

Projekt 8

(Simulation eines Transformators; stan, stiw, kirs)

Beschreibung Im Primärkreis des Transformators ist die Spannungsquelle U_{ext} an die n_1 Primärwindungen des Transformators angeschlossen. Der gesamte Ohmsche Widerstand des Primärkreises ist im Widerstand R_1 zusammengefasst. An die n_2 Sekundärwindungen des Transformators ist der Verbraucherwiderstand R_2 angeschlossen. Die Spulen des Primär- und des Sekundärkreises sind über einen Weicheisenkern verbunden.

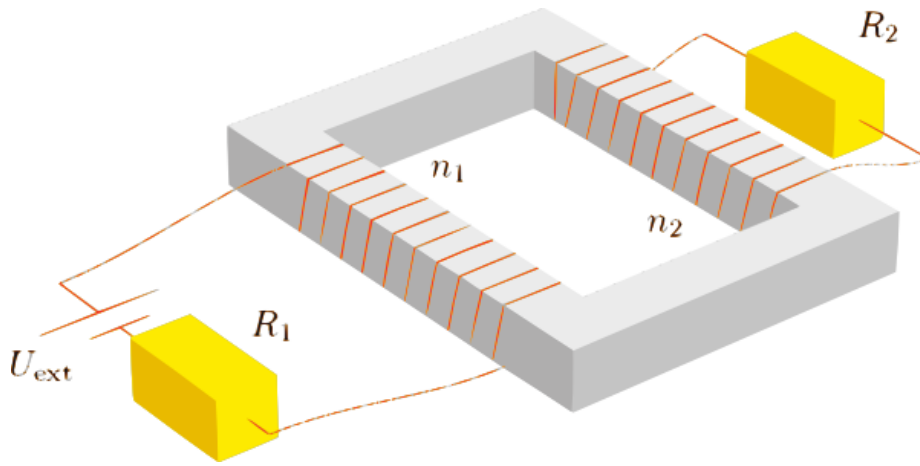


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Transformators.

Seien L_p und L_s die Selbstinduktivitäten der Primär- bzw. der Sekundärspule und L_{ps} bzw. L_{sp} die Induktivitäten der Sekundär- auf die Primärspule und umgekehrt (Gegeninduktivitäten).

Wir gehen bei $U_{\text{ext}} = U_0 \sin(\omega t)$ von einer Wechselspannung mit der Amplitude $U_0 = 4 \text{ V}$ und der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ aus. Zur Simulation des Transformators berechnen wir die beiden Stromstärken $I_p(t)$ und $I_s(t)$ [A] des Primär- und den Sekundärstromkreises. Dabei verwenden wir folgende Parameter:

$$f = 10^5 \text{ Hz}, R_1 = 800 \Omega, L_p = 50 \mu\text{H}, L_{ps} = L_{sp} = 150 \mu\text{H}, R_2 = 6 \Omega, L_s = 500 \mu\text{H}.$$

Die Anfangsbedingungen sind $I_s(0) = I_p(0) = 0$.

Aufgaben

1. Stellen Sie die beiden Differenzialgleichungen für den Primär- und den Sekundärstromkreis auf.

2. Formen Sie die Gleichungen aus Aufgabe 1 so um, dass Sie ein Differenzialgleichungssystem erster Ordnung erhalten.
3. Lösen Sie das Differenzialgleichungssystem aus Aufgabe 2 für $t \in [0, 50]$ $[\mu\text{s}]$ mit dem expliziten Euler-Verfahren (Euler-vorwärts-Verfahren). Ermitteln Sie experimentell die Stabilitätsgrenze für die Schrittweite τ .
4. Lösen Sie das Differenzialgleichungssystem aus Aufgabe 2 im gleichen Zeitintervall mit dem impliziten Euler-Verfahren (Euler-rückwärts-Verfahren).
5. Implementieren Sie die implizite Trapezregel und lösen Sie das Differenzialgleichungssystem aus Aufgabe 2 im gleichen Zeitintervall wie in Aufgabe 3. Vergleichen Sie die numerische Lösung mit derjenigen des impliziten Euler-Verfahrens hinsichtlich Genauigkeit, Rechenaufwand und Konvergenz.