

SÉRIE D'EXERCICE N° 1

Exercice 1

On donne ci-après les caractéristiques de 3 gaz : A, B, C . Le tableau suivant résume la teneur en soufre, le prix et le pouvoir calorifique de chaque gaz.

	A	B	C
Teneur en soufre (g/m^3)	6	2	4
Prix (DA/m^3)	10	25	15
Pouvoir calorifique ($kcal/m^3$)	1000	2000	1500

Donner le PL permettant de réaliser le mélange qui donne le plus grand pouvoir calorifique en respectant les contraintes suivantes :

- a) La teneur en soufre doit être au plus de $10g/m^3$.
- b) Le prix ne doit pas dépasser $50DA/m^3$.

Exercice 2

Une entreprise dispose de trois usines localisées à différents endroits du pays. La production annuelle de chaque usine est résumée dans le tableau suivant :

Usine	Production annuelle (unité)
Usine 1	15000
Usine 2	12000
Usine 3	23000

Ces usines alimentent quatre points de vente dont la demande annuelle est donnée ci-dessous :

Points de ventes	Demande annuelle (unité)
A	10000
B	5000
C	20000
C	15000

Les coûts unitaires de transport de chaque usine à chaque point de vente sont indiqués dans le tableau suivant :

	Production annuelle			
	A	B	C	D
Usine 1	5	6	6	8
Usine 2	11	9	4	7
Usine 3	12	7	8	5

Formuler le programme linéaire qui permettrait d'obtenir un plan de transport de coût minimum.

Exercice 3

Pour nourrir un animal donné, nous avons besoin de quatre éléments nutritifs, A, B, C et D. La quantité minimale dont chaque animal a besoin par jour est de

0.4kg de A ; 0.61kg de B ; 2kg de C ; 1.7kg de D

Pour obtenir la nourriture on mélange deux farines , M et N :

- 1 kg de M contient 100 g de A, pas de B, 100 g de C, 200 g de D.
- 1 kg de N ne contient pas de A, 100 g de B, 200 g de C, 100 g de D.

Le coût de la farine M est de 10 DA et celui de la farine N est de 4 DA.

- Écrire sous forme de programme linéaire le problème qui permet de trouver la quantité journalière de farines M et N qu'il faut acheter pour nourrir un animal à moindre coût.

Exercice 4

Un industriel souhaite produire un alliage qui soit composé (en terme de poids) de 30% de métal A et de 70% de métal B. Cinq alliages sont disponibles à différents prix comme l'indique le tableau suivant :

Alliage	1	2	3	4	5
%A	10	25	50	75	95
%B	90	75	50	25	5
coût (Prix/poids)	5	4	3	2	1.5

L'alliage souhaité sera produit en combinant quelques un de ces alliages. Le fabricant souhaite trouver les quantités des différents alliages nécessaires et déterminer la combinaison la moins chère. Formulez ce problème sous forme d'un programme linéaire.

Exercice 5

On se donne une fonction

$$Z(X) = x_1 - x_2 + x_3$$

pour la quelle on cherche la plus grande et la plus petite valeur que peut prendre Z si les variables sont contraintes à être positives ou nulles, leur somme doit être au moins égale à 8 et x_2 ne peut être plus grande que 1.

Formuler les programmes linéaires correspondants au problème posé.

Exercice 6

Considérer le PL suivant :

$$(P) \begin{cases} \max Z(X) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 \leq 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 1 \end{cases} \quad x_1 \leq 0, x_2, x_3 \geq 0$$

- a) Écrire (P) sous forme canonique puis sous forme standard.
- b) A partir de la forme standard de (P) écrire : A^2, A_3, A^4 . Soient $I = \{1, 3\}$ et $J = \{2, 4, 5\}$ écrire : b_I, C^J, A_I, A^J et A_I^J .

Exercice 7

Considérons le programme linéaire suivant

$$\begin{cases} 300x_1 + 400x_2 \leq 240000 \\ 10x_1 + 4x_2 \leq 5600 \\ 0 \leq x_1 \leq 480 \\ 0 \leq x_2 \leq 480 \\ 160x_1 + 240x_2 = Z(max) \end{cases}$$

- a) Résoudre le PL graphiquement.
- b) Écrire le PL sous forme standard.

Exercice 8 (examen 2021)

Une entreprise fabrique deux types de pièces P_1 et P_2 à l'aide de trois matières premières m_1, m_2 et m_3 . La fabrication d'une pièce P_1 nécessite 2 unités de matière première m_1 et 1 unité de matière première m_2 . La fabrication d'une pièce P_2 nécessite 1 unité de matière première m_1 , 3 unités de matière première m_2 et 1 unité de matière première m_3 .

L'entreprise dispose de 140 unités de m_1 , 150 unités de m_2 et 40 unités de m_3 . En outre, l'entreprise emploie des ouvriers pour la conception de ces pièces, chaque pièce (P_1 ou P_2) nécessitant une journée de travail. La force de travail disponible est de 80 jours. Enfin, les profits réalisés par la fabrication d'une pièce sont de 6000 DA pour la pièce P_1 et de 5000 DA pour la pièce P_2 .

- a) Donner une formulation mathématiques du problème de maximisation du profit de cette entreprise sous forme d'un programme linéaire.
- b) Résoudre graphiquement le programme linéaire obtenu.
- c) Écrire le programme dual correspondant et donner une solution optimale de ce dernier.

Exercice 9

I) Un nutritionniste projette un menu se composant de deux nourritures principales A et B . Chaque gramme de A contient 2 unités de graisse, 1 unité des hydrates de carbone et de 3 unités de protéine.

Le nutritionniste souhaite que le repas fournisse au moins 18 unités de graisse, et au moins 12 unités des hydrates de carbone et au moins 24 unités de protéines. Si un gramme de A coûte 20 DA et un gramme de B coûte 25 DA. De combien de grammes de chacun, la nourriture devrait être servie pour réduire au minimum le coût du repas pour satisfaire les exigences du nutritionniste ?