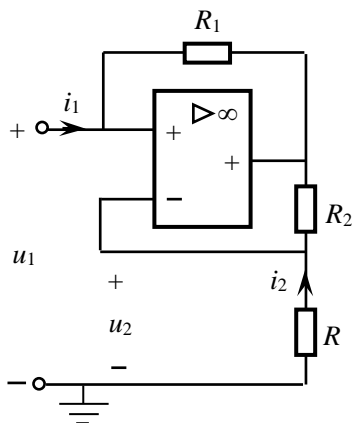
2. 用运算放大器实现跟随器。运算放大器选用Analog-OPAMP-LM324AD，供电电压为 $\pm 15V$ ，不改变运放的缺省参数。用参数扫描(parameter sweep)工具，观察输入信号从0V变化至20V时的输出电压。画出横轴为输入信号，纵轴为输出信号的扫描结果，用游标显示转折点的电压。
3. (与第4题选作一题即可) 用运算放大器实现  $3x + 2y - 0.5z$  的信号运算功能。计算器的输入只有4个接线端，分别对应 $x, y, z$ 信号的正端和整个电路的公共接地端 ( $x, y, z$ 信号的公共负端)。由于信号共地，只能得到  $x, y, z$  信号， $-x, -y, -z$  需要自己实现。运算放大器的选择和要求同第2题。
  - (1) 使用的运算放大器的数量不能超过3个，电阻数量不限。

(2) 画出电路原理图，分析输出与输入信号  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的关系。

(3) 利用仿真软件完成下表。要求打印仿真电路图并在图中适当位置注明相应的信号表达式。如果输出结果与计算不同，请分析结果并分析一下可能的解决方案。

	1			2			3			4		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
	1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
理论输出												
仿真输出										这儿有 bug，误差大是你的错哦～		

4. (与第 3 题选作一题即可) 用仿真软件实现下图所示的由运算放大器构成的负电阻电路。画出输入电流  $i_1$  随输入电压  $u_1$  变化的波形图（横轴为  $u_1$ ，纵轴为  $i_1$ ）以证明你实现了关联参考方向下 2-4 象限通过原点的直线。运算放大器的选择和要求同第 2 题。 电路中  $R_1=R_2=10\text{k}\Omega$ ， $R=5\text{k}\Omega$ 。 $u_1$  的变化范围为  $-10\text{V}\sim+10\text{V}$ 。解释所得到的仿真折线中每条直线对应怎样的等效电路，转折点的含义（即每条直线对应着怎样的等效电路，分析为什么是这样的等效电路，转折点对应着怎样的电流和电压，分析转折点为什么是这样的值。



## 电路的灵敏度

灵敏度的概念并非电路分析所独有，而是在很多科学和工程领域都有广泛的应用。我们知道，要制造完全相同的电路器件是不可能的。例如电阻的生产，即使制造工艺、制造过程完全相同，电阻阻值的变化也会达到20%。因此，在设计实现一个实际的电路时，器件的变化对电路性能的影响是必须要考虑的问题。灵敏度分析就是一种评价这类影响的方法，即研究电路器件数值的变化对电路输出的影响。

设某系统的输出  $y$  由参数  $x_1, x_2, x_3$  决定，即

$$y = f(x_1, x_2, x_3) \quad (1)$$

则根据多变量微积分中的偏导数关系，可得灵敏度分析式

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_1} \quad (2)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_3} \quad (4)$$

其中，式 (2) 表示在  $x_2$  和  $x_3$  不变的情况下， $x_1$  在一定范围内的变化对输出  $y$  的影响。同理可知，式 (3) 和式 (4) 分别表示  $x_2, x_3$  的变化对输出的影响。

在电路中，每个电阻都有其阻值范围。我们在设计电路时不能假设买到的电阻恰好如其标称阻值所示。一般来说，越贵的电阻的阻值精度越高，但如果将所有电阻均使用高精度电阻，可能成本上不允許。在这种情况下，搞清楚哪些电阻的阻值对电路输出影响最大就很有必要了。

**例 1** 对于图 1 所示分压器电路，其输出为  $R_2$  上的电压  $u_2$ ，影响输出的参数包括电源电压  $U_S$  和两个电阻  $R_1$  和  $R_2$ 。试分析电路参数变化对输出的影响。

解：由分压原理可知

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_S \quad (5)$$

则电路的参数  $u_S, R_1, R_2$  对电路输出  $u_2$  的影响，即灵敏度为

$$\frac{\partial u_2}{\partial u_S} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6)$$

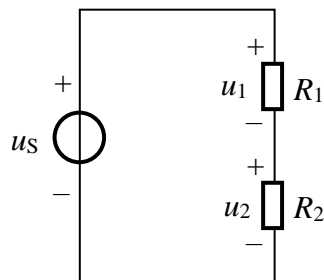


图 1 分压器电路

$$\frac{\partial u_2}{\partial R_1} = -\frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} u_s \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial R_2} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} u_s \quad (8)$$

式 (6)~(8) 表明, 增大  $u_s$  和  $R_2$  将增加电路输出, 增加  $R_1$  会减小电路输出。

如果电路参数分别设为  $U_s=10\text{V}$ ,  $R_1=30\Omega$ ,  $R_2=10\Omega$ , 则图 1 所示电路表示一个 1/4 分压电路。将参数代入式 (6)~(8), 可得

$$\frac{\partial u_2}{\partial u_s} = 0.25 \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial R_1} = -0.0625 \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial R_2} = 0.1875 \quad (11)$$

式 (9)~(11) 表明:

- ① 电源电压的绝对变化对输出的影响最大。
- ②  $R_2$  阻值的绝对变化对输出的影响大于  $R_1$  阻值的绝对变化对输出的影响。

下面进行定量分析。

**例 2** 对于图 1 所示电路和例 1 所给参数, 假设电源电压值是精确的, 电阻  $R_1, R_2$  均可能产生 10% 的误差。问输出能否确保具有 90% 的精度?

解: 由式 (10)~(11) 可知, 如果  $R_1$  产生 10% 的负偏差, 即  $\Delta R_1 = -0.1 \times 30 = -3\Omega$ ,  $R_2$  产生 10% 的正偏差, 即  $\Delta R_2 = 0.1 \times 10 = 1\Omega$ , 则输出偏差为

$$\Delta U_2 \approx \Delta R_1 \frac{\partial u_2}{\partial R_1} + \Delta R_2 \frac{\partial u_2}{\partial R_2} = 0.0625 \times 3 + 0.1875 \times 1 = 0.375\text{V}$$

占输出的  $0.375/2.5 = 15\%$ , 无法确保具有 90% 的精度。

**例 3** 对于图 1 所示电路和例 1 所给参数, 假设电源电压值是精确的, 电阻  $R_1$  可能产生 10% 的误差。如果输出要确保具有 90% 的精度, 试确定  $R_2$  的误差范围。

解: 由式 (10)~(11), 如果  $R_1$  产生 10% 的负偏差, 即  $\Delta R_1 = -0.1 \times 30 = -3\Omega$ ,  $R_2$  产生  $x\%$  的正偏差, 即  $\Delta R_2 = 0.01x \times 10 = 0.1x\Omega$ , 则输出偏差为

$$\Delta U_2 \approx 0.0625 \times 3 + 0.1875 \times 0.1x \leq 2.5 \times 0.1 = 0.25$$

解得  $R_2$  的正偏差小于 3.33%。

由式 (6) ~ (8) 定义的灵敏度称为绝对灵敏度，考察的是系统参数的绝对变化对系统性能绝对变化的影响。与之相关的另一种定义是相对灵敏度，考察的是系统参数的相对变化对系统性能相对变化的影响。

将式 (6) ~ (8) 分别除以式 (5)，经整理并代入电路参数可得

$$\frac{du_2}{u_2} = \frac{du_s}{u_s} \quad (12)$$

$$\frac{du_2}{u_2} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{dR_1}{R_1} = -0.75 \frac{dR_1}{R_1} \quad (13)$$

$$\frac{du_2}{u_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{dR_2}{R_2} = 0.75 \frac{dR_2}{R_2} \quad (14)$$

式 (12) ~ (14) 表明：

- ① 电源电压的相对变化对输出的影响最大。
- ②  $R_2$  的相对变化对输出的影响等于  $R_1$  的相对变化对输出的影响（只考虑大小）。

利用相对灵敏度同样可以进行定量分析。

**例 4** 对于图 1 所示电路和例 1 所给参数，假设电源电压精确，两个电阻均可能产生 10% 误差，问输出能否确保具有 90% 的精度？

解：由式 (13) ~ (14)，如果  $R_1$  产生 10% 的负偏差， $R_2$  产生 10% 的正偏差，则输出偏差

$$\frac{du_2}{u_2} \approx 0.75 \times 0.1 + 0.75 \times 0.1 = 15\%$$

同样无法确保具有 90% 的精度。

**例 5** 对于图 1 所示电路和例 1 所给参数，假设电源电压精确， $R_1$  可能具有 10% 的误差条件下，如果输出要确保具有 90% 的精度，试确定  $R_2$  的误差范围。

解：由式 (13) ~ (14)，如果  $R_1$  产生 10% 的负偏差， $R_2$  产生  $x\%$  的正偏差，则输出偏差

$$\frac{du_2}{u_2} \approx 0.75 \times 0.1 + 0.75 \times 0.01x \leq 10\%$$

同样可以求出  $R_2$  的正偏差小于 3.33%。

确定系统参数的变化对输出的影响十分重要。例如，一个大程序中的每个子程序的执行时间就是若干个系统参数，他们共同决定了大程序的输出（总执行时间）。如果用户感觉程序执行太慢，则可利用灵敏度的概念来分析哪个子程序进行改善后对总执行时间的影响最大，从而对其进行改进所带来的收益最大。此外，工厂的利润也会受到多方面影响，要想利润最大化，必须分析各种因素的变化对利润的影响，这也是灵敏度分析。

## 参考文献

- [1] 朱桂萍, 于歆杰, 陆文娟, 刘秀成, 电路原理导学导教及习题解答, 清华大学出版社
- [2] James W. Nilsson etc., 冼立勤等译, 电路 (第六版), 电子工业出版社