

# 第一次习题课

2019/11/06

## 1. 判断题

- 1) 任何一个信号都可以分解成一个奇信号和一个偶信号之和的形式。
- 2) 连续时间系统的单位冲激响应是系统单位阶跃响应的导数。
- 3) 连续时间系统中，零状态响应等于激励与系统单位冲击响应的卷积，并且与系统的历史信息有关。
- 4) 一个离散时间系统，输出  $y[n]$  和输入  $x[n]$ ， $y[n]=x[n]/n$ ，该系统不是线性系统。
- 5) 一个连续时间系统的双边拉普拉斯变换收敛区间（ROC）可以是  $s$  平面上单位圆所包围的区域。

## 2. 一个周期为 $2\pi/\omega_0$ 的周期性实信号 $x(t)$ 的傅里叶级数展开，可以表示成指数形式，即

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

傅里叶级数展开也可以表示成三角函数的形式

$$x(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} [c_k \cos(k\omega_0 t) + d_k \sin(k\omega_0 t)]$$

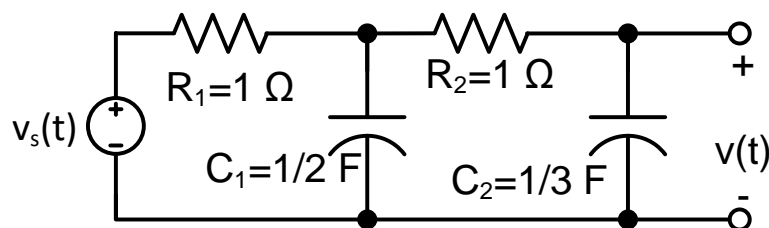
- 1) 请用  $\{a_k\}(k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$  表示  $c_0$ ， $\{c_k\}(k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$  和  $\{d_k\}(k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$ 。
- 2) 请证明  $\{c_k\}(k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$  和  $\{d_k\}(k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$  都是实数。

## 3. 线性时不变因果系统的常系数微分方程，

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$$

请给出该系统的单位冲击响应  $h(t)$  和单位阶跃响应  $g(t)$ 。

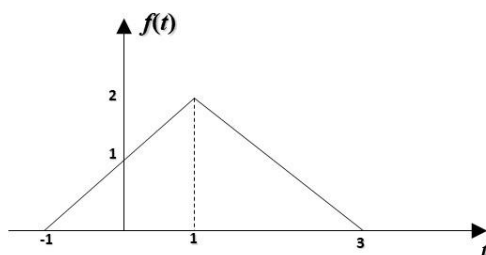
## 4. 如下图所示系统，输入为电压信号 $v_s(t)$ ，输出信号为电容 $C_2$ 上的电压 $v(t)$ 。分别把输入和输出记为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 。



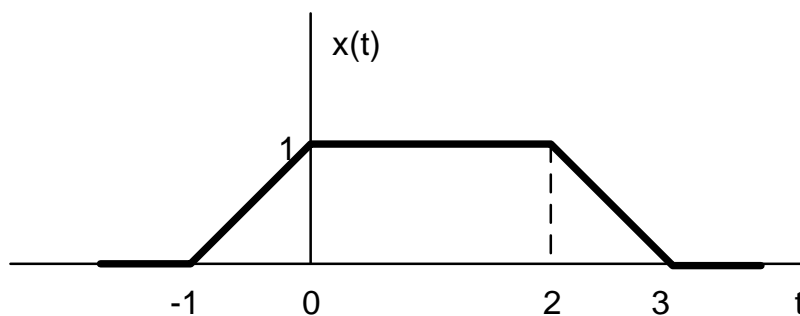
- 1) 请写出描述该系统的常数微分方程；
- 2) 输入信号  $x(t)=20u(-t)+10\cos(3t)u(t)$ 。在  $t<0$  时刻，系统已经充分建立。请给出  $t>0$  时间系统的输出信号，并分别指出其零输入响应、零状态响应、

自由响应 (natural response)、受迫响应 (forced response)。

5. 如下图所示信号  $f(t)$ ，其傅里叶变换为  $\mathcal{F}\{f(t)\} = F(j\omega) = |F(j\omega)|e^{j\varphi(j\omega)}$ 。



- 1) 给出  $\varphi(j\omega)$  的表达式;
  - 2) 计算  $F(j0)$ ;
  - 3) 计算  $\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) d\omega$ ;
  - 4) 画出  $\mathcal{F}^{-1}\{\text{Re}[F(j\omega)]\}$  的波形。
6. 如图所示信号  $x(t)$ ,



- 1) 给出其傅里叶变换的表达式。
  - 2) 计算  $\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$
  - 3)  $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t - 4k)$ , 请给出  $y(t)$  的傅里叶级数和傅里叶变换表达式。
7. 求解下列  $s$  域表达式的反拉普拉斯变换
- 1)  $X(s) = \ln \frac{s+1}{s+3}$
  - 2)  $Y(s) = \frac{s-2}{s^2(s+1)^3}$ , 仅考虑时域上的右边(right-sided)信号
8. 某因果线性时不变 (LTI) 系统具有如下特性:
- 1) 系统传输函数是有理式, 有且只有两个极点, 分别是  $s=-2$  和  $s=-4$ ;
  - 2) 如果  $x(t)=1$ , 则  $y(t)=0$ ;
  - 3) 在  $t=0^+$  时刻的单位冲击响应值  $h(0^+)=1$ .
- 请给出该系统的传输函数。

9. 如下图所示系统，输入信号  $x(t)$  与本振信号  $c(t)$  相乘后，通过一个理想带通滤波器  $H(j\omega)$  得到输出信号  $y(t)$ . 输入信号为  $x(t) = \sum_{k=-10}^{10} (k + 20) \cos[2\pi(f_c + kB + 0.25B)t]$  ( $f_c \gg B$ ), 载波信号为  $c(t) = \cos(2\pi f_c t)$ , 理想带通滤波器的传输函数  $H(j\omega) = \begin{cases} 1, & 4.5B < \left| \frac{\omega}{2\pi} \right| < 5.5B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ . 请画出输出信号的频谱示意图 (必须在图上清晰的标注频谱幅度信息)。

的传输函数  $H(j\omega) = \begin{cases} 1, & 4.5B < \left| \frac{\omega}{2\pi} \right| < 5.5B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ . 请画出输出信号的频谱示意图 (必须在图上清晰的标注频谱幅度信息)。

图 (必须在图上清晰的标注频谱幅度信息)。

